

Н.П. ЗАКАЗНОВ

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ РАСЧЕТА И ИЗГОТОВЛЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Н. П. ЗАКАЗНОВ

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ
РАСЧЕТА И ИЗГОТОВЛЕНИЯ
ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ



НЕДРА
Москва 1967

Специальные вопросы расчета и изготовления оптических систем.
Заказов Н. П. 1967, стр 124

Книга посвящена разработке методов расчета, конструирования и изготовления оптических систем. В ней рассмотрены основные положения проектной геометрии, которые в последующем использованы для графоаналитического решения задач геометрической оптики. Примеры габаритных расчетов оптических систем показывают, что эти расчеты обладают наглядностью, позволяющей определить необходимое изменение условий задачи для получения лучшего решения.

Показано, что ряд зависимостей геометрической оптики отрабатываются механизмами. Кроме того, предлагаются простые геометрические интерпретации, обеспечивающие синтез механизмов оптических приборов.

Возможность представления оптических систем «эквивалентными» механизмами позволяет, анализируя эти механизмы, судить о свойствах оптических систем и обосновать допуски на их отдельные параметры.

Освещен также вопрос о вычислении сферической аберрации использованием эквивалентного механизма. Показана возможность применения электрических счетно-решающих механизмов для отработки зависимостей геометрической оптики. Приведены примеры габаритных расчетов проекционных приборов. Изложены вопросы изготавления специфических оптических деталей (с асферическими поверхностями, особенностями сферических и др.).

НИКОЛАЙ ПЕТРОВИЧ ЗАКАЗНОВ
СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ РАСЧЕТА И ИЗГОТОВЛЕНИЯ
ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Редактор Г. Г. Гордон

Ведущий редактор изд-ва Ф. И. Хромченко

Технический редактор В. И. Алексеева и Е. Иерусалимская

Корректор А. Б. Латай

Обложка художника Г. А. Петрова

Подписано к набору 30/IX 1966 г

Формат 60×90^{1/16}
T 08294
Индекс 1—3—1

Печ л 7,75

Зак № 927/2472 15

Подписано к печати 7/VIII 1967 г

Уч изд л 6,5
Цена 48 коп
Бум № 2

Издательство «Недра» Москва, Центр, ул Кирова 24.
Ленкартфабрика ЗАГТ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Оптика находит широкое применение в фотограмметрических, геодезических, геофизических и в других приборах.

Специалисты по фотограмметрии, геодезии и астрономии, геофизике и многим другим областям, а также приборостроители, не имеющие специальной подготовки по оптике, при создании и эксплуатации приборов, содержащих оптические детали, встречаются с необходимостью овладения методами конструирования, исследования и изготовления оптических систем.

В книге обобщены исследования автора по привлечению аппарата проективной геометрии, механики, теории точности, электротехники и геометрии для решения задач прикладной оптики.

Автор выражает глубокую благодарность рецензенту М. М. Руцинову и редактору Г. Г. Гордону за ценные предложения, внесенные ими при подготовке рукописи.

ГЛАВА I

ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

§ 1. Проективные свойства геометрических фигур

Процесс центрального проектирования на плоскость определяется наличием центра проекций (точка O на рис. 1) и некоторой произвольной плоскости ω' , принимаемой за плоскость изображений. Для построения центральной проекции любой точки пространства, например точки A , следует через эту точку и точку O провести прямую; точка пересечения этой прямой с плоскостью изображений ω' определяет изображение A' точки A . Иными словами, точка A' есть центральная проекция точки A . Центральной проекцией точки B является точка B' , точки C — точка C' и т. д. Следовательно, каждой выбранной точке — оригиналу соответствует определенная точка плоскости изображений.

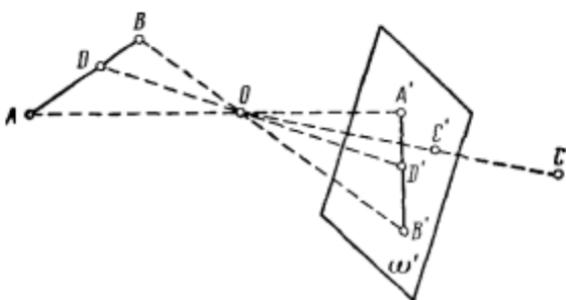


Рис. 1

Если точки A и B соединить прямой и через эту прямую и центр проекций O провести плоскость, то она пересечет плоскость изображений также по прямой. На этой прямой пересечения проведенной плоскости и плоскости изображений ω' лежат точки A' и B' . Следовательно, проекция любой прямой пространства на плоскость изображений является прямой. В частном случае, ко-

гда прямая — оригинал проходит через центр проекций O , то ее изображение вырождается в точку.

Возьмем любую точку на прямой AB , например точку D . Точка D лежит в плоскости, проведенной через прямую AB и точку O . Линия пересечения этой плоскости с плоскостью ω' — прямая, проходящая через точки A' и B' . Проектирующая прямая для точки D проходит через точку O и пересекает прямую $A'B'$ в точке D' . Этим определяется свойство принадлежности (инцидентности), согласно которому проекция точки, лежащей на некоторой прямой, принадлежит проекции этой прямой.

Рассмотренные свойства, а именно: 1) изображение точки есть точка; 2) изображение прямой есть прямая (в частном случае, когда направление проектирующего луча совпадает с проектируемой прямой, ее изображение вырождается в точку); 3) инцидентность, являются проективными свойствами геометрических фигур.

§ 2. Несобственные элементы пространства

Проективные свойства геометрических фигур должны иметь место в любом случае проектирования, для любого элемента пространства. Обратимся к рис. 2. Рассмотрим плоскость, проведенную через центр проекций O и прямую AB . Прямая $A'B'$ есть линия пересечения этой плоскости с плоскостью изображений ω' . Через точку O проведем прямую OF' , параллельную прямой AB . Ее пересечение с прямой $A'B'$ будет в точке F' . В евклидовом пространстве параллельные прямые не пересекаются. Следовательно, налицо нарушение первого проективного свойства: на прямой AB отсутствует точка, проекцией которой является точка F' .

Проведем через центр проекций O направление проектирования, параллельное прямой $A'B'$. Это направление пересекает прямую AB в точке G . Однако в пределах евклидова пространства не имеется точки-изображения и для точки G .

Рассмотренные случаи «нарушения» проективного свойства исключаются присоединением к евклидову пространству так называемых несобственных точек. Для точки-изображения F' точкой-оригиналом будет точка F_∞ пересечения параллельных прямых AB и проектирующей OF' . Точка F_∞ одна и принадлежит пучку прямых, параллельных прямой, проходящей через точки A и B . Следовательно, каждый пучок параллельных прямых имеет одну несобственную точку — точку пересечения этих прямых.

То же самое можно сказать и в отношении прямой, проведенной через центр проекций O параллельно прямой $A'B'$. Эта проектирующая прямая пересекает прямую-оригинал в точке G . Проекцией (изображением) точки G будет несобственная точка G^∞ , принадлежащая проектирующей прямой и вместе с тем

являющаяся точкой ее пересечения с прямой-изображением $A'B'$, которая ей параллельна. Точка $G'\infty$ одна и принадлежит пучку прямых, параллельных проектирующей прямой OG .

Отсюда следует, что каждая прямая пространства имеет одну несобственную (бесконечно удаленную) точку.

Для каждого пучка параллельных прямых имеется одна несобственная точка. Совокупность несобственных точек плоскости образует несобственную (бесконечно удаленную) прямую. В плоскости имеется только одна несобственная прямая.

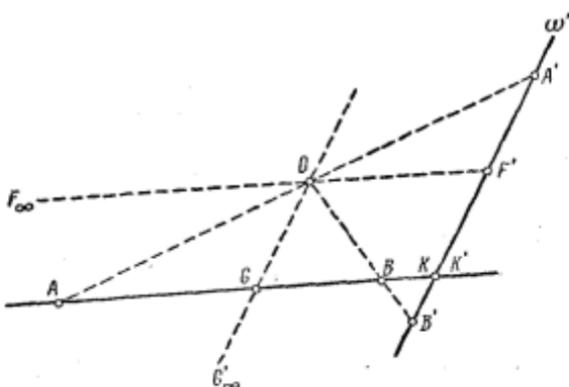


Рис. 2

Геометрическое место несобственных точек и прямых в пространстве можно определить как несобственную плоскость. Каждая прямая пересекается с этим геометрическим местом в одной точке (несобственной точке прямой), каждая плоскость пересекается с этим геометрическим местом по одной прямой (несобственной прямой плоскости).

Таким образом, к евклидову пространству присоединены новые элементы: несобственные точки, несобственные прямые и несобственная плоскость.

Присоединение к пространству несобственных элементов исключает «нарушение» первых двух проективных свойств.

Свойство инцидентности при введении несобственных элементов, конечно, сохраняется.

Возвращаясь к рис. 2, можно отметить, что точка пересечения прямых AB и $A'B'$ является двойной, так как в ней совпадают точка-оригинал K и точка-изображение K' .

§ 3. Построение перспективы

Построим на плоскости ω' изображение (перспективу) пучка параллельных прямых a, b, c, d, \dots , лежащих в плоскости ω , при заданном положении центра проекций O (рис. 3).

Пучок прямых a, b, c, d, \dots имеет одну бесконечно удаленную точку $P\infty$, ее изображением на плоскости ω' будет точка P' . Каждая прямая пучка при пересечении с плоскостью ω' дает двойную точку. Поэтому пучок сходящихся прямых a', b', c', d', \dots на плоскости ω' с узловой точкой P' является изображением пучка параллельных прямых плоскости ω .

При изменении ориентации пучка параллельных прямых, например лежащих в плоскости ω , относительно линии пересечения плоскостей ω и ω' двойные точки будут находиться на линии пересечения плоскостей ω и ω' , а изображение бесконечно уда-

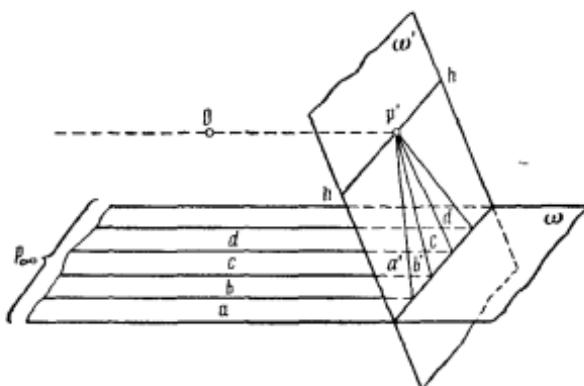


Рис. 3

ленной точки нового пучка параллельных прямых плоскости ω получится при проведении через точку O проектирующей прямой, параллельной любой из прямых пучка. Точка встречи проводимой проектирующей прямой с плоскостью ω' дает изображение бесконечно удаленной точки рассматриваемого пучка параллельных прямых плоскости ω . Для любой бесконечно удаленной точки плоскости ω проектирующая прямая лежит в плоскости, проходящей через центр проекций и параллельной плоскости предметных прямых. Следовательно, эта плоскость является проектирующей для бесконечно удаленной прямой плоскости ω . Линия hh' пересечения этой проектирующей плоскости с плоскостью ω' является геометрическим местом точек-изображений бесконечно удаленных точек, принадлежащих плоскости ω . Точки этой прямой называются точками схода, а сама прямая — линией схода, или линией горизонта.

Точка схода для параллельных прямых предметной плоскости, перпендикулярных к линии пересечения плоскостей ω и ω' , называется главной точкой схода.

Если имеется картинная плоскость ω' и пространственный пучок параллельных предметных прямых, то для этого пучка будет одна точка схода, так как этот пучок имеет одну несобственную

ную (бесконечно удаленную) точку. На рис. 4 дан пример такого построения.

Для каждого пространственного пучка параллельных прямых произвольной ориентации относительно картинной плоскости ω' точка схода занимает соответствующее положение на плоскости ω' .

Из изложенного выше следует, что картинная плоскость является геометрическим местом точек-изображений и прямых-изображений бесконечно удаленных (несобственных) точек и прямых пространства, т. е. картинная плоскость есть изображение несобственной (бесконечно удаленной) плоскости пространства.

Построим точку-изображение для произвольно выбранного положения точки-оригинала при заданном расположении центра проекций O и картинной плоскости ω' .

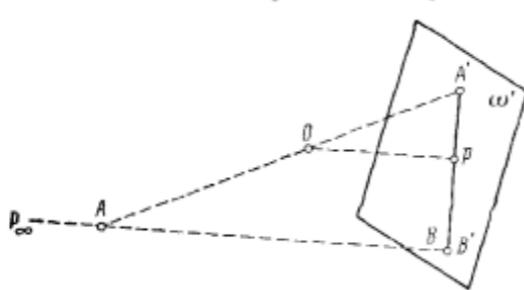


Рис. 5

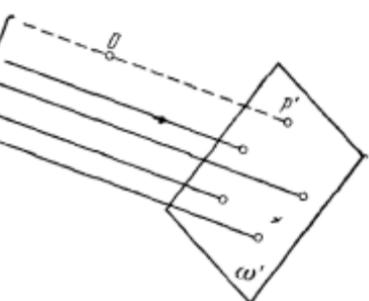


Рис. 4

На рис. 5 точка A — точка-оригинал, O — центр проекций, ω' — картинная плоскость. Для построения точки-изображения A' можно, как уже говорилось, через точки A и O провести прямую; точка встречи этой прямой с плоскостью ω' и будет

искомой точкой A' . Можно поступить иначе. Через точку A проводят такую прямую, для которой отыскание точки встречи ее с плоскостью ω' наиболее просто. Пусть этой точкой будет точка $B(B')$. Изображение бесконечно удаленной точки проведенной прямой будет в точке P' . Соединяя точки B и P' , получаем изображение $A'P'$ прямой AB . Искомая точка A' получается в пересечении прямых, одна из которых проведена через точки B и P' , а другая — через точки A и O .

§ 4. Построение геометрических фигур по их перспективам

Если точке пространства соответствует определенная точка на плоскости изображения, прямой пространства — определенная прямая (в частном случае точка) на плоскости изображения, то, очевидно, имеет место и обратное. В силу этого процесс получе-

ния геометрических фигур по их изображениям полностью аналогичен процессу получения изображений заданных геометрических фигур.

На рис. 6 показано построение предметной точки A , лежащей в определенной предметной плоскости ω , по заданной перспективе A' этой точки в плоскости ω' и заданному положению центра проекций O .

Через точку A' в плоскости ω' проводим какую-либо прямую, пересекающую в точке B основание картины, затем через центр

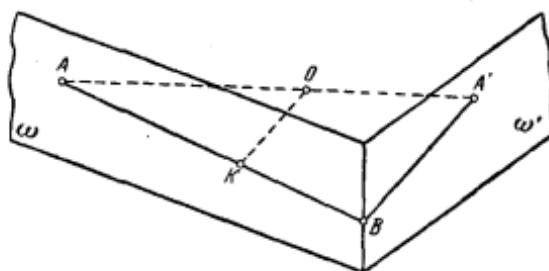


Рис. 6

проекций O проводим прямую OK , параллельную прямой $A'B$, до пересечения (в точке K) с плоскостью ω . Точка A будет лежать на прямой KB ; ее положение определит проектирующий луч OA' .

Полученная в процессе построения точка K является точкой, перспектива которой есть бесконечно удаленная точка прямой $A'B$. Прямая плоскости ω , проходящая через точку K параллельно основанию картины, по аналогии с предыдущим является прямой, перспектива которой есть бесконечно удаленная прямая картинной плоскости.

§ 5. Перспективное соответствие двух плоскостей

Как показано выше, при центральном проектировании устанавливается взаимно однозначное соответствие между двумя плоскостями: предметной плоскостью ω и картинной плоскостью ω' .

На этих плоскостях (рис. 7) отметим две предельные прямые: hh — линию горизонта, kk — линию картинного горизонта. Проведем плоскости через центр проекций O и прямые hh и kk . Плоскость, параллельная предметной плоскости ω и проходящая через O , носит название плоскости горизонта, плоскость, параллельная картинной плоскости ω' и проходящая через O , называется плоскостью картинного горизонта. Четыре отмеченные плоскости определяют собой параллелепипед с бесконечно удаленными передней и задней гранями. Сечения

этого параллелепипеда плоскостями, проходящими через центр проекций O , имеют вид параллелограммов. Рассмотрим один из этих параллелограммов, например $OCDE$, для чего перенесем его на рис. 8. Точка C принадлежит плоскости ω , ее перспектива (изображение) является бесконечно удаленной точкой прямой DE . Точка E плоскости ω' является перспективой бесконечно удаленной точки прямой CD . Точка D является двойной — она сама себе соответствует. Вращаем плоскость ω' относительно плоскости ω вокруг основания tt (см. рис. 7 и 8). Плоскости горизонтов будут при этом вращаться вокруг прямых hh и kk соответственно. Плоскости предметная и горизонта, картина и картины горизонта при таком вращении будут попарно параллельны. Возьмем на прямой CD точку A и построим ее изображение — точку A' . При некотором повороте точка O займет положение O_1 , точка A' — положение A'_1 . Дока-

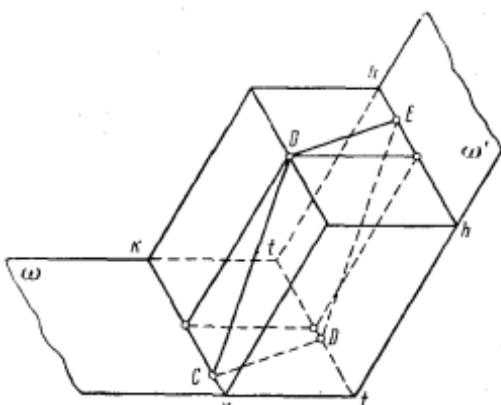


Рис. 7

жем, что линия, проходящая через точки A , O_1 и A'_1 , есть прямая, а этим самым докажем неизменность положения точки A' , как изображения точки A при вращении картинной плоскости.

Из построения следует, что $\triangle AOC \sim \triangle AA'D$. Из подобия треугольников получаем следующее равенство:

$$\frac{OC}{A'D} = \frac{AC}{AD}.$$

Так как $OC = O_1C$ и $A'D = A_1'D$, то

$$\frac{O_1C}{A_1'D} = \frac{AC}{AD}.$$

Из полученного равенства следует, что $\Delta AO_1C \sim \Delta AA_1'D$. Это имеет место только в том случае, если линия AA_1' , проходящая через точку O_1 , является прямой.

Итак, доказано, что неизменному положению изображения при проводимом преобразовании соответствует сохранение прямолинейного направления проектирования.

Указанное преобразование не нарушает проективного, или, как его называют, коллинеарного соответствия. В частном слу-

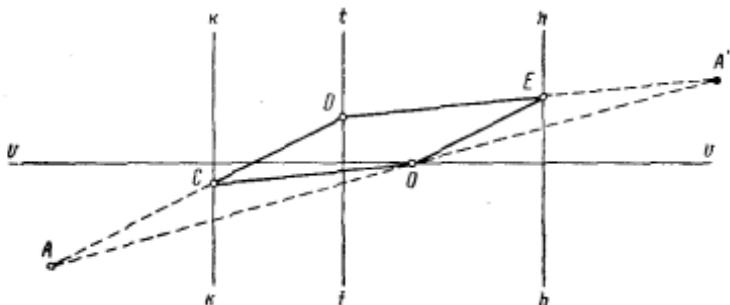


Рис. 9

чае в процессе преобразования получается совмещение картинной плоскости, центра проекций, плоскостей горизонтов с предметной плоскостью (обозначения O_2 , E_2 и A_2' на рис. 8).

На рис. 9 показано взаимное расположение предельных прямых hh и kk параллелепипеда, центра проекций O , точки-оригинала A и точки-изображения A' в совмещенных плоскостях.

Линия uv — след плоскости, пересекающей параллелепипед перпендикулярно к предельным прямым и проходящей через центр проекций O . Эта линия называется главной вертикалью, а секущая плоскость — плоскостью главного вертикала. Построение изображений геометрических фигур на плоскости, произвольно ориентированной относительно плоскости (или плоскостей), в которой располагаются фигуры-оригиналы, можно выполнять на плоскости. Изображение точки A — точку A' получают следующим образом: в предметной плоскости через точку A проводят произвольную прямую до пересечения с основанием tt картины (в нашем случае точка пересечения — точка D), через центр проекций O проводят прямую OE , параллельную проведенной прямой AD предметной плоскости, до пересечения с линией горизонта hh (см. рис. 7); двойную точку D на основании tt картины соединяют с точкой E , являющейся перспективой бесконечно удаленной точки на прямой AD (рис. 9); прямая, про-

ходящая через точки D и E , есть изображение прямой предметной плоскости, проходящей через точки A , C и D ; изображение точки A — точку A' — получают в пересечении направления проектирования с продолжением прямой DE .

Если соединить точки C и O , то фигура $OEDC$ будет параллелограммом в совмещенных плоскостях (см. рис. 7 и 8).

Конечно, можно решить и обратную задачу, а именно: по заданному положению фигуры-оригинала и фигуры-изображения в совмещенных плоскостях восстановить их пространственное положение при известном расположении картинной плоскости.

§ 6. Частный случай расположения центра проекций по отношению к предметной и картинной плоскостям

Возьмем центр проекций O , равноудаленный от плоскостей ω и ω' . На рис. 10 показано сечение плоскостей ω и ω' плоскостью главного вертикала. При преобразовании изображенной системы в плоскую получим совмещенное положение предельных прямых и центра проекций, показанное на рис. 11.

На рис. 11 в предметной плоскости дано положение точек A и B . Построим их изображение. Как указано в § 5, построение ведется следующим образом: прямую, соединяющую точки A и B , продолжают до основания tt картины.

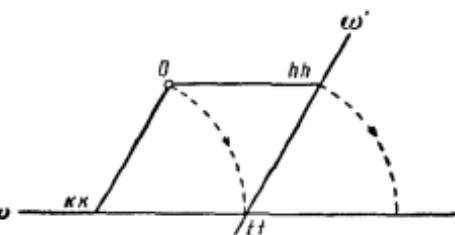


Рис. 10

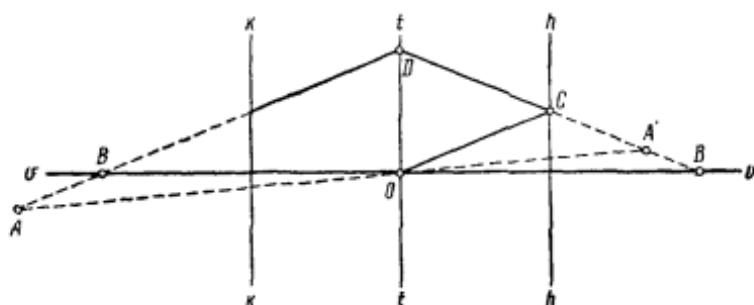


Рис. 11

Затем между основанием tt и линией горизонта hh через центр проекций O проводят прямую, параллельную прямой AB . Отмеченные на линиях tt и hh точки D и C соединяют прямой. Эта прямая будет изображением прямой, проходящей через точки A

и B . По свойству инцидентности искомые точки A' и B' лежат на изображении прямой AB . В то же время изображение точки A лежит на проектирующей прямой AO , изображение точки B — на проектирующей прямой BO . Так получают искомые точки A' и B' .

Из рис. 11 следует, что изображение прямой, перпендикулярной к основанию tt картины и проходящей через центр проекций O , совпадает с самой прямой.

ГЛАВА II

ИДЕАЛЬНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ПРОЕКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИИ

§ 7. Примеры использования положений проективной геометрии в геометрической оптике

Для идеальных оптических систем предмет и его изображение находятся в коллинеарном соответствии.

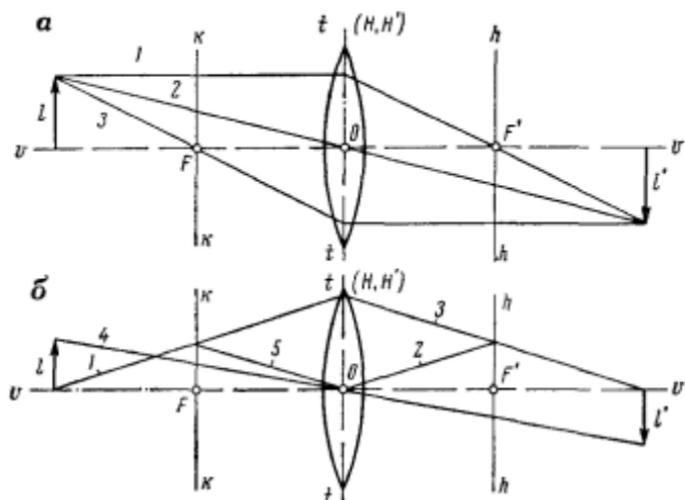


Рис. 12

Наличие коллинеарного соответствия позволяет для построения изображений использовать аппарат проективной геометрии.

В геометрической оптике аппарат проективной геометрии используют для построения изображений. Однако это требует доказательства. На рис. 12, *a* показан наиболее распространенный вариант построения изображения. С позиций проективной геометрии прямая vv есть линия главного вертикала, а для оптической системы это оптическая ось, прямая $tt(H, H')$ — основание картинной плоскости, а для оптической системы — совмещенные

главные плоскости H и H' ; точка O — центр проекций (главная точка оптической системы); прямая kk' — линия картического горизонта (след плоскости, перпендикулярной к оптической оси и проходящей через передний фокус — след передней фокальной плоскости); прямая hh' — линия горизонта (след задней фокальной плоскости); F и F' — главные точки схода прямых, перпендикулярных к основанию tt' картины и лежащих соответственно в картической и предметной плоскостях (передний и задний главные фокусы).

Взаимное расположение прямых tt , kk , hh и точки O показывает, что в плоскости главного вертикала (прямая vv является

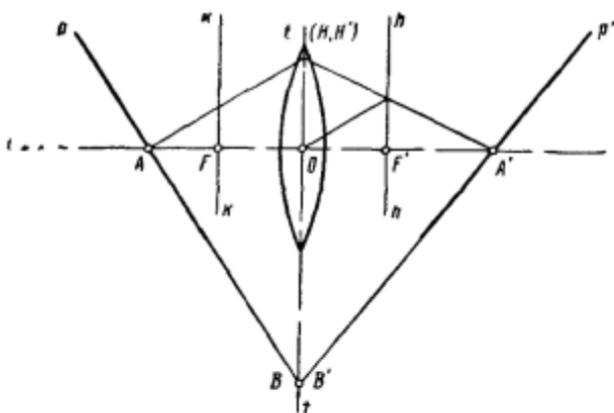


Рис. 13

следом этой плоскости) имеет место частный случай параллелограмма предельных элементов — ромб.

Изображение l' отрезка l , перпендикулярного к главной оптической оси, строят при помощи одной из трех комбинаций проводимых лучей: 1 и 2 , 2 и 3 или 1 и 3 . Каждая из них использует правила построения перспективы точки (см. § 3). Так как отрезок l параллелен основанию tt картины, то и его изображение также параллельно tt .

На рис. 12.6 приведен второй вариант получения изображения l' предметного отрезка l , перпендикулярного к главной оптической оси. Этот вариант основан на построении параллелограмма предельных элементов. Ход построения отмечен порядковыми номерами 1, 2, 3 и 4. Параллелограмм (ромб) предельных элементов образован прямыми 1, 2, 3 и 5 (прямую 5 для построения l' не используют).

Рассмотренные построения с позиций проективной геометрии являются построением перспектив осевых точек и прямых, параллельных основанию картины.

На рис. 13 следом плоскости P , перпендикулярной к плоскости рисунка, представлена прямая, не перпендикулярная к оптической оси. Изображение A' осевой точки A прямой получают способом, показанным на рис. 12, б. Точка B прямой, лежащая на основании tt картины, сама себе соответствует. Соединив точку B' с изображением A' осевой точки A , получим изображение прямой — след плоскости P' , которая будет также перпендикулярна к плоскости рисунка, как и плоскость P .

§ 8. Формула для определения сопряженных точек оси относительно фокусов системы (формула Ньютона)

На рис. 14 изображена бесконечно тонкая оптическая система, находящаяся в воздухе. Согласно § 5, примем точку T , при-

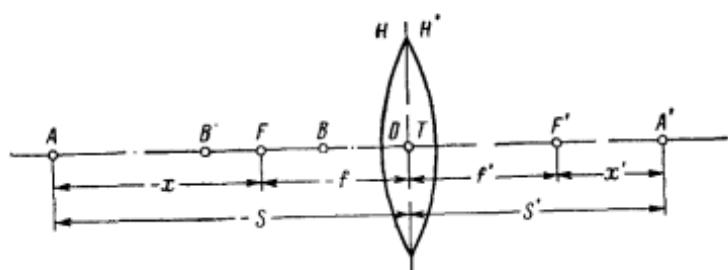


Рис. 14

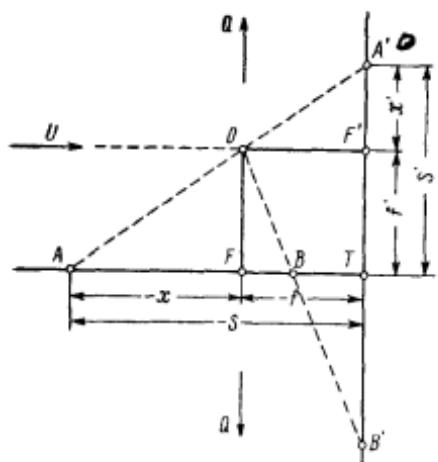


Рис. 15

надлежащую основанию картины, за центр вращения и преобразуем систему в параллелограмм предельных элементов (в данном случае вырождающийся в квадрат). Построение изображений осевых точек при преобразовании показано на рис. 15. В построении использовано общепринятое правило знаков (при начале координат в точке T вправо и вверх — знак «плюс», влево и вниз — знак «минус»).

Изображение бесконечно удаленной точки U получаем в точке F' — заднем главном фокусе оптической системы; изображением точки F явля-

ется бесконечно удаленная точка Q оптической оси; изображения точек A и B будут соответственно в точках A' и B' .

На рис. 15 $\Delta AOF \sim \Delta OA'F'$, следовательно,

$$\frac{-x}{f'} = \frac{-f}{x'}$$

или

$$xx' = ff'. \quad (1)$$

§ 9. Формула для определения сопряженных точек оси относительно главной точки (формула Гаусса)

Положение сопряженных осевых точек A и A' (см. рис. 14 и 15) можно определить отрезками S и S' . На рис. 15 $\Delta AA'T \sim \Delta AOF$.

Из подобия треугольников следует, что $\frac{-S}{S'} = \frac{-x}{f}$.

Кроме того, $x = S - f$. Подставляя значение x в предыдущее равенство, получаем

$$\frac{-S}{S'} = \frac{f - S}{f}$$

или

$$SS' = Sf' + S'f.$$

Разделив правую и левую части на SS' , получим

$$\frac{f}{S'} + \frac{f}{S} = 1. \quad (2)$$

Для системы, находящейся в воздухе, $f' = -f$, поэтому формула (2) примет вид

$$\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = \frac{1}{f}. \quad (2')$$

§ 10. Определение сопряженных точек на оси для комбинации нескольких центрированных бесконечно тонких систем

На рис. 16 изображена комбинация трех бесконечно тонких центрированных систем, где f_i и f'_i — фокусные расстояния каждой системы; Δ_i — оптические интервалы, x_i и x'_i — отрезки относительно фокусов F_i и F'_i ($i = 1, 2, 3$). Задача нахождения изображения осевой точки сводится к последовательному (каскадному) проектированию этой точки через каждую систему. Точка A' — изображение осевой точки A области предметов. Изображение точки U , находящейся в бесконечности, есть точка U' . Эта точка есть задний главный фокус эквивалентной системы.

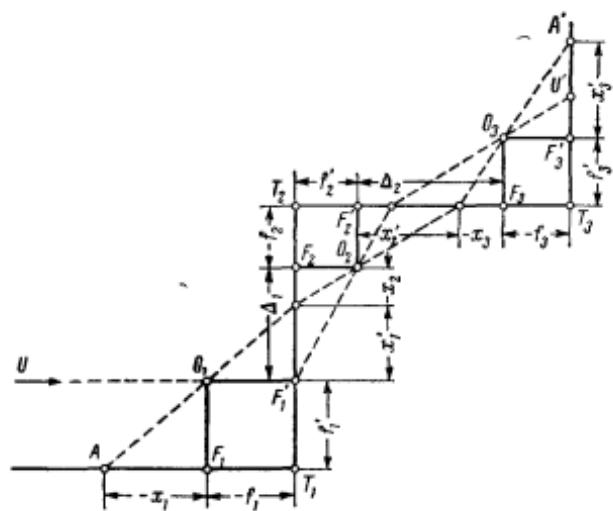


Рис. 16

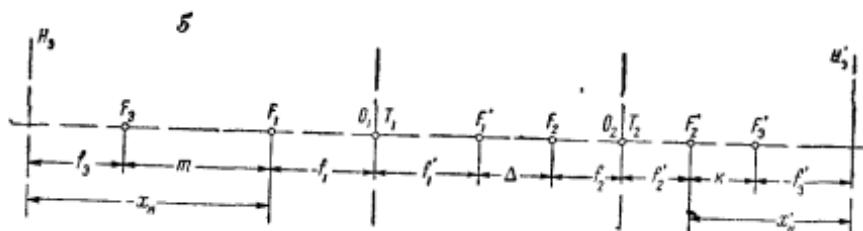
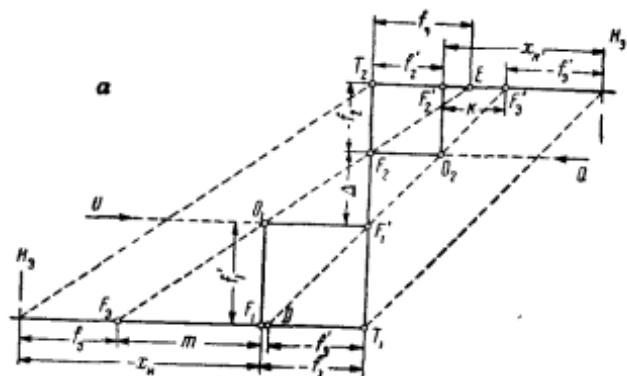


Рис. 17

§ 11. Эквивалентная система для двух оптических систем с общей осью

Найдем фокусные расстояния f_3 , f'_3 и отрезки $x_{H'}$ и $x'_{H'}$, определяющие положение главных плоскостей H_3 и H'_3 эквивалентной системы относительно переднего главного фокуса F_1 первой бесконечно тонкой системы и заднего главного фокуса F'_2 второй бесконечно тонкой системы (рис. 17, а). Задний фокус F_3' эквивалентной системы — изображение осевой точки U , лежащей в бесконечности. Продолжаем прямую, проходящую через точки F_3' и F_1' . Ее пересечение с оптической осью в области предметов дает точку D .

Отрезок DT_1 равен f_3' . Параллельным проектированием переносим его на оптическую ось в области изображений, чем и определяем положение главной плоскости H_3' . Подобным же построением находим положения переднего фокуса F_3 и передней главной плоскости H_3 эквивалентной системы.

Для вывода формул рассмотрим две цепочки подобных треугольников.

Из подобия треугольников $DF_1'T_1$, $O_2F_1'F_2$ и $F_3'O_2F_2'$ следует, что

$$\frac{-f_3'}{f_1'} = \frac{f_2'}{\Delta}$$

или

$$f_3' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta}; \quad (3)$$

$$\frac{k}{-f_2} = \frac{f_2'}{\Delta}$$

или

$$k = -\frac{f_2 f_2'}{\Delta}. \quad (4)$$

Так как

$$x'_{H'} = k - f_3',$$

то

$$x'_{H'} = \frac{f_2' (f_1' - f_2)}{\Delta}. \quad (5)$$

Из подобия треугольников EF_2T_2 , $O_1F_2F_1'$ и $F_3O_1F_1$ следует, что

$$\frac{f_3}{-f_2} = \frac{-f_1}{\Delta}$$

или

$$f_3 = \frac{f_1 f_2}{\Delta}; \quad (6)$$

$$\frac{m}{f_1'} = \frac{-f_1}{\Delta}$$

или

$$m = -\frac{f_1 f_1'}{\Delta}. \quad (7)$$

Так как

$$-x_H = f_3 + m,$$

то

$$x_H = \frac{f_1 (f_1' - f_2)}{\Delta}. \quad (8)$$

На рис. 17,б изображена развертка рис. 17,а.

§ 12. Построение изображения, получаемого телеобъективом

Схема телеобъектива с фокусировкой путем изменения промежутка между компонентами показана на рис. 18,а. Телеобъек-

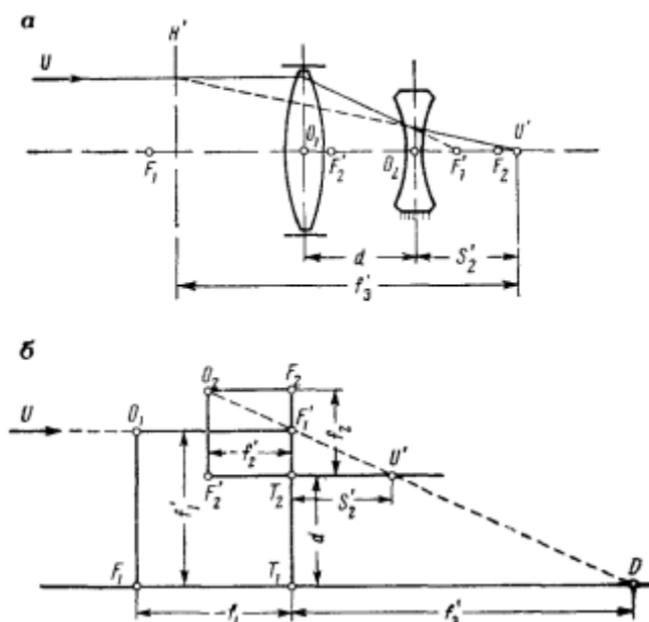


Рис. 18

тив состоит из неподвижного отрицательного и подвижного положительного компонентов. При изменении расстояния S_2' от неподвижного компонента до экрана для сохранения резкости изображения должно изменяться и расстояние d между компонентами объектива. Аналитическая зависимость между S_2' , d и фокусными расстояниями положительного и отрицательного компонентов получается из графического построения рис. 18,б. Это построение для определения отрезка S_2' по заданным d , f_1 , f_1' , f_2 и f_2' заключается в следующем.

Строим квадрат $F_1O_1F_1'T_1$ со сторонами — $f_1 = f_1'$. На правой вертикальной стороне квадрата откладываем отрезок $T_1T_2 = d$, а на ее продолжении — отрезок $T_2F_2 = f_2$, на котором строим второй квадрат $F_2'O_2F_2T_2$ со стороной — $f_2' = f_2$. Точки $F_1, F_1', O_1; F_2, F_2', O_2$ на рис. 18,б соответствуют тем же точкам на рис. 18,а. Изображение точки U , лежащей на оптической оси в бесконечности, при проектировании через первый компонент получится в точке F_1' (заднем фокусе этого компонента). Полученное изображение проектируем через центр O_2 . В пересечении проектирующего луча с оптической осью лежит точка U' — изображение бесконечно удаленной точки U через оба компонента. Отрезок $T_2U' = S_2'$ является искомым. Построение может быть проведено и для определения d по заданным S_2', f_1, f_1', f_2 и f_2' . Кроме того, это построение позволяет найти оптимальное соотношение между фокусными расстояниями компонентов и диапазонами изменения S_2' и d .

Для получения аналитической зависимости, связывающей S_2' , d и фокусные расстояния компонентов, рассмотрим подобные треугольники на рис. 18,б. Из подобия треугольников $O_2F_2F_1'$ и $U'T_2F_1'$ следует, что

$$\frac{S_2'}{-f_2'} = \frac{f_1' - d}{f_2 - f_1' + d},$$

откуда

$$S_2' = -\frac{f_2'(f_1' - d)}{f_2 - f_1' + d}.$$

Так, как $f_2 = -f_2'$, то

$$S_2' = \frac{f_2'(f_1' - d)}{f_1' + f_2' - d}, \quad (9)$$

где $f_1' + f_2' - d$ — оптический интервал.

Для определения эквивалентного фокусного расстояния телекомпонента поступим следующим образом.

Направление проектирования через второй (отрицательный) компонент продолжим до пересечения с горизонтальной прямой, проходящей через точку F_1 (оптическая ось). Отсекаемый отрезок $T_1D = f_3'$ и будет равен эквивалентному заднему фокусному расстоянию телекомпонента.

На рис. 18,б $\Delta U'T_2F_1' \sim \Delta D T_1 F_1'$, из чего следует, что

$$\frac{S_2'}{f_1' - d} = \frac{f_3'}{f_1'}$$

или

$$f_3' = \frac{f_1' S_2'}{f_1' - d}.$$

Подставляя сюда значение S_2' из формулы (9), получаем

$$f_3' = \frac{f_1' f_2'}{f_1' + f_2' - d}. \quad (10)$$

§ 13. Переход от бесконечно тонкой линзы к линзе конечной толщины

Переход к линзе конечной толщины представляет собой соединение двух оптических систем, каждая из которых состоит из одной преломляющей поверхности, являющейся границей двух сред (рис. 19,а). Фокусные расстояния такой оптической системы

$$\left. \begin{aligned} f' &= \frac{n'r}{n'-n} \\ f &= -\frac{nr}{n'-n} \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

где n' и n — показатели преломления сред, границей которых является сферическая поверхность радиуса r .

Положение главной точки совпадает с вершиной A поверхности, лежащей на оптической оси.

Линза конечной толщины состоит из двух оптических систем с расстоянием между вершинами преломляющих поверхностей по оптической оси, равным толщине d линзы. Обозначим показатель преломления материала линзы по отношению к воздуху, в котором она находится, через n .

На рис. 19,б показаны все параметры линзы конечной толщины.

Для определения фокусных расстояний эквивалентной системы (толстой линзы) построим два параллелограмма (здесь — прямоугольника) предельных элементов, взаимное расположение которых определяет величина d . Для первой системы стороны прямоугольника равны $-f_1$ и f_1' (их вычисляют по формулам (11)), для второй системы стороны прямоугольника равны $-f_2$ и f_2' . На рис. 19,в показано определение положений переднего F и заднего фокусов F' эквивалентной системы, ее фокусных расстояний $-f$ и f' и отрезков S_H и $-S'_H$. Это определение выполняют по тому же плану, что и на рис. 17.

Из подобия прямоугольных треугольников следует, что

$$\frac{f'}{f_2'} = \frac{f_1'}{f_1' - d - f_2}.$$

По формулам (11) получаем

$$f_1' = \frac{nr_1}{n-1}, \quad f_2' = -\frac{r_2}{n-1}, \quad f_2 = \frac{nr_2}{n-1}.$$

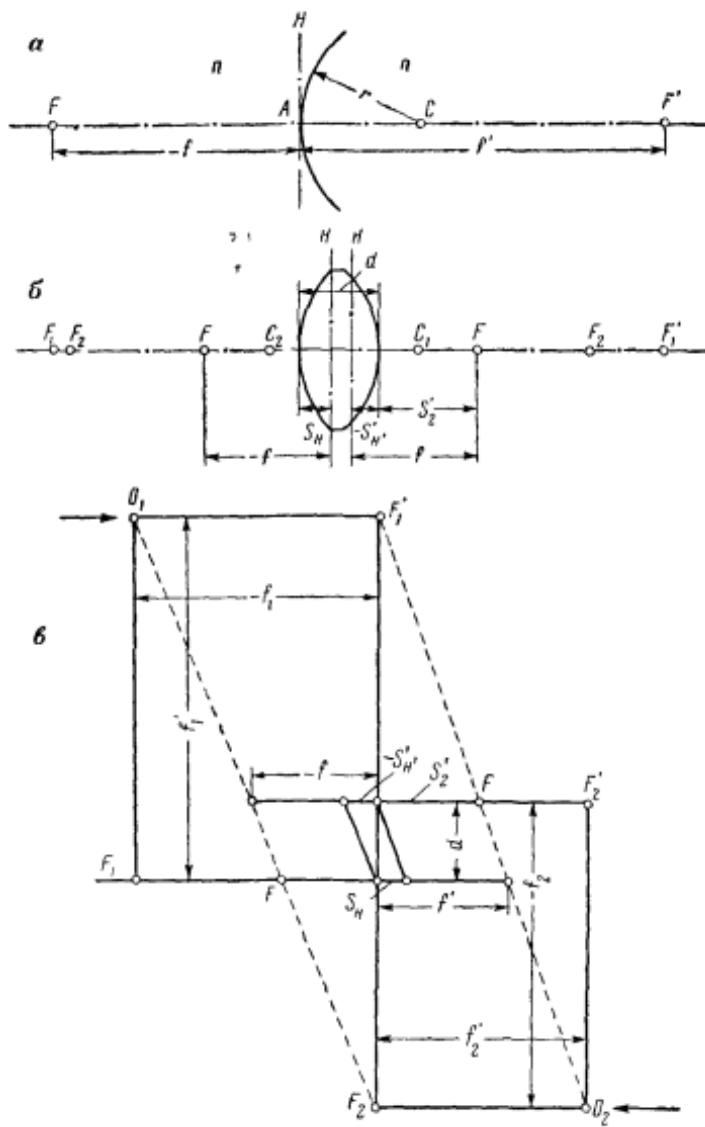


Рис. 19

После подстановки этих значений фокусных расстояний в предыдущее равенство имеем

$$f' = \frac{nr_1r_2}{(n-1)[n(r_2-r_1)+(n-1)d]} = -f. \quad (12)$$

Из рис. 19,б следует, что

$$-S'_{H'} = f' - S_2'. \quad (13)$$

Величину S_2' получают из подобных прямоугольных треугольников, показанных на рис. 19,в,

$$\frac{S_2'}{f'} = \frac{f_1' - d}{f_1'},$$

$$S_2' = \frac{r_2[nr_1 - d(n-1)]}{(n-1)[n(r_2-r_1)+(n-1)d]}. \quad (14)$$

Подставляя значение S_2' в формулу (13), получаем

$$S'_{H'} = -\frac{r_2d}{n(r_2-r_1)+(n-1)d}. \quad (13')$$

Таким же путем можно получить и величину S_H .

§ 14. Примеры графического решения задач по габаритным расчетам оптических систем

Для быстрого определения приближенных значений многие задачи по габаритным расчетам оптических систем можно решать графически. Рассмотрим примеры такого решения.

1. Определение фокусного расстояния оптической системы для заданной величины поперечного увеличения $\beta = \frac{S'}{S}$ и заданного расстояния $-S + S'$ между плоскостью предмета и плоскостью изображения.

Прямоугольный треугольник $AA'T$ (см. рис. 15) строим так, чтобы отношение $\frac{S'}{S}$ было равно β . Биссектриса прямого угла с вершиной T дает диагональ TO квадрата, стороны которого в масштабе построения, равном $(AT+A'T) : (-S+S')$, определяют искомое фокусное расстояние.

2. Определение фокусного расстояния средней системы (рис. 20), обеспечивающего параллельность выходящих лучей при пучке входных лучей, параллельных оптической оси, при заданных угловом увеличении Γ и длине $L = T_1T_2 + T_2T_3$ всей комбинации, состоящей из трех бесконечно тонких систем, разделенных конечными воздушными промежутками, и фокусных расстояниях крайних систем.

Биссектриса прямого угла с вершиной T_2 определяет диагональ T_2O_2 квадрата, сторона которого дает величину искомого фокусного расстояния — $f_2(f_2')$ средней системы.

3. Данна система из двух положительных линз с фокусными расстояниями f_1, f_1' ; f_2, f_2' и оптическим интервалом Δ . Построение изображения A'' точки A показано на рис. 21, а.

Требуется при неизменном положении точек A и A'' и смеще-

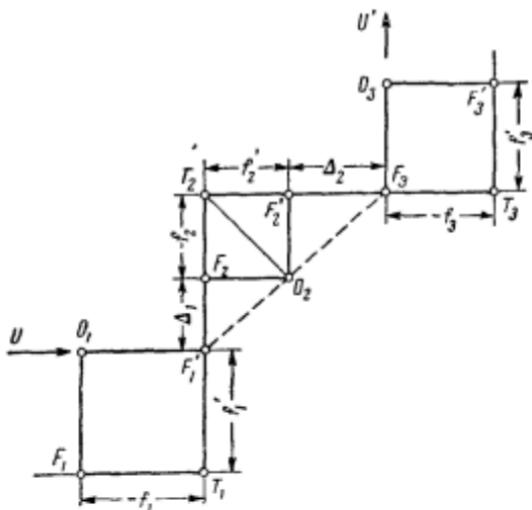


Рис. 20

нии второго компонента на величину (x_2') — x_2' найти новое положение первого компонента (величины и обозначения в круглых скобках относятся к измененному положению компонентов).

При заданном смещении второго компонента луч $(O_2)A''$ определяет положение точки (A') , являющейся изображением точки A через первый компонент. Расстояние между точками A и A' по оптической оси за вычетом фокусных расстояний первого компонента известно и равно

$$t = -x_1 + x_1'.$$

Аналогично для точек A_1 и (A') это расстояние будет

$$(t) = (-x_1) + (x_1').$$

Кроме того,

$$(x_1')(x_1) = f_1 f_1'.$$

Графическое представление этих зависимостей без учета знаков величин показано на рис. 21, б.

Зависимости первая и вторая изображаются прямой, отсекающей одинаковые отрезки $x_1 + x_1'$ на осях координат; зависимость третья — равнобочной гиперболой.

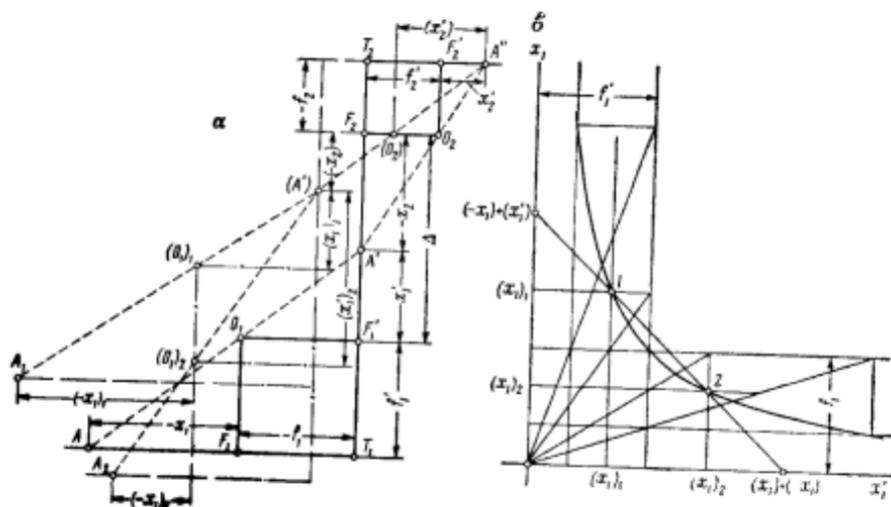


Рис. 21

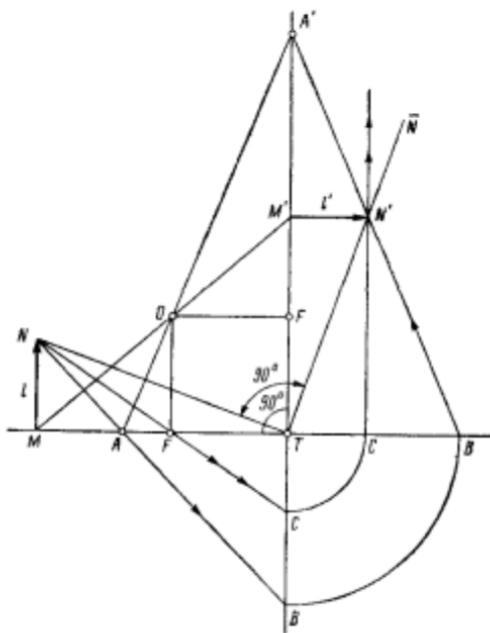


Рис. 22

Прямая и гипербола пересекаются в точках 1 и 2 , которые дают значения двух пар отрезков относительно фокусов первого компонента: первая пара $(x_1)_1$ и $(x_1')_1$, вторая пара $(x_1)_2$ и $(x_1')_2$. По найденным отрезкам получаем два варианта искомого положения первого компонента, удовлетворяющих условию задачи.

4. Построение изображения l' предмета l .

На рис. 22 оптическая система представлена квадратом $OFTF'$. Изображение осевой точки M предмета получается в точке M' . Для получения изображения внеосевой точки N предмета следует провести луч:

1) через оптический центр T системы, чemu, благодаря принятому излуому оптической оси в 90° , соответствует построение в области изображений отрезка $T\bar{N}$ этого луча перпендикулярно к отрезку TN того же луча в области предметов. Так как предмет l перпендикулярен к оптической оси, то и его изображение l' будет ей перпендикулярно, поэтому точку N' находим, как пересечение луча $T\bar{N}$ с перпендикуляром к оптической оси, восставленным в точке M' ;

2) NF через передний фокус F ; точка C этого луча принадлежит изображению луча, проходящего через точки N и F ; соединяя точку C , относящуюся к области изображений, с изображением переднего фокуса F , лежащим в бесконечно удаленной точке, т. е., проводя через точку C прямую CN' параллельно TF' , в ее пересечении с перпендикуляром, восставленным в точке M' , получим точку N' ;

3) через N , чтобы пересекал оптическую ось в произвольной точке, например, A . Точка B , лежащая на этом луче, является двойной. Изображение точки A есть точка A' . Прямая $A'B$ области изображений соответствует прямой AB области предметов, т. е. $A'B$ и AB коллинеарны. Пересечение $A'B$ с перпендикуляром, восставленным в точке M' , определяет искомую точку N' .

5. Определение положения и величины зрачков и люков. Решение этой задачи рассмотрим на частном примере. В системе из двух компонентов (рис. 23,*a*) апертурная диафрагма и входной зрачок совпадают с первым компонентом. Положение и величину выходного зрачка определяют, находя изображение апертурной диафрагмы через второй компонент. Полевая диафрагма расположена между компонентами. Ее изображения через соответствующие компоненты дают положения и величины входного и выходного люков. Плоскость P сопряжена с плоскостью P' . На рис. 23,*b* показано построение изображения предельного луча, проходящего через точку A плоскости P , и лучей, проходящих через точку B плоскости P . Построение лучей, подобных проходящим через точки A и B , позволяет оценить геометрическое виньетирование в рассматриваемой оптической системе.

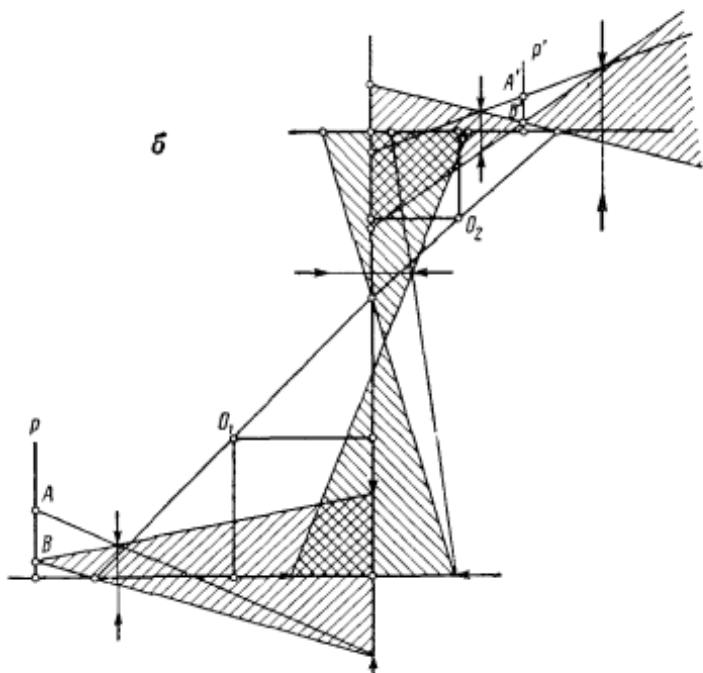
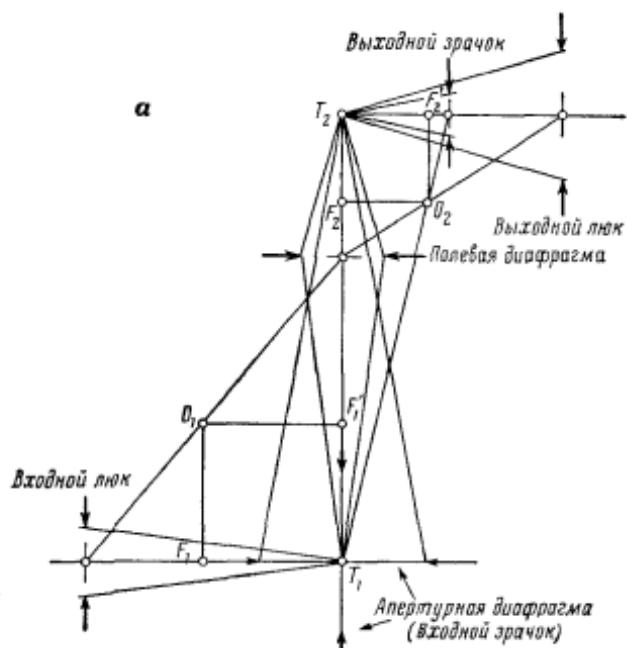


Рис. 23

* * *

Важным достоинством графических способов решения оптических задач является их наглядность, позволяющая легче, чем при алгебраическом решении, определять необходимые изменения условий задачи для получения лучшего решения.

ГЛАВА III

МЕХАНИЧЕСКИЕ АНАЛОГИИ В ОПТИКЕ

§ 15. Комбинация кривошипно-шатунных механизмов, решающая формулу Ньютона

Ряд механизмов обеспечивает законы движения согласно зависимостям геометрической оптики. Это обстоятельство используют, например, при автоматизации сопряжения плоскостей предмета и изображения [6], [8], [15], [24], [41].

Кроме того, некоторые зависимости геометрической оптики позволяют предложить простые геометрические интерпретации, на основании которых может быть выполнен синтез механизмов фотограмметрических и других оптических приборов.

Если (рис. 24, а) два аксиальных кривошипно-шатунных механизма сочленены так, что оси A и C их кривошипов лежат на одной прямой, но по разные стороны от оси O их вращения (причем оба кривошипа представляют собой одну деталь), направляющая для ползунов обоих механизмов общая, а длины кривошипов и шатунов выполнены по условию $\frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD}$, то это устройство обеспечивает перемещение ползунов по закону

$$xx' = \text{const.}$$

В начале докажем, что углы между направляющей и шатунами равны, т. е. $\beta = \alpha$.

Из треугольников OAB и OCD имеем

$$\sin \varphi = \frac{AB}{OA} \sin \alpha, \quad (15)$$

$$\sin \varphi = \frac{CD}{OC} \sin \beta. \quad (16)$$

Приравнивая правые части (15) и (16), получаем

$$\frac{AB}{OA} \sin \alpha = \frac{CD}{OC} \sin \beta$$

или

$$\frac{AB}{CD} \sin \alpha = \frac{OA}{OC} \sin \beta.$$

По условию построения механизма

$$\frac{AB}{CD} = \frac{OA}{OC}.$$

Следовательно,

$$\sin \alpha = \sin \beta.$$

Углы α и β для всех положений механизма меньше 90° , поэтому $\beta = \alpha$.

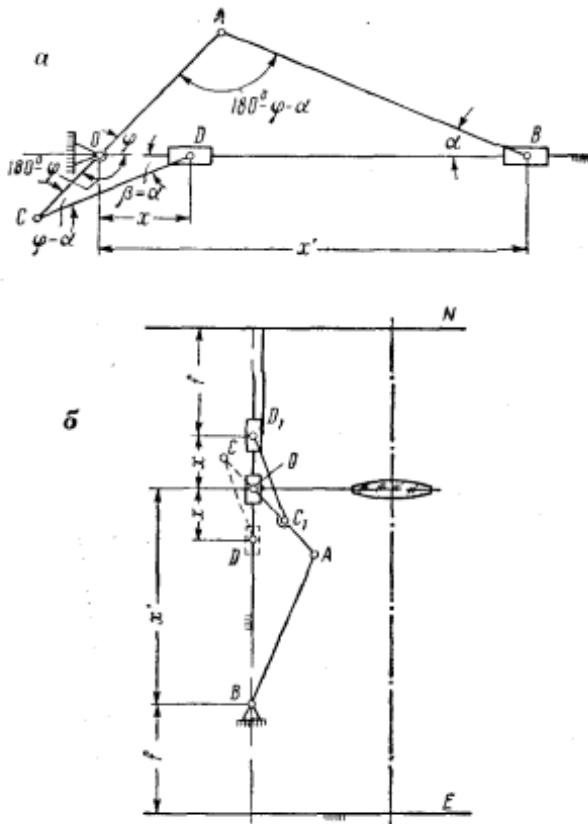


Рис. 24

Из треугольника OAB следует, что

$$x' = AB \frac{\sin(\varphi + \alpha)}{\sin \varphi} = AB (\cos \alpha + \sin \alpha \operatorname{ctg} \varphi). \quad (17)$$

Из треугольника OCD

$$x = CD \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\sin \varphi} = CD (\cos \alpha - \sin \alpha \operatorname{ctg} \varphi). \quad (18)$$

Перемножая левые и правые части (17) и (18), получаем

$$xx' = AB \cdot CD (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \varphi). \quad (19)$$

После перемножения (15) и (16) имеем

$$\sin^2 \varphi = \frac{AB \cdot CD}{OA \cdot OC} \sin^2 \alpha$$

или

$$\operatorname{cosec}^2 \varphi = \frac{OA \cdot OC}{AB \cdot CD} \operatorname{cosec}^2 \alpha.$$

Так как $\operatorname{cosec}^2 \varphi = 1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi$, то $\operatorname{ctg}^2 \varphi = \frac{OA \cdot OC}{AB \cdot CD} \operatorname{cosec}^2 \alpha - 1$.

Подставим полученное значение $\operatorname{ctg}^2 \varphi$ в (19), тогда

$$\begin{aligned} xx' &= AB \cdot CD \left[\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \left(\frac{OA \cdot OC}{AB \cdot CD} \operatorname{cosec}^2 \alpha - 1 \right) \right] = \\ &= AB \cdot CD \left(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - \frac{OA \cdot OC}{AB \cdot CD} \right) = AB \cdot CD - OA \cdot OC. \end{aligned}$$

Итак, доказано, что

$$xx' = AB \cdot CD - OA \cdot OC = \text{const.} \quad (20)$$

Выражение (20) соответствует формуле Ньютона, которую для системы, находящейся в воздухе, можно представить в виде

$$xx' = f^2.$$

Схему, изображенную на рис. 24,а, преобразуем к виду, удобному для применения в оптических приборах, т. е. при последовательном расположении отрезков x и x' (рис. 24,б).

В этом инверсоре длины звеньев должны удовлетворять равенству

$$AB \cdot C_1 D_1 - OA \cdot OC_1 = f^2. \quad (21)$$

Если точка C_1 совпадает с точкой A и $C_1 D_1 = AB$, то получается ромбический инверсор

$$(AB)^2 - (OA)^2 = f^2. \quad (22)$$

§ 16. Использование геометрической интерпретации формулы $xx' = ff'$

Геометрически формулу

$$xx' = ff'$$

можно представить так: ff' — площадь прямоугольника (может быть и квадрат) с неизменными сторонами k и m ; xx' — пло-

щадь прямоугольника, равновеликого первому со сторонами x и x' (рис. 25, а). Из этого рисунка вытекает способ построения равновеликого прямоугольника по одной из заданных сторон. Действительно, из подобия прямоугольных треугольников ABC и DBE следует, что

$$\frac{k}{x} = \frac{x'}{m},$$

T. e.

$$ff' = km = xx',$$

Пример кинематической схемы механизма на основе рассмотренного геометрического построения изображен на рис. 25.б.

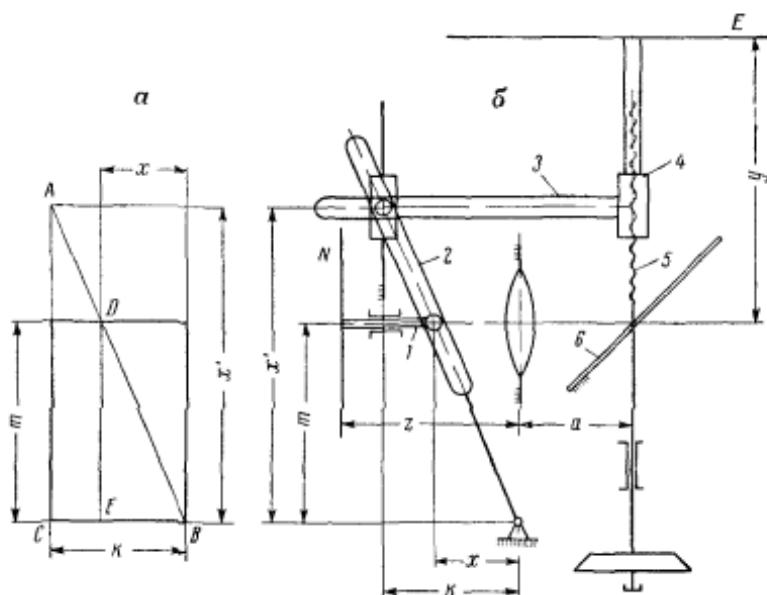


Рис. 25

Ходовой винт 5 перемещает гайку 4 с кулисой 3, чем вводится отрезок x' для заданного значения коэффициента увеличения. Перемещение кулисы 3 изменяет положение кочающейся кулисы 2, что ведет к изменению положения толкателя 1. Величина перемещения этого толкателя является искомым значением x .

Экран E устанавливают от середины между главными плоскостями объектива на расстоянии $a+y=f'+x'$, а плоскость предмета N — на расстоянии $z=f+x$ (a — расстояние от объектива до зеркала b).

§ 17. Синтез механизмов, решающих задачу перспективного сопряжения (перспективных инверсоров)

Условие перспективного сопряжения формулируется следующим образом: плоскости предмета и изображения должны пересекаться с главными плоскостями объектива по прямым, параллельным между собой и лежащим в плоскости, перпендикулярной к главным плоскостям.

Обычно это условие выполняют приближенно: ограничиваются требованием пересечения плоскостей предмета, изображения и одной из главных плоскостей объектива по общей прямой, т. е. пренебрегают расстоянием между главными плоскостями объектива.

Доказательство условия перспективного сопряжения методом проективной геометрии приведено в § 7 (см. рис. 13).

При малых углах наклона предметной плоскости относительно главной плоскости объектива прямая (или две прямые, что более точно) пересечения плоскостей находится в значительном удалении от оптической оси объектива, поэтому ее в перспективных инверсерах не овеществляют.

Следовательно, задача, решаемая перспективными инверсарами, сводится к следующему геометрическому построению: даны две прямые, пересекающиеся вне пределов чертежа, и точка, лежащая вне этих прямых; требуется через эту точку провести третью прямую так, чтобы она проходила через недоступную точку пересечения первых двух прямых.

Рассмотрим один из многих способов решения этой геометрической задачи (рис. 26, а). Даны две прямые N и H и лежащая вне их точка A . Опуская из точки A перпендикуляр на прямую H , получаем точку S . Продолжение этого перпендикуляра пересекает прямую N в точке B . От точек A , S и B вниз вдоль по перпендикуляру отложим одинаковые отрезки a . Через полученные точки C и D проведем горизонтальные прямые, затем в точке B восставим перпендикуляр к прямой N , он пересечет горизонтальную прямую, проходящую через D , в точке G . Проведем прямую GO и продолжим ее до пересечения в точке M с горизонтальной прямой, проходящей через точку C . Соединим прямой точку M с точкой A , и, наконец, через точку A проведем прямую E , перпендикулярную к отрезку AM . Прямая E есть искомая прямая. Докажем это.

Обозначим недоступную точку пересечения прямых N и H через K_1 , недоступную точку пересечения прямых E и H через K_2 . Если точки K_1 и K_2 при проведенном построении совпадают, то оно решает поставленную задачу.

По построению $\Rightarrow GBD = \Rightarrow SK_1B = \beta$,

$\Rightarrow CAM = \Rightarrow SK_2A = \gamma$.

Из треугольников BK_1S и AK_2S соответственно имеем

$$K_1S = BS \operatorname{ctg} \beta, \quad K_2S = AS \operatorname{ctg} \gamma.$$

Из подобия треугольников OGD и OCM получим

$$\frac{OD}{OC} = \frac{DG}{CM} = \frac{a \operatorname{tg} \beta}{a \operatorname{tg} \gamma},$$

откуда

$$OD \operatorname{tg} \gamma = OC \operatorname{tg} \beta.$$

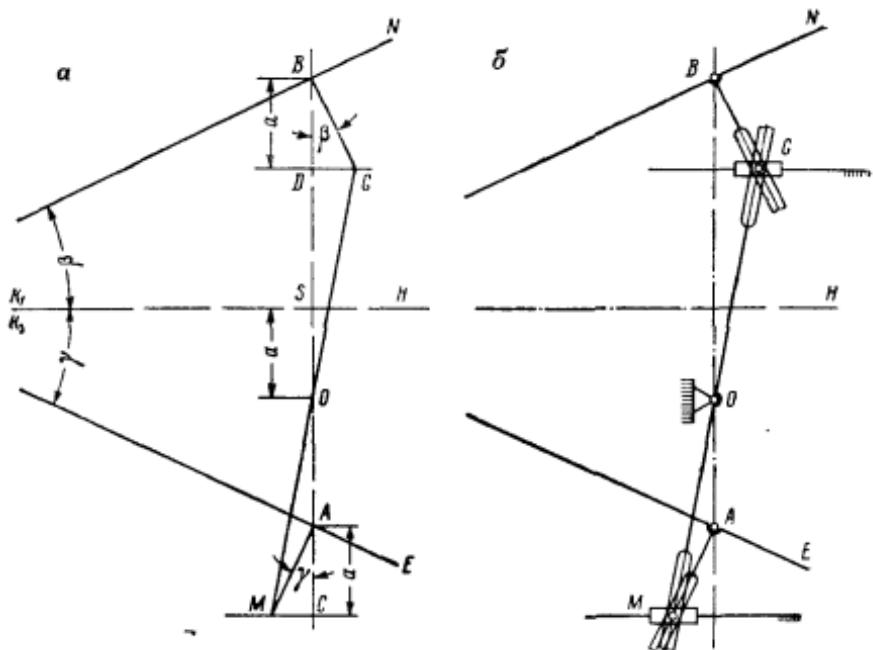


Рис. 26

Так как по построению $OD = BS$ и $OC = AS$, то

$$BS \operatorname{ctg} \beta = AS \operatorname{ctg} \gamma.$$

Следовательно, $K_1S = K_2S$, т. е. точки K_1 и K_2 сливаются в общую точку K .

Механизм, соответствующий приведенному геометрическому построению, показан на рис. 26,б. Он называется инвертором Карпантье и применяется, например, в фототрансформаторах ФТБ (СССР), SEG-I и SEG-V, Wild E-2 и др.

Расстояния между точками A и S , S и B устанавливают масштабный инвертор. Перемещения происходят при сохранении постоянства отрезков a . В точках G , M и O установлены кинемати-

ческие пары, обеспечивающие связь отдельных звеньев механизма при всех значениях входных данных внутри принятых диапазонов их изменения.

Рассмотрим другой способ проведения прямой в недоступную точку (рис. 27). Даны прямые N и E и лежащая вне их точка S . Через точку S проведем две произвольные прямые, пересекающие прямые N и E в точках A и B . Соединим прямой точки A и B . Построим треугольник KMC , подобный треугольнику ABS , так чтобы его вершины K и M лежали на прямых N и E , а сторона KM была параллельна стороне AB . Тогда прямая H , проходящая через точки S и C , будет искомой (см. в курсе проективной геометрии теорему Дезарга).

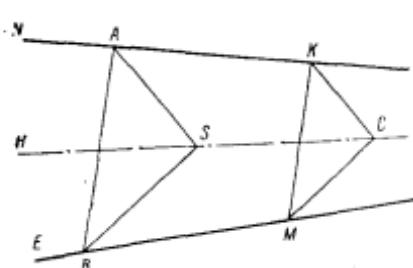


Рис. 27

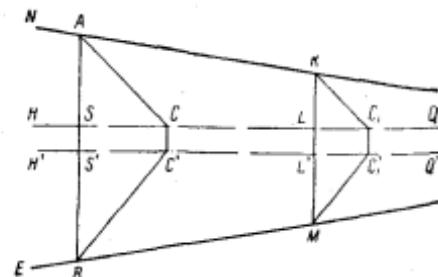


Рис. 28

На основании этого геометрического построения можно создать соответствующий механизм, решающий задачу перспективного сопряжения плоскостей предмета, изображения и объектива.

Подобным геометрическим построением, если это необходимо, можно решить задачу перспективного сопряжения с учетом расстояния между главными плоскостями объектива (рис. 28).

Положим, что прямая N пересекается с прямой H в точке Q , а прямая E с прямой H' в точке Q' (точки Q и Q' находятся вне пределов чертежа). Отрезок AB перпендикулярен к H и H' .

Докажем, что $QS = Q'S'$, что равносильно выполнению условия перспективного сопряжения.

На рис. 28 по построению имеем: $\triangle ACS \sim \triangle KC_1L$;
 $\triangle ASQ \sim \triangle KQL$; $\triangle BC'S' \sim \triangle MC_1'L'$ и $\triangle BS'Q' \sim \triangle ML'Q$

Отсюда следует, что

$$\frac{KL}{AS} = \frac{LC_1}{SC} = \frac{QL}{QS} \quad \text{и} \quad \frac{ML'}{BS'} = \frac{L'C_1'}{S'C'} = \frac{Q'L'}{Q'S'}.$$

Так как

$$LC_1 = L'C_1' \quad \text{и} \quad SC = S'C',$$

то

$$\frac{QL}{QS} = \frac{Q'L'}{Q'S'}.$$

Но

$$QL = QS - SL, \quad Q'L' = Q'S' - S'L'.$$

Подставляя в предыдущее выражение, имеем

$$\frac{QS - SL}{QS} = \frac{Q'S' - S'L'}{Q'S'}; \quad 1 - \frac{SL}{QS} = 1 - \frac{S'L'}{Q'S'}.$$

Так как $SL = S'L'$, то и $QS = Q'S'$.

Итак, доказано, что точки Q и Q' лежат на одном перпендикуляре к следам главных плоскостей объектива.

§ 18. Дифференциальное трансформирование аэроснимков при параллельном расположении плоскостей аэронаегатива и экрана

Получение трансформированных изображений при взаимно параллельном расположении плоскостей аэронаегатива и экрана определяет возможность создания щелевых фототрансформаторов и стереофотограмметрических приборов (см., например, [33]).

1. Трансформирование горизонталей аэронаегатива при параллельном расположении плоскостей аэронаегатива и экрана и постоянном расстоянии между ними

Рассмотрим решение задачи трансформирования горизонталей (для заданного значения коэффициента трансформирования относительно линии неискаженных масштабов) при постоянном расстоянии между плоскостями экрана и аэронаегатива.

Если за начало координат принять главную точку аэроснимка, то его масштаб по горизонтальным (прямым, параллельным линии неискаженных масштабов) будет

$$\frac{1}{m_h} = \frac{f_a \cos \alpha - y \sin \alpha}{H}, \quad (23)$$

где α — угол наклона аэроснимка;
 f_a — фокусное расстояние аэрокамеры;
 y — расстояние от рассматриваемой горизонтали до главной точки;
 H — высота фотографирования.

Для горизонтали, совпадающей с линией неискаженных масштабов,

$$\frac{1}{m_h} = \frac{f_a}{H}. \quad (24)$$

Перенесем начало координат в точку нулевых искажений. Тогда масштаб аэроснимка для любой горизонтали будет

$$\frac{1}{m_h} = \frac{f_a}{H} \left(1 - \frac{y'}{f_a} \sin \alpha \right). \quad (23')$$

Здесь штрих у игрека означает, что соответствующее расстояние отсчитано от точки нулевых искажений (в дальнейшем штрих у игрека будем опускать).

Обозначим масштаб трансформированного изображения по горизонтальным через $\frac{1}{M}$. Тогда коэффициент трансформирования для линии неискаженных масштабов будет

$$k_{tC} = \frac{\frac{1}{M}}{\frac{1}{m_h}} = \frac{H}{f_a M}, \quad (25)$$

а для любой горизонтали

$$k_t = \frac{H}{f_a M \left(1 - \frac{y}{f_a} \sin \alpha\right)} = k_{tC} \frac{f_a}{f_a - y \sin \alpha}. \quad (26)$$

Непрерывное изменение коэффициента трансформирования по горизонтальным при параллельном расположении плоскостей аэрографа и экрана и постоянном расстоянии между ними при щелевом проектировании может быть обеспечено изменением расстояния d между объективом и аэрографом ($d=f+z$, z — расстояние от плоскости аэрографа до переднего главного фокуса проекционного объектива) и изменением фокусного расстояния f проекционного объектива.

Расстояние z должно меняться по закону

$$z = \frac{f}{k_t} = \frac{f(f_a - y \sin \alpha)}{k_{tC} f_a} = \frac{f}{k_{tC}} - \frac{f \sin \alpha}{k_{tC} f_a} y. \quad (27)$$

Если не учитывать расстояния между главными плоскостями проекционного объектива *, то отстояние плоскости аэрографа от плоскости экрана составит

$$d + d' = z + f + z' + f = L = \text{const.}$$

Для точек на линии неискаженных масштабов получим

$$d + d' = \frac{f_0}{k_{tC}} + f_0 k_{tC} + 2f_0 = f_0 \frac{(1 + k_{tC})^2}{k_{tC}}, \quad (28)$$

где f_0 — фокусное расстояние проекционного объектива, соответствующее k_{tC} для точек линии неискаженных масштабов.

Для точек на любой горизонтали будем иметь

$$d + d' = \frac{f}{k_t} + f k_t + 2f = f \frac{(1 + k_t)^2}{k_t}, \quad (29)$$

где f — текущее значение фокусного расстояния объектива.

* Об учете этого расстояния см. в § 28.

Из равенств (28) и (29) следует, что

$$\frac{f}{f_0} = \frac{(1 + k_t c)^2 k_t}{(1 + k_t)^2 k_t c}.$$

Отсюда имеем

$$\frac{f - f_0}{f_0} = \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{(1 + k_t c)^2 k_t}{(1 + k_t)^2 k_t c} - 1.$$

Подставляя значение k_t из выражения (26), после преобразований получаем

$$\begin{aligned}\frac{\Delta f}{f_0} &= \frac{f_a y (1 - k^2 c) \sin \alpha - y^2 \sin^2 \alpha}{f_a^2 (1 + k_t c)^2 - 2 f_a y (1 + k_t c) \sin \alpha + y^2 \sin^2 \alpha} = \\ &= \frac{f_a y (1 - k^2 c) \sin \alpha - y^2 \sin^2 \alpha}{[f_a (1 + k_t c) - y \sin \alpha]^2}.\end{aligned}\quad (30)$$

Формулы (27) и (30) определяют положение проекционного объектива относительно плоскости аэроплана и величину его фокусного расстояния при коэффициенте трансформирования $k_t c$.

Рассмотрим возможность использования проекционного объектива с постоянным значением фокусного расстояния f_0 .

Для этой цели вычислим Δf по формуле (30) при предельных значениях y и α ($y = \pm 90$ мм, $\alpha = \pm 2^\circ$), $k_t \approx k_t c = 0.9; 1; 1.1$ и различных величинах f_a и f_0 .

Результаты этих вычислений сведены в табл. 1.

Таблица 1
Изменение Δf фокусного расстояния проекционного объектива

$\alpha, \text{мм}$	$y, \text{мм}$	α°	$k_t \approx k_t c$	$\Delta f, \text{мм}$ при $f_0, \text{мм}$			
				20	50	100	180
55	+90	+2	0.9	+0.045	+0.112	+0.223	+0.401
	-90	-2	1.0	-0.017	-0.043	-0.086	-0.156
	+90	-2	1.1	-0.072	-0.182	-0.363	-0.653
	-90	+2	0.9	-0.074	-0.184	-0.368	-0.662
	+90	+2	1.0	-0.015	-0.038	-0.077	-0.139
	-90	-2	1.1	+0.037	+0.094	+0.187	+0.337
	+90	-2	0.9	+0.029	+0.072	+0.143	+0.257
	-90	+2	1.0	-0.005	-0.012	-0.023	-0.041
100	+90	+2	1.1	-0.035	-0.088	-0.177	-0.319
	-90	-2	0.9	-0.037	-0.093	-0.186	-0.335
	+90	-2	1.0	-0.005	-0.012	-0.024	-0.043
	-90	+2	1.1	+0.025	+0.062	+0.123	+0.222
	+90	-2	0.9	+0.010	+0.026	+0.052	+0.094
	-90	+2	1.0	-0.001	-0.003	-0.006	-0.011
	+90	-2	1.1	-0.016	-0.041	-0.082	-0.147
	-90	+2	0.9	-0.013	-0.032	-0.064	-0.116
200	+90	+2	1.0	-0.001	-0.003	-0.006	-0.011
	-90	-2	1.1	+0.014	+0.034	+0.068	+0.122

Оценим допустимость пренебрежения величиной изменения Δf фокусного расстояния. При наличии Δf изменение отрезка d' найдем следующим образом.

Известно, что

$$\frac{1}{d'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d}.$$

Дифференцируя при $d = \text{const}$ и переходя к конечным приращениям, имеем

$$\frac{\Delta d'}{d'^2} = \frac{\Delta f}{f^2}.$$

или

$$\Delta d' = \frac{d'^2}{f^2} \Delta f = (1 + k_t)^2 \Delta f. \quad (31)$$

Формула (31) дает возможность оценить нерезкость изображения, возникающую из-за отсутствия необходимого изменения Δf фокусного расстояния при постоянном расстоянии между плоскостями аэронегатива и экрана.

На рис. 29 обозначено: $2a'$ — диаметр выходного зрачка, q' — его удаление от задней главной плоскости H' объектива, δ_i — диаметр кружка рассеяния.

Пренебрегая величиной q' , из подобия треугольников имеем

$$\frac{2a'}{\delta_i} = \frac{d'}{\Delta d'_i} = \frac{f(1 + k_t)}{\Delta f(1 + k_t)^2}.$$

Откуда

$$\Delta f = \frac{f}{2a'} \delta_i \frac{1}{1 + k_t}. \quad (32)$$

Примем $\frac{f}{2a'} = 6,3$, а допустимый диаметр кружка рассеяния $\delta_{\text{доп}} = \pm 0,02 \text{ мм}$, тогда $\Delta f_{\text{доп}} = \pm 0,063 \text{ мм}$.

Данные табл. 1 показывают, что оптимальным вариантом будет использование аэронегативов, полученных аэрофотоаппаратами с $f_a = 100$ и 200 мм (формат аэроснимка $18 \times 18 \text{ см}$) при проекционных объективах с $f_0 = 20 \text{ мм}$, а также $f_a = 200 \text{ мм}$ при $f_0 = 50 \text{ мм}$.

Если аэронегативы (аэроснимки) получены с использованием гиростабилизирующей установки, то можно принять $\sin \alpha \approx \alpha$ и

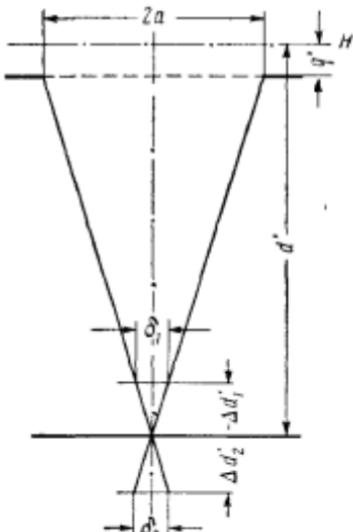


Рис. 29

$\sin^2 \alpha \approx 0$. Тогда формула (27) для определения расстояния z примет вид

$$z = \frac{f_0}{k_{tC}} \left(1 - \frac{a}{f_a} y \right), \quad (27')$$

а формула (30)

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{a(1 - k_{tC})y}{f_a(1 + k_{tC}) - 2ay}. \quad (30')$$

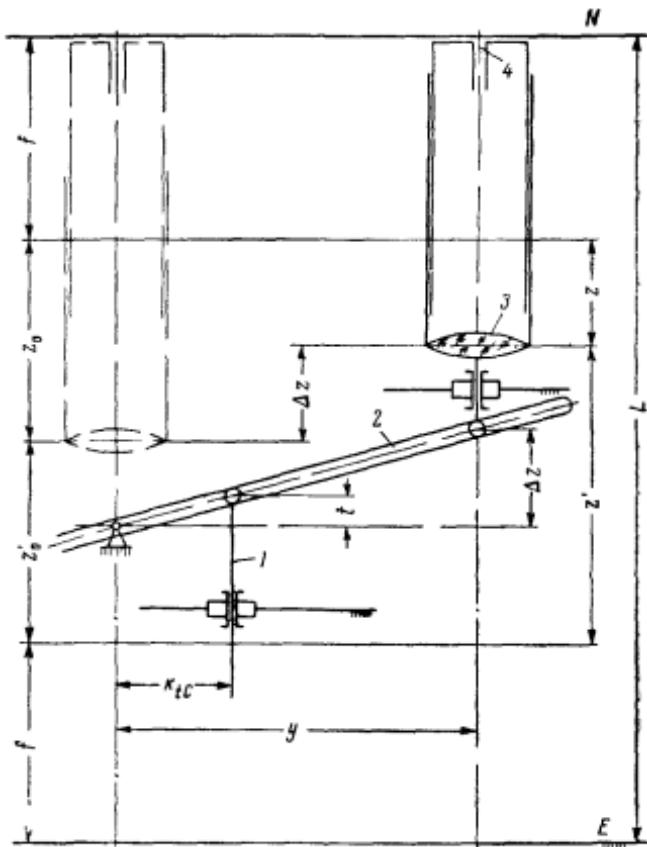


Рис. 30

Подсчеты по формулам (27') и (30') показывают, что при допустимом диаметре кружка рассеяния увеличивается диапазон и фокусных расстояний аэрофотоаппаратов и фокусных расстояний проекционных объективов.

Вариант схемы механизма, выполняющего установку объектива в соответствии с формулой (27) или (27'), показан на рис. 30.

Кулиса 2, устанавливаемая толкателем 1, является направляющей для движения объектива 3, вместе с которым перемещается щель 4. Движение щели происходит так, что она все время остается параллельной линии неискаженных масштабов. Расстояние L между плоскостями аэронегатива N и экрана E для заданного коэффициента трансформирования k_{tc} остается постоянным.

Положение оси толкателя 1 определяется величиной k_{tc} . Подъем t толкателя зависит от фокусных расстояний проекционного объектива и аэрокамеры, которой получен аэроснимок, а также от угла наклона аэроснимка.

Эта схема получена на основе следующих соображений.

Формулу (27) можно представить в виде

$$z = \frac{f}{k_{tc}} - \frac{f \sin \alpha}{k_{tc} f_a} y = z_0 - \Delta z, \quad (33)$$

где

$$\Delta z = \frac{f \sin \alpha}{k_{tc} f_a} y. \quad (34)$$

Обозначим $\frac{f \sin \alpha}{f_a} = t$, тогда

$$\Delta z = \frac{t}{k_{tc}} y. \quad (34')$$

Эти же соотношения получаются из подобия треугольников на рис. 30, следовательно, рассматриваемая схема механизма действительно обеспечивает получение Δz по установленным t , k_{tc} и вводимому y . Отрезки $z_0 = \frac{f}{k_{tc}}$ и $z'_0 = f k_{tc}$ могут быть установлены обычным масштабным инверсором.

2. Трансформирование горизонталей аэронегатива при параллельном расположении плоскостей аэронегатива и экрана и изменении расстояния между ними

В предыдущем разделе рассмотрен дифференциальный способ трансформирования горизонталей аэроснимков путем непрерывного изменения масштаба при параллельности плоскостей аэронегатива и экрана и постоянном расстоянии между ними. Устройство, решающее задачу трансформирования горизонталей, не сложно, однако область его применения ограничена из-за появления нерезкости изображения при работе с коэффициентами трансформирования, значительно отличающимися от единицы. Например, при коэффициенте трансформирования для линий неискаженных масштабов k_{tc} , не удовлетворяющем условию $0.7 < k_{tc} < 1.4$, во многих случаях появляется недопустимая нерезкость изображения; кроме того, ограничивается выбор объективов.

Эти недостатки можно устранить, если не придерживаться чистоты расстояния между плоскостями аэрографа и экрана при заданной величине коэффициента трансформирования для линии неискаженных масштабов.

Рассмотрим решение поставленной задачи при использовании возможно простого устройства.

При непрерывном изменении коэффициента трансформирования k_t в зависимости от y изменяются расстояния d и $d+d'$ (d —расстояние от аэрографа до передней главной плоскости проекционного объектива, $d+d'$ —расстояние от аэрографа до экрана).

Известно, что $d=f+z$, а $d+d'=2f+z+z'$, где $z=\frac{f}{k_t}$ и $z'=k_tf$ (f —фокусное расстояние проекционного объектива).

По формуле (26), пользуясь значением k_t , получена зависимость (27).

Из формулы (29), учитывая (26), имеем

$$d+d' = f \frac{(1+k_t)^2}{k_t} = f \frac{\left(1+k_t C \frac{f_a}{f_a - y \sin \alpha}\right)^2}{k_t C \frac{f_a}{f_a - y \sin \alpha}}. \quad (29')$$

Для линии неискаженных масштабов соответственно получим

$$z_0 = \frac{f}{k_t C} \quad (27'')$$

и

$$d_0 + d'_0 = f \frac{(1+k_t C)^2}{k_t C}. \quad (29'')$$

Изменение расстояния z и, следовательно, d в зависимости от y определяется по формуле (34).

Из формул (29') и (29'') получаем изменение расстояния $d+d'$

$$\begin{aligned} \Delta(d+d') &= (d_0 + d'_0) - (d+d') = \\ &= \frac{f}{k_t C} \left(\frac{y \sin \alpha}{f_a} - k_t^2 C \frac{y \sin \alpha}{f_a - y \sin \alpha} \right). \end{aligned} \quad (35)$$

Рассматривая формулу (35), можно заключить, что в знаменателе второго слагаемого в скобках величиной $y \sin \alpha$ по сравнению с f_a можно пренебречь. Тогда

$$\Delta(d+d') \approx -\frac{f \sin \alpha}{k_t C f_a} (k_t^2 C - 1) y. \quad (36)$$

Допустимость выполненного упрощения проверим на примере. Возьмем $y=90$ мм, $\alpha=2^\circ$, $f_a=100$ мм, $f=180$ мм, $k_t C=2$.

По формуле (34) $\Delta z = \Delta d = 2,827$ мм. Вычисление $\Delta(d+d')$ по точной формуле (35) дает $-8,826$ мм, а по приближенной формуле (36) — $-8,48$ мм. Следовательно, точное значение изменения расстояния $d\Delta z'_{35} = -11,653$ мм, а получаемое приближенно $\Delta z'_{36} = -11,31$ мм. Неточность в расположении плоскости экрана определяется величиной $\Delta d' = \Delta z'_{35} - \Delta z'_{36} = -0,34$ мм. Такая величина недофокусировки вызовет нерезкость изображения. Диаметр δ кружка нерезкости определяется по формуле, легко получаемой из рис. 29

$$\delta = \frac{2a'}{d'} \Delta d'.$$

Пусть $f = 180$ мм при $\frac{f}{2a'} = 6,3$, тогда $2a' = 28,57$ мм.

Расстояние от плоскости экрана до задней главной плоскости проекционного объектива $d' = f(1+k_t) = 551,646$ мм (k_t по формуле (26) равно 2,065). Следовательно, $\delta = 0,018$ мм.

Для случая постоянства $d+d'$ будем иметь $\Delta d' = 11,653$ и величину $\delta = 0,60$ мм, что, конечно, совершенно недопустимо.

Сравнивая формулы (34) и (36), видим, что величины Δz и $\Delta(d+d')$, кроме знака, отличаются на постоянный множитель $(k_{tc}^2 - 1)$. Они линейно зависят от y . Это позволяет предложить простое устройство для дифференциального трансформирования горизонталей при параллельном расположении плоскостей аэроегатива и экрана и перемещающихся объективе и экране. На рис. 31 показана схема устройства.

Кулиса 3, устанавливаемая толкателем 4, является направляющей для сканирующего движения объектива 1 вместе со щелью 2 (щель располагают параллельно линии неискаженных масштабов). Перемещение экрана (изменение расстояния $d+d'$) обеспечено кулисой 6, наклон которой вводит толкатель 5. Положение оси толкателя 4 определено величиной k_{tc} , оси толкателя 5 — величиной $\frac{k_{tc}}{k_{tc}^2 - 1}$. Эти толкатели перемещаются на одинаковое (по абсолютной величине) значение t , которое зависит от фокусных расстояний проекционного объектива и аэрокамеры, которой получен аэроснимок, а также от угла наклона аэроснимка.

Схема устройства определена следующими соображениями. По-прежнему обозначим в формулах (34) и (36)

$$t = \frac{f \sin \alpha}{f_a}.$$

Тогда

$$\Delta z = \frac{t}{k_{tc}} y, \quad (34')$$

$$\Delta(d+d') = -\frac{t(k_{tc}^2 - 1)}{k_{tc}} y. \quad (36')$$

Из подобия прямоугольных треугольников на рис. 31 следуют такие же зависимости.

Заметим, что при $k_{tc} = 1$ по (36) $\Delta(d+d') \approx 0$, т. е. расстояние между плоскостями аэронегатива и экрана можно не изменять.

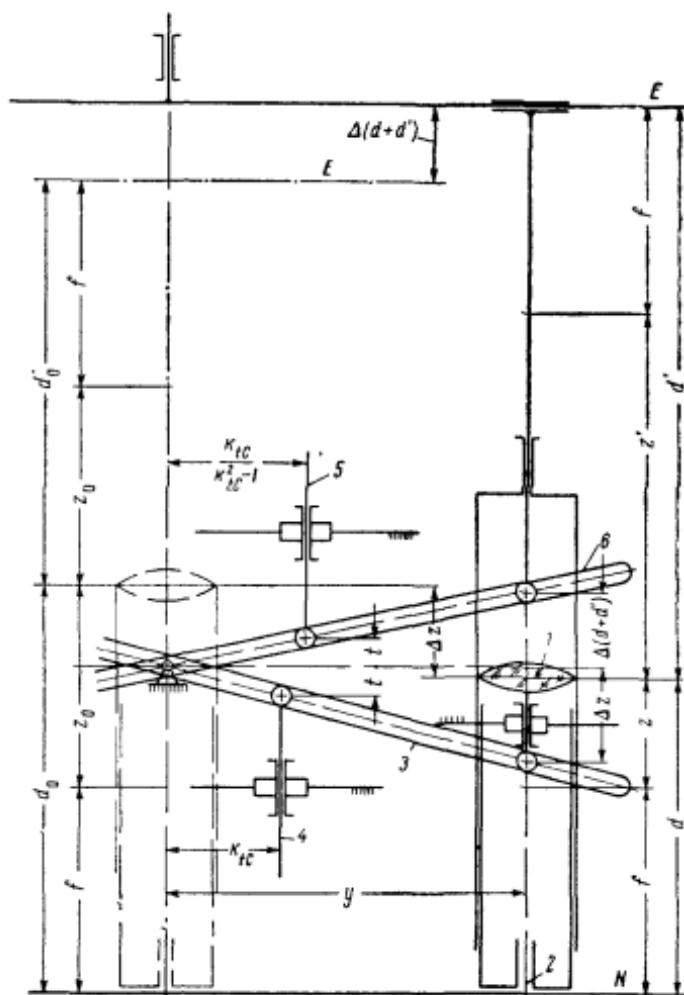


Рис. 31

Устройство, изображенное на рис. 31, при использовании в стереофотограмметрических приборах обладает существенным конструктивным недостатком, заключающимся в перемещении экрана по высоте. Устранение этого недостатка обеспечивается следующим образом.

Из формул (34') и (36') находим величину изменения положения плоскости аэронегатива относительно объектива

$$\Delta z' = \Delta(d + d') - \Delta z = -tk_{fC}y. \quad (37)$$

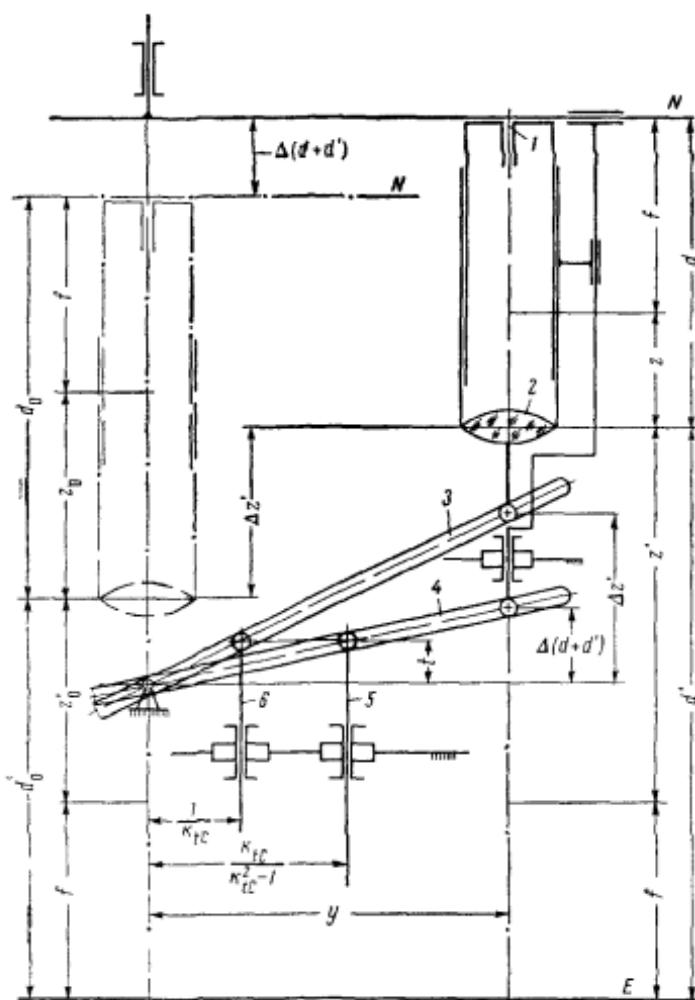


Рис. 32

Таким образом, и $\Delta z'$ линейно зависит от перемещения y объектива со щелью.

Изменение положения плоскости аэронегатива относительно плоскости экрана остается прежним (см. формулу (36')).

Схема устройства для дифференциального проектирования с параллельным расположением плоскостей аэронегатива и экрана и при неподвижном экране показана на рис. 32. Ее

отличие от предыдущей заключается в том, что положение оси толкателя b определено величиной $\frac{1}{k_{tC}}$, а не k_{tC} , как на рис. 31..

Кроме того, вводимые перемещения t имеют одинаковые знаки.

Возможны также другие варианты устройства, например, объектив полностью закреплен, а все необходимые движения заданы аэронегативу и экрану.

3. Трансформирование по направлению главной вертикали

Смещение контурных точек по главной вертикали, вызванное наклоном аэроснимка [3], выражается формулой

$$\delta_a = -\frac{y^2 \sin \varphi \sin \alpha}{f_a - y \sin \varphi \sin \alpha}, \quad (38)$$

где φ — угол, определяющий направление главной вертикали относительно линии неискаженных масштабов.

Угол φ может принимать два возможных значения: $\varphi = 90^\circ$ и $\varphi = -90^\circ$.

Можно доказать (см., например, [3]), что

$$\delta_a \approx -\frac{y^2 \sin \varphi \sin \alpha}{f_a}. \quad (39)$$

Следовательно, для $\varphi = 90^\circ$

$$\delta_a \approx -\frac{y^2}{f_a} \sin \alpha, \quad (40)$$

а для $\varphi = -90^\circ$

$$\delta_a \approx \frac{y^2}{f_a} \sin \alpha. \quad (41)$$

Формулы (40) и (41) определяют величину смещения аэронегатива вдоль главной вертикали для получения одномасштабного изображения на экране в направлениях, параллельных главной вертикали.

Рассмотрим возможность автоматизации этого смещения.

Из формулы (34), дающей величину изменения отрезка z , имеем

$$\frac{y \sin \alpha}{f_a} = \frac{\Delta z k_{tC}}{f}.$$

Подставим это значение в формулы (40) и (41).

Тогда

$$\delta_a = \left| \frac{\Delta z k_{tC}}{f} y \right|. \quad (42)$$

Смещение аэронегатива вдоль главной вертикали, согласно формуле (42), соответствует катету прямоугольного треугольника (см. рис. 33).

Формула (42) справедлива и для случая, показанного на рис. 31.

Для случая, изображенного на рис. 32, трансформирование вдоль главной вертикали происходит согласно формуле

$$\delta_a = \left| \frac{\Delta z'}{k_{tf} f} y \right|. \quad (43)$$

Сравнивая формулы (43) и (42), видим, что их геометрическое представление одинаково, отличие заключается лишь в обозначениях катетов на рис. 33. Вместо величины Δz вводится $\Delta z'$, определяемая формулой (37), вместо $\frac{f}{k_{tf}} = z_0$ вводится $k_{tf} f = z_0'$.

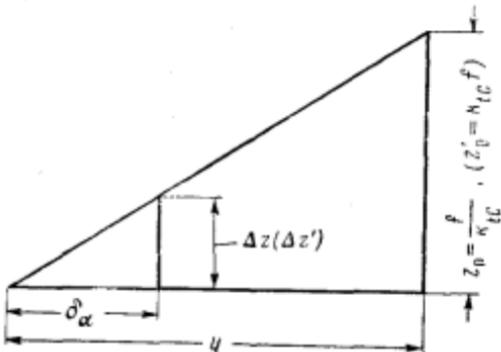


Рис. 33

4. Устройство дифференциального трансформирования аэроснимков

На рис. 34 показана схема механизма, решающего задачу трансформирования по горизонтальным и смещения аэронегатива на величину δ_a по направлению главной вертикали для случая постоянства расстояния между плоскостями аэронегатива и экрана. По сравнению с рис. 30 на рис. 34 показаны дополнения, вытекающие из рис. 33.

Кулиса 1 служит не только направляющей, обеспечивающей перемещение объектива 9 со щелью 8, но и вводит величину Δz в устройство смещения аэронегатива на значение δ_a . Так как для этой цели Δz достаточно вводить по абсолютному значению и соответствующий отрезок располагается выше начала отсчета, то добавляется кулиса 3, зеркально расположенная по отношению к кулисе 1. Для установки кулисы 3 имеется толкатель 2'. Таким образом, вне зависимости от знака y ползун с пальцем 4 всегда расположен выше начала отсчета. Положение поступательно двигающейся кулисы 6, перемещающей аэронегатив N на величину δ_a , определяется катающейся кулисой 5, устанавливаемой пальцем 7. При изменении y меняется и Δz , что однозначно определяет перемещение аэронегатива N на величину δ_a , согласно формуле (42). Сравнение рис. 33 с соот-

ветствующей частью устройства на рис. 34 показывает их полную тождественность.

На рис. 35 показан вариант схемы механизма, решающего задачу полного трансформирования для случая переменного расстояния между плоскостями аэрографа N и экрана E . Устройство ввода δ_a по своей структуре остается тем же, однако

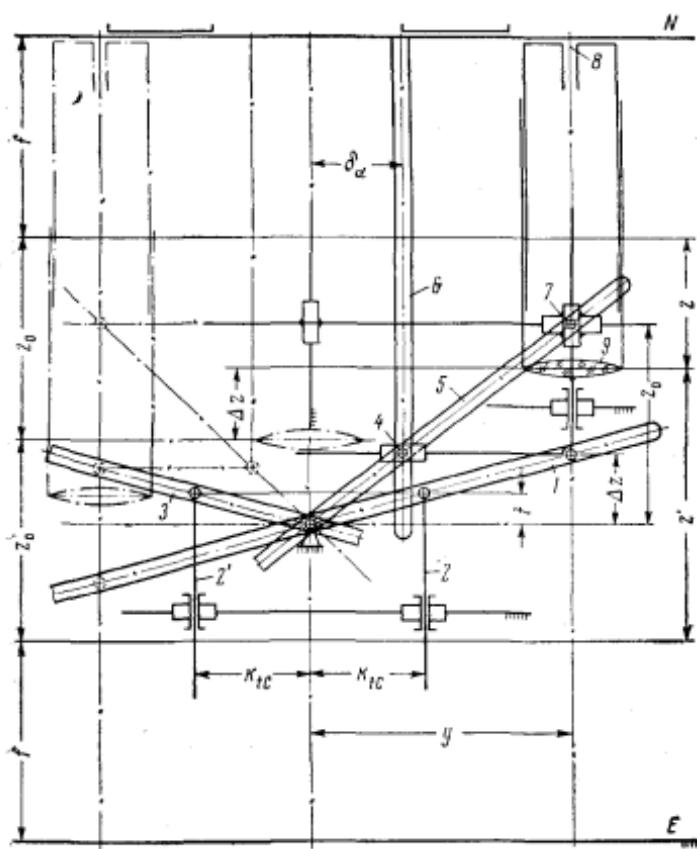


Рис. 34

здесь, согласно рис. 33 и формуле (43), вместо величины Δz вводят величину $\Delta z'$, определяемую формулой (37), вместо $\frac{f}{k_{tC}}$ вводят $k_{tC}f$.

Конструкция описываемых механизмов значительно упрощается в случае $k_{tC}=1$.

Установку толкателей на величины $\frac{1}{k_{tC}}$ и $\frac{k_{tC}}{k_{tC}-1}$ в устройстве, изображенном на рис. 35, приходится производить по предварительно вычисленным значениям, например, при помощи номограммы.

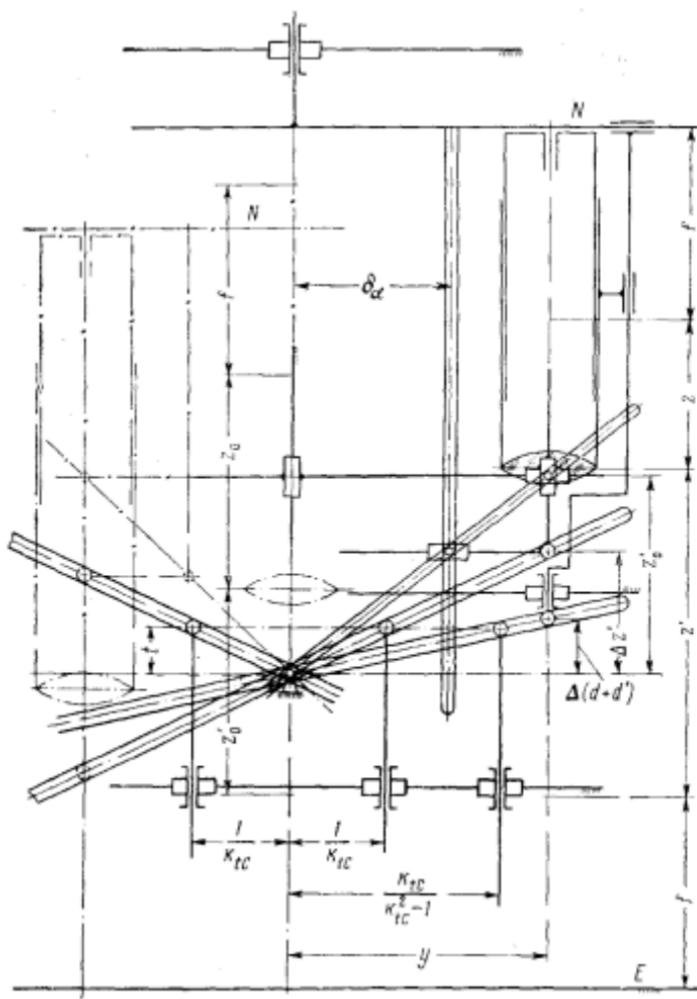


Рис. 35

грамм. Может быть также использовано электрическое счетно-решающее устройство с автоматической отработкой величин $\frac{1}{k_{IC}}$ и $\frac{k_{IC}}{k_{IC}^2 - 1}$, вычисленных по значению k_{IC} , устанавливаемому масштабным инверсом.

ГЛАВА IV

АНАЛИЗ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

§ 19. Пример простейшей механической аналогии

Возможность представления оптических систем соответствующими «эквивалентными» механизмами* позволяет, анализируя эти механизмы, судить о свойствах оптических систем в зависимости от выбранной оптической схемы, ее параметров и исполнения. Механические аналогии обеспечивают также обоснование допусков на отдельные параметры и размеры оптических систем.

Рассматриваемым примером механической аналогии покажем возможность применения схем «эквивалентных» механизмов для анализа качества работы оптических систем.

Оценим влияние изменения фокусного расстояния простейшей оптической системы на положение плоскости изображения. Эта система и построение изображения осевой точки показаны на рис. 14 и 15.

Согласно рис. 15, можно предложить эквивалентный механизм, схема которого дана на рис. 36, а**. Для решения поставленной задачи преобразуем механизм так, чтобы $S = \text{const}$, а величина f была бы переменной ($f' = -f$). Схема преобразованного механизма показана на рис. 36, б. Пусть при изменении f на величину Δf , малую по сравнению с f (на рис. 36, б Δf увеличено), кулиса I займет положение $b - b'$. В треугольнике $OO_1(O_1)$ сторона OO_1 равна $\sqrt{2} \Delta f$; внутренний угол при вершине (O_1) обозначим через α , тогда $OO_1(O_1) = 135^\circ - \alpha$. Так как

$$\Delta S' \ll S',$$

то

$$\operatorname{ctg} \alpha \approx \frac{f}{x}.$$

* Эквивалентными назовем механизмы, предназначенные исключительно для исследования оптических систем, путем анализа схем этих механизмов. Они могут быть неработоспособны при наличии трения.

** Этот механизм известен под названием инверсора Гольста [24].

По теореме синусов

$$\frac{O(O_1)}{\sin(135^\circ - \alpha)} = \frac{\sqrt{2}\Delta f}{\sin \alpha},$$

откуда

$$O(O_1) = \Delta f \left(\frac{f}{x} + 1 \right). \quad (44)$$

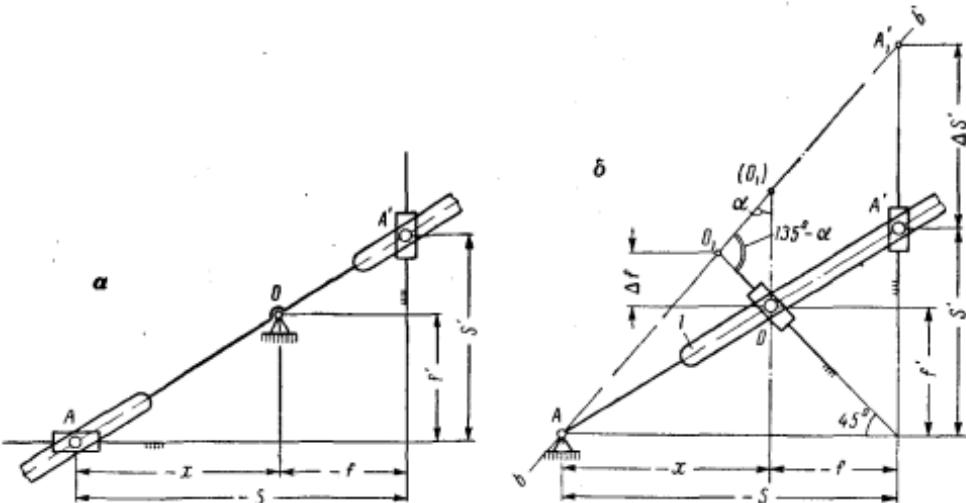


Рис. 36

Искомое значение $\Delta S' = A'A'_1$ найдем из подобных треугольников $AO(O_1)$ и $AA'A'_1$

$$\frac{\Delta S'}{O(O_1)} = \frac{s}{x},$$

$$\Delta S' = \frac{\Delta f}{x} \left(\frac{f}{x} + 1 \right) (f + x) = \frac{\Delta f}{x^2} (f + x)^2. \quad (45)$$

Формула, равносильная (45), получена ранее (см. формулу (31)) путем дифференцирования.

§ 20. Применение механической аналогии для вывода зависимостей геометрической оптики

Применим механическую аналогию для вывода зависимостей, относящихся к телобъективу с переменной фокусировкой (см. § 12).

Кинематическая схема «эквивалентного» механизма для телобъектива с переменной фокусировкой показана на рис. 37. Она соответствует геометрическому построению на рис. 18.

Качанием кулисы 2 перемещаются ползуны 3 и 1. Перемещение ползуна 3 устанавливает плоскость изображения (отрезок S'_2); перемещение ползуна 1 через рейки 4, 5 и зубчатое колесо 6 устанавливает положительный компонент 7 телес объектива.

Найдем, как ошибка в установке расстояния d между компонентами телес объектива скажется на положении плоскости изображения.

Для этой цели применим способ построения планов малых перемещений. Векторными уравнениями малых перемещений

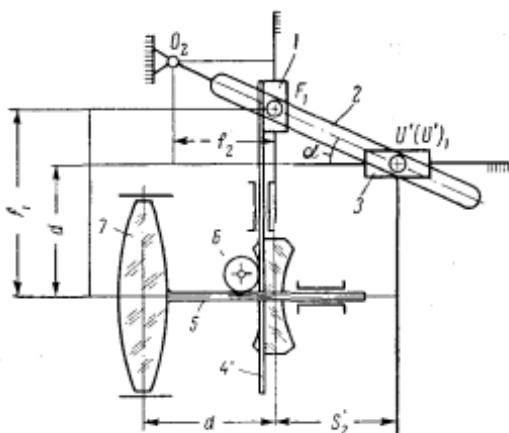


Рис. 37

точек F'_1 и U' механизма, изображенного на рис. 37, будут:
для точки F'_1

$$\bar{l}_{F'_1} = \bar{l}_{(F'_1)_1} + \bar{l}_{F'_1(F'_1)_1}; \quad (46)$$

для точки U'

$$\bar{l}_{U'} = \bar{l}_{(U')_1} + \bar{l}_{U'(U')_1}. \quad (47)$$

Уравнение (46) показывает, что малое перемещение $\bar{l}_{F'_1}$ точки F'_1 , принадлежащей ползуну 1, равно малому перемещению $\bar{l}_{(F'_1)_1}$ точки $(F'_1)_1$, принадлежащей кулисе 2 и совпадающей с точкой F'_1 ползуна 1, геометрически сложенному с малым перемещением $\bar{l}_{F'_1(F'_1)_1}$ точки F'_1 относительно точки $(F'_1)_1$. Графическое решение уравнения (46) позволяет определить величину малого перемещения $\bar{l}_{(F'_1)_1}$ (см. план малых перемещений на рис. 38).

В свою очередь уравнение (47) показывает, что малое перемещение $\bar{l}_{U'}$ точки U' , принадлежащей ползуну 3, равно малому перемещению $\bar{l}_{(U')_1}$ точки $(U')_1$, принадлежащей кулисе 2 и

совпадающей с точкой U' , геометрически сложенному с малым перемещением $\bar{l}_{(U')_1}$ точки U' относительно точки $(U')_1$. Графическое решение уравнения (47), показанное на том же рис. 38, позволяет определить величину малого перемещения $\bar{l}_{U'}$ точки U' , т. е. величину неточности $\delta S'_2$ в положении плоскости изображения при наличии ошибки δd в установке расстояния d между компонентами телескопа.

Построение плана малых перемещений аналогично построению плана скоростей. Углы в плане малых перемещений соответствуют углам в плане механизма.

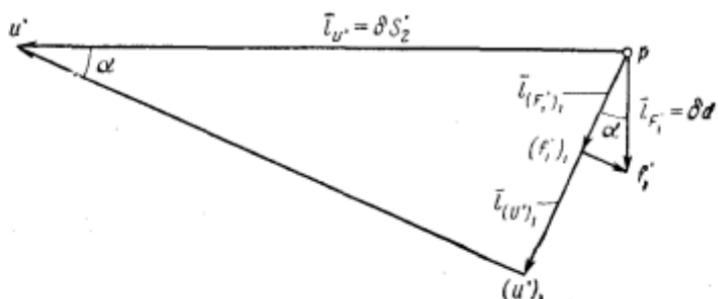


Рис. 38

Порядок построения плана малых перемещений (рис. 38) для механизма, изображенного на рис. 37, следующий.

По величине $\delta d = l_{F'_1}$ находим $\bar{l}_{(F'_1)_1}$ (уравнение (46)). Значение $\bar{l}_{(U')_1}$ получается из равенства отношений (см. рис. 38 и 37)

$$\frac{l_{(F'_1)_1}}{l_{(U')_1}} = \frac{-f'_2}{S'_2 - f'_2}. \quad (48)$$

По полученному значению $\bar{l}_{(U')_1}$ находим $\bar{l}_{U'}$, т. е. искомую величину $\delta S'_2$.

Графические построения в надлежащем масштабе обеспечивают получение результата с необходимой точностью.

Из рис. 38, используя равенство (48), можно получить аналитическое выражение для определения искомой величины $\delta S'_2$.

Из $\Delta p f'_1 (f'_1)_1$ следует, что

$$l_{(F'_1)_1} = \delta d \cos \alpha.$$

Подставляя величину $\bar{l}_{(F'_1)_1}$ в равенство (48), имеем

$$l_{(U')_1} = \frac{(S'_2 - f'_2) \delta d}{-f'_2} \cos \alpha.$$

Из $\Delta r_1'(u')$ получаем

$$\delta S_2' = -\frac{l_{(U')_1}}{\sin \alpha} = \frac{(S_2' - f_2') \delta d}{f_2'} \operatorname{ctg} \alpha.$$

На плане механизма (рис. 37)

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{S_2'}{f_1' - d}$$

Следовательно,

$$\delta S_2' = \frac{(S_2' - f_2') S_2'}{f_2' (f_1' - d)} \delta d.$$

Подставляя в последнее равенство S_2' из формулы (9), находим

$$\delta S_2' = -\frac{f_2'^2}{(f_1' + f_2' - d)^2} \delta d. \quad (49)$$

§ 21. Графоаналитическое определение изменения фокусного расстояния линзы при изменении ее параметров

Найдем изменение фокусного расстояния линзы под влиянием отступлений δd в ее толщине d , δr_1 и δr_2 радиусов r_1 и r_2 ее сферических поверхностей и δn показателя преломления n материала линзы.

Воспользуемся рис. 19, *в*, согласно которому можно предложить серию механизмов, позволяющих определить искомое изменение f для двояковыпуклой линзы.

1. Отступление в толщине линзы. Механизм для отыскания влияния δd на величину фокусного расстояния f линзы показан на рис. 39, *а*. Построим для него план малых перемещений (рис. 39, *б*). Векторные уравнения малых перемещений точек O_1 и K будут:

для точки O_1

$$\bar{l}_{O_1} = \bar{l}_{(O_1)_1} + \bar{l}_{O_1(O_1)_1}; \quad (50)$$

для точки K

$$\bar{l}_K = \bar{l}_{(K)_1} + \bar{l}_{K(K)_1}. \quad (51)$$

Уравнение (50) показывает, что малое перемещение \bar{l}_{O_1} точки O_1 , принадлежащей ползуну *1*, равно малому перемещению $\bar{l}_{(O_1)_1}$ точки $(O_1)_1$, принадлежащей кулисе *2*, геометрически сложенному с малым перемещением $\bar{l}_{O_1(O_1)_1}$ точки O_1 относительно точки $(O_1)_1$. Графическое решение уравнения (50) позволяет определить величину малого перемещения $\bar{l}_{O_1(O_1)_1}$.

Уравнение (51) аналогично уравнению (50). Из его графического решения получаем l_K .

Если

$$l_{O_1} = \delta d, \text{ то } l_K = \delta f_d.$$

Так как углы в плане малых перемещений соответствуют углам в плане механизма, то из графического построения вытекает возможность получения строгой аналитической зависимости.

Из рис. 39, б имеем

$$l_{(O_1)_1} = \delta d \sin \beta. \quad (52)$$

Значение $l_{(K)_1}$ получаем из равенства отношений

$$\frac{l_{(K)_1}}{l_{(O_1)_1}} = \frac{-f_2}{f_1' - f_2 - d}.$$

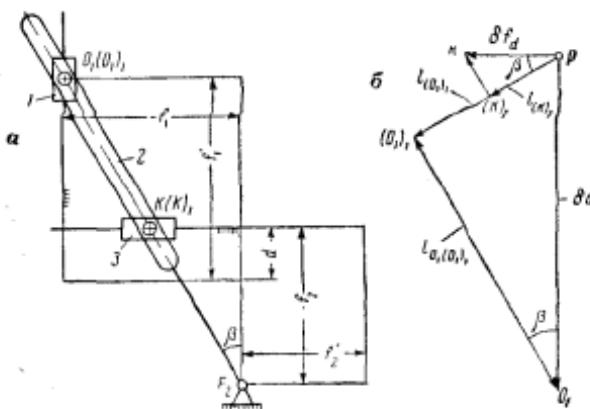


Рис. 39

Используя равенство (52), получаем

$$l_{(K)_1} = -\frac{f_2 \sin \beta}{f_1' - f_2 - d} \delta d. \quad (53)$$

Из треугольника $pk(k)_1$ следует, что

$$l_K = \delta f_d = \frac{l_{(K)_1}}{\cos \beta} = -\frac{f_2 \operatorname{tg} \beta}{f_1' - f_2 - d} \delta d. \quad (54)$$

Значение $\operatorname{tg} \beta$ получаем из схемы механизма (рис. 39, а):

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{-f_1}{f_1' - f_2 - d}.$$

Тогда формула (54) примет вид

$$\delta f_d = \frac{f_1 f_2}{(f_1' - f_2 - d)^2} \delta d, \quad (55)$$

где

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= -\frac{r_1}{n-1} \\ f_2 &= \frac{nr_2}{n-1} \\ f_1' &= \frac{nr_1}{n-1} \end{aligned} \right\}. \quad (56)$$

Кроме того, заметим, что $f_2' = -\frac{r_2}{n-1}$. (56')

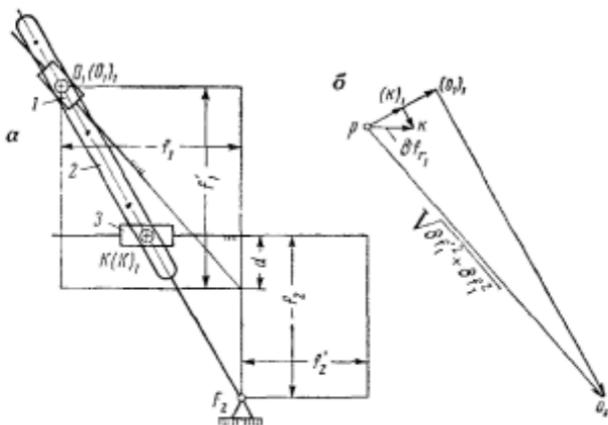


Рис. 40

2. Отступление в радиусах r_1 и r_2 сферических поверхностей. Дифференцирование равенств (56) и (56') дает

$$\left. \begin{aligned} \delta f_1 &= -\frac{\delta r_1}{n-1}, & \delta f_1' &= \frac{n}{n-1} \delta r_1 \\ \delta f_2 &= \frac{n}{n-1} \delta r_2, & \delta f_2' &= -\frac{\delta r_2}{n-1} \end{aligned} \right\}. \quad (57)$$

Из равенств (57) вычислением можно получить δf_1 , $\delta f_1'$, δf_2 и $\delta f_2'$ по заданным или имеющимся отступлениям в радиусах r_1 и r_2 .

На рис. 40, а показана схема механизма, позволяющая определить δf_{r_1} . Ползун 1 перемещается по диагонали прямоугольника со сторонами f_1' и $-f_1$, так как между ними и величинами $\delta f_1'$ и δf_1 имеет место прямая пропорциональность. Вращение кулисы 2 определяет перемещение ползуна 3, равное искомой величине δf_{r_1} , если перемещение ползуна 1 равно $\sqrt{\delta f_1'^2 + \delta f_1^2}$.

План малых перемещений для получения величины изменения фокусного расстояния линзы при наличии отступления в радиусе r_1 сферической поверхности показан на рис. 40, б.

На рис. 41, а и б представлены соответственно механизм и план малых перемещений для определения величины изменения $\delta f'_{r_2}$ фокусного расстояния линзы при наличии отступления в радиусе r_2 сферической поверхности. Задаваемое перемещение ползуна I равно $\sqrt{\delta f'^2_{r_1} + \delta f'^2_{r_2}}$.

Для перехода от $\delta f'_{r_1}$ к $\delta f'_{r_2}$ заметим, что $\delta f'_{r_2} = -\delta f'_{r_1}$.

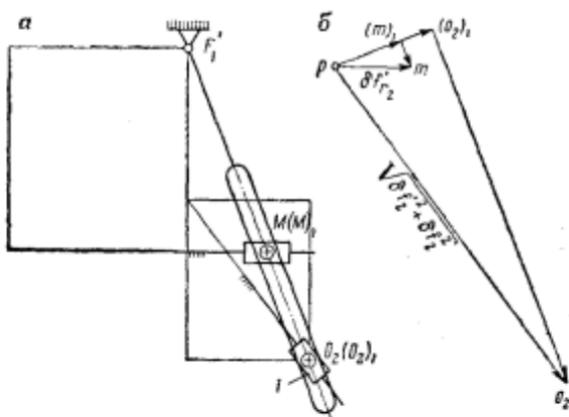


Рис. 41

3. Отступление в показателе преломления материала линзы.

После дифференцирования равенств (56) и (56') получим, что

$$\left. \begin{aligned} \delta f'_1 &= -\frac{r_1}{(n-1)^2} \delta n, & \delta f_1 &= \frac{r_1}{(n-1)^2} \delta n \\ \delta f'_2 &= \frac{r_2}{(n-1)^2} \delta n, & \delta f_2 &= -\frac{r_2}{(n-1)^2} \delta n \end{aligned} \right\}. \quad (58)$$

Вид полученных равенств (58) показывает, что абсолютные величины изменений f'_1 и f_1 , f'_2 и f_2 попарно одинаковы.

Механизмы для определения δf_n показаны на рис. 42, а. Механизм с центром качания кулисы в точке F_2 обеспечивает нахождение $\delta_1 f_n$; механизм с центром качания кулисы в точке F'_1 обеспечивает нахождение $\delta_2 f'_n$ (см. планы малых перемещений на рис. 42, б).

Искомое значение $\delta f_n = \delta_1 f_n + \delta_2 f_n$, причем $\delta_2 f_n = -\delta_1 f'_n$.

Рассмотренный пример определения изменения фокусного расстояния линзы при отступлении ее параметров от расчетных дает основание утверждать, что графическое решение при надлежащем масштабе построения планов малых перемещений

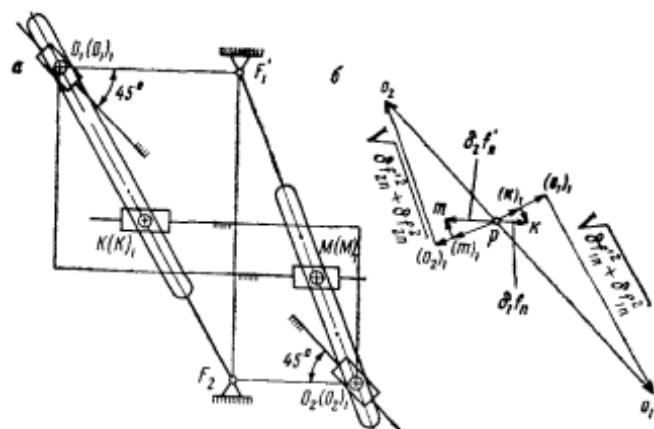


Рис. 42

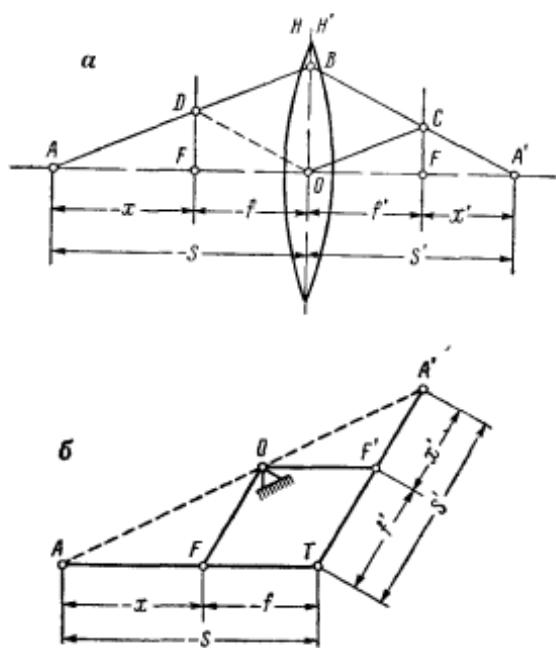


Рис. 43

достаточно точное. Это построение обеспечивает возможность анализа влияния отступлений отдельных параметров на изменение фокусного расстояния.

§ 22. Пантограф — аналог оптической системы

На рис. 43, а показано построение изображения осевой точки идеальной оптической системой, состоящей из одной бесконечно тонкой линзы, находящейся в воздухе (см. также рис. 12, б).

Так как система находится в воздухе, то ее фокусные расстояния f и f' равны по абсолютной величине. Следовательно, фигура $OCBD$ есть ромб, а фигура $AOCBDA'$ аналогична схеме механизма кратного изменения линейных размеров, т. е. пантографу.

Заменим построение изображения точки A на рис. 43, а построением изображения точки A методами проективной геометрии (рис. 43, б). Получившаяся схема совпадает со схемой пантографа Шейнера.

Отмеченная аналогия сохраняется и при последовательном соединении нескольких оптических систем.

Приведем несколько примеров замены оптических систем пантографами.

1. Одиночная линза, используемая в качестве лупы. Точка-оригинал (точка A) располагается на оптической оси между передним фокусом F и линзой. Построение изображения A' этой точки, а вместе с тем и схема пантографа показаны на рис. 44, а. Точки A и A' можно поменять местами, т. е. точка A может быть изображением, а точка A' — оригиналом.

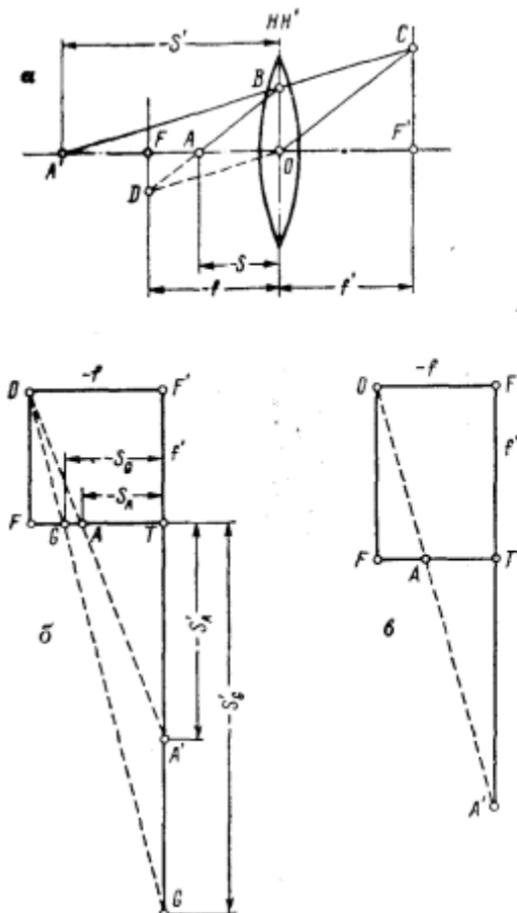


Рис. 44

На рис. 44, б показан вариант схемы пантографа согласно рис. 40, а на рис. 44, в приведен случай, когда $|f| < |f'|$.

Коэффициент увеличения (уменьшения) для схем на рис. 44

$$\beta = \frac{S'}{S} > 0, \quad (59)$$

т. е. изображение получается прямым.

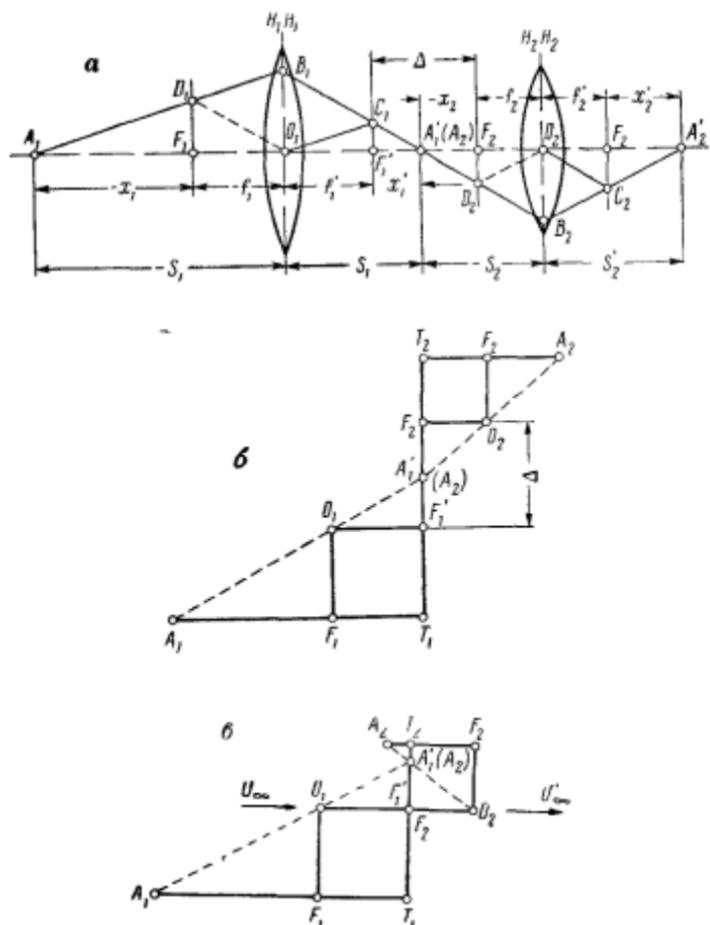


Рис. 45

2. Комбинация двух положительных оптических систем. Изображение осевой точки (рис. 45, а) получают последовательным построением изображений через каждую оптическую систему. Точка \$A'_1\$ является изображением точки \$A_1\$, и вместе с тем она служит предметом для второй системы. Поэтому данная точка имеет двойное обозначение (\$A'_1\$ и \$A_2\$).

Схема механизма, полученная при построении изображений осевой точки, является последовательным соединением двух пантографов $A_1O_1C_1B_1D_1A'_1$ и $A_2O_2C_2B_2D_2A'_2$. В двойной точке (A'_1, A_2) шарнир отсутствует.

Схема такого каскадного пантографа может быть получена простым построением, выполняемым методами проективной геометрии (см. рис. 16). На рис. 45, б показан вариант схемы при $\Delta \neq 0$.

Коэффициент увеличения (уменьшения)

$$\beta = \beta_1 \beta_2 = \frac{f_1}{x_1} \cdot \frac{f_2}{x_2} = \frac{f_1 f_2}{f_1 f_1' - x_1 \Delta}. \quad (60)$$

Для афокальной комбинации двух систем ($\Delta = 0$), представленной на рис. 45, в, коэффициент β не зависит от положения ведущей точки на звене A_1T_1 :

$$\beta = \frac{f_2}{f_1'} = -\frac{f_2'}{f_1'}. \quad (61)$$

Схемы рис. 45 дают обратное изображение.

3. Телескопическая система с предметной точкой на конечном расстоянии. Рассматриваемый пример отличается от предыдущего тем, что вторая линза взята отрицательной и расположена при условии $d < f_1'$. Построение изображения осевой точки A_1 показано на рис. 46, а. Полученная схема последовательного соединения двух пантографов является двухслойной.

На рис. 46, б построение схемы пантографа выполнено в соответствии с рис. 46, а. Коэффициент увеличения вычисляют по зависимости из предыдущего примера.

На рис. 46, в приведен случай афокальной комбинации. Величина β здесь не зависит от расположения ведущей точки на звене A_1T_1 . Схемы рис. 46 дают прямое изображение.

§ 23. Графоаналитический анализ комбинации центрированных оптических систем

На рис. 43 показаны аналоги оптической системы — пантографы Шнейера, точность работы которых исследована Бруевицем Н. Г. [4], Шамбуровым В. А. [37] и др. Эти исследования позволяют осуществить графоаналитическое определение влияния отступления параметров оптической системы на величину ее фокусного расстояния.

Такое же определение было иным способом выполнено в § 21.

Рассмотрим графоаналитический анализ влияния изменения фокусных расстояний систем и оптических интервалов для комбинации нескольких систем.

Возьмем комбинацию из двух оптических систем с номинальными фокусными расстояниями f_1 , f'_1 и f_2 , f'_2 и оптическим интервалом Δ .

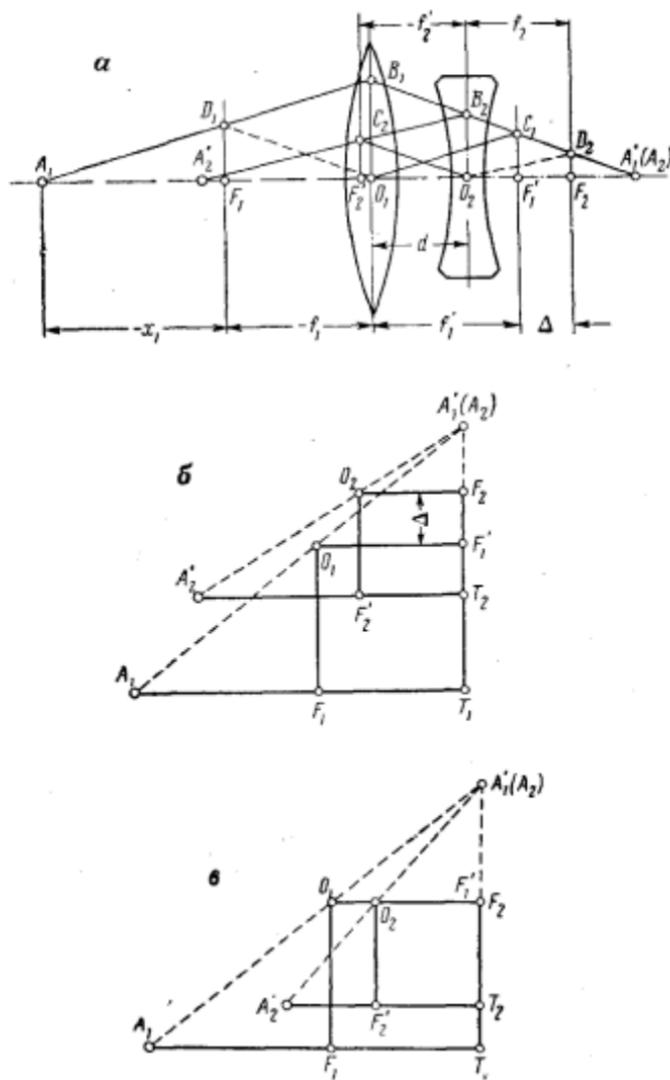


Рис. 46

В реальной комбинации имеют место отступления в величинах указанных параметров; эти отступления $|\delta f_1| = |\delta f'_1|$, $|\delta f_2| = |\delta f'_2|$, $\delta\Delta$ малы по сравнению с самими величинами.

На рис. 47 показаны последовательные соединения двух пантографов, соответствующих рассматриваемой комбинации двух оптических систем.

Влияние отступления δf_1 фокусного расстояния первой системы рассмотрим на рис. 47, а. Величину смещения $\delta S'_{2a}$ плоскости изображения получают из простого построения. Изображение точки A_1 строят дважды: 1) для комбинации

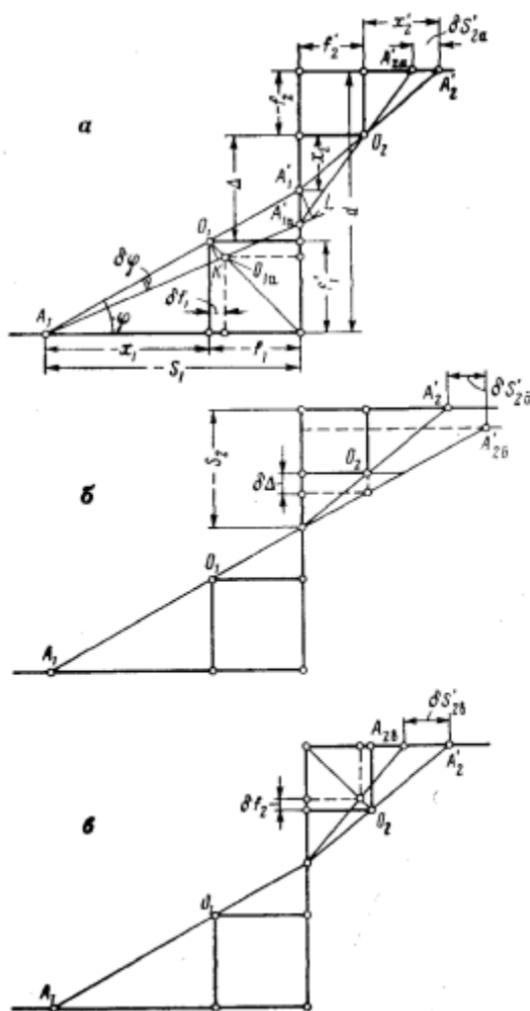


Рис. 47

с номинальными параметрами; 2) для комбинации при наличии δf_1 .

Аналитическое вычисление величины $\delta S'_{2a}$ в предположении, что S_1 и d не изменяют, выполняют по следующей схеме.

Изменение диагонали квадрата

$$O_1 O_{1a} = \sqrt{2} \delta f_1.$$

Дугу O_1K , которую по малости угла $\delta\varphi$ заменяем хордой, получаем из прямоугольного треугольника O_1KO_{1a}

$$O_1K = O_1O_{1a} \cos(45^\circ - \varphi) = \sqrt{2}\delta f_1 \cos(45^\circ - \varphi).$$

Отрезок A'_1L входит в равенство отношений

$$\frac{A'_1L}{O_1K} = \frac{A_1A'_1}{A_1O_1} = \frac{S_1}{x_1},$$

из которого

$$A'_1L = \frac{O_1K \cdot S_1}{x_1} = \frac{\sqrt{2}\delta f_1 S_1}{x_1} \cos(45^\circ - \varphi).$$

$A'_1A'_{1a}$ есть гипотенуза прямоугольного треугольника,

$$A'_1A'_{1a} = \frac{A'_1L}{\cos \varphi} = \frac{\sqrt{2}\delta f_1 S_1}{x_1} \cdot \frac{\cos(45^\circ - \varphi)}{\cos \varphi} = \frac{\delta f_1 S_1}{x_1} (1 + \operatorname{tg} \varphi),$$

где

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{f_1'}{-x_1}.$$

Следовательно,

$$A'_1A'_{1a} = \frac{\delta f_1 S_1}{x_1} \left(1 - \frac{f_1'}{x_1}\right) = \frac{\delta f_1 S_1^2}{x_1^2}, \quad (62)$$

где

$$A'_1A'_{1a} = \delta S_1'.$$

То же самое было получено ранее (см. формулы (31) и (45)).

Искомую величину $\delta S'_{2a} = A'_2A'_{2a}$ получим умножением $\delta S'_1$ на коэффициент продольного увеличения $\alpha_2 = -\frac{x'_2}{x_2}$ второй системы, считая, что расстояние между системами не изменено:

$$\delta S'_{2a} = -\frac{\delta f_1 S_1^2}{x_1^2} \frac{x'_2}{x_2}. \quad (63)$$

Отступление величины оптического интервала от номинала (см. рис. 47, б) можно представить как получение изображения осевого отрезка $\delta\Delta$ (необходимо учитывать его знак) через вторую систему, т. е.

$$\delta S'_{20} = -\delta\Delta \frac{x'_2}{x_2}. \quad (64)$$

Влияние δf_2 (рис. 47, в) по аналогии с влиянием δf_1 выражено формулой

$$\delta S'_{2B} = -\frac{\delta f_2 S_2^2}{x_2^2}. \quad (65)$$

Окончательно получим, что

$$\delta S_2' = \delta S_{2a}' + \delta S_{2b}' + \delta S_{2c}' = -\frac{\delta f_1 S_1^2}{x_1^2} \frac{x_2'}{x_2} - \delta \Delta \frac{x_2'}{x_2} - \frac{\delta f_2 S_2^2}{x_2^2}. \quad (66)$$

Формула (66) для определения суммарного смещения плоскости изображения могла бы быть, конечно, выведена дифференцированием уравнения связи номинальных параметров комбинации, однако рассмотренный способ графоаналитического решения обеспечивает более наглядное получение результата.

ГЛАВА V

НЕКОТОРЫЕ АБЕРРАЦИИ В ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

§ 24. Вычисление сферической aberrации

В геометрической оптике для получения апланатических точек пользуются построением Гюйгенса.

Применим это построение для графического представления сферической aberrации простейших оптических систем. На рис. 48, *a* и *b* показано определение продольной и поперечной сферической aberrации для системы, состоящей из двух сред с показателями преломления n и n' ($n' > n$), разделенных сферической поверхностью радиуса r , для следующих двух случаев: 1) на систему падает параллельный пучок лучей (рис. 48, *a*); 2) сопряженные точки A и A' находятся на конечных расстояниях (рис. 48, *b*).

Радиусы R_1 и R_2 вычисляют по формулам

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{nr}{n'} \\ R_2 &= \frac{n'r}{n} \end{aligned} \right\}. \quad (67)$$

Фокус параксиальных лучей находится в точке F' .

На рис. 48, *b* через P обозначена произвольная плоскость, перпендикулярная к оптической оси.

Представленные построения не обеспечивают достаточной точности определения величины сферической aberrации. Для повышения этой точности возможна замена геометрического построения по Гюйгенсу схемой соответствующего механизма. Анализ работы этого механизма позволяет с достаточной точностью оценить величину сферической aberrации оптической системы.

На рис. 49, *a* показан план эквивалентного механизма, соответствующего построению на рис. 48, *a*. Ведущим звеном может быть принят кривошип $OB = R_2 = \frac{n'r}{n}$. Положение точки D при

заданном расположении звена CB , определяемом кривошипом OB , относительно заднего фокуса F' параксиальных лучей определяет соответствующую величину продольной сферической aberrации. Докажем это.

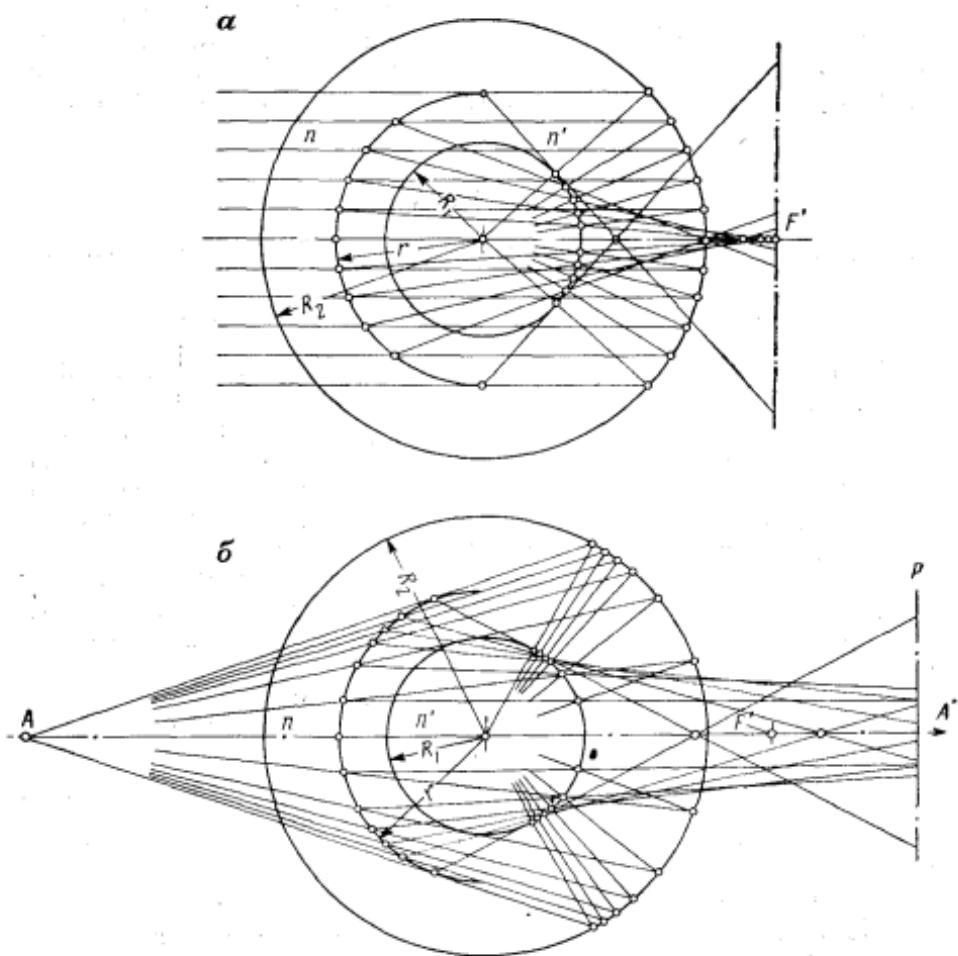


Рис. 48

Направляющая 2 ползуна 1 является дугой окружности радиуса r , равного радиусу исследуемой сферической поверхности. Отрезок OA кривошипа OB равен $R_1 = \frac{nr}{n'}$.

Если положение оси AD кулисы 3 обеспечивает выполнение равенства $n \sin i = n' \sin i'$ (i — угол между падающим лучом и нормалью, i' — угол между преломленным лучом и той же нормалью), то, очевидно, механизм решает поставленную задачу.

На схеме механизма, так же как и при геометрическом построении, $\triangle OCB \sim \triangle OCA$. В самом деле, по построению $OC = r$, $OA = R_1 = \frac{n' r}{n}$, $OB = R_2 = \frac{n' r}{n}$, поэтому

$$\frac{OB}{OC} = \frac{OC}{OA} = \frac{n'}{n}.$$

Кроме того, рассматриваемые треугольники имеют общий угол при вершине O . Покажем, что если угол OAC равен i , то угол OBC будет равен i' .

По теореме синусов имеем

$$\frac{OC}{\sin i} = \frac{OA}{\sin i'} \text{ и } \frac{OC}{\sin i'} = \frac{OB}{\sin i}.$$

Отсюда

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{OC}{OA} = \frac{OB}{OC}$$

или

$$n \sin i = n' \sin i',$$

что и доказывает наше утверждение.

Таким образом, положение точки D определяет величину продольной сферической aberrации.

Если для механизма, изображенного на рис. 49, а, построить график изменения скорости V_D точки D в функции высоты h падения луча на преломляющую поверхность, принимая при этом, что составляющая скорости точки C по направлению, перпендикулярному к траектории точки D , постоянна, то по оси ординат вместо h можно откладывать время t , т. е. получить график изменения V_D в функции t .

Для того чтобы получить искомый график изменения продольной сферической aberrации, строим серию планов скоро-

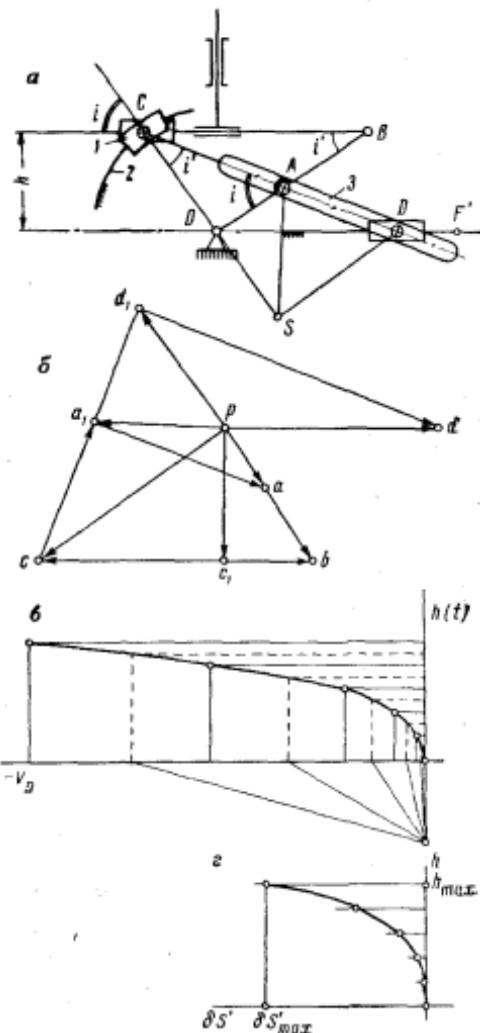


Рис. 49

стей механизма, каждый из которых соответствует определенной высоте h точки встречи падающего луча с преломляющей поверхностью. На рис. 49, б показан план скоростей для плана механизма, изображенного на рис. 49, а.

Вектор rc_1 должен быть одинаков для любого плана скоростей данной серии.

На рис. 49, в дан график изменения V_D в функции h (или t), полученный из планов скоростей.

Графическое интегрирование зависимости (V_D, t) позволяет получить график изменения продольной сферической aberrации $\delta S'$ (рис. 49, г).

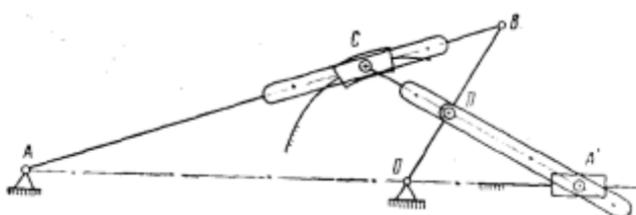


Рис. 50

Для рассматриваемого случая простейшей оптической системы $\delta S'_{\max}$ соответствует h_{\max} . Поэтому для установления масштаба aberrации по оси абсцисс графика удобно обратиться к рис. 48, а, где $\delta S'_{\max}$ получается наиболее точно.

Эквивалентный механизм, соответствующий построению на рис. 48, б, показан на рис. 50.

§ 25. Простейшие оптические системы без сферической aberrации

Воспользуемся принципом равенства оптических путей для получения поверхности раздела двух сред с показателями преломления n и n' , у которой сферическая aberrация отсутствует.

Вначале рассмотрим случай, когда падающий пучок лучей параллелен оптической оси. Определение формы поверхности для этого случая затруднений не вызывает (см., например, [20], [25]).

Получим форму требуемой поверхности несколько иным путем, который в дальнейшем позволит просто решить задачу определения формы поверхности раздела для конечных сопряженных расстояний.

Исходными данными являются расстояние l'_0 от вершины преломляющей поверхности до заднего фокуса F' системы и показатели преломления сред n и n' .

За начало отсчета (рис. 51) оптических путей примем плоскость H , перпендикулярную к оптической оси и проходящую через вершину O преломляющей поверхности. Обозначим длину отрезка OF' через l'_0 . Тогда оптический путь вдоль любого луча пучка при отсутствии сферической aberrации должен быть равен

$$L_0 = n' l_0'. \quad (68)$$

Для высоты h_k падения луча k при этом

$$L_0 = n \delta l_k + n' (l_0' - \delta l_k').$$

Отсюда, принимая во внимание равенство (68), получаем

$$n\delta l_k = n'\delta l_k'. \quad (69)$$

Пусть в точке B условие (69) будет соблюдено.

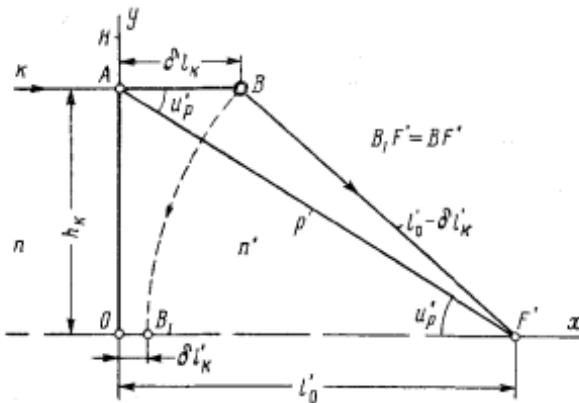


Рис. 51

Рассмотрим $\triangle ABF'$, в котором $AB = \delta l_k$.

$$BF' = B_1 F' = l_0' - \delta l_k; \quad AF' = p = \sqrt{l_0'^2 + h_k^2}; \quad \Rightarrow BAF' = u_p'.$$

При этом

$$\cos u_p' = \frac{l_0'}{p},$$

Из $\triangle ABF'$ следует, что

$$(l_0' - \delta l_k)^2 = p^2 + \delta l_k^2 - 2p\delta l_k \cos u_p = p^2 + \delta l_k^2 - 2l_0' \delta l_k.$$

Используем условие (69). Тогда

$$l_0'^3 - 2l_0' \frac{n\delta l_k}{n'} + \frac{n^2\delta l_k^2}{n'^2} = p^2 + \delta l_k^2 - 2l_0' \delta l_k.$$

Отсюда получим

$$\delta l_k^2 \left(1 - \frac{n^2}{n'^2}\right) - 2 \left(1 - \frac{n}{n'}\right) l_0' \delta l_k + h_k^2 = 0, \quad (70)$$

или, заменяя δl_k на x , а h_k — на y , получаем

$$\left(1 - \frac{n^2}{n'^2}\right) x^2 - 2 \left(1 - \frac{n}{n'}\right) l_0' x + y^2 = 0. \quad (70')$$

Такое же уравнение приведено Мартином [20].

При $n < n'$ уравнение (70') будет уравнением эллипса, а при $n > n'$ — уравнением гиперболы.

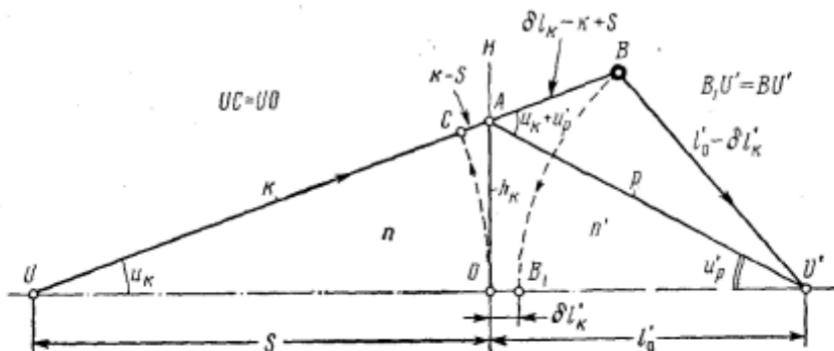


Рис. 52

Вывод уравнений (70) и (70') приведен, чтобы, как говорилось выше, использовать его для получения зависимостей, определяющих меридиональное сечение поверхности, свободной от сферической aberrации при данных конечных значениях сопрягаемых расстояний.

Для получения искомых зависимостей воспользуемся рис. 52. Исходными данными являются: сопрягаемые отрезки S и l'_0 , определяющие положение осевых точек U и U' относительно вершины O преломляющей поверхности*, и показатели преломления n и n' разделяемых ею сред.

Через точку O проведена плоскость H , перпендикулярная к оптической оси.

Оптический путь луча по-прежнему равен

$$L_0 = n' l'_0.$$

Возьмем луч k , выходящий из точки U оси под углом u_k к этой оси и пересекающий плоскость H в точке A , причем $UA = k$.

* При этом выводе знаки отрезков и углов не учитываем.

Пусть точка B на этом луче принадлежит преломляющей поверхности и, следовательно, удовлетворяет условию равенства оптических путей, т. е.

$$n(CB) + n'(BU') = L_0.$$

Отрезок CA является частью отрезка CB , равного $\delta l'_k$; $CA = k - S$. Следовательно, отрезок $AB = \delta l_k - k + S$.

Рассмотрим $\triangle ABU'$, в котором

$$BU' = l'_0 - \delta l'_k; \quad AU' = p = \sqrt{l'_0^2 + h_k^2}; \quad \Rightarrow BAU' = u_k + u_p'.$$

Из $\triangle ABU'$ по теореме косинусов следует, что

$$(l'_0 - \delta l'_k)^2 = p^2 + (l_k - k + S)^2 - 2p(\delta l_k - k + S) \cos(u_k + u_p').$$

Используя равенство (69), получаем

$$\begin{aligned} \delta l_k^2 \left(1 - \frac{n^2}{n'^2}\right) - 2 \left[k - S + p \cos(u_k + u_p') - \frac{n}{n'} l'_0 \right] \delta l_k + \\ + h_k^2 + (k - S)^2 + 2p(k - S) \cos(u_k + u_p') = 0. \end{aligned} \quad (71)$$

Если решим уравнение (71), найдем δl_k . Далее

$$\left. \begin{aligned} x &= (\delta l_k - k + S) \cos u_k \\ y &= h_k + (\delta l_k - k + S) \sin u_k \end{aligned} \right\}. \quad (72)$$

Зависимости (71) и (72) позволяют вычислить координаты точек меридионального сечения асферической поверхности, являющейся границей раздела двух сред и свободной от сферической aberrации для данных конечных значений сопрягаемых расстояний.

Уравнение (71) представляет собой уравнение овала Декарта * [28].

ГЛАВА VI

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ АНАЛОГИИ В ОПТИКЕ

§ 26. Применение электрических счетно-решающих устройств для автоматизации процесса сопряжения плоскостей предмета и изображения

В главе III изложены некоторые вопросы теории построения механизмов, решающих задачу автоматизации сопряжения плоскостей предмета и изображения. Рассмотрим использование для этой цели электрических счетно-решающих устройств.

* Декарт впервые разработал теорию ана贝尔ационных поверхностей.

Имеется аэронегатив (аэроснимок) с известным углом наклона α . Задан коэффициент трансформирования k_{tc} для линии неискаженных масштабов. Имеем (25)

$$k_{tc} = \frac{H}{f_a M},$$

где

$\frac{1}{M}$ — масштаб трансформированного аэроснимка;

$\frac{f_a}{H}$ — масштаб аэроснимка (f_a — фокусное расстояние аэрокамеры, H — высота фотографирования).

Для определения углов наклона между плоскостями фототрансформатора воспользуемся формулами

$$\sin \varphi_P = \frac{fM}{H} \sin \alpha, \quad (73)$$

$$\sin \varphi_E = \frac{f}{f_a} \sin \alpha, \quad (74)$$

где φ_P — угол между плоскостью аэронаегатива и главными плоскостями проекционного объектива;

φ_E — угол между плоскостью экрана и главными плоскостями того же объектива;

f — фокусное расстояние проекционного объектива.

Преобразуем формулы (73) и (74) к виду, удобному для использования в электромеханическом перспективном инверторе с компенсационным способом автоматической отработки.

Из равенства (25) находим

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{k_{tc} f_a}.$$

Произведем соответствующую замену в формуле (73) и запишем ее в виде

$$f \sin \alpha = f_a k_{tc} \sin \varphi_P. \quad (73')$$

Из формулы (74) имеем

$$f \sin \alpha = f_a \sin \varphi_E. \quad (74')$$

Одна из возможных принципиальных схем, выполняющих задачу перспективного сопряжения по формулам (73') и (74'), показана на рис. 53. Она представляет собой каскадную схему для умножения с компенсационным способом автоматической отработки на постоянном токе.

На вход схемы подают постоянное напряжение $U_{\text{вх}}$, пропорциональное величине фокусного расстояния f проекционного объектива. Это напряжение является входным для первого каскада, выполненного в виде синусного потенциометра I, токосъемную щетку которого перемещают пропорционально вводимому углу α . Направление смещения щетки относительно нулевой точки определяется знаком видимого угла α .

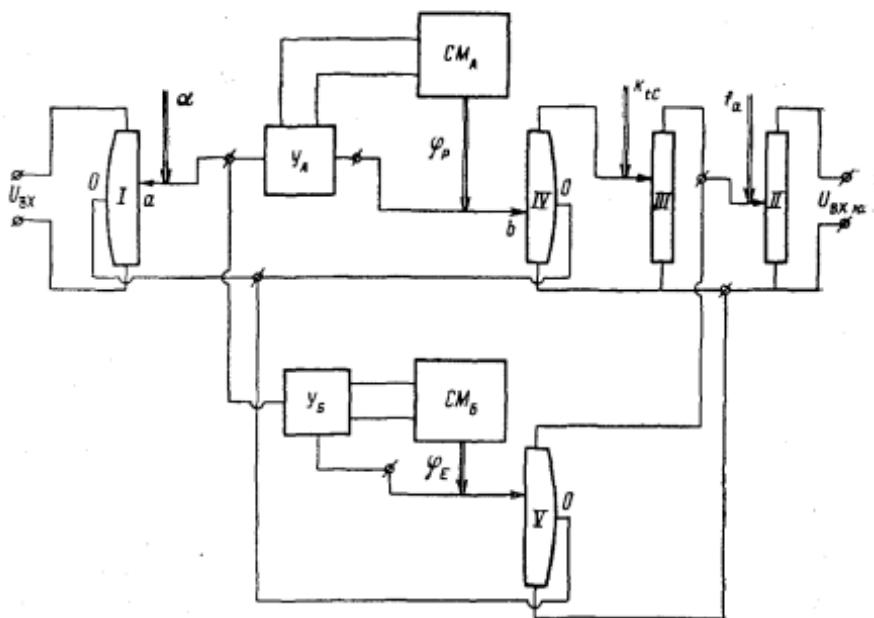


Рис. 53

Напряжение на выходных зажимах первого каскада пропорционально произведению $f \sin \alpha$ (левая часть формулы (73')).

На вход правой части схемы подают постоянное напряжение $U_{\text{вх}, \text{ю}}$. Это напряжение питает делитель напряжения II, выходное напряжение которого получается пропорциональным f_a ; оно будет входным для линейного потенциометра III, щетку которого перемещают пропорционально заданному коэффициенту трансформирования k_{tc} . С выходных зажимов этого потенциометра снимается напряжение, пропорциональное произведению $k_{tc} f_a$, которое поступает на вход синусного потенциометра IV, на выходе которого получается напряжение, пропорциональное $k_{tc} f_a \sin \varphi_p$. Так как это напряжение, вообще говоря, не равно напряжению на выходных зажимах потенциометра I, то на вход усилителя Y_A поступает напряжение, определяемое разностью потенциалов точек a и b . Выход усилителя питает сервомотор CM_A , который перемещает токосъемную щетку потенциометра IV.

Перемещение прекратится, как только сравняются потенциалы точек a и b , что произойдет при выполнении условия $\varphi'_P = \varphi_P$, удовлетворяющего равенство формулы (73').

Сервомотор CM_A , кроме щетки потенциометра IV, через соответствующую передачу связан с кареткой аэронегатива, и его плоскость устанавливается под углом φ_P по отношению к главным плоскостям объектива.

Нижняя часть схемы рис. 53 решает формулу (74'). Выходное напряжение делителя II поступает в синусный потенциометр V. Напряжение на его выходе должно быть пропорциональным $f_a \sin \varphi_E = f \sin \alpha$ (напряжение, пропорциональное $f \sin \alpha$ снимается с потенциометра I). Равенство напряжений обеспечивается автоматической отработкой при помощи усилия U_B и сервомотора CM_B , который через соответствующую передачу устанавливает плоскость экрана под углом φ_E относительно главных плоскостей объектива.

Так может быть решена задача автоматического перспективного сопряжения плоскостей аэронегатива, объектива и экрана.

Для автоматизации масштабного сопряжения этих же плоскостей вдоль главной оптической оси проекционного объектива найдем соответствующий коэффициент трансформирования k_{tO} .

$$k_{tO} = \frac{S'}{S}, \quad (75)$$

где

S' — расстояние от экрана до задней главной плоскости объектива, измеренное вдоль главной оптической оси;

S — расстояние от плоскости аэронегатива до передней главной плоскости объектива, измеренное вдоль главной оптической оси.

Для этих расстояний справедливы формулы [14]

$$S' = \frac{H}{M} \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha \cos \varphi_E},$$

$$S = f_a \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha \cos \varphi_P}$$

($\varphi = \varphi_P + \varphi_E$ — угол между плоскостью экрана и плоскостью аэроплана).

Следовательно, равенство (75) может быть записано так:

$$k_{tO} = \frac{H}{f_a M} \frac{\cos \varphi_P}{\cos \varphi_E}.$$

Используя формулу (25), получаем

$$k_{tO} = k_{tC} \frac{\cos \varphi_P}{\cos \varphi_E}. \quad (76)$$

Представим (76) в виде, удобном для использования в электромеханической схеме с компенсационным способом отработки

$$k_{tc} \cos \varphi_p = k_{to} \cos \varphi_E. \quad (76')$$

Схема, решающая задачу определения k_{to} по формуле (76'), изображена на рис. 54.

На вход делителя I подается постоянное напряжение $U_{\text{вх}}$. Величина выходного напряжения этого каскада пропорциональна перемещению щетки, которое в свою очередь пропорционально k_{tc} , вводимому на первой схеме (рис. 53, потенциометр III).

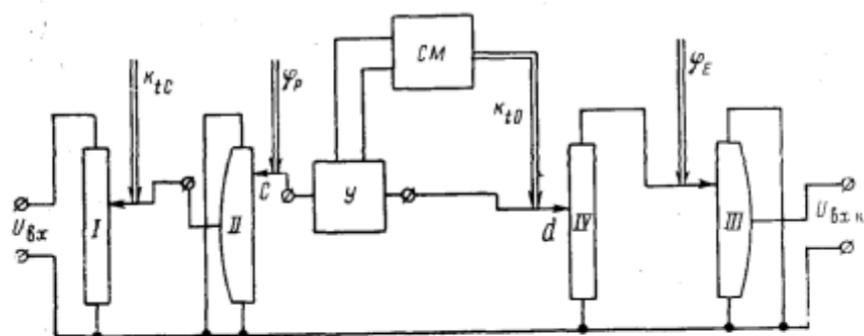


Рис. 54

Это выходное напряжение является входным для второго каскада (косинусный потенциометр II).

Косинусный потенциометр II обеспечивает постоянство полярности выходного напряжения при изменении знака угла φ_p , вводимого сервомотором CM_A первой схемы (рис. 53).

Вход правой части схемы питается постоянным напряжением $U_{\text{вх}}$. С выходных зажимов косинусного потенциометра III снижается напряжение, пропорциональное вводимому углу φ_E , также поступающему с первой схемы (сервомотор CM_B). Это напряжение будет входным для линейного потенциометра IV. Если разность потенциалов между точками c и d потенциометров II и IV не будет равна нулю, то при помощи усилителя Y сработает сервомотор CM , перемещающий токосъемную щетку потенциометра IV пропорционально k_{to} — искомой величине коэффициента трансформирования по главной оптической оси.

Коэффициент k_{to} связан с величиной фокусного расстояния f проекционного объектива и величинами отрезков x и x' , определяющих взаимное положение плоскостей аэронегатива и

объектива, экрана и объектива на главной оптической оси объектива следующей зависимостью

$$k_{tO} = \frac{f}{x} = \frac{x'}{f}$$

($f = -f'$, так как объектив находится в воздухе).

Из этой формулы имеем

$$x' = k_{t0} f \quad (77)$$

31

$$k_{\nu D} x \equiv f. \quad (78)$$

Для того чтобы обеспечить автоматизацию ввода x и x'

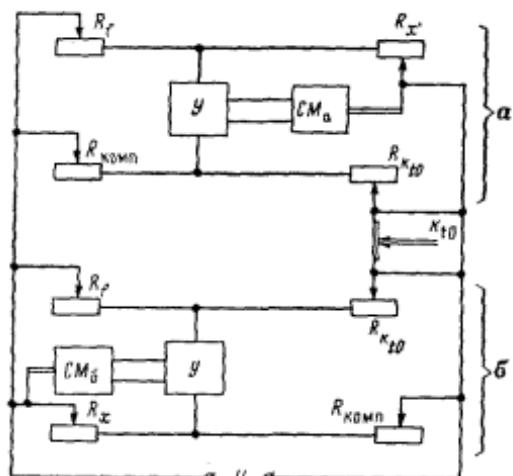


Рис. 55

Четыре реостата с сопротивлениями R_f , $R_{x'}$, R_x , R_{k10} и $R_{комп}$, пропорциональными f , x' , x , k_{10} и некоторой постоянной величине, необходимой для компенсации. В диагонали этих мостов, как показано на рис. 55, включены усилители Y , в другие диагонали — общий источник питания с напряжением U . Реостаты с сопротивлениями $R_{комп}$ подбирают так, чтобы для любого значения k_{10} при соответствующих x' и x ($R_{x'}$ и R_x) имели место равенства:

$$\left. \begin{array}{l} R_{k_1 O} R_f = R_x R_{\text{комп}} \text{ (МОСТ } a\text{)} \\ R_{k_1 O} R_x = R_f R_{\text{комп}} \text{ (МОСТ } b\text{)} \end{array} \right\}, \quad (79)$$

что определяется отсутствием тока в тех диагоналях мостов, в которые включены усилители. Так как f , x' , x и k_{t0} пропорциональны R_f , $R_{x'}$, R_x и R_{k0} , то $k_{t0f} = x'$ и $k_{t0x} = f$ (см. формулы (77) и (78)).

При установке значения $k_{lo}(R_{lo})$ от сервомотора СМ схемы на рис. 54 через усилители У идет ток, который питает сервомоторы СМ_a и СМ_b, перемещающие токосъемные щетки реостатов с сопротивлениями R_x' и R_x , а также негативную каретку и держатель объектива. Это перемещение будет происходить до тех пор, пока не установятся равенства (79) и питание сервомоторов прекратится.

Перемещение сервомоторами негатива и объектива осуществляется через редукторы с соответствующими передаточными отношениями.

При решении рассмотренной задачи может быть учтено расстояние между главными плоскостями объектива (см. § 28).

§ 27. Использование электрической аналогии на примере телеобъектива с переменной фокусировкой

Рассмотрим возможность автоматизации при помощи электрических счетно-решающих устройств с автоматической отработкой переменной фокусировки в системе телеобъектива.

Схема телеобъектива показана на рис. 18, а. Он, как уже было описано, состоит из неподвижного отрицательного и подвижного положительного компонентов. При изменении расстояния S'_2 от неподвижного компонента до плоскости изображения для сохранения резкости должно изменяться и расстояние d между компонентами.

Получение аналитической зависимости между S'_2 , d и фокусными расстояниями положительного и отрицательного компонентов с использованием аппарата проективной геометрии выполнено в § 12 на основании рис. 18, б.

Формула (9), полученная из рис. 18, б, без учета знаков будет выглядеть так:

$$S'_2 = \frac{f_2(f_1 - d)}{f_2 - f_1 + d}. \quad (80)$$

Вычисление по формуле (80) при подстановке в нее абсолютных значений величин правой части дает те же результаты, что и вычисление по формуле (9), использование же формулы (80) вместо формулы (9) упрощает ввод величины d по изменяющейся S'_2 .

Для отработки формулы (80) можно применить механические устройства (кулачковые или рычажные).

Приведем эту формулу к виду, удобному для отработки простейшей электрической схемой (мостом Уитстона).

Имеем

$$\frac{1}{S'_2} = -\frac{f_1 - d}{f_2(f_1 - d)} + \frac{f_2}{f_2(f_1 - d)} = -\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_1 - d},$$

откуда

$$\frac{1}{S'_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_1 - d}. \quad (81)$$

Электрическая аналогия для формулы (81) будет следующей

$$\frac{1}{R_{S'_2}} + \frac{1}{R_{f_2}} = \frac{1}{R_{f_1-d}}, \quad (82)$$

где $R_{S'_2}$, R_{f_2} и R_{f_1-d} — электрические сопротивления, пропорциональные соответственно S'_2 , f_2 и f_1-d .

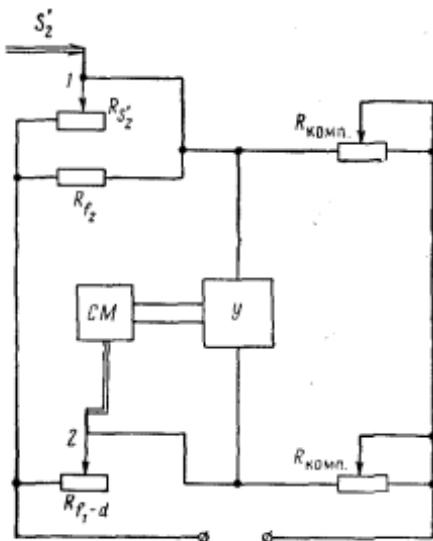


Рис. 56

Из формулы (82) следует, что сопротивление R_{f_1-d} равно сопротивлению цепи из параллельно соединенных сопротивлений $R_{S'_2}$ и R_{f_2} . Для отработки формулы (82) может быть использована мостиковая схема, изображенная на рис. 56. Плечи моста состоят из уравниваемых сопротивлений R_{f_1-d} и $\frac{R_{S'_2}R_{f_2}}{R_{S'_2}+R_{f_2}}$, а также двух дополнительных сопротивлений $R_{\text{комп}}$. Если ток в диагонали моста отсутствует, то

$$R_{f_1-d} = \frac{R_{S'_2}R_{f_2}}{R_{S'_2}+R_{f_2}},$$

что соответствует выполнению равенства (82).

Работа схемы протекает следующим образом.

Изменение сопротивления $R_{S'_2}$ обеспечивается перемещением токосъемной щетки I на величину, пропорциональную S'_2 —

расстоянию от главной точки отрицательного компонента до плоскости изображения (экрана). Расбаланс моста вызовет протекание тока через усилитель У, выход которого питает сервомотор СМ. Вращение ротора сервомотора перемещает токосъемную щетку 2, изменяя тем самым величину сопротивления R_{f_1-d} до тех пор, пока не прекратится питание сервомотора, т. е. не наступит равенство, определяемое формулой (82). Угол поворота ротора будет пропорционален величине f_1-d . Перемещение положительного компонента телеобъектива, согласно формуле (81), обеспечивается через соответствующую передачу.

ГЛАВА VII

ГАБАРИТНЫЕ РАСЧЕТЫ ПРОЕКЦИОННЫХ ПРИБОРОВ

§ 28. Влияние пренебрежения расстоянием между главными плоскостями проекционного объектива на точность изображения

Расстояние между главными плоскостями объектива входит в размерную цепь, определяющую положение плоскостей предмета (аэрографа), объектива и экрана для заданного коэффициента увеличения k_{to} вдоль главной оптической оси объектива.

Очень часто репродукционные объективы, применяемые в проекционных приборах, симметричны относительно своей действующей диафрагмы. Такие объективы допускают хорошее исправление дисторсии; при $k_{to}=1$ они дают вполне ортоскопическое изображение.

В этих объективах входной и выходной зрачки совпадают с соответствующими главными плоскостями H и H' .

Расположение главных плоскостей H и H' в симметричных объективах типа «Луч» ($f=180 \text{ mm}$) — обращенное.

На рис. 57, а показан порядок расположения составляющих звеньев размерной цепи, соответствующий правилам геометрической оптики. Однако этот порядок может быть произвольным при условии неизменности в положении аэрографа, объектива и экрана при определенном значении k_{to} (рис. 57, б, в). На рис. 57 обозначены: N — плоскость аэрографа, H и H' — главные плоскости объектива, E — плоскость экрана, Δ — расстояние между H и H' , f — фокусное расстояние объектива, x и x' — отрезки, зависящие от f и k_{to} ($x=\frac{f}{k_{to}}$, $x'=k_{to}f$).

Рассмотрим размерную цепь на рис. 57, в, представляющую общий случай распределения составляющих звеньев. В этой

цепи $a+b=2f$, $a+c=f$. При изменении k_{tO} отрезок c , а также отрезки a и b остаются постоянными, меняются только x и x' . Их определяет масштабный инвертор в соответствии с формулой

$$xx' = f^2.$$

На рис. 57, z показана размерная цепь без учета расстояния Δ между плоскостями H и H' , совмещенными с плос-

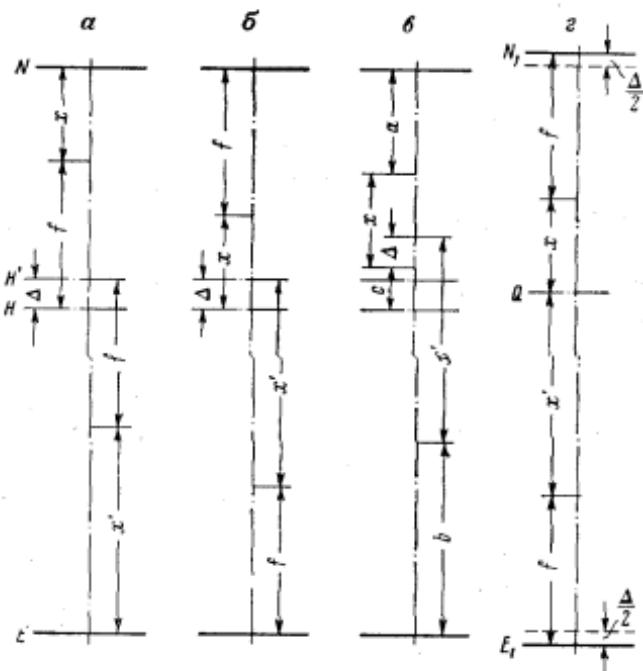


Рис. 57

костью Q , которая делит расстояние Δ на две равные части. В этом случае для точного выполнения условия оптического сопряжения по главной оптической оси объектива плоскости N и E необходимо сблизить, переместив каждую на $\frac{\Delta}{2}$.

Из рассмотренного можно заключить, что оптическое сопряжение по главной оптической оси не нарушается, если известное значение расстояния между главными плоскостями объектива учесть при установке плоскостей аэрографа и экрана в процессе юстировки проекционного прибора, например фототрансформатора.

Обследуем оптическое сопряжение по любой оси объектива для случая, когда плоскости аэрографа и экрана не параллельны (перспективное сопряжение).

Условие перспективного сопряжения формулируется (см. § 17) следующим образом: плоскости аэронегатива и экрана должны пересекаться с главными плоскостями объектива по прямым, параллельным между собой и лежащим в плоскости, перпендикулярной к главным плоскостям.

Как уже было указано, это условие обычно выполняют приближенно: ограничиваются требованием пересечения плос-

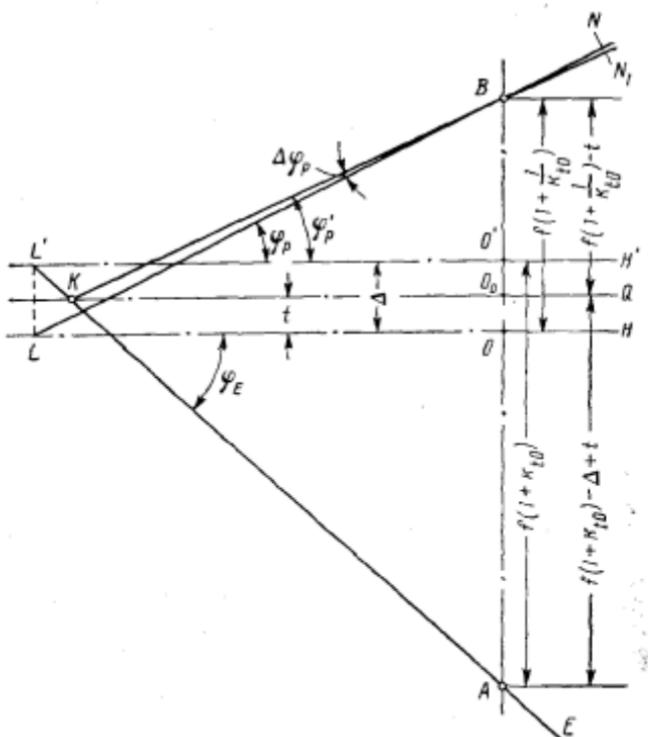


Рис. 58

костей аэронегатива, экрана и одной из плоскостей объектива по общей прямой (пренебрегают расстоянием между главными плоскостями объектива). Допустимо ли это?

На рис. 58 показан случай, когда в качестве той плоскости объектива, которая пересекается с плоскостями экрана E и аэронегатива N , выбрана плоскость Q , находящаяся между плоскостями H и H' . Положение точек A и B соответствует выполнению условия оптического сопряжения вдоль главной оптической оси с учетом расстояния Δ между главными плоскостями объектива; N — положение плоскости аэронегатива с учетом Δ ; угол $\Delta\varphi_p$ определяет ошибку в положении плоскости аэронегатива.

Для нахождения угла φ_P , определяющего положение плоскости аэронегатива N по отношению к главным плоскостям H и H' объектива, рассмотрим треугольники $AL'O'$ и BLO . В этих треугольниках $L'O' = LO$, поэтому

$$\frac{AO'}{\operatorname{tg} \varphi_E} = \frac{BO}{\operatorname{tg} \varphi_P} \quad \text{или} \quad \frac{f(1+k_{tO})}{\operatorname{tg} \varphi_E} = \frac{f\left(1 + \frac{1}{k_{tO}}\right)}{\operatorname{tg} \varphi_P}.$$

Отсюда

$$\operatorname{tg} \varphi_P = \frac{f\left(1 + \frac{1}{k_{tO}}\right)}{f(1+k_{tO})} \operatorname{tg} \varphi_E = \frac{\operatorname{tg} \varphi_E}{k_{tO}}. \quad (83)$$

При приближенном выполнении условия перспективного сопряжения плоскость аэронегатива занимает положение $BK(N_1)$.

В этом случае из треугольников AKO_0 и BKO_0 следует

$$\frac{AO_0}{\operatorname{tg} \varphi_E} = \frac{BO_0}{\operatorname{tg} \varphi'_P} \quad \text{или} \quad \frac{f(1+k_{tO}) - \Delta + t}{\operatorname{tg} \varphi_E} = \frac{f\left(1 + \frac{1}{k_{tO}}\right) - t}{\operatorname{tg} \varphi'_P}.$$

Отсюда

$$\operatorname{tg} \varphi'_P = \frac{f\left(1 + \frac{1}{k_{tO}}\right) - t}{f(1+k_{tO}) - \Delta + t} \operatorname{tg} \varphi_E. \quad (84)$$

Как следует из рис. 58 и формул (83) и (84), углы φ_P и φ'_P , определяющие положение плоскостей N и N_1 , не одинаковы. Разность $\Delta\varphi_P$ между этими углами зависит от величины угла φ_E , определяющего положение плоскости экрана, от коэффициента увеличения (трансформирования) k_{tO} и от положения плоскости Q (отрезок t). Из формул (83) и (84) следует, что $\Delta\varphi_P$ тем больше, чем больше угол φ_E . Предельное значение угла φ_E можно найти из известной в фотограмметрии формулы (74)

$$\sin \varphi_E = \frac{f}{f_a} \sin \alpha,$$

где f — фокусное расстояние объектива трансформатора;
 f_a — фокусное расстояние аэрокамеры;
 α — угол наклона аэроснимка.

Угол $\Delta\varphi_P$ вызовет ошибку в плановом положении точки на аэроплане, которую можно получить из рис. 59.

На рис. 59 $BM = BM_1$, а $M_2M = \delta$ — ошибка в плановом положении точки M , отнесенная к плоскости N , откуда следует, что

$$\delta = BM_2 - BM. \quad (85)$$

Ошибка δ тем больше, чем больше BM .

Для отыскания δ рассмотрим треугольник BM_1O

$$OM_1 = \sqrt{(BM_1)^2 + (BO)^2 - 2BM_1 \cdot BO \cos(90^\circ + \varphi_p')} = \\ = \sqrt{(BM)^2 + f^2 \left(1 + \frac{1}{k_{t0}}\right)^2 + 2f \left(1 + \frac{1}{k_{t0}}\right) BM \sin \varphi_p'}. \quad (86)$$

Кроме того,

$$\frac{BM_1}{\sin \beta} = \frac{OM_1}{\sin (90^\circ + \varphi_{P'})}.$$

Отсюда

$$\sin \beta = \frac{BM}{OM} \cos \varphi_{P'}. \quad (87)$$

Из треугольника BM_2O имеем

$$\frac{BM_2}{\sin \S} = \frac{BO}{\sin (180^\circ - \S - 90^\circ - \varphi_P)},$$

T₁, e₁

$$BM_2 = f \left(1 + \frac{1}{k_{tO}} \right) \frac{\sin \beta}{\cos(\beta + \varphi_p)}. \quad (88)$$

Формулы (83) — (88) позволяют вычислить ошибку в плановом положении точки на аэронегативе, возникающую из-за неточной установки его (влияние угла $\Delta\varphi_P$).

Для оценки влияния t и k_{t0} на $\Delta\Phi_P$ и δ рассмотрим три случая: $t=0$; $t=\frac{\Delta}{2}$ и $t=\Delta$ при k_{t0min} и k_{t0max} для фототрансформации

Расчетные значения f и Δ объектива «Луч» этого трансформатора соответственно равны 180 и 3,7 мм.

Результаты вычислений по формулам (83)–(88) для $\alpha = 3^\circ$, $f_a = 70 \text{ мм}$ и $BM = 125 \text{ мм}$ ($\sim 90\sqrt{2}$) приведены в табл. 2.

Согласно [14] можно считать, что допустимая ошибка положения точки на экране фототрансформатора, происходящая от одной причины, равна 0,01 мм. При подсчете эта ошибка для случая $t = \frac{\Delta}{2}$ и $k_{t0} = 5$ получилась равной нулю, а для $t = \frac{\Delta}{2}$ и $k_{t0} = 0,7$ равной $\sim 0,015$ мм. Однако размер $BM = 125$ мм встречается крайне редко, а с его уменьшением и ошибка будет меньше.

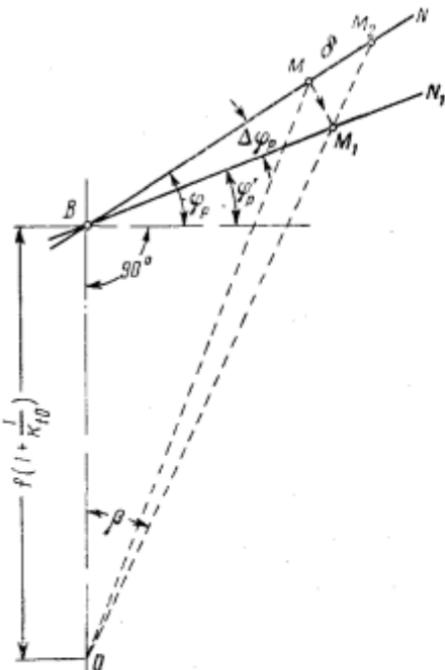


Рис. 59

Таблица 2

Ошибка на экране проекционного прибора

$t, \text{мм}$	0	1,85	3,7	0	1,85	s	3,7
k_{tO}		0,7			5		
φ_P		10°58'42"			1°33'20"		
φ'_P	11°06'36"	10°59'54"	10°53'18"	1°33'40"	1°32'42"	1°31'43"	
$ \Delta\varphi_P $	7'54"	1'12"	5'24"	20"	38"	1'37"	
$ \delta , \text{мм}$	0,141	0,021	0,094	0,007	0	0,034	
Ошибка на экране, мм	~0,1	~0,015	~0,07	~0,04	0	~0,17	

Кроме того, из формул (83) и (84) без вычислений следует, что $\delta=0$ при $t = \frac{\Delta}{2}$ и $k_{tO}=1$.

Следовательно, перспективные инверторы, не учитывающие расстояние между главными плоскостями объектива, должны быть установлены так, чтобы плоскость Q , ими определяемая, находилась посередине H и H' (см. рис. 58).

Обследование дает возможность обосновать допуски на угол наклона плоскости аэронегатива в фототрансформаторах, на выравнивание аэронегатива и т. п.

В случае повышения требований к установке плоскостей фототрансформатора при других типах проекционных объективов можно применить перспективные инверторы, учитывающие расстояние между главными плоскостями объектива.

Фирма Бауш и Ломб (США) выпускает фототрансформатор, у которого и масштабное и перспективное сопряжения выполняются с учетом расстояния Δ между главными плоскостями объектива [41].

На рис. 60 приведена принципиальная кинематическая схема этого фототрансформатора. Масштабное сопряжение выполняет ромбический инвертор, приводимый в движение ходовым винтом 1. Этот винт перемещает два ползуна 4 и 5 на одну и ту же величину, но в разных направлениях (часть винта, перемещающая ползун 4, имеет правую, а другая часть, перемещающая ползун 5,—левую резьбу). На ползуне 5 закреплен объектив, ползун 4 соединен с перспективным инвертором (измененный инвертор Карпантье). Перспективный инвертор приводится в движение ходовым винтом 2, перемещающим ползун 3. Ось вращения (точка A) экрана E расположена с учетом Δ . Оба инвертора поворачиваются относительно неподвижной оси (точка B), принадлежащей плоскости аэронаегатива N .

Треугольники BOL и DCB , $AO'L'$ и D_1C_1A соответственно подобны.

Огюда

$$\frac{BO}{LO} = \frac{DC}{BC} \quad \text{и} \quad \frac{AO'}{L'O'} = \frac{D_1C_1}{AC_1}.$$

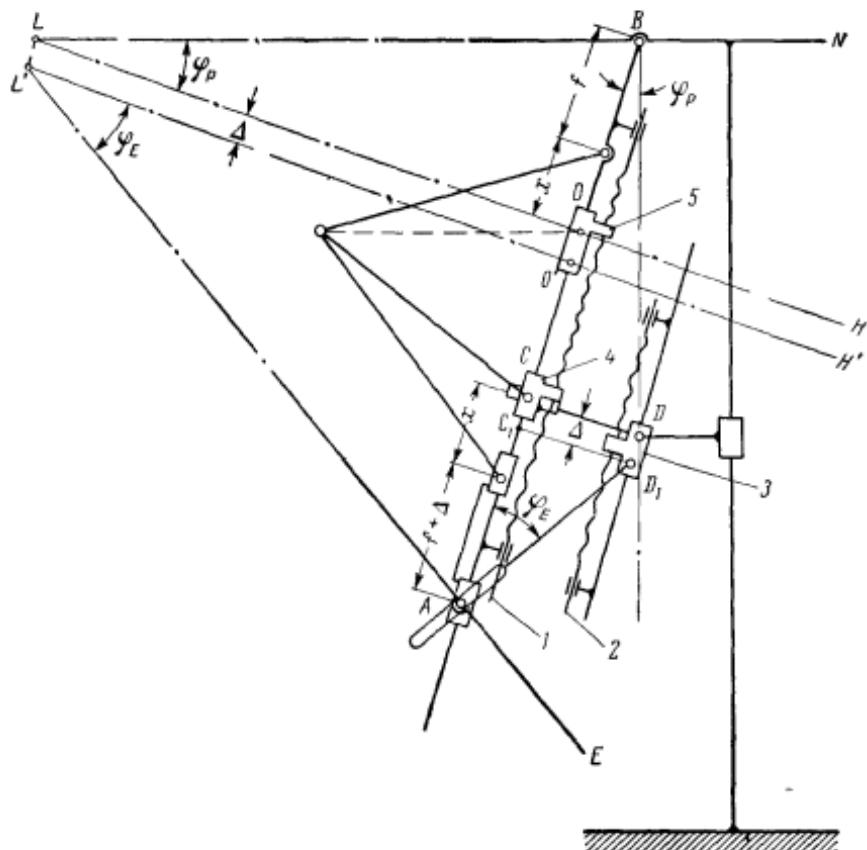


Рис. 60

Так как

$$DC = D_1C_1, \tag{89}$$

то

$$\frac{BO \cdot BC}{LO} = \frac{AO' \cdot AC_1}{L'O'}.$$

Из схемы (рис. 60) следует, что

$$BO = f + x, \quad BC = f + x + \Delta + O'C, \\ AO' = f + \Delta + x + O'C, \quad AC_1 = f + \Delta + x - \Delta.$$

Следовательно, числители обеих частей равенства (89) одинаковы. Значит, равны и знаменатели, т. е. $LO = L'O'$.

Последнее означает, что условие перспективного сопряжения так же, как и масштабного, выполняется с учетом расстояния между главными плоскостями объектива.

Проф. Русинов М. М. предложил радикальное решение рассматриваемого вопроса, а именно, расстояние между главными плоскостями проекционного объектива приводить к нулю путем добавления до и после объектива плоско-параллельных пластин соответствующей толщины. Однако это требует расчета специального объектива, коррекция которого должна быть произведена с учетом действия этих пластин.

§ 29. Габаритный расчет проекционного прибора

Фотоувеличители, фототрансформаторы и другие проекционные приборы с отражательными светооптическими системами имеют меньшие габариты и вес и больший коэффициент полезного действия по сравнению с приборами, в которых применяются линзовые конденсоры. Светооптическая система фотоувеличителя (эллипсоидный отражатель) направляет световой поток от источника света во входной зрачок проекционного объектива.

Решим следующую задачу. Даны пределы изменения коэффициента увеличения ($k_{lo\min}$ и $k_{lo\max}$) и наибольший формат $A \times B$ аэронаегатива; требуется подобрать объектив (фокусное расстояние f и угол поля зрения 2β), рассчитать габариты увеличителя и найти параметры эллипсоидного отражателя.

Принимаем, что у применяемых проекционных объективов входной и выходной зрачки совпадают с соответствующими главными плоскостями. Угол поля зрения в пространстве объективов имеет вершину в центре входного зрачка, угол поля зрения в пространстве изображений — в центре выходного зрачка.

Размер аэронаегатива N по диагонали равен $\sqrt{A^2 + B^2}$; для коэффициента увеличения $k_{lo\max}$ плоскость аэронаегатива должна находиться от передней главной плоскости H объектива на расстоянии $S_{\min} = f + x_{\min}$, а диагональ аэронаегатива должна лежать в пределах угла поля зрения объектива.

Размер диагонали изображения на экране E при $k_{lo\max}$ равен $k_{lo\max} \sqrt{A^2 + B^2}$; изображение должно находиться от задней главной плоскости H' объектива на расстоянии $S'_{\max} = f + x'_{\max}$.

Из рис. 61 следует, что

$$f + x_{\min} \frac{1}{2} \sqrt{A^2 + B^2} \operatorname{ctg} \beta.$$

Так как $x_{\min} = \frac{f}{k_{tO_{\max}}}$, то

$$f + x_{\min} = f \cdot \frac{1 + k_{tO_{\max}}}{k_{tO_{\max}}}.$$

Следовательно,

$$f \operatorname{tg} \beta = \frac{k_{tO_{\max}}}{1 + k_{tO_{\max}}} \cdot \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{2}. \quad (90)$$

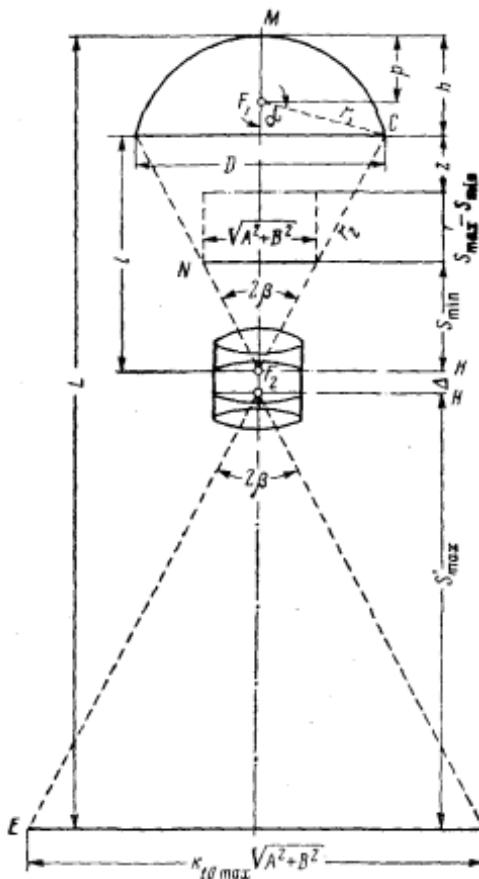


Рис. 61

Формула (90) позволяет подобрать объектив фотоувеличителя (фототрансформатора), одновременно корректируя максимальное значение коэффициента увеличения $k_{tO_{\max}}$ и размеры экрана.

Наибольшее расстояние между передней главной плоскостью объектива и плоскостью аэроплана будет

$$S_{\max} = f + x_{\max} = f \cdot \frac{1 + k_{tO_{\min}}}{k_{tO_{\min}}}. \quad (91)$$

При использовании эллипсоидного отражателя световой центр источника света устанавливают в фокусе F_1 эллипса. Изображение этого источника света получается во втором фокусе F_2 эллипса, который должен совпадать с центром входного зрачка проекционного объектива.

Диаметр D отражателя должен соответствовать углу зрения объектива. Расстояние l от входного зрачка до края отражателя постоянно и равно (см. рис. 61)

$$l = S_{\max} + z, \quad (92)$$

где z — расстояние между аэрографом в его крайнем верхнем положении (при $k_{t0 \min}$) и отражателем; это расстояние выбирают по конструктивным соображениям и по условию удобства работы.

Из рис. 61 следует, что диаметр D отражателя равен

$$D = 2l \operatorname{tg} \beta. \quad (93)$$

Наибольшее расстояние S'_{\max} между задней главной плоскостью объектива и плоскостью экрана будет, как уже указывалось, при $k_{t0 \max}$; оно равно

$$S'_{\max} = f + x'_{\max} = f(1 + k_{t0 \max}). \quad (94)$$

Найдем полуоси a и b эллипса.

Расстояние между фокусами F_1 и F_2 образующего эллипса

$$F_1 F_2 = 2 \sqrt{a^2 - b^2}. \quad (95)$$

Расстояние p от вершины M эллипса до фокуса F_1

$$p = a - \sqrt{a^2 - b^2}. \quad (96)$$

Сумма модулей радиусов-векторов, проведенных из фокусов к любой точке эллипса, постоянна

$$r_1 + r_2 = 2a. \quad (97)$$

Возьмем на эллипсе точку C так, чтобы она соответствовала диаметру D , определяемому формулой (93). Тогда угол между радиусом-вектором r_2 и осью $2a$ эллипса, совпадающей с главной оптической осью объектива, равен β — половине угла поля зрения объектива. Угол между радиусом-вектором r_1 и осью эллипса обозначим через α .

Из треугольника $F_1 C F_2$ имеем

$$r_1 \sin \alpha = r_2 \sin \beta. \quad (98)$$

По равенству (95)

$$r_1 \cos \alpha + r_2 \cos \beta = 2 \sqrt{a^2 - b^2}. \quad (99)$$

Из (98) найдем

$$r_1 \cos \alpha = \pm \sqrt{r_1^2 - r_2^2 \sin^2 \beta}.$$

Согласно (99),

$$\pm \sqrt{r_1^2 - r_2^2 \sin^2 \beta} = 2 \sqrt{a^2 - b^2} - r_2 \cos \beta.$$

Используя (96) и (97), получаем

$$a = \frac{p(p + r_2 \cos \beta)}{2p - r_2(1 - \cos \beta)}. \quad (100)$$

Из (96) следует, что

$$b = \sqrt{2ap - p^2}. \quad (101)$$

Модуль радиуса-вектора \bar{r}_2 , входящий в формулу (100), находим из треугольника $F_1\bar{C}F_2$:

$$r_2 = \frac{D}{2 \sin \beta}. \quad (102)$$

Расстояние p выбирают так, чтобы получить наименьшую высоту отражателя при условии удобного размещения электролампы.

Используя выражение (99), можно найти высоту отражателя по формуле

$$h = r_1 \cos \alpha + p = 2 \sqrt{a^2 - b^2} - \frac{D}{2} \operatorname{ctg} \beta + p. \quad (103)$$

Общая высота фотоувеличителя без учета толщины экрана

$$L = S'_{\max} \pm \Delta + l + h, \quad (104)$$

где S'_{\max} , l и h определяют по формулам (94), (92) и (103); Δ — расстояние между главными плоскостями проекционного объектива (считаемое положительным при нормальном расположении главных плоскостей объектива и отрицательным — в случае обращенных главных плоскостей).

Пример. Дано: $k_{to\ min}=1,5$; $k_{to\ max}=10$; $A \times B=6 \times 6$ см. По формуле (90) имеем:

$$\operatorname{ftg} \beta_{\Pi} = 38,57 \text{ мм.}$$

Объектив Т-22 ($f=75$ мм, $2\beta=60^\circ$) обеспечивает $\operatorname{ftg} \beta = 43,28$ мм.

Полезно используемый угол поля зрения объектива $2\beta_{\Pi} \cong 54^\circ 20'$.

Вычисления по формулам (91)–(94), (100)–(104) при $\beta=\beta_{\Pi}=27^\circ 10'$ дают следующие значения определяемых величин:

$$\begin{aligned} S_{\max} &= 125 \text{ мм}; \quad l = 160 \text{ мм} \quad (z = 35 \text{ мм}, \Delta \approx 0); \\ D &= 164,58 \text{ мм} \quad (\text{в конструкции принимаем } D = 170 \text{ мм}); \\ S'_{\max} &= 825 \text{ мм}; \quad r_2 = 180,22 \text{ мм}; \quad a = 133,2 \text{ мм} \quad (p = 40 \text{ мм}); \\ b &= 95,13 \text{ мм}; \quad h = 66,5 \text{ мм}; \quad L \cong 1055 \text{ мм.} \end{aligned}$$

В качестве второго примера разберем конструкцию большого фототрансформатора (ФТБ) с объективом «Луч» ($f=180$ мм, $2\beta=76^\circ$, расстояние между главными плоскостями $\Delta=3,7$ мм). Коэффициент трансформирования можно изменять в пределах от $k_{10\min}=0,7$ до $k_{10\max}=5,0$; наибольший формат трансформируемого аэроснимка 30×30 см; кроме этого формата, можно трансформировать аэроснимки с размерами 24×24 см, 24×18 см, 18×18 см (см. рис. 62).

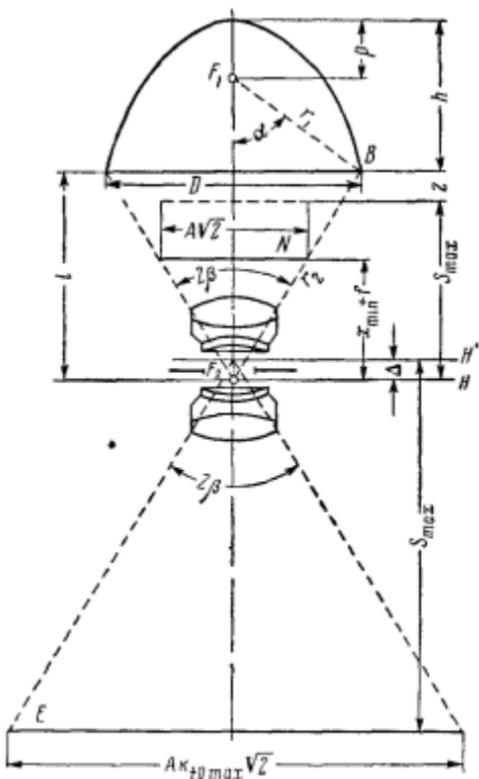


Рис. 62

Найдем угол поля зрения объектива $2\beta_n$, используемый в конструкции фототрансформатора. Из рис. 62, приняв, что $\beta=\beta_n$, находим

$$\operatorname{tg} \beta_n = \frac{D}{2l}.$$

Расстояние l от входного зрачка объектива до обреза отражателя подсчитываем по формуле (92), в которую входит величина z — расстояние между крайним верхним положением аэро-

негатива (для $k_{t0\max}$) и отражателем. Это расстояние в приборе равно 180 мм.

Тогда

$$l=617,14 \text{ мм.}$$

По заводским чертежам на ФТБ $D=890$ мм, поэтому

$$\operatorname{tg} \beta_n = 0,7211, \quad \beta_n \approx 36^\circ$$

Из формулы (90) найдем $k_{t0\max}$ для $A=30$ см

$$k_{t0\max 30} = \frac{\sqrt{2}f}{A \operatorname{ctg} \beta_n - \sqrt{2}f} \approx 1,53 \times$$

Для $A=24$ см

$$k_{t0\max 24} \approx 3,11 \times$$

При этом значении коэффициента увеличения размер экрана ФТБ ($1 \text{ м} \times 1 \text{ м}$) допускает разворот аэроплана в своей плоскости на любой угол χ .

Если подсчитаем $k_{t0\max 18}$ для $A=18$ см, то получим величину, близкую к бесконечности. Это означает, что аэроплана при полном использовании угла $2\beta_n=71^\circ$ располагается почти в фокальной плоскости объектива.

При $A=18$ см и $k_{t0\max}=5,0 \times$

$$\operatorname{ctg} \beta_n' = \frac{\sqrt{2}f(1+k_{t0\max})}{Ak_{t0\max}} = 1,697 \times$$
$$\beta_n' = 30^\circ 30'.$$

При этом формате разворот на любой угол χ возможен только при $k_{t0\max 18} \leq 4 \times$. Если $k_{t0\max 18}=5 \times$, то угол χ по абсолютной величине не может превышать $6^\circ 50'$.

Наибольшее расстояние между передней главной плоскостью объектива и плоскостью экрана по формуле (91).

$$S_{\max} = 437,14 \text{ мм.}$$

Наибольшее расстояние между задней главной плоскостью объектива и плоскостью экрана, согласно (94),

$$S'_{\max} = 1080 \text{ мм.}$$

Эллипсоид отражателя в ФТБ имеет $a=650$ мм, $b=460$ мм, поэтому $r=200,76$ мм.

Высота отражателя по формуле (103) составляет $h=495,4$ мм.

В чертежах ФТБ принято, что $r \approx 196$ мм, поэтому $h \approx 490$ мм.

В приведенном примере габаритного расчета ФТБ не учтена десентрация аэроплана, достигающая при наибольшем угле наклона экрана в 45° величин $\Delta x=\pm 30$ мм и $\Delta y=\pm 90$ мм

§ 30. Обоснование параметров многокамерного проектора (мультиплекса)

Многокамерный проектор (мультиплекс) относится к оптическим универсальным приборам, в которых связи проектирующих лучей образуют оптическую модель местности. Теория и практика использования мультиплекса подробно изложены в монографии канд. техн. наук Кораблева В. И. [12].

Дадим обоснование основным параметрам этого прибора, необходимым для его конструктивного оформления. Габариты мультиплекса должны быть наименьшими и вместе с тем желательно получить то оптимальное увеличение аэроснимков, при котором достигается наилучшее распознавание мелких объектов и наибольшая точность фиксирования точек. Согласно [21], ниж-

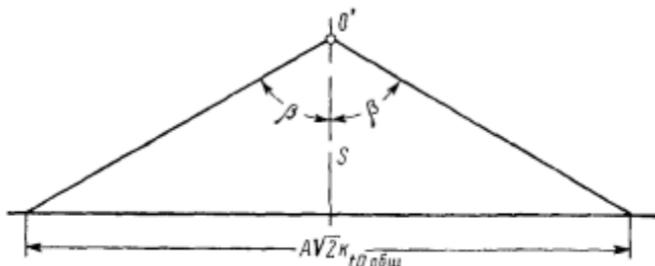


Рис. 63

ний полезный предел увеличения равен 3—4 \times , верхний полезный предел 10—12 \times . В этом диапазоне фотограмметрические приборы могут наиболее полно использовать информацию, содержащуюся на аэроснимках. Габариты прибора будут наименьшими при использовании нижнего полезного предела увеличения.

Обозначим расстояние от задней главной точки O' объектива до экрана через S' (рис. 63). Углы поля зрения 2β проекционных объективов и аэрокамеры одинаковы, так как в мультиплексе обычно восстанавливают связи проектирующих лучей, существовавших при фотографировании. Из рис. 63 следует, что

$$S' = \frac{\sqrt{2}}{2} A k_{toобщ} \operatorname{tg} \beta,$$

откуда

$$k_{toобщ} = \sqrt{2} \frac{S'}{A} \operatorname{tg} \beta, \quad (105),$$

где $k_{toобщ}$ — увеличение на экране по отношению к исходному аэропротиву;

A — размер стороны квадратного аэропротива ($\sqrt{2}A$ — размер его диагонали).

Если принять, что $A=180$ мм, $S'=300$ мм, $2\beta=122^\circ$, то $k_{to\ общ}=4,25\times$. Коэффициент увеличения аэронегатива вполне приемлем.

Использование в проекторах мультиплекса аэроснимков формата $A \times A$ сопряжено с увеличением длины прибора, веса проекторов и жесткости несущей штанги. Во избежание этого целесообразно применять уменьшенные копии аэроснимков (диапозитивы), т. е. на самом приборе работать при верхнем полезном пределе увеличения. Примем, что увеличение мультиплекса k_{tom} равно $12\times$. Тогда коэффициент увеличения $k_{to\ общ}$ при получении диапозитивов можно подсчитать по формуле

$$k_{to\ общ} = k_{toy} k_{tom}. \quad (106)$$

Для $k_{to\ общ}=4,25\times$ получим

$$k_{toy} = 4,25\times : 12\times = (1 : 2,82)\times,$$

тогда полезный формат диапозитива с аэроснимка формата $A \times A=180 \times 180$ мм будет равен 64×64 мм.

Для удобства следует округлить величину k_{toy} и соответственно исправить k_{tom} , приняв, например, формат диапозитива 60×60 мм. Тогда

$$k_{toy} = 60 \text{ мм} : 180 \text{ мм} = (1 : 3)\times \text{ и } k_{tom} = 4,25\times \times 3 = 12,75\times.$$

Величины k_{toy} и k_{tom} относятся к каждому конкретному значению S' , которое, конечно, колеблется при переходе от одного аэроснимка к другому, даже в пределах одного маршрута.

Фокусное расстояние f_m объективов мультиплекса определяют из формулы

$$S' = f_m (1 + k_{tom}). \quad (107)$$

При $S'=300$ мм, $k_{tom}=12,75\times$ имеем $f_m=21,8$ мм.

На мультиплексе можно работать с преобразованными связками. При этом углы наклона проекторов ϕ будут отличаться от углов наклона плоскостей аэронегативов α при съемке. Если $|\alpha_{max}| \leqslant 2^\circ$, то $|\phi_{max}| < 8^\circ$ при фокусных расстояниях аэрокамер до 100 мм. Учтем угол ϕ_{max} при определении наименьшего расстояния b_{min} между главными точками объективов двух соседних проекторов. На рис. 64 показано положение двух соседних проекторов при наклоне их на наибольшие значения ϕ в разные стороны, соответствующие расходящимся оптическим осям. Угол β' противолежит половине стороны $A k_{to\ общ}$ квадрата на экране мультиплекса при отвесном положении оси проектора. Угол разворота χ диапозитива в своей плоскости не учитываем. Из рис. 64 следует, что

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{A k_{to\ общ}}{2 S'}. \quad (108)$$

Для $A=180$ мм, $k_{to\ общ}=4,25\times$ и $S'=300$ мм имеем $\beta'=52^\circ$.

При отвесном положении оптических осей двух соседних проекторов расстояние b между главными точками O_1' и O_2' объективов для заданного перекрытия в $p\%$ определяют по формуле

$$b = Ak_{t0\text{общ}} \left(1 - \frac{p}{100} \right). \quad (109)$$

Обозначим через t величину перекрытия на участке CB , тогда

$$t = Ak_{t0\text{общ}} \left(\frac{p}{100} - \frac{1}{2} \right).$$

При введении углов φ для сохранения величины t необходимо точку O_2' переместить в положение \bar{O}_2' , что и определяет b_{\min} .

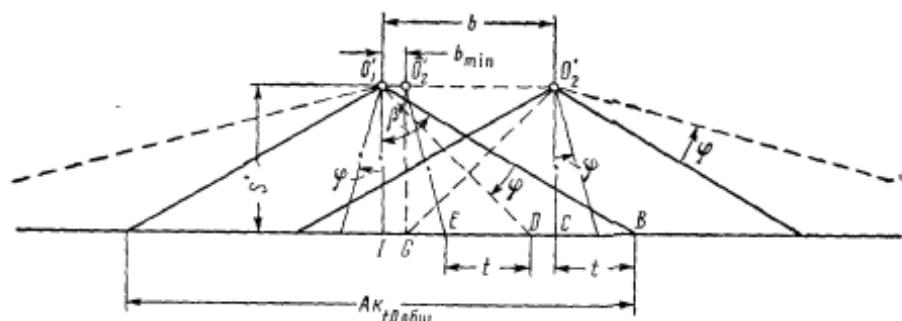


Рис. 64

Из рис. 64 получаем

$$\begin{aligned} b_{\min} &= DI - DE - EG = S' \operatorname{tg}(\beta' - \varphi) - t - S' \operatorname{tg} \varphi = \\ &= S' [\operatorname{tg}(\beta' - \varphi) - \operatorname{tg} \varphi] - Ak_{t0\text{общ}} \left(\frac{p}{100} - \frac{1}{2} \right). \end{aligned} \quad (110)$$

В рассматриваемом примере при $p=60\%$ имеем $b_{\min}=172 \text{ мм}$.

Полученное значение b_{\min} нужно проверить, чтобы выяснить, не мешают ли проекторы один другому. На рис. 65 показано положение двух проекторов, имеющих диаметр D и высоту a . Тогда должно выполняться условие

$$2 \left(a \sin \varphi + \frac{D}{2} \cos \varphi \right) < b_{\min}, \quad (111)$$

что гарантирует возможность установки b_{\min} .

Для приводимого примера $a=250 \text{ мм}$, $D=100 \text{ мм}$, $\varphi=8^\circ$, следовательно,

$$2(250 \sin 8^\circ + 50 \cos 8^\circ) = 168,5 \text{ мм} < b_{\min} = 172 \text{ мм}.$$

Наибольшее расстояние между главными точками объективов двух соседних проекторов получим из формулы (110) изменением знака углов φ

$$b_{\max} = S'[\operatorname{tg}(\beta' + \varphi) + \operatorname{tg} \varphi] - Ak_{tOobsh} \left(\frac{p}{100} - \frac{1}{2} \right). \quad (112)$$

Для $S' = 300$ мм, $\beta' = 52^\circ$, $\varphi = 8^\circ$, $A = 180$ мм, $k_{tOobsh} = 4,25 \times$ и $p = 60\%$ получим $b_{\max} \approx 485$ мм.

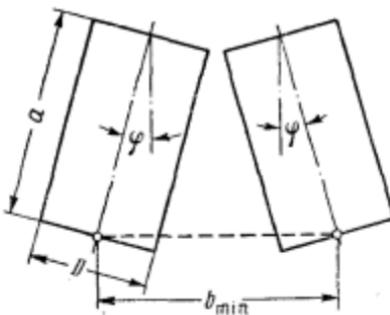


Рис. 65

Длина штанги для размещения N проекторов составит

$$L \approx \frac{b_{\min} + b_{\max}}{2} N. \quad (113)$$

Для $N = 6$ имеем $L \approx 1970$ мм.

§ 31. Светооптическая система для проекционных приборов (графоаналитический расчет параметров)

Применение эллипсоида вращения как отражателя в осветительных устройствах фотограмметрических и проекционных приборов обеспечивает возможно малые габариты и вес приборов, повышает освещенность изображения.

В 1945 г. Бин [39] предложил вариант эллипсоидного отражателя, отличающийся тем, что его ось и главная оптическая ось проекционного объектива образуют между собой угол γ (рис. 66). Этот вариант обладает большей компактностью по сравнению с эллипсоидным отражателем, ось которого совпадает с оптической осью объектива.

Рассмотрим графоаналитический способ определения параметров эллипсоидного отражателя, изображенного на рис. 66.

Как известно, если световой центр источника света поместить в фокусе F_1 эллипсоида, то его изображение получится в фокусе F_2 .

Этот фокус F_2 совмещают с центром входного зрачка проекционного объектива. Между лампой и отражателем может быть установлен светофильтр L , а между отражателем и объективом устанавливают диапозитив с диагональю, равной D .

Размеры $A \times B$ диапозитива и параметры объектива f и 2β должны соответствовать друг другу и требуемому увеличению $k_{lo \max}$, согласно формуле (90).

Порядок построения для определения параметров отражателя может быть такой:

1. Строим равнобедренный треугольник с углом 2β при вершине F_2 и противолежащей стороной D (рис. 66).

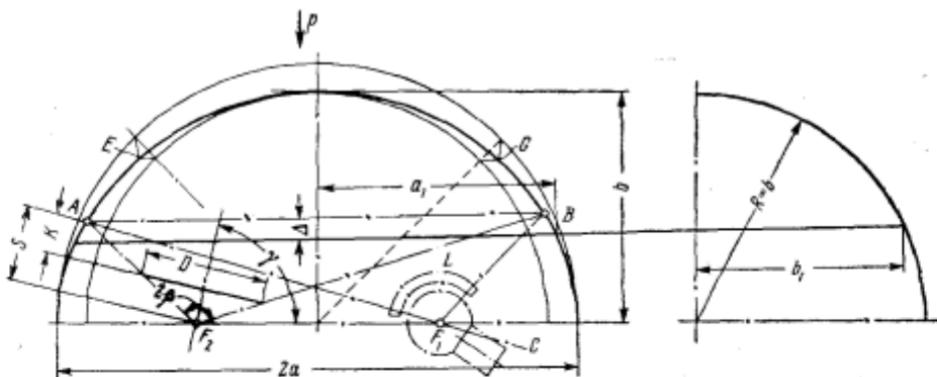


Рис. 66

2. От плоскости диапозитива откладываем расстояние K , определяемое конструктивным оформлением держателя диапозитива, креплением отражателя и удобством эксплуатации. Это определяет положение наиболее близкой к плоскости диапозитива рабочей точки A отражателя.

3. Падающий на точку A от источника света луч AC проводим вне габаритов держателя диапозитива. Его пересечение с осью эллипсоида, образующей угол γ с оптической осью объектива, определяет точку F_1 . Угол γ подбираем так, чтобы обеспечить оптимальное размещение лампы и светофильтра — они должны лежать вне пределов телесного угла пучка отраженных лучей и снятие светофильтра должно быть удобным.

4. Дугу эллипса в сечении эллипсоида плоскостью рисунка строим по полученным расстоянию F_1F_2 между фокусами и длиной радиусов-векторов $\overline{F_1A}$ и $\overline{F_2A}$. Величины полуосей a и b эллипса, необходимые для построения, получаем из равенств

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{2} (F_1A + F_2A) \\ b &= \sqrt{a^2 - \frac{1}{4} (F_1F_2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (114)$$

Графическое построение дуги эллипса показано на рис. 66 (точки E и G).

5. Для построения границы рабочей части отражателя заметим, что, учитывая возможность вращения диапозитива на произвольный угол α , она определяется как линия пересечения поверхности эллипсоида конусом световых лучей с вершиной в точке F_2 и углом при вершине 2β . Две точки A и B этой линии пересечения уже имеются (точка B лежит в пересечении крайнего правого луча с сечением эллипсоида плоскостью рисунка). Нахождение промежуточных точек границы (на рисунке не приведено) показывает, что все они в пределах точности графических построений лежат в плоскости, проходящей через точки A и B и перпендикулярной к плоскости рисунка. Это обстоятельство весьма благоприятно технологически, так как основание отражателя будет определено секущей плоскостью, проходящей параллельно границе рабочей части отражателя на расстоянии Δ , обеспечивающем крепление отражателя. Плановая проекция основания по стрелке p является эллипсом с полуосами a_1 и b_1 и ее построение затруднений не вызывает. Полуось a_1 равна половине расстояния между крайними точками основания. Полуось b_1 определяем по хорде в круговом сечении эллипсоида, проходящем через середину большой оси последнего.

ГЛАВА VIII ИЗГОТОВЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ

§ 32. Общие замечания

Изготовление оптических поверхностей путем удаления избыточного материала можно производить при соприкосновении инструмента с обрабатываемой поверхностью: 1) по весьма малой площадке, принимаемой за точку, т. е. по так называемому «способу точечного контакта»; 2) по весьма узкой полоске, принимаемой за линию,— способу линейчатого контакта; 3) по значительной площади — способу притира.

Только первый из этих способов является универсальным, т. е. пригоден, по крайней мере принципиально, для обработки поверхностей любой формы, остальные существенно ограничивают форму поверхностей. Зато способ притира, там, где он возможен, дает наибольшую точность изготовления поверхности благодаря взаимному исправлению профиля обрабатываемого изделия и инструмента. В описываемых установках использованы все три способа.

§ 33. Станок для шлифовки и полировки плоских оптических деталей

Одним из основных условий обеспечения плоскости оптических деталей при шлифовке и полировке — постоянство линейных относительных скоростей для всех точек изделия в процессе обработки. Это может быть достигнуто на станке, кинематическая схема которого изображена на рис. 67.

Рычаг 5 можно установить и закрепить под любым углом α к направлению OA водила 8. Изменение угла α ведет к изменению расстояния OB и, как следствие этого, к получению другой скорости V_B обработки.

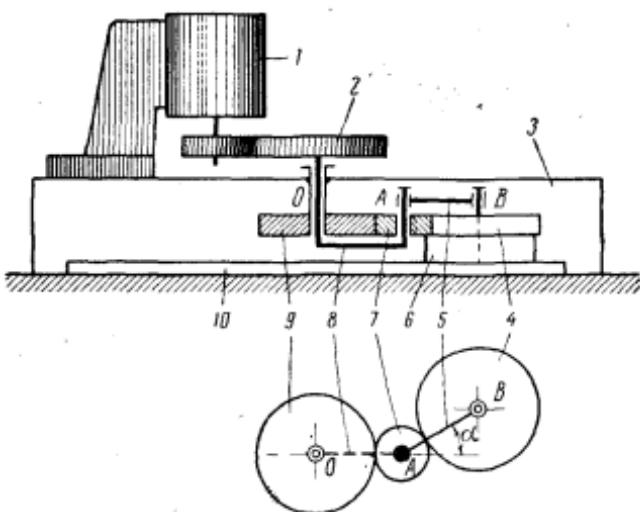


Рис. 67

Таким образом, варьируя α , можно бесступенчато менять скорость обработки. Предполагается, что угол α , установленный перед началом рабочего процесса, остается неизменным. Вообще же говоря, можно создать дополнительную систему для изменения угла α в процессе работы при вращающемся водиле.

Необходимое условие равенства скоростей обработки всех точек изделия — поступательное движение заготовок относительно инструмента. Так как блок с заготовками 6 крепят к спутнику 4, последний должен иметь угловую скорость, равную нулю. Это происходит при условии неподвижности центрального колеса 9 и равенстве чисел зубцов z_9 и z_4 (при произвольном числе z_7). Обозначим через ω_B угловую скорость водила

$$\omega_B = \omega_2 = \omega_8.$$

Известно, что

$$\frac{\omega_4 - \omega_B}{\omega_9 - \omega_B} = \frac{z_9}{z_4}. \quad (115)$$

В рассматриваемом случае $\frac{\omega_4 - \omega_B}{\omega_9 - \omega_B} = 1$.

Так как $\omega_9 = 0$, то получаем, что и $\omega_4 = 0$.

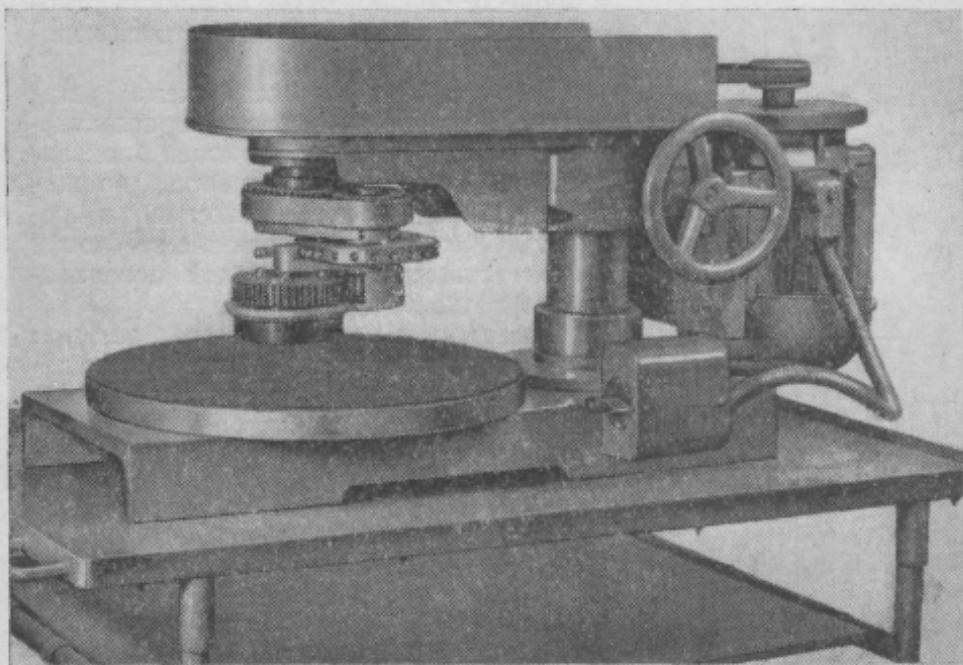


Рис. 68

Скорость любой точки сателлита 4, а, следовательно, и скорость обработки равны скорости точки B. Следовательно, скорость шлифовки или полировки

$$V_B = \omega_B L_{OB}, \quad (116)$$

где L_{OB} — расстояние между точками O и B.

Таким образом, выполняется одно из условий, обеспечивающих плоскость оптических деталей.

На рис. 68 показан общий вид станка *.

* Конструктор инж. Баранцев А. И.

§ 34. Способ и установка для изготовления точных выпуклых сферических поверхностей

Рассматриваемый способ и установка, при которых процесс формообразования сферической поверхности происходит при линейчатом соприкосновении (по дуге окружности) обрабатываемых деталей с внутренней поверхностью конуса, являющегося инструментом (шар вписывается в конус), обеспечивает в процессе обработки одинаковость относительных скоростей для всех точек изделия.

На рис. 69 изображена схема установки. В конической полости врачающегося инструмента 3 расположены блок заготовок, которому сообщается вращательно-колебательное движение, в результате чего обрабатываемые заготовки 2 контактируют с конической поверхностью 3 по кольцевой линии.

Поверхность необходимого радиуса при этом получают путем выдерживания заранее рассчитанной и контролируемой в процессе обработки глубины погруж-

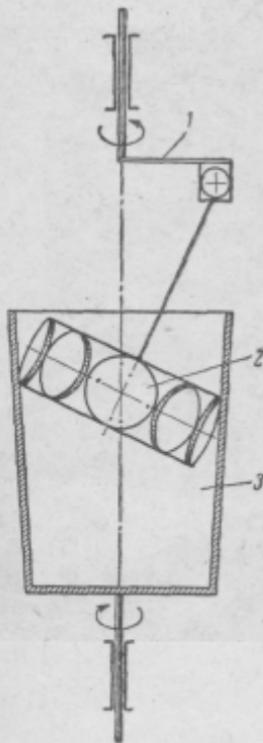


Рис. 69

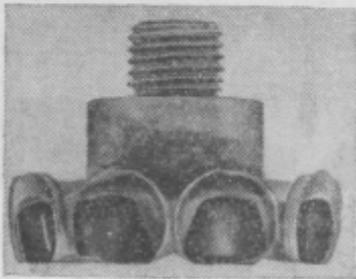


Рис. 70

ния блока с заготовками в полость вращающегося инструмента 3 при определенной величине угла конуса его внутренней поверхности.

Шлифовку производят при подаче абразивной суспензии. Для полировки внутреннюю поверхность инструмента футеруют смолой или конус выполняют из пластмассы; полировку ведут с полиритом или другим полирующим веществом.

Контроль величины радиуса и качества изготовления сферической поверхности производят при помощи вогнутых сферических пробных стекол.

Изготовленные детали имеют отступления от сферы, не превышающие долей длины световой волны ($\lambda \approx 0,5 \cdot 10^{-3}$ мм).

Образец блока обработанных линз показан на рис. 70.

Кроме линз, предлагаемый способ и установка позволяют обрабатывать экваториальные сферические пояски.

Радиус обрабатываемой сферической поверхности может

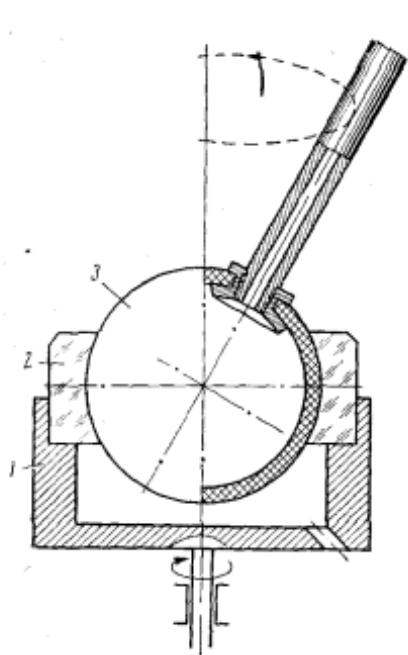


Рис. 71

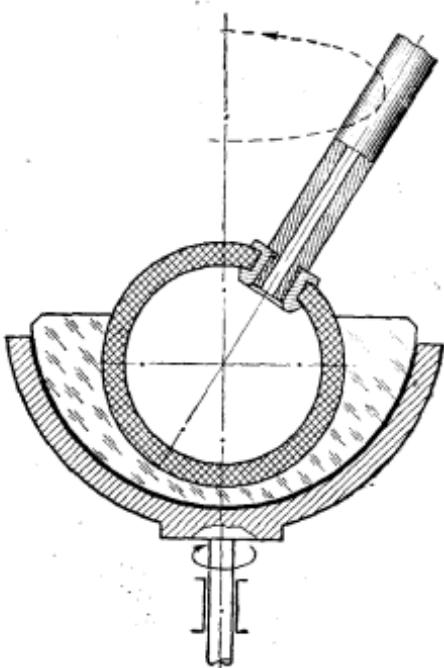


Рис. 72

быть относительно малым. Износ инструмента не влияет на точность изготовления поверхности. Одним инструментом можно обрабатывать детали с разными радиусами сферической поверхности.

На заготовках с торцевых частей блока перед обработкой в конусе снимают фаски.

§ 35. Установки для изготовления вогнутых экваториальных сферических поясков и вогнутых сферических поверхностей, больших полусферы

Установка, на которой обработка вогнутого экваториального сферического пояска 2 происходит по способу, близкому к способу притира, показана на рис. 71. Инструментом является выпуклая сферическая поверхность полого резинового шара 3, внутри которого поддерживается определенное давление.

Такой инструмент при открытом ниппеле легко вводится внутрь пояска.

Обработка происходит при вращении заготовки, укрепленной в плашайбе 1, и вращательно-колебательном движении инструмента при помощи кривошипа, подобно тому как показано на рис. 69. Определенное давление в полости шара 3 и возможность последующего увеличения этого давления гарантируют получение точного радиуса обрабатываемой поверхности.

Применение инструмента в виде полого резинового шара, внутри которого в рабочем состоянии поддерживается определенное давление, обеспечивает доводку вогнутых сферических поверхностей, больших полусферы.

На рис. 72 показан пример использования такого инструмента.

Процесс обработки происходит при тех же движениях, что и при обработке вогнутых экваториальных сферических поясков.

§ 36. Станок для доводки конических оптических деталей

Известен способ обработки конических поверхностей оптических деталей применением линейного инструмента, установленного на параллелограммном механизме [34]. Недостатками этого способа являются неравномерный износ инструмента и конической поверхности в результате изменения их относительных скоростей от зоны к зоне и неточности движения инструмента и заготовки.

На рис. 73 показана схема станка, на котором доводка конической поверхности обеспечивается только вращательными движениями инструмента и заготовки при равенстве их относительных скоростей в любой зоне, что при одинаковом давлении предопределяет равномерное срабатывание как заготовки, так и инструмента.

Две плашайбы 1 и 2, вращаемые в разных направлениях с одинаковой угловой скоростью Ω , являются линейным инструментом, обеспечивающим при подаче абразивной супспензии обработку конической заготовки 3, расположенной между плашайбами, вращаемой с угловой скоростью ω в направлении, дающем сложение линейных скоростей каждой точки контакта плашайб 1 и 2 и этой заготовки. Геометрические оси вращения плашайб должны пересекаться в точке, лежащей на геометрической оси вращения заготовки.

Найдем соотношение между угловыми скоростями Ω плашайб и ω заготовки для соблюдения равенства относительных скоростей в любых точках контакта.

Из рис. 73 по принятым направлениям вращения планшайб и заготовки при выполнении условия равенства их относительных скоростей следует, что

$$R'\omega + r'\Omega = R''\omega + r''\Omega \quad (117)$$

Отсюда

$$\frac{\Omega}{\omega} = \frac{R' - R''}{r'' - r'} = \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (118)$$

где α — угол при вершине обрабатываемого конуса.

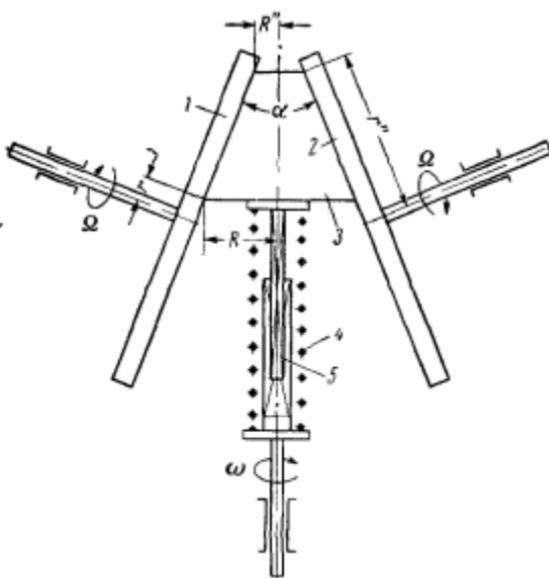


Рис. 73

Найденное отношение между угловыми скоростями планшайб и заготовки обеспечивает одинаковость их относительных линейных скоростей в точках контакта.

Постоянство давления обеспечивается пружиной 4 или соответствующим грузом, перемещающим заготовку по телескопическому валику 5.

Для полировки рабочие плоскости планшайб футеруются, например, смолой или резиной. В последнем случае полировку выполняют супспензии мелкозернистого наждаца или другого абразива.

§ 37. Способ и установка для изготовления вогнутых сплюснутых сфериондов

Предлагается из вогнутой сферической поверхности изготовить поверхность типа сплюснутого сфериона с малыми отступлениями от сферы. Для этой цели используют (рис. 74) полый или сплошной упругий резиновый шар 2, находящийся под нагрузкой (груз 1), деформирующей этот шар.

При вращении заготовки 3 и вращательно-колебательном движении деформированного резинового шара процесс формообразования заданной поверхности происходит при постоянном соприкосновении всех точек обрабатываемой поверхности и упругого инструмента.

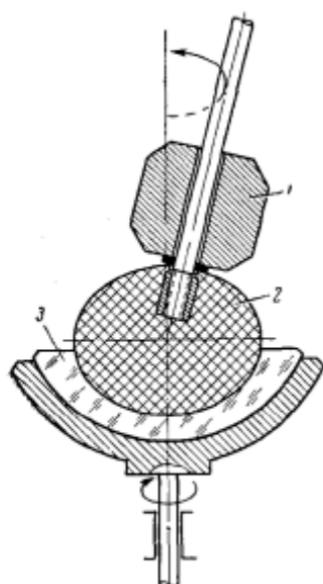


Рис. 74

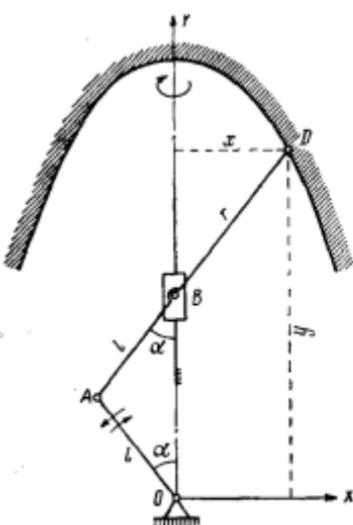


Рис. 75

§ 38. Кинематика устройств для обработки поверхностей вращения второго порядка

Рассмотрим возможности изготовления асферических оптических поверхностей вращения второго порядка — эллипсоидов, двухполостных гиперболоидов и параболоидов, основанные на использовании механизмов для построения и огибания конических сечений [1].

1. Устройство для обработки внутренней поверхности эллипсоидного отражателя

Сечение эллипсоида плоскостью, проходящей через его ось симметрии, является эллипсом, уравнение которого в выбран-

ной системе прямоугольных координат (рис. 75) выражено в виде

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (119)$$

где x и y — координаты любой точки эллипса, a и b — его полуоси соответственно по осям координат OX и OY .

Если взять кривошипно-шатунный механизм, расположенный так, что направляющая для движения ползуна совпадает с координатной осью OY , а ось O вращения кривошипа OA проходит через начало координат, то при равенстве длин кривошипа и шатуна ($OA=AB=l$) точка D , расположенная на продолжении шатуна AB , при вращении кривошипа будет описывать эллипс.

Для выбора параметров механизма имеем

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{r} = \sin \alpha \\ \frac{y}{2l+r} = \cos \alpha \end{array} \right\}, \quad (120)$$

где α — угол, определяющий положение кривошипа OA . Возведя равенства (120) в квадрат и складывая почленно, получаем

$$\frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{(2l+r)^2} = 1. \quad (121)$$

Сравнивая выражения (121) и (119), находим, что траектория точки D есть эллипс, у которого

$$\left. \begin{array}{l} a=r \\ b=2l+r \end{array} \right\}. \quad (122)$$

Следовательно, рассмотренный механизм можно применить для обработки вогнутых эллипсоидных поверхностей. Для этого заготовку вращают вокруг оси OY , а кривошип OA приводят в колебательное движение. Регулируемые параметры механизма устанавливают в соответствии с равенствами (122).

При конструктивном оформлении схемы необходимо иметь в виду следующее:

а) во избежание заклинивания механизма крепление инструмента в точке D должно быть эластичным; величина упругого смещения точки D по направлению к точке B (рис. 75) должна быть выбрана в соответствии с наибольшим припуском на обработку, который может иметь заготовка;

б) радиус кривизны рабочей поверхности инструмента не может превышать радиус кривизны в вершине эллипсоида, т. е.

$$r \leq \frac{a^2}{b};$$

в) для качания кривошипа рекомендуется шарнирный четырехзвенник с вращающимся ведущим звеном. Применение шарнирного четырехзвенника, кроме удобства работы, благоприятно для выравнивания относительных скоростей обработки.

2. Устройства для обработки наружной поверхности в виде эллипсоида и гиперболоида

Для обработки наружных поверхностей в виде эллипсоида и гиперболоида могут быть применены кулисно-рычажные ме-

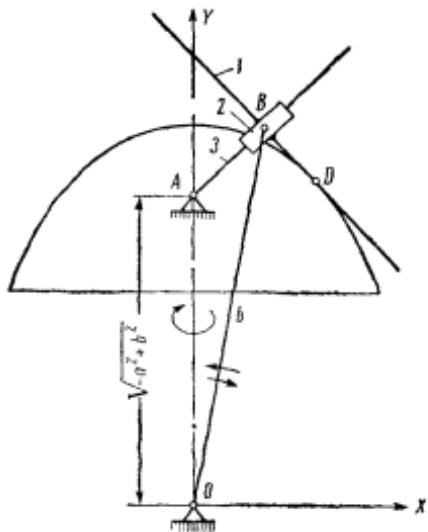


Рис. 76

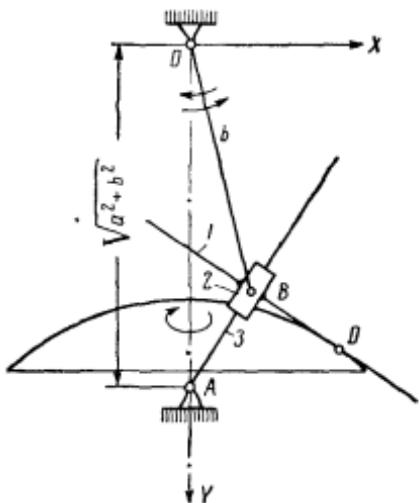


Рис. 77

анизмы, кинематические схемы которых показаны на рис. 76 и 77.

У обоих механизмов пластинка 1, жестко скрепленная с ползуном 2 перпендикулярно к кулисе 3, при качании кривошипа OB вокруг координатной оси OZ огибает заданную кривую. Регулируемую длину кривошипа устанавливают равной длине b большой полуоси, совпадающей с координатной осью OY . Центр A качаний кулисы 3 совмещают с фокусом кривой, отстоящим от начала координат на $\sqrt{a^2 + b^2}$, где a — длина малой полуоси.

Проведем доказательство изложенного утверждения для механизма, относящегося к обработке наружной поверхности в виде эллипсоида (рис. 76).

В выбранной системе прямоугольных координат $x_A=0$, $y_A=\sqrt{-a^2+b^2}$. Координаты точки B обозначим через x_B и y_B . Тогда уравнение прямой, проходящей через точки A и B , будет

$$\frac{y - \sqrt{-a^2 + b^2}}{y_B - \sqrt{-a^2 + b^2}} = \frac{x}{x_B}$$

или

$$y = \frac{y_B - \sqrt{-a^2 + b^2}}{x_B} x + \sqrt{-a^2 + b^2}. \quad (123)$$

Уравнение прямой, перпендикулярной к предыдущей, имеет вид

$$y = \frac{x_B}{\sqrt{-a^2 + b^2} - y_B} x + c, \quad (124)$$

где c — отрезок, отсекаемый прямой на оси OY . Найдем величину отрезка c , если перпендикулярная прямая проходит через точку B .

Обозначим

$$\frac{x_B}{\sqrt{-a^2 + b^2} - y_B} = k,$$

уравнения (123) и (124) примут вид:

$$y = -\frac{1}{k} x + \sqrt{-a^2 + b^2} \quad (125)$$

$$y = kx + c. \quad (126)$$

Совместное решение уравнений (125) и (126) дает координаты точки B

$$x_B = \frac{\sqrt{-a^2 + b^2} - c}{1 + k^2} k,$$

$$y_B = \frac{k^2 \sqrt{-a^2 + b^2} + c}{1 + k^2}.$$

Из схемы механизма имеем

$$b^2 = x_B^2 + y_B^2.$$

Подставив сюда значения x_B и y_B , после упрощений получим

$$c = \sqrt{k^2 a^2 + b^2}. \quad (127)$$

Найдем общие точки прямой $y = kx + c$ и эллипса, большая ось которого совпадает с осью OY , а малая ось — с осью OX .

Уравнение (119) этого эллипса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Совместное решение уравнений (126) и (119) с учетом выражения (127) дает

$$\left. \begin{array}{l} x_D = -\frac{a^2 k}{c} \\ y_D = -\frac{a^2 k^2}{c} + c = \frac{b^2}{c} \end{array} \right\}. \quad (128)$$

Поскольку секущая имеет единственную общую точку с эллипсом, то, следовательно, секущая выродилась в касательную. Показать, что прямая $y = kx + c$ является касательной к эллипсу, можно и другим образом. Решая систему (128) относительно k и c , находим

$$k = -\frac{b^2 x_D}{a^2 y_D},$$

$$c = \frac{b^2}{y_D}.$$

Подставив эти значения в уравнение (126), после простых преобразований получаем выражение

$$\frac{x_D x}{a^2} + \frac{y_D y}{b^2} = 1,$$

как известно, являющееся уравнением касательной к эллипсу в точке D .

Итак, механизм, изображенный на рис. 76, действительно может быть использован для обработки наружной поверхности в виде эллипсоида.

Возможность использования механизма, показанного на рис. 77, для обработки наружной поверхности в виде гиперболоида доказывается аналогично.

При конструктивном оформлении этих механизмов необходимо иметь в виду следующее:

а) установочными параметрами являются: длина b кривошипа OB и расстояние $OA = \sqrt{a^2 + b^2}$ между центрами кривошипа OB и кулисы 3 ;

б) необходимость уравновешивания давления, оказываемого на заготовку огибающей пластиной, служащей инструментом, предопределяет применение двух одинаковых механизмов, расположенных в параллельных плоскостях, между которыми располагают заготовку;

в) припуски на обработку требуют упругого крепления пластины 1 , заменяющего механизм подачи;

г) для качания кривошипов, по уже изложенным ранее причинам, рекомендуется шарнирный четырехзвенник.

3. Устройство для обработки наружной поверхности в виде параболоида

На рис. 78 показана кинематическая схема кулисно-рычажного механизма, который можно применить для обработки наружной поверхности в виде параболоида, образующая кривая которого (парабола) в соответствующей системе координат определяется уравнением

$$x^2 = 2py, \quad (129)$$

где $2p$ — параметр параболы.

При качании кулисы 1 по ней перемещается ползун 2, в точке B врачающийся относительно ползуна 3, в свою очередь перемещающегося по прямолинейной направляющей 4, отстоящей на величину $p/2$ от центра A качания кулисы. С ползуном 2 жестко скреплена под прямым углом к кулисе 1 пластина 5, являющаяся огибающей параболы и служащая рабочим инструментом.

Докажем, что это устройство при вращении заготовки обеспечивает образование параболоида.

Координатами точки A будут $x_A = 0, y_A = \frac{p}{2}$.

Координаты точки B обозначим через x_B и $y_B = 0$.

Уравнение прямой, проходящей через точки A и B , получится

$$\frac{x}{x_B} = \frac{-y + \frac{p}{2}}{\frac{p}{2}}$$

или

$$x = -\frac{2x_B}{p}y + x_B. \quad (130)$$

Уравнение прямой, ей перпендикулярной и проходящей через точку B , примет вид

$$x = \frac{p}{2x_B}y + x_B. \quad (131)$$

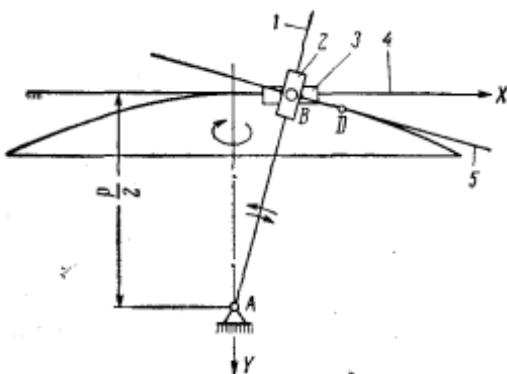


Рис. 78

Решая систему уравнений (129) и (131), получаем координаты общей точки параболы и прямой

$$\left. \begin{array}{l} x_D = 2x_B \\ y_D = \frac{2x_B^2}{p} \end{array} \right\}. \quad (132)$$

Как видим, общая точка D будет единственной.

Докажем, что прямая, согласно (131), является касательной к параболе. Для этого приведем правую часть уравнения (131) к одному знаменателю и вместо x_B и x_B^2 подставим их значения из (132). После упрощений получим уравнение

$$x_D x = p(y_D + y),$$

которое, как известно, есть уравнение касательной к параболе в точке D . Следовательно, касательной к параболе будет и пластина 5, совпадающая с прямой (131).

Таким образом, механизм, изображенный на рис. 78, может быть применен для обработки наружной поверхности в виде параболоида.

При оформлении конструкции механизма необходимо учесть следующее:

а) установочным параметром является расстояние между осью качания кулисы 1 и неподвижной направляющей 4; оно равно $\frac{p}{2}$;

б) на этот механизм распространяются требования пунктов б), в) и г) к механизмам, предназначенным для обработки наружных поверхностей в виде эллипсоида и гиперболоида (см. п. 2).

§ 39. Установка для обработки выпуклых асферических поверхностей

Способ притира позволяет получить точные сферические поверхности.

Установка для обработки выпуклых асферических поверхностей оптических деталей работает по способу линейчатого контакта, которому, однако, приданы некоторые черты способа притира.

На рис. 79 показана кинематическая схема установки. Обрабатываемую заготовку 13 приводят во вращение электродвигатель 12. Изменение угловой скорости заготовки обеспечивает применение ступенчатых шкивов и фрикционного вариатора. Формообразование асферической поверхности происходит под действием свободного абразива при помощи металлической ленты 14, плотно прилегающей к поверхности шаблона 16. Лента имеет две степени подвижности: 1) возвратное скольжение по

поверхности шаблона в направлении стрелок *A*, создаваемое кулисным механизмом (звенья 15, 18, 17 и 11), приводимым в движение электродвигателем 1 через зубчатые (10, 9, 6, 5) и

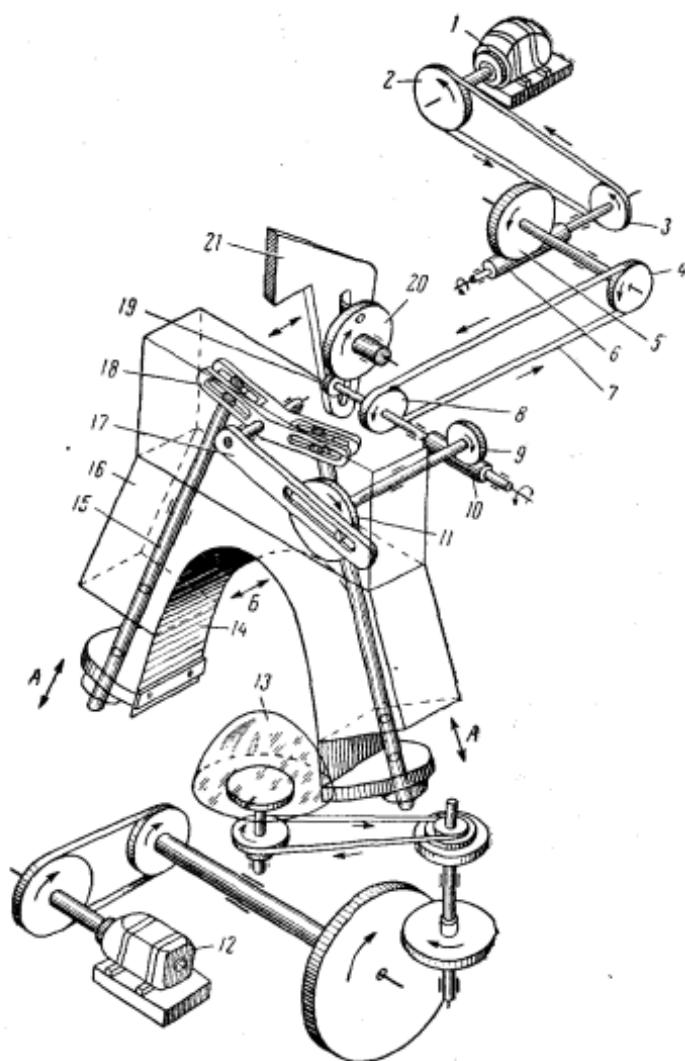


Рис. 79

ременные (8, 7, 4, 3, 2) передачи; 2) возвратно-поступательное движение вместе с шаблоном 16 в направлении стрелок *B* от кулисного механизма (звенья 20, 21) через зубчатые (20, 19, 6, 5) и ременные передачи. Клиновой ремень 7 снабжен специальным ленинском (на схеме не показан), позволяющим сохр

буемое натяжение ремня при возвратно-поступательном движении шаблона.

На рис. 80 представлен общий вид верхней части установки. Как и на схеме, шаблон приподнят над заготовкой.

На рис. 81 показано устройство леникса.

Точную подгонку формы поверхности изделия, а также некоторое изменение параметров образующей кривой при том же

типоразмере заготовки осуществляют специальными регулировочными сухарями 3 (см. рис. 80), изменяющими форму кривой рабочей ленты через промежуточную ленту, неподвижную относительно шаблона. При наличии такого регулировочного приспособления профиль шаблона может быть выполнен по дуге окружности.

Правильность геометрической формы профиля, образуемого промежуточной лентой, проверяют на оптическом проекторе, либо точным контрольным шаблоном.

Если рабочая поверхность шаблона 16 — прямой круговой цилиндр, ось которого пересекает ось вращения заготовки под прямым углом, то получаемая поверхность является сферой. При наклоне оси цилиндра относительно оси заготовки получается эллипсоид.

Необходимое давление на заготовку осуществляют пружины, помещенные в стакане 1 (рис. 80). Изменение натяжения этих пружин, а тем самым и давления производят винтом 2.

Подбором скоростей и давления можно обеспечить равномерный съем стекла по всей обрабатываемой поверхности.

Полировку выполняют полиритом при помощи свободной ленты, например, с суконной наклейкой, т. е. ленты, не соприкасающейся с поверхностью шаблона или промежуточной ленты. Такой эластичный полировальник мало изменяет геометрическую форму полируемой поверхности, полученную при шлифовке.

В качестве заготовок можно взять детали со сферической

поверхностью, наиболее приближающейся к требуемой асферики.

Центрировка асферической поверхности относительно предварительно обработанной второй (плоской или сферической)

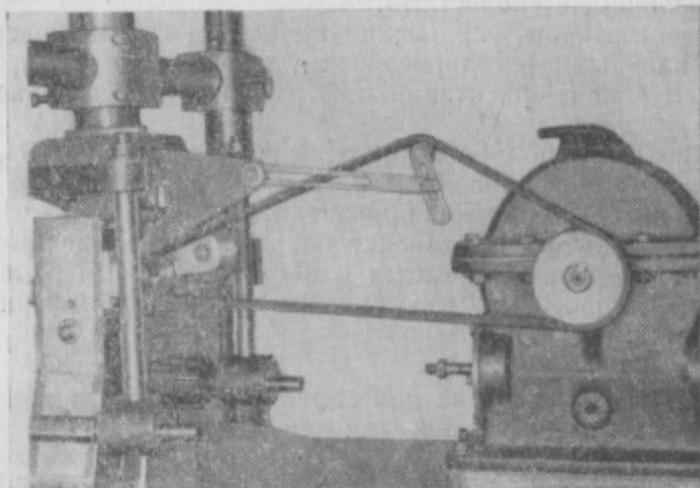


Рис. 81

поверхности изготавляемой детали обеспечивается путем использования второй стороны в качестве базы при креплении заготовки для ее шлифовки.

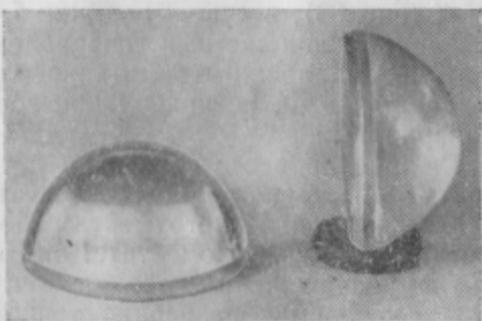


Рис. 82

Изготовленные детали с выпуклой эллипсоидальной поверхностью (световой диаметр — 90 мм) показаны на рис. 82.

Можно ожидать, что качество получаемых деталей позволит применять их не только в осветительных системах, но и в объективах и окулярах.

Перечислим отличительные особенности рассматриваемой установки:

1) наличие трех перемещений (вращение обрабатываемой детали и два возвратных движения инструмента), происходящих с различными скоростями;

2) обеспеченность управления процессом формообразования как специальными регулировочными приспособлениями, так и путем изменения ориентации инструмента относительно заготовки;

3) выполнение полировки на этой же установке;

4) простота обслуживания;

5) сравнительно высокая производительность.

Опыт эксплуатации установки показал ее несомненные преимущества перед применяемыми в настоящее время ручными и машинными способами изготовления выпуклых асферических поверхностей.

§ 40. Установка для обработки выпуклых гиперболических поверхностей

В описываемой установке * вместо плоского шаблона применен пространственный, представляющий собой группу стержней, расположенных по образующим одной из линейчатых поверхностей — однополостного гиперболоида.

Установка предназначена для шлифовки выпуклых гиперболических поверхностей оптических деталей, причем одним и тем же шаблоном можно изготавливать гиперболоиды с различными значениями параметра. Это достигается взаимным разворотом торцев 4 и 4' (рис. 83), несущих стержни 5, при вращении шаблона описывающие однополостный гиперболоид. После разворота торцы, разумеется, должны быть закреплены. Разворот не вызывает изгиба стержней, поскольку они соединены с торцами шаровыми шарнирами.

Вращение шаблона в процессе шлифовки детали не только позволяет построить в пространстве однополостный гиперболоид, но и создает рабочее движение инструмента относительно заготовки в вершине поверхности. Кроме того, оно осредняет возможные ошибки в расположении стержней, что гарантирует построение в процессе формообразования точной образующей кривой.

Подшипники 2 и 2' шаблона расположены в прямолинейных вертикальных направляющих и находятся на упругом подвесе (пружины 1, 1'); необходимое давление обеспечивается сменными грузами 3, 3'.

Шлифовка поверхности происходит при вращении шаблона 5 и заготовки 6 с непрерывной подачей абразивной суспензии.

* Работа выполнена в соавторстве с инж. Шевченко Л. Я.

Для полировки стержни шаблона 5, например, оклеивают сукном, полировку ведут полиритом с теми же движениями, что и при шлифовке. Оптимизацию технологических операций шли-

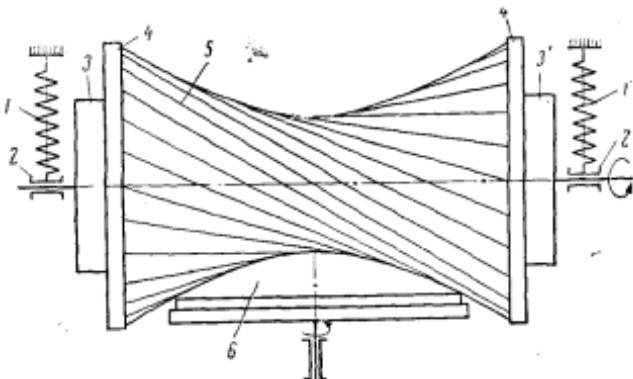


Рис. 83

фовки и полировки осуществляют подбором скоростей вращения шаблона 5 и заготовки 6. Влияние износа стержней компенсируется соответствующей корректировкой настройки шаблона.

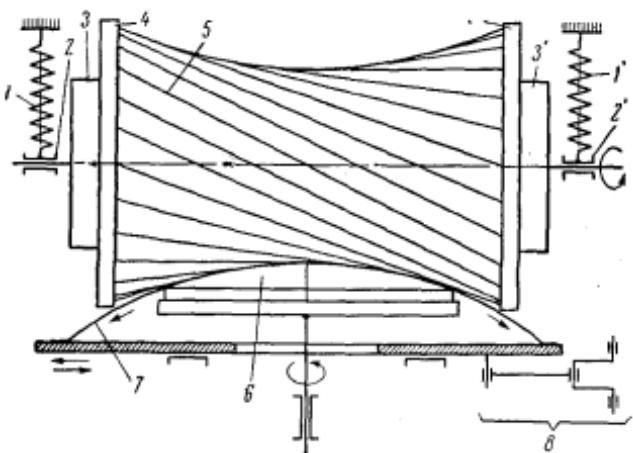


Рис. 84

Кроме описанного, возможен вариант установки с применением гибкой металлической калиброванной ленты 7 (см. рис. 84), протягиваемой поступательно-возвратно между шаблоном 5 и заготовкой 6 и служащей рабочим инструментом. Протягивание ленты при достаточно пологих кривых можно осуществить, например, кривошипно-шатунным механизмом 8.

В этом варианте вращение шаблона не создает рабочего движения инструмента, поэтому износ стержней резко уменьшается, заменяясь износом ленты, которую перед окончательной шлифовкой следует сменять.

Полировка поверхности гиперболоида на той же установке возможна, например, наклеенной на ленту просмоленной пористой резиной.

Таким образом, отличительными особенностями описываемой установки являются:

1) применение вращаемого шаблона из прямолинейных стержней, образующих линейчатый гиперболоид вращения

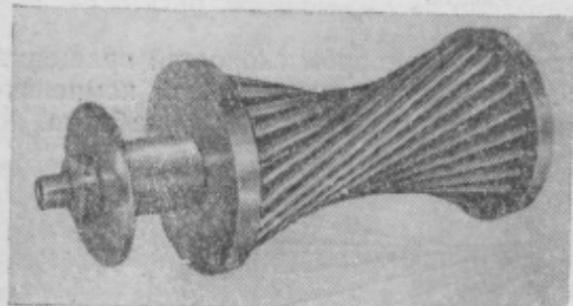


Рис. 85

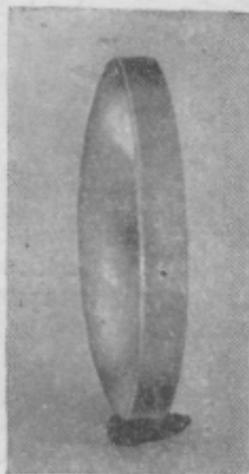


Рис. 86

с изменяемыми путем фиксируемой перемены угла наклона стержней параметрами;

2) возможность применения гибкой металлической ленты, находящейся между вращающейся заготовкой и шаблоном и совершающей поступательно-возвратное движение;

3) возможность шлифовки и полировки на одной установке;

4) изготовление изделий большого диаметра;

5) высокая производительность (длительность изготовления асферической поверхности не превышает длительности изготовления, аналогичной сферической).

На рис. 85 показана конструкция шаблона в виде линейчатого гиперболоида вращения.

На рис. 86 изображен образец изготовленной детали (световой диаметр 100 м.m.).

§ 41. Получение асферических поверхностей малой кривизны

Испытан способ получения асферических поверхностей малой кривизны из плоско-параллельных, механически изогнутых пластинок * путем превращения их вогнутой или выпуклой поверхности в плоскость [18]. При освобождении после шлифовки и полировки обработанной пластинки она становится либо плоско-выпуклой (обрабатывалась вогнутая поверхность), либо плоско-вогнутой (обрабатывалась выпуклая поверхность), либо выпукло-вогнутой с эквидистантными поверхностями (обрабатывались вогнутая и выпуклая поверхности изогнутой пластинки). Таким образом, можно получать поверхности с осевой симметрией, т. е. поверхности вращения, и цилиндрические поверхности. Вид образующей кривой поверхности зависит от формы пластинки (круглая, прямоугольная и т. д.), от способа закрепления пластинки и от характера нагрузки, которая была применена для ее прогиба. Стабильность прогиба пластинки в процессе обработки обеспечивают применением связующих веществ (смолы, пека и т. п.).

Рассмотрим некоторые варианты получения асферических поверхностей.

1. Плоско-выпуклая линза (выпуклое зеркало) с осевой симметрией, выпуклая поверхность которой образована вращением кривой, описываемой формулой [7]

$$y = y_{\max} \left[\frac{2(1+\mu)}{R^2(3+\mu)} r^2 \ln \frac{r}{R} + 1 - \frac{r^2}{R^2} \right]. \quad (133)$$

Для этой формулы начало координат O (рис. 87) взято в нейтральном сечении круглой пластинки до прогиба; ось OY совпадает с осью симметрии пластинки и направлена вниз; r — текущее значение радиуса пластинки, которому соответствует прогиб y ; y_{\max} — наибольшая величина прогиба (в центре пластинки), R — радиус опоры пластинки, μ — коэффициент Пуассона материала пластинки (см. [11]). На рис. 87 показана схема нагружения пластинки: сосредоточенная сила P , приложенная в центре пластинки.

На рис. 88 показана конструкция приспособления, на котором производят изгибание пластинки. Планшайбу b закрепляют в основании b корпуса приспособления. На планшайбу центрично устанавливают круглую плоско-параллельную стеклянную заго-

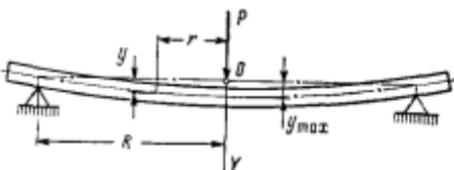


Рис. 87

* Работа выполнена при участии инж. Шевченко Л. Я.

товку 4 и при помощи измерительно-силового винта 1 прогибают ее на заданную величину u_{\max} , меньшую предела упругих деформаций заготовки. Развиваемое винтом усилие передается заготовке через шарик 2. Деформировав заготовку, внутреннюю полость планшайбы заливают связующим веществом 3, после затвердевания которого планшайбу вынимают из приспособления. Обработав поверхность заготовки до плоскости, снимают пластинку с планшайбы; упругие деформации исчезают и пластина принимает форму линзы, показанную на рис. 89.

2. Плоско-вогнутая линза (вогнутое зеркало) с осевой симметрией, вогнутая поверхность которой образована вращением кривой, описываемой формулой (133).

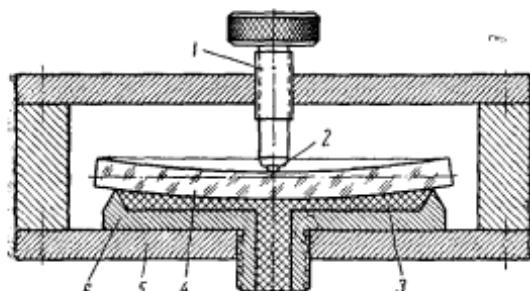


Рис. 88



Рис. 89

Схема нагружения пластины остается прежней (см. рис. 87), но конструкция приспособления должна быть несколько изменена (рис. 90). Круглую плоско-параллельную заготовку 4 устанавливают на размерное кольцо 5, расположенное на основании 6 корпуса приспособления центрично с винтом 2. Планшайба 3 находится в траверсе 2 корпуса. Измерительно-силовой винт 1 через шарик прогибает заготовку на заданную величину u_{\max} . Затем внутреннюю полость планшайбы через отверстие 7 заливают связующим веществом и далее поступают так же, как и в предыдущем случае. Форма готовой линзы показана на рис. 91.

3. Плоско-выпуклая линза (выпуклое зеркало) с осевой симметрией, выпуклая поверхность которой образуется вращением параболы, описываемой формулой

$$y = y_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right). \quad (134)$$

Обозначения в формуле (134) такие же, как и в формуле (133). Схема нагружения пластины изображена на рис. 92. По окружности вблизи контура пластины на расстоянии a от места опоры приложена распределенная нагрузка p . Интенсивность момента нагрузки по контуру $pa \frac{\text{kGcm}}{\text{см}}$.

Конструкция приспособления (рис. 93) состоит из плит 5 и 1, соединенных стойками. В каждую из них ввинчены соосные планшайбы 6 и 3 с кольцами, разность радиусов которых равна a . Планшайба 3 является самоустанавливающейся. Круглую плоско-параллельную заготовку 4 центрируют и закрепляют между планшайбами. Дальнейшее перемещение одной из планшайб, например 3, вызывает прогиб пластиинки в соответствии с формулой (134). Внутреннюю полость планшайбы 6 заливают связующим веществом 2, после затвердевания которого можно приступить к обработке поверхности заготовки 4 для превращения ее в плоскость. Форма готовой линзы аналогична показанной на рис. 89.

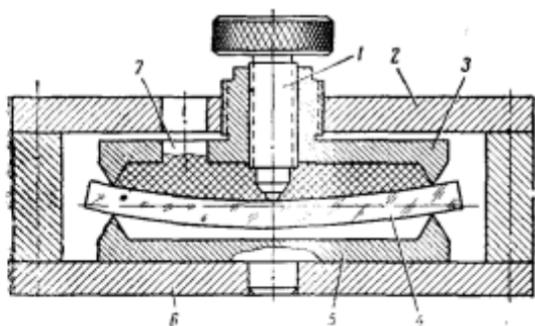


Рис. 90



Рис. 91

4. Плоско-вогнутая линза (вогнутое зеркало) с осевой симметрией, вогнутая поверхность которой образуется вращением кривой, описываемой формулой (134).

Схема нагружения и приспособление для обработки остаются такими же, как и в предыдущем варианте (см. рис. 92 и 93), но связующее вещество заливают не в планшайбу 6, а во внутреннюю полость планшайбы 3. Форма готовой линзы аналогична показанной на рис. 91.

5. Выпукло-вогнутая линза (мениск) с эквидистантными поверхностями, соответствующими формулам (133) или (134).

Схема нагружения пластинок для получения поверхностей по формуле (133) изображена на рис. 87, для получения поверхностей по формуле (134) — на рис. 92.

В первом случае используют приспособление, аналогичное показанному на рис. 93. Отличие заключается в том, что кольца планшайб 6 и 3 имеют одинаковые радиусы, а во внутреннюю резьбу хвостовика планшайбы 3 ввертывают измерительно-силовой винт, обеспечивающий заданный прогиб y_{max} . Первой получают, например, выпуклую поверхность. Для этого связующее вещество заливают во внутреннюю полость планшайбы 6. После обработки поверхности планшайбу с прикрепленной к ней заго-

товкой опять устанавливают в приспособление и заливают связующее вещество во внутреннюю полость планшайбы 3. Затем приспособление разбирают, планшайбу 6 отклеивают от заготовки, которая остается прикрепленной к планшайбе 3. Затем обрабатывают вторую поверхность заготовки. После отклейки планшайбы 3 в итоге получается мениск.

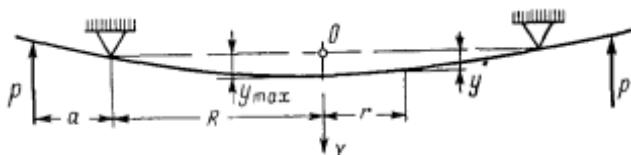


Рис. 92

Во втором случае (получения поверхности по формуле (134)) процесс аналогичен, но применяют приспособление, изображенное на рис. 93.

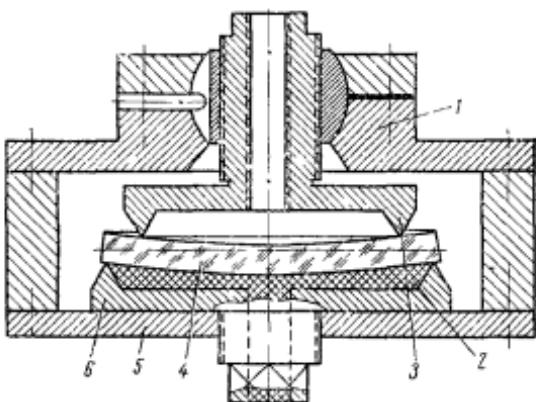


Рис. 93

6. Цилиндрические поверхности получают аналогично, но на планшайбах приспособлений вместо опорных колец должны быть параллельные опоры.

В зависимости от способа закрепления прямоугольной заготовки и от рода нагрузки получают различные профили цилиндрических поверхностей. На рис. 94 показаны два варианта крепления и рода нагрузки. Профиль получаемой по схеме рис. 94, а цилиндрической поверхности (выпуклой или вогнутой) соответствует параболе третьего порядка, по схеме рис. 94, б — дуге окружности.

Способ и приспособления для изготовления асферических оптических деталей (линз, зеркал) с малой кривизной из плос-

ко-параллельных пластинок имеют следующие отличительные особенности:

- 1) возможно получение асферики с малой кривизной;
- 2) производится обработка под плоскость поверхности предварительно механически деформированной плоско-параллельной пластинки;
- 3) форма поверхности после устранения причины деформации зависит от конфигурации пластиинки, способа ее закрепления в приспособлении и рода нагрузки;
- 4) деформированное состояние пластиинки в процессе обработки сохраняется благодаря применению связующего вещества, жестко соединяющего заготовку и планшайбу;
- 5) способу свойственно наименьшее количество источников погрешностей, влияющих на точность изготовления асферической поверхности;
- 6) простота и надежность контроля качества асферики проверкой плоскостности необрабатываемой поверхности;

- 7) возможность изготовления деталей значительных размеров;
- 8) возможность получения цилиндрической поверхности (вогнутой и выпуклой) с профилем по дуге окружности очень большого радиуса (деформирование прямоугольной пластиинки моментами на ее краях).

Рассмотренный способ и приспособления прошли практическую проверку, полностью подтвердившую сделанные выводы.

Наименьшая величина уверенно получаемой стрелки прогиба при деформации пластиинки равна 5 мкм.

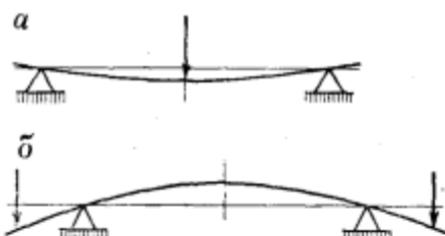


Рис. 94

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов для воспроизведения плоских кривых. М., АН СССР, 1959.
2. Бегунов Б. Н. Трансформирование оптических изображений. М., «Искусство», 1965.
3. Бобир Н. Я. Фотограмметрия. М., Геодезиздат, 1956.
4. Бруевич Н. Г. Ошибки механизмов для черчения линий. М.—Л., АН СССР, 1942.
5. Бруевич Н. Г. Точность механизмов. М., ГИТТЛ, 1946.
6. Бухгольц А. Фотограмметрия. М., Геодезиздат, 1959.
7. Вайнберг Д. В. и Вайнберг Е. Д. Пластиинки, диски, балки-стенки. Киев, Госстройиздат УССР, 1959.
8. Дробышев Ф. В. Фотограмметрические приборы и инструменто-ведение. М., Геодезиздат, 1951.

9. Заказнов Н. П. и Малкин Л. А. Кинематика станка дляшлифовки плоских оптических деталей. Известия вузов. Раздел «Геодезия и аэрофотосъемка», вып. 5, 1960.
10. Заказнов Н. П. и Куй Цзу-хао. Станок для обработки асферических поверхностей оптических деталей. Известия вузов. Раздел «Геодезия и аэрофотосъемка», вып. 1, 1962.
11. Кисин Б. И. Упругие свойства стекол. «Оптико-механическая промышленность», № II, 1959.
12. Кораблев В. И. Мультиплекс. М., РИО ВТС, 1950.
13. Коротков В. П. и Тайц Б. А. Основы метрологии и точности механизмов. М., Машгиз, 1961.
14. Лобанов А. Н. Теория трансформирования пары снимков и создание карты по трансформированным изображениям. М., Геодезиздат, 1954.
15. Лобанов А. Н. Фототопография. М., ВИА, 1957.
16. Максимович С. О. Электрическое приспособление для оптического сопряжения плоскостей трансформатора. Труды ЛО Гос. НИИ геодезии и картографии, вып. 1, 1930.
17. Максимович С. О. Электрическое приспособление для сопряжения плоскостей трансформатора. Труды ЛО Гос. НИИ геодезии и картографии, вып. 4, 1931.
18. Максутов Д. Д. Способ изготовления тонких асферических менисков. Авторское свид. СССР № 71762 с приоритетом от 5.III 1942 г.
19. Максутов Д. Д. Изготовление и исследование астрономической оптики. Л.—М., Гостехтеоретиздат, 1948.
20. Мартин Л. Техническая оптика. М., Физматгиз, 1960.
21. Михайлов В. Я. Аэросфотография и общие основы фотографии. М., Геодезиздат, 1959.
22. Муравьев М. С. Начертательная и проективная геометрия. М., Геодезиздат, 1960.
23. Новосельцев Я. В. и Лебедев А. Н. Счетно-решающие устройства. Машгиз, 1954.
24. Петров А. В. Аэрофототопография. М., ВИА, 1938.
25. Русинов М. М. Техническая оптика. М.—Л., Машгиз, 1961.
26. Русинов М. М. Фотограмметрическая оптика. М., Геодезиздат, 1962.
27. Русинов М. М. Несферические поверхности в оптике. М., «Недра», 1965.
28. Савелов А. А. Плоские кривые. М., Физматгиз, 1960.
29. Слюсарев Г. Г. Геометрическая оптика. М.—Л., АН СССР, 1946.
30. Тудоровский А. И. Теория оптических приборов, ч. I. М.—Л., АН СССР, 1948.
31. Турьгин И. А. Прикладная оптика. М., «Машиностроение», 1965.
32. Фефилов Б. В. Прикладная оптика. М., Геодезиздат, 1947.
33. Финковский В. Я. Теория стереоопреобразователя. Труды лаборатории аэрометодов АН СССР, т. VII, 1959.
34. Формообразование оптических поверхностей. Под ред. Куманина К. Г. М., Оборонгиз, 1962.
35. Четверухин Н. Ф. Проективная геометрия. М., Учпедгиз, 1961.
36. Чуриловский В. Н. Общая теория оптических приборов. Машгиз, 1960.
37. Шамбуров В. А. Новый метод синтеза пантографов и других трансформирующих механизмов. Труды института машиноведения АН СССР. Семинар по теории механизмов и машин, т. 17, вып. 67, 1957.
38. Al�ada. Grafical design of optical systems. London, 1955.
39. Bean. Development of the ER-55 projector. Photogrammetric Engineering, № 1, 1953.
40. Czapski und Eppenstein. Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach Abbe, 3-te Ausgabe, Leipzig, 1924.
41. Manual of Photogrammetry. Washington, 1952.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
Глава I. Проективная геометрия и геометрическая оптика	5
§ 1. Проективные свойства геометрических фигур	5
§ 2. Несобственные элементы пространства	6
§ 3. Построение перспективы	7
§ 4. Построение геометрических фигур по их перспективам	9
§ 5. Перспективное соответствие двух плоскостей	10
§ 6. Частный случай расположения центра проекций по отношению к предметной и картинной плоскостям	13
Глава II. Идеальные оптические системы с точки зрения проективной геометрии	14
§ 7. Примеры использования положений проективной геометрии в геометрической оптике	14
§ 8. Формула для определения сопряженных точек оси относительно фокусов системы (формула Ньютона)	16
§ 9. Формула для определения сопряженных точек оси относительно главной точки (формула Гаусса)	17
§ 10. Определение сопряженных точек на оси для комбинации нескольких центрированных бесконечно тонких систем	17
§ 11. Эквивалентная система для двух оптических систем с общей осью	19
§ 12. Построение изображения, получаемого телеобъективом	20
§ 13. Переход от бесконечно тонкой линзы к линзе конечной толщины	22
§ 14. Примеры графического решения задач по габаритным расчетам оптических систем	24
Глава III. Механические аналогии в оптике	29
§ 15. Комбинация кривошипно-шатунных механизмов, решающая формулу Ньютона	29
§ 16. Использование геометрической интерпретации формулы $xx' = ff'$	31
§ 17. Синтез механизмов, решающих задачу перспективного сопряжения (перспективных инверторов)	33
§ 18. Дифференциальное трансформирование аэроснимков при параллельном расположении плоскостей аэронегатива и экрана	36
Глава IV. Анализ оптических систем	50
§ 19. Пример простейшей механической аналогии	50

§ 20. Применение механической аналогии для вывода зависимостей геометрической оптики	51
§ 21. Графоаналитическое определение изменения фокусного расстояния линзы при изменении ее параметров	54
§ 22. Пантограф-аналог оптической системы	59
§ 23. Графоаналитический анализ комбинации центрированных оптических систем	61
Глава V. Некоторые аберрации в оптических системах	65
§ 24. Вычисление сферической аберрации	65
§ 25. Простейшие оптические системы без сферической аберрации	68
Глава VI. Электрические аналогии в оптике	71
§ 26. Применение электрических счетно-решающих устройств для автоматизации процесса сопряжения плоскостей предмета и изображения	71
§ 27. Использование электрической аналогии на примере телевизионного объектива с переменной фокусировкой	77
Глава VII. Габаритные расчеты проекционных приборов	79
§ 28. Влияние пренебрежения расстоянием между главными плоскостями проекционного объектива на точность изображения	79
§ 29. Габаритный расчет проекционного прибора	86
§ 30. Обоснование параметров многокамерного проектора (мультиплекса)	92
§ 31. Светооптическая система для проекционных приборов (графоаналитический расчет параметров)	95
Глава VIII. Изготовление оптических деталей	97
§ 32. Общие замечания	97
§ 33. Станок для шлифовки и полировки плоских оптических деталей	98
§ 34. Способ и установка для изготовления точных выпуклых сферических поверхностей	100
§ 35. Установки для изготовления вогнутых экваториальных сферических поясков и вогнутых сферических поверхностей, больших полусфер	101
§ 36. Станок для доводки конических оптических деталей	102
§ 37. Способ и установка для изготовления вогнутых сплюснутых сфериодов	104
§ 38. Кинематика устройств для обработки поверхностей вращения второго порядка	104
§ 39. Установка для обработки выпуклых асферических поверхностей	110
§ 40. Установка для обработки выпуклых гиперболических поверхностей	114
§ 41. Получение асферических поверхностей малой кривизны	117
Литература	121

