

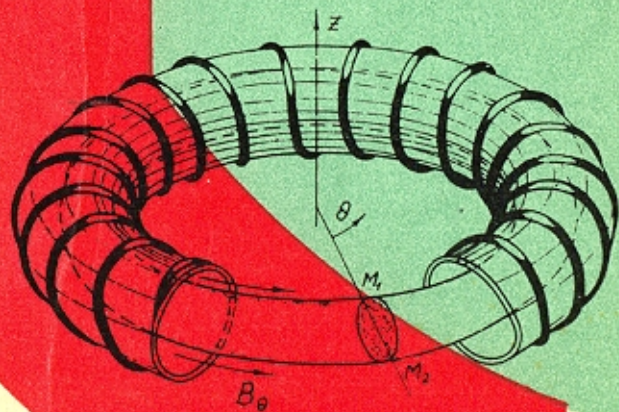
533.9

A883

252427

Л. А. Арцимович

ЧТО  
КАЖДЫЙ ФИЗИК  
ДОЛЖЕН ЗНАТЬ  
О ПЛАЗМЕ



6ПЗ (09)  
А 79  
УДК 533.9 (023.11)

А 79 Арцимович Л. А.  
Что каждый физик должен знать о плазме.  
С предисловием акад. Б. Б. Кадомцева. М.,  
Атомиздат, 1976.  
112 с., 26 ил.

Книга Л. А. Арцимовича рассчитана на любознательного специалиста, желающего получить новейшую информацию о современной области науки — физике плазмы.

Сначала плазма интересовала физиков как своеобразный проводник электрического тока, а также как источник света. Сейчас ее уже рассматривают как естественное состояние вещества, нагретого до очень высокой температуры, и как динамическую систему — объект приложения электромагнитных сил. Новые методы подхода к изучению поведения плазмы органически связаны с большими техническими проблемами, для которых физика плазмы и служит научным фундаментом.

Книгу с интересом прочтут не только физики, но и все, кто интересуется современной физикой. Ее можно рекомендовать как своеобразный компактный лекционный курс студентам физических и физико-технических факультетов вузов.

6ПЗ (09)

252422

к/с

Чувашский  
гос. университет  
Библиотека

А 20409—093  
084(01)—76 93—76

© Атомиздат, 1976

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая вниманию читателей небольшая книга академика Льва Андреевича Арцимовича представляет собой цикл лекций, прочитанных им для физиков, интересовавшихся физикой плазмы. В книге представлены самые основные сведения по физике высокотемпературной плазмы. В настоящее время они в значительной мере являются вполне установившимися и в самом деле составляют определенную сумму знаний, о которой необходимо иметь представление каждому физiku с достаточно широкой эрудицией.

Вместе с тем следует ясно себе представлять, что здание физики высокотемпературной плазмы только-только приобрело свои очертания и продолжает интенсивно развиваться. В разработке этой новой ветви современной физики большую роль сыграл руководимый Л. А. Арцимовичем коллектив отдела физики плазмы Института атомной энергии им. И. В. Курчатова. Под руководством Л. А. Арцимовича проводились исследования на установках типа «Токамак», адиабатических ловушках, быстрых пинчах и других установках, нацеленных на обуздание высокотемпературной реакции. В целом ряде этих работ он был непосредственным участником научного поиска и построения правильной системы взглядов и понимания происходящих в плазме явлений. Это, безусловно, не могло не найти отражения в книге, и при обсуждении

экспериментов на установках типа «Токамак» и адиабатических ловушках автор более подробно останавливается на самых свежих по тому времени результатах. К настоящему времени кое-что из упомянутого в книге несколько утратило свою свежесть, в частности, на установках типа «Токамак» и адиабатических ловушках достигнуты более внушительные параметры плазмы, да и понимание происходящих в них явлений заметно улучшилось. Но поскольку здесь никаких кардинальных изменений в общей системе представлений не произошло, то нам казалось нецелесообразным нарушать ход мыслей автора и поэтому никаких значительных изменений в оригинал не внесено.

Таким образом, эта книга представляет собой тот материал, который, по мнению академика Л. А. Арцимовича, составляет основной экстракт многолетних экспериментальных и теоретических исследований по физике высокотемпературной плазмы.

*Академик Б. Б. КАДОМЦЕВ*

## § 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛАЗМЫ

Плазмой называется ионизованный газ, в котором атомы (все или значительная часть их) потеряли по одному или по несколько принадлежащих им электронов и превратились в положительные ионы. Это только предварительное определение плазмы как особого состояния вещества, далее оно будет дано более точно. В общем случае можно считать, что плазма представляет собой смесь трех компонент: свободные электроны, положительные ионы и нейтральные атомы (или молекулы).

Плазма — это наиболее распространенное состояние вещества в природе. Солнце и звезды можно рассматривать как гигантские сгустки горячей плазмы. Внешняя поверхность земной атмосферы покрыта плазменной оболочкой — ионосферой. За пределами ионосферы в околоземном пространстве находятся так называемые радиационные пояса, которые представляют собой своеобразные плазменные образования. В земных условиях в лаборатории и в технике с плазмой мы встречаемся при различных газовых разрядах, так как любой газовый разряд (молния, искра, дуга и др.) всегда связан с возникновением плазмы.

При исследованиях по физике плазмы главными стимулами всегда были перспективы практических применений. Сначала плазма интересовала физиков как своеобразный проводник электрического тока, а

также как источник света. В настоящее время мы должны рассматривать физические свойства плазмы под другим углом зрения — и плазма предстанет перед нами в новом облике. Во-первых, плазма — это естественное состояние вещества, нагретого до очень высокой температуры, и, во-вторых, это динамическая система — объект приложения электромагнитных сил. Новые методы подхода к изучению поведения плазмы органически связаны с большими техническими проблемами, для которых физика служит научным фундаментом. Важнейшие из них — это управляемый ядерный синтез и магнитогидродинамическое преобразование тепловой энергии в электрическую. Возможно, что в недалеком будущем физика плазмы глубоко проникнет также в ускорительную технику.

Исследование происходящих в плазме явлений представляет интерес не только в связи с различными практическими применениями. Плазма — это материальная среда, образованная группой частиц, взаимодействующих друг с другом по наиболее простым законам — с помощью электростатических кулоновских сил. Физик обязан, исходя из известной микроструктуры плазмы, объяснить механизм различных процессов, которые происходят в этой среде. Исходные теоретические положения в данном случае обладают исключительной прозрачностью. Мы находимся здесь целиком в рамках классической физики, так как для обычной плазмы квантовые эффекты не играют сколько-нибудь заметной роли. Тем не менее до сих пор программа теоретического анализа плазменных процессов выполнена лишь частично и в ней остается много белых пятен.

Главные усилия экспериментальных исследований в настоящее время направлены на разработку методов получения плазмы с высокими параметрами: высокой температурой и большой плотностью. Мы сами создаем

объект исследований — высокотемпературную плазму, стараясь обеспечить для нее оптимальные условия существования, при которых она находится в квазистационарном, устойчивом состоянии.

Прежде чем изучать этот вопрос дальше, уточним определение понятия плазмы. Электрические силы, связывая разноименные заряды в плазме, обеспечивают ее квазинейтральность, т. е. приблизительное равенство концентрации электронов и ионов. Всякое разделение зарядов, обусловленное смещением группы электронов относительно ионов, должно приводить к возникновению электрических полей, стремящихся скомпенсировать созданное возмущение; эти поля растут с увеличением концентрации частиц и в случае плотной плазмы достигают очень больших значений.

Для оценки напряженности поля, возникающего при нарушении нейтральности плазмы, предположим, что в некотором объеме произошло полное разделение зарядов и внутри него остались только заряды одного знака. Электрическое поле в рассматриваемой области удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi\rho,$$

где  $\rho$  — плотность электрического заряда.

Если линейные размеры области масштаба  $x$ , а концентрация заряженных частиц в плазме  $n$ , то

$$\operatorname{div} \mathbf{E} \sim E/x \sim 4\pi ne$$

и, следовательно,

$$E \approx 4\pi n e x.$$

В области разделения зарядов потенциал плазмы изменится на  $V \approx Ex \approx 4\pi n e x^2$ .

Приведем пример. Пусть полностью ионизованная плазма получена из водорода, находящегося первоначально при нормальной температуре и давлении 1 мм рт. ст. В каждом кубическом сантиметре такой плазмы будет по  $7 \cdot 10^{16}$  ионов и электронов. В этом случае  $E \approx 10^{11}$  в/см. Поэтому если резкое нарушение квазинейтральности происходит в объеме диаметром порядка 1 мм, то напряженность электрического поля превосходит  $10^{10}$  в/см, и в пределах этого объема возникает разность потенциалов порядка  $10^9$  в. Ясно, что подобное разделение зарядов совершенно нереально. Даже в гораздо более разреженной плазме резкое нарушение квазинейтральности в указанных объемах будет немедленно ликвидироваться возникающими электрическими полями. Электрическое поле будет выталкивать из объема, где произошла декомпенсация зарядов, частицы одного знака и втягивать в эту область частицы противоположного знака. Однако если выделить в плазме достаточно малый объем, то в нем квазинейтральность может и не сохраниться вследствие того, что электрическое поле, созданное избытком частиц одного знака, окажется слишком слабым для того, чтобы существенно повлиять на движение частиц. При заданной концентрации и температуре плазмы имеется характерный линейный масштаб  $\delta$ , удовлетворяющий следующему условию: если  $x \ll \delta$ , то в пределах объема с линейным размером  $x$  разделение зарядов происходит без существенного влияния на движение частиц, если же  $x \gg \delta$ , то концентрации частиц противоположных знаков в указанном объеме почти одинаковы.

Характерную длину  $\delta$  можно оценить следующим образом. В области с линейным размером  $\delta$  потенциальная энергия заряженной частицы при полном разделении зарядов по порядку величины равна энергии теплового движения частиц  $kT$ , где  $T$  — температура

плазмы в градусах Кельвина\*. Таким образом приходим к соотношению

$$U = eV \sim 4\pi n e^2 \delta^2 \sim kT.$$

Следовательно,

$$\delta \approx [kT/(4\pi n e^2)]^{1/2}. \quad (1)$$

Ту же величину  $\delta$  получим при рассмотрении вопроса об экранировании электрического поля в плазме. Допустим, что в плазму введен «пробный» точечный заряд  $q$ . На достаточно малом расстоянии  $r$  от этого заряда потенциал будет равен  $q/r$ . Однако на больших расстояниях ход потенциальной функции изменится вследствие поляризации плазмы, вызываемой электрическим полем заряда  $q$ .

При установившемся статистическом равновесии пространственное распределение электронов и ионов в окрестности пробного заряда будет определяться формулой Больцмана ( $n \sim \exp(-U/kT)$ , где  $U$  — потенциальная энергия. Она имеет противоположный знак для электронов и ионов). Как нетрудно видеть, это должно привести к экранировке электрического поля в рассматриваемой области. Вблизи пробного заряда, т. е. при относительно большой абсолютной величине  $U/kT$ , концентрация частиц со знаком заряда, противоположным  $q$ , будет более высокой, что должно приводить к резкому ослаблению электрического поля. Расчет, основанный на совместном использовании уравнения Пуассона и закона Больцмана, показывает, что на больших расстояниях от заряда  $q$  потенциал

\* Тепловую энергию частиц плазмы можно выразить также в электронвольтах с помощью соотношения  $kT = e\theta/300$  эв =  $= 1,6 \cdot 10^{-12} \theta$  эв, из которого следует  $T = 11\,600 \theta$  эв. Величину  $\theta$  принято называть температурой плазмы в электронвольтах. При таком обозначении температура совпадает с величиной, характеризующей тепловую энергию частиц.

убывает экспоненциально и область существования сильного электрического поля вокруг  $q$  ограничена сферой с радиусом порядка  $\delta$ . Характерная длина  $\delta$  была впервые введена Дебаем при рассмотрении сильных электролитов. В дальнейшем это понятие было перенесено в физику плазмы. Величину  $\delta$  принято называть дебаевским радиусом или дебаевской длиной. Подстановка численных значений констант в выражение (1) для  $\delta$  дает

$$\delta \approx 7 (T/n)^{1/2}. \quad (2)$$

Здесь  $T$  — температура плазмы, которую пока примем одинаковой для электронной и ионной компонент. Если дебаевский радиус характеризует пространственный масштаб областей декомпенсации, то время, в течение которого эти области существуют, получим, разделив  $\delta$  на скорость более быстрых частиц (электронов):

$$\begin{aligned} \tau &= \delta/U_e = [kT/(4\pi ne^2)]^{1/2} [m_e/(kT)]^{1/2} = \\ &= [m_e/(4\pi ne^2)]^{1/2}. \end{aligned}$$

Величина  $1/\tau$ , имеющая размерность частоты, совпадает с собственной частотой электростатических плазменных колебаний, возникающих в плазме при смещении из равновесного положения групп электронов. Эта частота

$$\omega_0 = (4\pi ne^2/m_e)^{1/2} \quad (3)$$

называется плазменной, или ленгмюровской, частотой.

Чем выше плотность, тем меньше масштабы декомпенсации зарядов в пространстве и во времени. Внутри области, занятой плотной и холодной плазмой, квазинейтральность может нарушаться только в пре-

делах достаточно малого объема. В редкой и горячей плазме дебаевская длина может стать значительно больше размеров области, занятой плазмой. В этом случае реализуется независимое движение ионов и электронов и отсутствует автоматический механизм для выравнивания концентраций зарядов противоположных знаков.

Используя понятие о дебаевском радиусе, можно дать следующее уточненное определение плазмы как особого состояния вещества: собрание свободно движущихся разноименно заряженных частиц, т. е. ионизованный газ, называется плазмой, если дебаевская длина мала по сравнению с размерами объема, занимаемого газом. Это определение принадлежит Ленгмюру, основоположнику учения о плазме.

Следует сделать два замечания о введенных нами параметрах плазмы — концентрации и температуре.

1. В общем случае электронная и ионная концентрации не должны быть равны между собой, так как в плазме могут присутствовать не только однозарядные, но также и многозарядные ионы. Если обозначить  $n_1$  концентрацию однозарядных ионов,  $n_2$  — ионов с двойным зарядом и т. д., то электронная концентрация  $n_e$  будет равна  $n_1 + 2n_2 + \dots$ . Однако в дальнейшем будем интересоваться главным образом тем случаем, когда концентрации электронов и ионов равны между собой. Это, в частности, справедливо для чистой водородной плазмы. Учет влияния многозарядных ионов на основные процессы в плазме обычно не приводит к большим сложностям.

2. Введение температуры плазмы  $T$  оправдано только в том случае, если средняя кинетическая энергия электронов и ионов одинакова. В общем случае в плазме следует различать по меньшей мере две температуры: электронную  $T_e$  и ионную  $T_i$ . В плазме, которая создается в лабораторных условиях или в тех-

нических приборах,  $T_e$  обычно значительно превосходит  $T_i$ . Различие между  $T_e$  и  $T_i$  обусловлено огромной разницей масс электронов и ионов. Внешние источники электрического питания, с помощью которых создается плазма (при различных формах разряда в газах), передают энергию электронной компоненте плазмы, так как именно электроны служат носителями тока. В результате столкновений с быстро движущимися электронами ионы преобретают тепловую энергию. При таких столкновениях относительная доля кинетической энергии электрона, которую можно передать иону, не превосходит  $4m_e/m_i$ , где  $m_e$  и  $m_i$  — массы электрона и иона. Средняя доля передаваемой при столкновении энергии еще меньше. Поскольку  $m_e \ll m_i$ , то электрон должен испытать очень много (тысячи) столкновений для того, чтобы полностью отдать имеющийся у него излишек энергии. Поскольку параллельно процессам обмена тепловой энергии между электронами и ионами идет процесс приобретения энергии электронами от источников электрического питания и одновременно с этим энергия уходит из плазмы вследствие различных механизмов теплопередачи, то при электрическом разряде обычно поддерживается большой перепад температур между электронами и ионами.

Этот перепад, как правило, снижается при увеличении концентрации плазмы, так как число столкновений между электронами и ионами в заданном элементе объема плазмы растет пропорционально квадрату концентрации.

При некоторых специальных условиях в сильноионизованной плазме  $T_i$  может значительно превысить  $T_e$ . Такие условия возникают, в частности, при кратковременных импульсных разрядах большой мощности, которые приводят к возникновению и последующей кумуляции ударных волн в плазме.

## § 2. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ В ПЛАЗМЕ ПРИ ОТСУТСТВИИ ВНЕШНИХ ПОЛЕЙ

Характер этого движения определяется законами взаимодействия частиц друг с другом. В плазме с высокой степенью ионизации основная форма взаимодействия частиц — классическое резерфордское рассеяние в кулоновском поле. Будем различать три основных вида элементарных процессов рассеяния: электронов на ионах, электронов на электронах и ионов на ионах. Другие элементарные процессы происходят или с излучением фотонов и вероятность их относительно невелика, или в них участвуют также и нейтральные частицы и они отступают на задний план по мере повышения степени ионизации. Примером процессов первого рода может служить испускание фотонов тормозного излучения при электрон-ионных столкновениях, примером второго — процессы ионизации и возбуждения атомов электронным ударом и явления перезарядки ионов на атомах. Если рассматривается неводородная плазма, то в общем случае следует учитывать взаимодействие электронов с ионами, находящимися в различных энергетических состояниях. При этом интенсивность излучения возбужденных ионов может оказаться очень большой и будет играть заметную роль в энергетическом балансе плазменных процессов. Ограничимся в основном анализом взаимодействия частиц в полностью ионизованной плазме.

Пусть через плазму проходит некоторая «пробная» частица (в качестве таковой можно выбрать любой электрон или ион плазмы, зафиксировав внимание на его траектории). При своем движении эта заряженная частица будет испытывать рассеяние в кулоновском

поле электронов и ионов плазмы, встречающихся на ее пути. Если речь идет о движении легкой частицы среди совокупности тяжелых (электрона среди ионов), то центры рассеяния будут считаться неподвижными. В данном случае вероятность рассеяния на тот или иной угол определяется классической формулой Резерфорда.

Каждый акт рассеяния, обусловленный пролетом пробной частицы мимо рассеивающего центра, приводит к повороту траектории частицы на некоторый угол  $\theta$ , т. е. к уменьшению ее скорости по первоначальному направлению движения от  $v$  до  $v \cos \theta$ . В подавляющем большинстве случаев рассеяние происходит при больших расстояниях и, как правило, сопровождается очень малым изменением направления траектории (характерная особенность резерфордовского рассеяния в электрическом поле точечных зарядов!). Поэтому привычный образ кинетической теории газов — изломанная траектория частицы, состоящая из отдельных прямолинейных участков, «пробегов», соединяющих места «столкновений», в данном случае не применим. Вместо этого появляется картина плавно изгибающейся линии, направление которой изменяется под действием очень многочисленных, но вместе с тем очень слабых импульсов, производимых «столкновениями» с другими частицами. Фактически эти импульсы сливаются в непрерывное воздействие «микрополя» плазмы на движущуюся частицу. Это микрополе образуется суперпозицией электрических полей отдельных частиц.

В этом случае естественно ввести понятие о длине свободного пробега  $\lambda$  как о расстоянии, на протяжении которого частица теряет первоначальное направление своей начальной скорости. Это определение соответствует следующему равенству:

$$dv = -v dx / \lambda. \quad (4)$$

Здесь  $dv$  — среднее изменение компоненты скорости по первоначальному направлению движения при прохождении отрезка пути  $dx$ . Пользуясь данным определением, можно выразить  $\lambda$  через интеграл по угловому распределению рассеянных частиц. Если вектор скорости поворачивается при столкновении на угол  $\theta$ , то проекция скорости по первоначальному направлению движения уменьшается на  $v(1 - \cos \theta)$ . При прохождении отрезка  $dx$ , в котором на  $1 \text{ см}^3$  приходится  $n$  рассеивающих центров, частица испытывает  $n f(\theta) d\Omega dx$  актов рассеяния на угол, близкий к  $\theta$  в пределах телесного угла  $d\Omega$ . Функция  $f(\theta)$  — дифференциальное эффективное сечение рассеяния. Она определяется характером сил взаимодействия. Следовательно, среднее значение  $dv$  составит

$$dv = -v n dx \int f(\theta) (1 - \cos \theta) d\Omega. \quad (5)$$

Отсюда

$$1/\lambda = n \int f(\theta) (1 - \cos \theta) d\Omega. \quad (6)$$

Если рассеивающие центры считать неподвижными точечными зарядами, то  $f(\theta)$  определится формулой Резерфорда

$$f(\theta) = \frac{1}{4} \left( \frac{q_1 q_2}{m_1 v^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \theta / 2}, \quad (7)$$

где  $q_1$  — заряд пробной частицы;  $m_1$  — ее масса;  $q_2$  — заряд рассеивающего центра.

Подставляя это выражение для  $f(\theta)$  в (6) и интегрируя по углам от некоторого минимального угла  $\theta_{\text{мин}}$  до  $\pi$ , находим

$$\lambda = \frac{1}{4\pi n} \left( \frac{m_1 v^2}{q_1 q_2} \right)^2 \frac{1}{\ln(2/\theta_{\text{мин}})}. \quad (8)$$

Величину  $\theta_{\text{мин}}$  можно оценить следующим образом. Электрическое поле рассеивающего центра будем считать кулоновским только на расстояниях меньших, чем дебаевский радиус  $\delta$ . На больших расстояниях оно убывает экспоненциально. Поэтому столкновения, при которых частица проходит мимо рассеивающего центра на расстояниях, превышающих  $\delta$ , необходимо исключить из рассмотрения. Заметим теперь, что расстояниям сближения порядка  $\delta$  соответствуют в плазме ничтожно малые углы отклонения. В этом случае траектория пробной частицы представляет почти прямую линию и рассеяние наибольшего сближения практически совпадает с прицельным параметром (параметром удара). При рассеянии на малый угол в кулоновском поле прицельный параметр  $\delta$  связан с  $\theta$  известным соотношением

$$\theta = q_1 q_2 / (m v^2 b). \quad (9)$$

Полагая в этом выражении  $b = \delta$ , находим  $\theta_{\text{мин}}$ . Поскольку величина, стоящая под знаком логарифма в (8), найденная таким путем, оказывается для актов взаимодействия частиц в плазме очень большой (во всех интересных случаях от  $10^4$  до  $10^8$ ), то грубость в оценке минимального угла рассеяния практически не отражается на вычислении  $\lambda$ .

Предположения, при которых было получено выражение для длины свободного пробега  $\lambda$ , выполняются в том случае, когда в качестве пробной частицы выбирается электрон и рассматривается его взаимодействие с ионами плазмы. Среднюю длину свободного пробега, соответствующую электрон-ионным столкновениям в плазме, обозначим  $\lambda_{ei}$ . Она получается усреднением выражения (8) по энергетическому спектру электронов. Если все ионы в плазме имеют единичный заряд, то в предположении о максвелловском распределении электронов по энергиям получается следующе

щее выражение для средней длины свободного пробега:

$$\lambda_{ei} = 4,5 \cdot 10^5 \frac{T_e^2}{n} \frac{1}{L_K}. \quad (10)$$

Здесь  $L_K$  — так называемый «кулоновский логарифм». Он получается подстановкой в выражение  $\ln 2/\theta_{\text{мин}}$  значения минимального угла  $\theta_{\text{мин}}$ , вычисляемого по формуле (9) при  $b = \delta$ ,  $m v^2 = 3kT_e$  и  $q_2 = -q_1 = e$ . В очень широких пределах изменения  $n$  и  $T_e$  величина  $L_K$  изменяется от 10 до 20. Поскольку в физике плазмы можно обойтись довольно грубыми оценками величин, характеризующих процессы столкновений между частицами, то в дальнейшем положим  $L_K = 15$ . Кроме  $\lambda_{ei}$  можно ввести также ряд других характеристик процессов столкновения между электронами и ионами. Эффективное сечение для таких столкновений  $\delta_{ei}$  определяется соотношением  $\lambda_{ei} = 1/(n\delta_{ei})$ , среднее время между двумя соударениями  $\tau_{ei} = \lambda_{ei}/v_e$ , где  $v_e$  — средняя тепловая скорость электронов. Частота столкновений  $\nu_{ei}$  равна обратному значению  $\tau_{ei}$ . Указанные величины можно вычислять по следующим формулам (при  $L_K = 15$ ):

$$\begin{aligned} \sigma_{ei} &\approx 3 \cdot 10^{-5} / T_e^2; & \tau_{ei} &\approx \frac{3 \cdot 10^{-2} T_e^{3/2}}{n}; \\ \nu_{ei} &= 20 \frac{n_e}{T_e^{3/2}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Выражения для всех указанных параметров нетрудно обобщить на случай, когда столкновения происходят с многозарядными ионами. В этом случае эффективное сечение  $\sigma_{ei}$  возрастает пропорционально квадрату заряда иона и соответственно меняются остальные величины.

В плазме среди различных видов взаимодействия частиц наиболее важное значение имеют столкновения между электронами и ионами; они определяют, в частности, механизм таких процессов, как происхождение электрического тока и диффузия.

Чтобы полнее определить кулоновское взаимодействие частиц в плазме, необходимо ввести также параметры, характеризующие статистический эффект столкновений между идентичными частицами (электрон, и ион-ионные столкновения). В этом случае расчет осложняется тем, что при анализе элементарных актов столкновения нужно учитывать движение рассеивающих центров. Однако учет эффекта может отразиться только на численном коэффициенте в формулах для средней длины свободного пробега, а температурная зависимость должна иметь одинаковый характер. В частности, выражение для  $\lambda_{ee}$  (средняя длина свободного пробега при электрон-электронных столкновениях) должно совпадать с выражением для  $\lambda_{ei}$  с точностью до численного фактора, не очень сильно отличающегося от единицы. Формула для  $\lambda_{ii}$  (средняя длина свободного пробега при ион-ионных столкновениях) получается из формулы для  $\lambda_{ee}$  при замене  $T_e$  на  $T_i$ . Величины  $\tau_{ee}$  и  $\tau_{ei}$  близки между собой. Отношение  $\tau_{ii}/\tau_{ee}$  равно  $\sqrt{m_i/m_e} \sqrt{T_i^3/T_e^3}$ . При равных значениях электронной и ионной температур ион-ионные соударения происходят гораздо реже, чем электрон-электронные или электрон-ионные.

Подведем некоторые итоги. С помощью проделанного выше анализа мы попытались включить взаимодействие заряженных частиц в плазме в рамки элементарной кинетической теории газов, заменив плавно изгибающиеся траектории электронов и ионов условными ломаными линиями и сведя статистический эффект многих слабых столкновений к одному условному сильному удару. Польза от применения таких не очень

корректных методов заключается в том, что, имея формулы для средней длины свободного пробега, среднего времени между двумя ударами и т. п., можно оперировать наглядными картинками при анализе основных физических процессов в плазме. Существует вполне корректный метод анализа кулоновского взаимодействия частиц в плазме, основанный на использовании математического аппарата теории кинетических уравнений.

Остановимся теперь на вопросе об обмене тепловой энергией между электронами и ионами в плазме. Рассмотрим сначала самый простой случай. Пусть быстрый электрон с импульсом  $p = m_e v_e$  пролетает мимо неподвижного иона и испытывает рассеяние на угол  $\theta$ . При этом иону передается импульс  $\Delta p = 2p \sin \theta/2$ . Под действием этого импульса ион приходит в движение, приобретая кинетическую энергию

$$\Delta W = (2p \sin \theta/2)^2 / 2m_i. \quad (12)$$

Для того чтобы найти энергию, которую быстрый электрон передаст неподвижным ионам за единицу времени, необходимо умножить  $\Delta W$  на  $n v_{\theta} f(\theta) d\Omega$  и проинтегрировать по углам. При этом получаем

$$dW/dt = \frac{4\pi n e^4}{m_i v_e} L_K \quad (13)$$

(предполагается, что ионы имеют единичный заряд). Выражение для передаваемой энергии можно преобразовать следующим образом:

$$\frac{4\pi n e^4}{m_i v_e} L_K = \frac{2m_e}{m_i} \frac{4\pi n e^4}{m_e^2 v_e^3} \frac{m_e v_e^2}{2} = \frac{2m_e}{m_i} \nu_{ei} W_{ei}. \quad (14)$$

Здесь  $\nu_{ei}$  — число столкновений в единицу времени между электроном с кинетической энергией  $W_e$  и ионом

подвижными ионами. Относительная доля энергии, теряемая в среднем при одном столкновении, составляет  $2m_e/m_i$ , как и следовало ожидать для наглядной модели упругого удара двух шаров. Среднее значение энергии, которую электрон плазмы передает ионам за 1 сек, получается из (13) интегрированием по максвелловскому распределению скоростей\*:

$$-dW_e/dt = 1,2 \cdot 10^{-17} n / A \sqrt{T_e}, \quad (15)$$

где  $A$  — атомная масса ионизованного газа. Указанная формула справедлива только при  $T_e \gg T_i$ ; если  $T_e$  и  $T_i$  сравнимы, то выражение (15) должно быть заменено следующим:

$$-\frac{dW_e}{dt} = \frac{1,2 \cdot 10^{-17}}{A} n_e \frac{T_e - T_i}{T_e^{3/2}}. \quad (16)$$

Для того чтобы получить представление о степени эффективности теплообмена между электронами и ионами плазмы, обратимся к конкретному примеру. Пусть температура электронов в водородной плазме поддерживается на уровне  $10^6$  град при концентрации  $n = 10^{18}$ . При этих условиях для того, чтобы нагреть плазму от нуля до  $T_i = 1/2 T_e$ , потребуется промежуток времени, равный 1,2 мсек. Заметим, что результат такого вычисления имеет смысл только в том случае, если в течение рассматриваемого промежутка времени ионы сохраняют всю приобретаемую ими энергию. Если ион с энергией, соответствующей температуре в несколько сот тысяч градусов, за 1 мсек проходит путь порядка 100 м, то для нагревания в этих условиях иона необходима эффективная термоизоляция плазмы.

\* Значение кулоновского логарифма  $L_k$  принимается равным 15.

Одной из основных характеристик вещества служит уравнение состояния, т. е. соотношение между давлением, плотностью и температурой. Для плазмы с изотропным распределением скоростей заряженных частиц уравнение состояния имеет тот же вид, что и для идеального газа с двумя компонентами:

$$p = n_e k (T_e + T_i), \quad (17)$$

где  $p$  — давление плазмы, равное сумме электронного и ионного давлений. Как известно, уравнение состояния имеет такую простую форму лишь при условии, что взаимная потенциальная энергия частиц пренебрежимо мала по сравнению с их тепловой энергией. Для плазмы это условие практически всегда выполнено. Действительно, потенциальная энергия заряженной частицы во флуктуирующем микрополе плазмы должна быть порядка  $e^2/a$ , где  $a$  — среднее расстояние от данной частицы до соседней ( $a \sim 1/\sqrt{2n_e}$ ). Нетрудно убедиться, что отношение

$$(e^2/a)/(kT) \sim \sqrt[3]{n_e} e^2 / (kT)$$

очень мало по сравнению с единицей, за исключением случая, когда рассматривается плазма с концентрацией от  $10^{18}$  и выше при температуре не ниже  $10^4$  град.

Обычно предполагается, что распределение частиц газа по энергиям подчиняется закону Максвелла. По отношению к плазме это предположение нельзя считать бесспорным. Максвелловский энергетический спектр появляется благодаря столкновениям между частицами газа.

Чтобы в данной группе частиц при произвольном начальном энергетическом распределении установилось распределение по Максвеллу для широкой области энергий, т. е. чтобы успел «отрасти» максвелловский

«хвост», содержащий частицы с энергией, значительно большей  $kT$ , нужен некоторый промежуток времени, в течение которого частицы должны испытать в среднем по несколько столкновений друг с другом, причем столкновений идентичных частиц. В частности, максвелловское распределение по энергиям у электронов практически установится за промежуток времени, примерно в десять раз превышающий среднее время  $\tau_{ee}$  между двумя электрон-электронными столкновениями. В ионной компоненте максвелловское распределение устанавливается после десятка ион-ионных соударений. Следовательно, при  $T_i \sim T_e$  «максвеллизация» у ионов происходит гораздо медленнее, чем у электронов. Вместе с тем следует отметить, что в каждой из компонент плазмы процесс максвеллизации, который происходит в результате столкновений между идентичными частицами, протекает быстрее, чем установление теплового равновесия между обеими компонентами. Поэтому в плазме электроны и ионы распределяются по закону Максвелла, но при двух различных температурах. Вместе с тем если время жизни заряженных частиц плазмы мало, то у ионной компоненты в области энергий, во много раз превышающих  $kT_i$ , энергетическое распределение может резко отличаться от максвелловского (число таких быстрых ионов будет во много раз меньше, чем это следует по закону Максвелла).

### § 3. ПОВЕДЕНИЕ ПЛАЗМЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Под действием электрического поля или градиента давления в плазме возникают направленные потоки частиц: в первом случае через плазму течет электрический ток, во втором происходит процесс диф-

фузии. При прохождении тока через плазму ионы можно считать неподвижными. Ток создается потоком электронов. В простейшем случае, когда ток постоянен, должно устанавливаться равновесие между силой, с которой действует на электроны электрическое поле, и силой торможения, обусловленной столкновениями между электронами и ионами. Последняя равна среднему значению направленного импульса, теряемого электроном при столкновении с ионами. Электрон испытывает за 1 сек  $\nu_{ei}$  столкновений, при каждом из которых он теряет импульс  $m_e u$ , где  $u$  — направленная скорость электрона. Следовательно, сила торможения равна  $m_e \nu_{ei} u$  и условие равновесия имеет следующий вид:

$$eE = m_e \nu_{ei} u. \quad (18)$$

Плотность тока в плазме

$$j = neu. \quad (19)$$

Следовательно,

$$j = ne^2 E / m_e \nu_{ei} = ne^2 \tau_{ei} E / m_e. \quad (20)$$

Это закон Ома для плазмы.

$$\sigma_E = ne^2 \tau_{ei} / m_e \quad (21)$$

— электропроводность плазмы. Подставляя в (21) выражение для  $\tau_{ei}$  и численные значения констант, получаем при  $L_K = 15$

$$\sigma_E \approx 10^7 T_e^{3/2} \text{CGSE}. \quad (22)$$

Эта формула применима для полностью ионизованной плазмы с однозарядными ионами (водородная плазма). Заметим, что с увеличением  $T_e$  проводимость быстро возрастает. При температуре около  $10^8 \text{ grad}$  электропроводность водородной плазмы должна превосходить

более чем на порядок электропроводность меди при комнатной температуре. Присутствие многозарядных ионов значительно снижает электропроводность плазмы. В общем случае, если ионные компоненты плазмы имеют заряды  $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$ , а их относительные концентрации равны  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ , то формула (22) для  $\sigma_E$  должна быть заменена следующей:

$$\sigma_E \approx 1 \cdot 10^7 \frac{\sum \alpha_k z_k}{\sum \alpha_k z_k^2} T_e^{3/2}. \quad (23)$$

Остановимся кратко на применении закона Ома для плазмы. Этот закон справедлив, если в плазме устанавливается равновесие между силами, действующими на электроны со стороны электрического поля, и силами торможения. Однако должно ли такое равновесие устанавливаться при любых условиях?

Сила торможения, которую испытывает электрон, находящийся под действием ускоряющего поля, имеет тем меньшее значение, чем больше скорость электрона. Рассмотрим поведение электрона, принадлежащего к далекому хвосту максвелловского распределения ( $W_e \gg kT_e$ ). Направленная компонента скорости, приобретаемая электроном в промежутке между двумя «столкновениями» с ионами, пропорциональна  $\tau_{ei}$  и, следовательно, растет как  $v^8$ . Поэтому если скорость теплового движения  $v$  у выбранного иона электрона достаточно велика, то его направленная скорость  $u$  может достигнуть величины того же порядка, что и  $v$ , или даже превзойдет  $v$ . При такой ситуации не применима упрощенная модель процесса, в которой принимается, что электрон набирает на длине пробега относительно небольшую направленную скорость и полностью теряет ее при мгновенном сильном «ударе». В действительности ускорение и торможение электрона происходят одновременно. Пока электрон

приобретает направленную скорость, резерфордское рассеяние на ионах постепенно изменяет направление его движения. Электрическое поле стремится распрямить траекторию, в то время как взаимодействие с ионами сгибает ее. Если прирост направленной компоненты скорости не компенсируется рассеянием, то равновесие сил не может установиться и электрон должен перейти в процесс непрерывного ускорения, при котором его энергия будет все время расти. С увеличением энергии сила торможения падает, и поэтому электрон, вовлеченный в процесс непрерывного разгона полем, будет продолжать ускоряться до тех пор, пока он находится в нем. В состоянии разгона полем переходят те электроны плазмы, которые успевают набрать на длине свободного пробега  $\lambda$  дополнительную скорость  $u$ , превышающую их начальную скорость  $v$ . Указанное условие разгона можно записать в виде

$$eE\tau_{ei}/m_e > v. \quad (24)$$

Поскольку  $\tau_{ei}$  пропорционально  $v^3/n$ , то из (24) следует, что непрерывное ускорение происходит в том случае, когда  $E W_e/n$  превышает некоторое граничное значение. Как нетрудно убедиться, для водородной плазмы это граничное значение порядка  $3 \cdot 10^{-12}$ , если  $E$  измеряется в вольтах на сантиметр, а  $W_e$  — в электронвольтах. В экспериментах с плазмой условие (24) обычно удовлетворяется только для электронов с энергией, во много раз превышающей  $kT_e$ . Эти электроны составляют очень небольшую долю всей электронной компоненты. В указанном случае ток, в создании которого участвует подавляющее число электронов плазмы, подчиняется закону Ома. Однако в плазме будет существовать также ток ускоренных электронов, для которого закон Ома не применим. При большом значении  $E/n$  условие (24) будет выполняться также и для электронов со средней тепловой скоростью.

В этом случае в процесс непрерывного ускорения может перейти основная часть электронной компоненты плазмы и закон Ома должен резко нарушаться. Расчет показывает, что процесс электронного разгона заметно развивается тогда, когда отношение среднего значения  $u$  для плазмы в целом к средней тепловой скорости электронов становится больше 0,1. Отношение  $u/v$  растет пропорционально  $v^2$ , и поэтому если для электронов со средней тепловой энергией  $u/v = 0,1$ , то для электронов с энергией  $10 kT_e$  направленная компонента  $u$  сравнивается с  $v$ . Такие электроны оказываются близкими к порогу непрерывного ускорения. Следует предполагать, что переход электронов в состояние непрерывного ускорения удастся наблюдать в кольцевых электрических разрядах, когда плазма образуется внутри тороидальной камеры и ускоряется вихревым электрическим полем. В таких экспериментах при некоторых условиях действительно наблюдается разгон определенной (относительно небольшой) группы электронов плазмы до очень высоких энергий при сравнительно небольших напряжениях на плазменном витке.

Более глубокий анализ поведения потоков разогнанных электронов показывает, что такие потоки способны возбуждать и раскачивать в плазме различные колебания и волны, передавая им свою энергию. Благодаря этому появляется новый механизм торможения ускоренных частиц, прекращающий разгон после того, как электроны плазмы набрали определенное количество избыточной энергии направленного движения. Этот автоматический механизм не позволяет всем электронам плазмы перейти в состояние непрерывного ускорения. Однако электропроводность плазмы в указанном случае нельзя вычислять по формуле (22), так как торможение электронов при взаимодействии с волнами должно приводить к увеличению сопро-

тивления. Электропроводность плазмы в кольцевых системах находится в согласии с этими предположениями. При высокой плотности плазмы и относительно небольшой напряженности электрического поля найденное экспериментально значение  $\sigma_E$  в пределах погрешностей измерений совпадает со значением, определяемым по формуле (22). В разреженной плазме с высокой температурой наблюдается аномально высокое сопротивление.

Своеобразные свойства плазмы выступают очень отчетливо в том случае, когда рассматривается ее поведение под действием электрического поля высокой частоты. В этих условиях существенное значение приобретает механическая инерция электронов. Рассмотрим простейший случай. Пусть в плазме действует электрическое поле  $E$ , напряженность которого равна  $E_0 \exp(i\omega t)$  (комплексная форма записи несколько упрощает вычисления). Если частота настолько велика, что за время одного периода изменения поля вероятность столкновения отдельного электрона с ионами достаточно мала, то, рассматривая движение электронов, можно в первом приближении пренебречь силой торможения. При этом уравнение движения будет иметь следующий вид:

$$m_e \ddot{x} = -eE_0 \exp(i\omega t), \quad (25)$$

где  $x$  — координата в направлении электрического поля. Интегрируя (25), получаем

$$u = -\dot{x} = eE_0 \exp(i\omega t) / (im_e \omega). \quad (26)$$

Следовательно,

$$j = neu = \frac{1}{i} \frac{ne^2}{m_e \omega} E. \quad (27)$$

Полученное соотношение можно записать также в следующем виде:

$$E = im_e \omega j / (ne^2). \quad (28)$$

Таким образом, напряженность высокочастотного поля сдвинута по фазе на  $90^\circ$  вперед по сравнению с током. Это означает, что в высокочастотном поле плазма обладает собственной «немагнитной» индуктивностью, которая обусловлена инерцией электронов. При низких концентрациях немагнитная индуктивность плазменного проводника может превосходить его обычную («магнитную») индуктивность. Выясним условия, при которых это может иметь место. Для однородного цилиндрического плазменного проводника с радиусом поперечного сечения  $a$  немагнитная индуктивность на единицу длины в системе CGSE имеет следующий вид:

$$\frac{1}{\omega} \left| \frac{E}{I} \right| = \frac{1}{\pi a^2 \omega} \left| \frac{E}{j} \right| = \frac{m_e}{\pi a^2 n e^2} = \frac{m_e}{N e^2},$$

где  $N$  — число электронов на 1 см длины плазмы. Обычная индуктивность (коэффициент самоиндукции) в системе CGSM для проводника длиной 1 см порядка единицы. В системе CGSE она составляет величину порядка  $1/c^2$ . Следовательно, отношение обычной индуктивности к немагнитной индуктивности для плазмы будет

$$N e^2 / (m_e c^2) \approx 3 \cdot 10^{13} N.$$

Эта величина имеет очень простой физический смысл. Она равна полному числу электронов, которые находятся внутри отрезка плазменного проводника с длиной, равной классическому электронному радиусу ( $r_e = e^2 / m_e c^2$ ).

Формулу (27), связывающую плотность тока с напряженностью высокочастотного поля, можно обобщить,

если учесть торможение электронов, вызванное столкновениями. В этом случае получается следующее соотношение между  $E$  и  $j$ :

$$E = j(\rho + i\omega L_e), \quad (29)$$

где  $\rho = 1/\sigma_E$  и  $L_e = m_e / (ne^2)$  — немагнитная индуктивность.

Несколько слов нужно сказать о диэлектрических свойствах плазмы. Они также связаны с движениями электронов под действием приложенного электрического поля. В рассмотренном выше простейшем случае, когда в плазме существует электрическое поле  $E = E_0 \exp(i\omega t)$ , ускорение электрона  $\ddot{x}$  и его скорость  $\dot{x}$  определяются выражениями (25) и (26). Интегрируя по времени еще раз, получаем смещение

$$x = e E_0 \exp(i\omega t) / (m_e \omega^2). \quad (30)$$

Из этого выражения следует, что смещение электрона  $x$  сдвинуто по фазе относительно действующей силы, равной  $-eE$ , на  $180^\circ$ . Этот случай противоположен тому, с которым мы встречаемся при изучении поведения обычных твердых диэлектриков. При сдвиге по фазе на  $180^\circ$  между силой, действующей на заряд, и его смещением поляризация вещества направлена против поля и, следовательно, диэлектрическая постоянная меньше единицы. Ее можно выразить и через электрический момент единицы объема  $p$  с помощью известной формулы

$$\epsilon = 1 + 4\pi p / E. \quad (31)$$

В плазме

$$p = -n e x, \quad (32)$$

где  $x$  — смещение электронов (смещением ионов можно

пренебречь, так как оно очень мало). Из формул (30) — (32) находим

$$\varepsilon = 1 - \omega_0^2/\omega^2. \quad (33)$$

Здесь  $\omega_0$  — плазменная частота, определяемая выражением (3). При  $\omega < \omega_0$  диэлектрическая постоянная отрицательна. Отсюда, в частности, следует, что электромагнитные волны с частотами, меньшими  $\omega_0$ , не проникают в плазму и полностью отражаются от ее поверхности.

Диффузионные процессы в плазме до некоторой степени аналогичны тем, которые происходят в обычном газе. Для каждой компоненты можно определить коэффициент диффузии, который, так же как и в кинетической теории газов, равен  $\lambda v_T/3$ , где  $\lambda$  — средняя длина свободного пробега;  $v_T$  — средняя тепловая скорость частиц.

Однако в плазме по условию сохранения квазинейтральности потоки электронов и ионов через любую площадку должны быть равны между собой. Поскольку коэффициент диффузии у электронной компоненты гораздо выше, чем у ионной (пропорционально отношению скоростей при равных длинах свободного пробега), то при возникновении градиента концентрации электронный поток из области более высокой концентрации в область более низкой вначале будет превышать поток ионов. Вследствие этого произойдет поляризация плазмы и появится электрическое поле, которое будет тормозить электроны и ускорять движение ионов. Как показывает несложный расчет, электронный поток уменьшится во много раз, а поток ионов несколько увеличится. Такое явление носит название амбиполярной диффузии. Оно часто наблюдается на опытах со сравнительно слабоионизованной холодной плазмой, когда электроны и ионы диффундируют через нейтральный газ.

Теплопроводность плазмы обусловлена передачей энергии при столкновениях между частицами с разной тепловой энергией в области, где существует градиент температуры. Определяющее значение в теплопередаче должны приобретать столкновения между электронами, так как они происходят с большой частотой. Коэффициент электронной теплопроводности в полностью ионизованной плазме с однозарядными ионами можно вычислить по формуле

$$\delta_T \approx 1,2 \cdot 10^{-6} T^{5/2}, \quad (34)$$

где  $\delta_T$  измеряется в *эрг/(см · сек · град)*. Указанной формулой можно пользоваться в том случае, когда средняя длина свободного пробега электронов мала по сравнению с размерами области, в пределах которой существует градиент температуры. Заметим, что соотношение между коэффициентом теплопроводности  $\delta_T$  и коэффициентом электропроводности  $\sigma_E$  подчиняется известному закону Видемана—Франца. Теплопроводность полностью ионизованной плазмы очень быстро растет с температурой. Уже при  $T \approx 10^6$  град коэффициент теплопроводности водородной плазмы будет превышать коэффициент теплопроводности серебра при комнатной температуре.

#### § 4. ПОВЕДЕНИЕ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

У физика, который впервые знакомится с основными представлениями о плазме, вначале довольно быстро возникает чувство разочарования: все кажется слишком ясным и почти самоочевидным. Исследования по физике плазмы кажутся лишенными ос-

троты. Это вроде упражнений с заранее известным ответом. Однако такое ощущение исчезает, когда приступаем к изучению поведения плазмы в магнитном поле.

Под действием магнитного поля плазма теряет изотропию и все ее свойства радикально изменяются. При наличии магнитного поля можно создать замкнутые плазменные конфигурации, занимающие ограниченную часть пространства и, можно сказать, подвешенные в вакууме. Это уже нечто совершенно не свойственное газу. В этих условиях плазма становится более близкой по своим свойствам к жидкости. И вместе с тем она приобретает свойства, отличающие ее от всех других состояний вещества. Поскольку, в конечном счете, все характерные черты плазменных процессов обусловлены законами движения частиц, то, прежде чем заняться магнитными свойствами плазмы как макроскопической субстанции, необходимо несколько слов сказать о влиянии магнитного поля на движение электронов и ионов.

Как известно, в однородном магнитном поле заряженная частица движется в общем случае по винтовой линии. Проекция траектории на плоскость, перпендикулярную вектору магнитной индукции  $\mathbf{B}$ , представляет собой окружность с радиусом  $\rho = mv_{\perp}c/(qB)$ , где  $v_{\perp}$  — поперечная составляющая скорости частицы. Это так называемая ларморовская окружность. Вращение по этой окружности происходит с ларморовской частотой  $\omega_B = qB/(mc)$ . Вдоль силовых линий частица движется с постоянной скоростью  $v_{\parallel}$ .

В общем случае магнитное поле неоднородно. В физике плазмы практически встречаемся только с таким уровнем неоднородности, при котором на расстояниях порядка ларморовского радиуса частиц вектор  $\mathbf{B}$  остается почти постоянным по величине и направлению. Другими словами, в микромасштабах магнитное поле изменяется очень медленно. Выясним,

какие изменения слабая неоднородность поля вносит в геометрию движения частиц.

Допустим сначала, что напряженность поля изменяется вдоль силовой линии. Наблюдая за траекторией частицы, которая навивается на эту силовую линию, можно установить, что форма траектории заметно изменится на протяжении отрезка, в пределах которого происходит существенное увеличение или уменьшение магнитной индукции  $B$ . При движении в сторону усиливающегося поля траектория становится более крутой и ее можно сравнить с сжимающейся пружиной. Если же частица движется в сторону ослабевающего поля, то ее траектория становится более полой.

Причину этого эффекта нетрудно обнаружить. Заряженная частица, вращающаяся по ларморовской окружности, создает кольцевой ток и, следовательно, эквивалентна элементарному диамагнетик с магнитным моментом  $\mu$ , который равен  $W_{\perp}/B$ , где  $W_{\perp}$  — кинетическая энергия поперечного движения. Действительно, согласно теореме Ампера

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{i}{c} \pi r^2 = \frac{q\omega}{2c} \rho^2 = \frac{q}{2c} \frac{qB}{mc} \frac{m^2 v_{\perp}^2 c^2}{q^2 B^2} = \\ &= \frac{mv_{\perp}^2}{2B} = \frac{W_{\perp}}{B}. \end{aligned} \quad (35)$$

На диамагнетик, находящийся в магнитном поле, напряженность которого изменяется вдоль силовых линий, действует сила

$$F = -\mu dB/dl, \quad (36)$$

где дифференцирование производится вдоль направления поля. Под действием указанной силы скорость продольного движения  $v_{\parallel}$  изменяется по закону

$$m \frac{dv_{\parallel}}{dt} = - \frac{W_{\perp}}{B} \frac{dB}{dt}. \quad (37)$$

Умножая обе части последнего равенства на  $v_{\parallel}$ , получаем

$$\frac{dW_{\parallel}}{dt} = - \frac{W_{\perp}}{B} \frac{dB}{dt} \frac{dt}{dt} = - \frac{W_{\perp}}{B} \frac{dB}{dt}. \quad (38)$$

При движении в магнитном поле  $W_{\perp} + W_{\parallel} = \text{const}$ . Поэтому (38) можно преобразовать к виду

$$\frac{dW_{\perp}}{dt} = \frac{W_{\perp}}{B} \frac{dB}{dt}. \quad (39)$$

Отсюда следует

$$dW_{\perp}/W = dB/B; \quad W_{\perp}/B = \text{const}. \quad (40)$$

Таким образом, при движении заряженной частицы в магнитном поле, напряженность которого достаточно плавно изменяется вдоль силовых линий, отношение  $W_{\perp}/B$  сохраняет постоянное значение.

Обычно говорят, что  $W_{\perp}/B$  есть адиабатический инвариант движения. Такое название подчеркивает обстоятельство, что мы рассматриваем случай движения в медленно изменяющемся магнитном поле. Кинетическая энергия поперечного движения  $W_{\perp}$  равна  $W_0 \sin^2 \alpha$ , где  $W_0$  — полная энергия частицы и  $\alpha$  — угол между направлением скорости и силовой линией. Ввиду неизменности  $W_0$  адиабатическая инвариантность величины  $W_{\perp}/B$  означает также адиабатическую инвариантность отношения  $\sin^2 \alpha/B$ . Отсюда следует, что угол наклона увеличивается при возрастании  $B$  и поэтому в области с большей напряженностью магнитного поля винтовая траектория делается более крутой, как уже говорилось выше.

Пусть в некоторой точке траектории  $\alpha = \alpha_0$  и  $B = B_0$ . При таких начальных условиях  $\alpha$  в любой точке траектории можно найти с помощью равенства  $\sin^2 \alpha/B = \sin^2 \alpha_0/B_0$ , откуда

$$\sin \alpha = \sin \alpha_0 \sqrt{B/B_0}. \quad (41)$$

Если при движении в область усиливающегося поля частица достигает точки, в которой  $B = B_0/\sin^2 \alpha_0$ , то угол  $\alpha$  будет равен  $90^\circ$  и, следовательно, продольная скорость  $v_{\parallel}$  обратится в нуль. Это означает, что в указанной точке направление продольного движения изменяется. Отразившись от области сильного магнитного поля, частица уходит обратно в сторону более слабого поля.

Следовательно, области сильного поля при некоторых условиях могут играть для заряженных частиц роль своеобразных магнитных зеркал. В частности, если поле усиливается вдоль силовых линий в обе стороны от некоторой средней области, то заряженная частица может оказаться запертой между двумя магнитными зеркалами и будет колебаться вдоль силовых линий, не выходя за пределы ограниченной области пространства. Запертыми будут такие частицы, у которых угол  $\alpha$  в области минимального поля достаточно велик ( $\sin \alpha > \sqrt{B_{\text{мин}}/B_{\text{макс}}}$ ).

Рассмотрим теперь движение частиц в неоднородном поле, напряженность которого изменяется перпендикулярно к силовым линиям. Остановимся сначала на простейшем случае, когда скорость перпендикулярна магнитному полю. Траектория частицы в указанном случае изображена на рис. 1. Магнитное поле направлено перпендикулярно к плоскости чертежа.

Напряженность поля увеличивается в сторону возрастания координаты  $x$ . В этом случае траектория частицы в плоскости  $xy$  уже не будет представлять собой

окружность, так как ларморовский радиус справа будет меньше, чем слева. Очевидно, что траектория не замыкается после одного полного оборота. При каждом обороте частица описывает петлю и передвигается на некоторое расстояние  $\Delta y$  вдоль оси  $y$ , т. е. перпендикулярно к градиенту магнитного поля. Направления

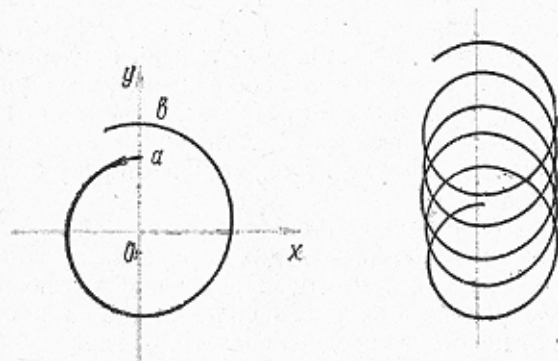


Рис. 1. Дрейф заряженной частицы в неоднородном поперечном магнитном поле

этого перемещения противоположны для частиц разных знаков. После нескольких оборотов траектория обрисовывается достаточно ясно. Она будет представлять собой дорожку, сплетенную из петель, по которой частица движется вдоль направления, параллельного оси  $y$ . Такое движение называется магнитным дрейфом. Скорость дрейфового движения частицы вдоль дорожки мала по сравнению со скоростью ее ларморовского вращения (по условию предполагается, что напряженность поля слабо изменяется на расстоянии масштаба ларморовского радиуса).

Обратим внимание на одну особенность дрейфового движения. Совершая его, частица не уходит в область более сильного или более слабого поля. Напротив, двигаясь по узкой дорожке, она все время в пределах своей траектории имеет поле одной и той же напряженности. Это означает, что адиабатическая инвариантность  $W_{\perp}/B$  имеет место также и при магнитном дрейфе.

Скорость магнитного дрейфа  $v_d$  равна  $\Delta y/T$ , где  $T$  — период ларморовского вращения. Отношение  $v_d$  к скорости вращения, очевидно, должно быть масштаба  $\rho/l$ , где  $\rho$  — ларморовский радиус, а  $l$  — характерный размер, определяющий неоднородность магнитного поля:

$$\frac{1}{l} \sim \frac{1}{B} \frac{dB}{dx}. \quad (42)$$

Следовательно,

$$v_d \sim v_{\perp} \frac{\rho}{B} \frac{dB}{dx} \sim \frac{mv_{\perp}^2 c}{qB^2} \frac{dB}{dx}. \quad (43)$$

Расчет, который мы здесь приводить не будем, подтверждает справедливость соотношения (42) и дает следующую формулу для вычисления  $v_d$ :

$$v_d = \frac{1}{2} \frac{mv_{\perp}^2 c}{qB^2} \frac{dB}{dx}. \quad (44)$$

Указанная формула относится к случаю, когда движение происходит в плоскости, перпендикулярной к вектору  $\mathbf{B}$ . Однако в неоднородном магнитном поле дрейфовое движение можно связать также с наличием у частицы продольной скорости  $v_{\parallel}$ . Механизм возникновения такого дрейфа можно уяснить, обратившись к рис. 2. На этом рисунке жирными линиями показаны

силовые линии неоднородного магнитного поля. В общем случае они являются криволинейными. В точке  $M_1$ , где скорость частицы параллельна вектору  $\mathbf{B}$ , сила Лоренца равна нулю. Однако при своем дальнейшем движении частица по инерции соскользнет с силовой линии, и это приведет

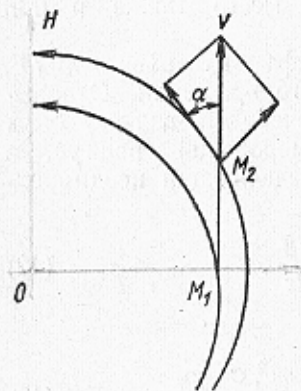


Рис. 2. Дрейф заряженной частицы в неоднородном магнитном поле для случая, когда скорость направлена вдоль поля

к тому, что в точке  $M_2$  у частицы появится небольшая слагающая скорости, перпендикулярная к магнитному полю. С появлением поперечной скорости будет автоматически связано появление силы Лоренца. Под действием этой силы частица будет приобретать дрейфовую скорость, которая направлена перпендикулярно к плоскости чертежа. Рассматривая частные случаи (например, движение частиц в магнитном поле, создаваемом прямолинейным проводником с током), нетрудно убедиться, что дрейф частицы, связанный с продольной скоростью

$v_{\parallel}$ , происходит в том же направлении, в каком совершается дрейфовое движение, обусловленное наличием у частицы поперечной скорости  $v_{\perp}$ .

Расчет показывает, что в общем случае, когда  $v_{\parallel} \neq 0$  и  $v_{\perp} \neq 0$ , скорость дрейфа определяется выражением

$$v_d = \frac{1}{\omega_B R} (v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2 / 2). \quad (45)$$

В этом выражении  $\omega_B$  — ларморовская частота и  $R$  — радиус кривизны силовой линии. По направлению вектор совпадает с векторным произведением  $[\mathbf{B} \times \mathbf{R}]$ . Формула (45) применима, если выполнены следующие

два условия:  $v_d \gg \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}$ , т. е. дрейфовое дви-

жение создает лишь малую добавку к скорости частицы, и в области, где происходит движение частицы, плотность тока равна нулю (или достаточно мала). Только при этих условиях существует простое соотношение между градиентом напряженности магнитного поля и радиусом кривизны силовой линии, с помощью которого выражение для  $v_d$  можно преобразовать к указанному виду. Если последнее условие не соблюдается, то формула для дрейфовой скорости становится более сложной. Заметим, что при дрейфе обе слагающие скорости частицы сохраняют свое значение. Поскольку дрейф всегда происходит в направлении, перпендикулярном градиенту ( $B$ ), то  $B$  вдоль дрейфовой дорожки также постоянна. Поэтому дрейфовое движение не нарушает инвариантность  $W_{\perp}/B$ .

Согласно сказанному выше, в общем случае движение заряженной частицы в неоднородном магнитном поле можно представить как суперпозицию следующих трех движений:

- 1) вращение по ларморовской окружности со скоростью  $v_{\perp}$ ;
- 2) движение центра ларморовской окружности вдоль силовой линии со скоростью  $v_{\parallel}$ ;
- 3) дрейфовое движение центра ларморовской окружности, перпендикулярное  $\mathbf{B}$  и  $\text{grad} |\mathbf{B}|$ .

Соединяя мгновенные положения центров ларморовского вращения, находим осевую линию траектории, которая, вместе с тем, может рассматриваться как усредненный путь частицы. Форма этой линии

есть основная геометрическая характеристика движения частицы в магнитном поле.

Прекрасную иллюстрацию общих закономерностей движения заряженных частиц в неоднородных

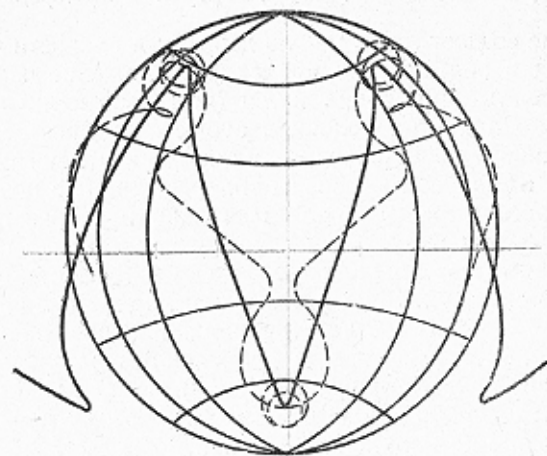


Рис. 3. Движение заряженных частиц в магнитном поле Земли. Жирная линия соответствует усредненной траектории

магнитных полях дает сама природа в виде так называемых радиационных поясов Земли. Радиационные пояса, обнаруженные при первых полетах спутников и космических ракет, состоят из электронов и ионов большой энергии, застрявших в магнитосфере Земли. Ионы и электроны, входящие в состав радиационных поясов, совершают в магнитном поле Земли довольно сложные движения. Если отвлечься от ларморовского

вращения и рассматривать только усредненные траектории, то получится картина, схематически изображенная жирной линией на рис. 3. В магнитном поле Земли заряженные частицы совершают колебания вдоль силовых линий, отражаясь от областей усиленного магнитного поля вблизи магнитных полюсов. На это колебательное движение накладывается относительно более медленный дрейф, обусловленный кривизной силовых линий. Дрейфовое движение происходит в азимутальном направлении. При этом частицы разных знаков движутся в противоположных направлениях, обходя вокруг земного шара с востока на запад и с запада на восток.

Для того чтобы покончить с беглым обзором законов движения частиц в магнитных полях, нам остается рассмотреть, что происходит, когда одновременно с магнитным полем на движущуюся частицу действует сила какого-либо иного происхождения. Наиболее интересным оказывается тот случай, когда немагнитная сила направлена перпендикулярно к  $\mathbf{B}$ . Очень несложные вычисления, которые мы не будем приводить здесь, показывают, что при наличии силы  $\mathbf{F}$ , перпендикулярной  $\mathbf{B}$ , возникает дрейфовое движение со скоростью

$$v_d = \frac{c}{qB^2} [\mathbf{F} \times \mathbf{B}]. \quad (46)$$

В частности, если сила создается электрическим полем  $\mathbf{E}$ , то  $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ . При этом

$$v_d = \frac{c}{B^2} [\mathbf{E} \times \mathbf{B}] \quad (47)$$

и, следовательно, скорость дрейфа не зависит от величины и знака заряда действующей частицы. Дрейфовое движение рассматриваемого типа также не

нарушает адиабатическую инвариантность  $W_{\perp}/B$  (частица движется перпендикулярно к направлению силы  $F$ , и поэтому ее кинетическая энергия в среднем за один ларморовский оборот остается постоянной).

### § 5. ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА СВОЙСТВА ПЛАЗМЫ

Перейдем к анализу влияния магнитного поля на свойства плазмы. Предположим, что плазма с не очень высокой концентрацией находится в сильном магнитном поле. В промежутке между двумя кулоновскими столкновениями каждая заряженная частица плазмы движется вдоль поля по винтовой траектории. Если поле однородно, то осевая линия траектории точно совпадает с одной из силовых линий поля. Перемещение электронов и ионов поперек силовых линий поля возможно лишь благодаря кулоновским столкновениям. При каждом столкновении частица перемещается на расстояние порядка ларморовского радиуса. Если столкновения происходят редко (плазма с низкой плотностью и высокой температурой), то частицы оказываются как бы привязанными к силовым линиям. Такая плазма называется «замагниченной». Мерой «замагниченности» может служить отношение  $\lambda/\rho$ , где  $\lambda$  — средняя длина свободного пробега и  $\rho$  — средний ларморовский радиус. Если  $\lambda/\rho \gg 1$  (редкие столкновения и сильное поле), то частица может сместиться на заметное расстояние поперек поля, только пройдя очень длинный путь вдоль силовой линии. Если же  $\lambda/\rho \ll 1$  (плотная плазма, слабое поле), то движение частиц практически изотропно, а это означает, что магнитное поле слабо влияет на поведение плазмы.

Меру замагниченности можно представить также в следующем виде:

$$\lambda/\rho \sim \frac{\lambda}{v} \frac{qB}{mc} = \omega_B \tau,$$

где  $\omega_B$  — ларморовская частота;  $\tau$  — среднее время между двумя столкновениями. Замагниченность различна у ионной и электронной компонент плазмы. При обычных условиях  $\omega_B \tau$  для электронов плазмы во много раз превышает соответствующее значение для ионов (при  $T_i \sim T_e$  отношение между ними порядка  $\sqrt{m_i/m_e}$ ). Таким образом, электроны сильнее замагничены, чем ионы. Мы можем встретиться, в частности, с такой ситуацией, когда электроны замагничены и поэтому свободно перемещаются вдоль силовых линий поля, а на движение ионов магнитное поле само по себе заметного влияния не оказывает. В этом случае электроны будут привязаны к магнитному полю, а ионы будут удерживаться в той же области пространства электрическим полем, создаваемым электронной компонентой.

Однако в физике полностью ионизованной высокотемпературной плазмы, которая нас здесь интересует в первую очередь, чаще всего приходится иметь дело с такими условиями, когда замагничена как электронная, так и ионная компонента. Численные значения основных параметров в экспериментах с горячей плазмой лежат в следующих пределах: концентрация от  $10^{10}$  до  $10^{14}$ , температура электронов и ионов порядка  $10^6$ — $10^7$  град и напряженность магнитного поля — несколько десятков килогаусс. В этом интервале значений  $n$ ,  $T$  и  $B$  параметр замагниченности  $\omega_B \tau$  для электронов лежит в пределах от  $10^5$  до  $10^{11}$ , а для ионов водорода — от  $10^3$  до  $10^9$ .

Вследствие ограничения, накладываемого сильным магнитным полем на движение частиц в плоскости,

перпендикулярной вектору  $\mathbf{B}$ , такое поле может выполнять роль своеобразной прослойки, удерживающей плазму от контакта со стенками сосуда, в котором она находится (рис. 4). Цилиндрический столб

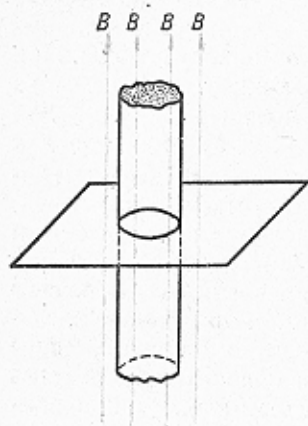


Рис. 4. Столб плазмы в магнитном поле

полностью ионизированной плазмы занимает часть пространства внутри камеры, в которой создано сильное магнитное поле. Между границей плазменного столба и стенкой камеры нет ничего, кроме вакуума и магнитных силовых линий. Электроны и ионы плазмы не проникают в эту промежуточную область. Таким образом, в данном случае осуществляется эффективная термоизоляция горячей плазмы с помощью сильного магнитного поля. Однако такое состояние, строго говоря, не является равновесным. Рано или поздно, благодаря кулоновским соударениям между частицами плазма распространяется по всему объему камеры вплоть до ее стенок. Время существования изолированного плазменного столба определяется скоростью диффузии частиц плазмы в магнитном поле (в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{B}$ ). Согласно теории диффузии, это время порядка  $a^2/\sigma D_{\perp}$ , где  $a$  — радиус плазменного столба;  $D_{\perp}$  — коэффициент поперечной диффузии. Очень грубую оценку  $D_{\perp}$  можно получить на основе следующих элементарных соображений. За время одного свободного пробега  $\tau$  частица в среднем

испытывает одно кулоновское столкновение, в результате которого она смещается в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{B}$ , на расстояние порядка ларморовского радиуса  $\rho$ . При многократных столкновениях, согласно статистическим законам, складываются квадраты отдельных смещений. Поэтому за время  $t$  частица сместится перпендикулярно  $\mathbf{B}$  на расстояние

$$\Delta x \approx \rho \sqrt{t/\tau}. \quad (48)$$

С другой стороны, среднее смещение при таком диффузионном процессе должно быть порядка  $\sqrt{D_{\perp} t}$ . Следовательно,

$$D_{\perp} \sim \rho^2/\tau \sim \lambda v/(\omega T)^2. \quad (49)$$

Среднее время между двумя столкновениями пропорционально  $T^{3/2}$ , поэтому

$$D_{\perp} \approx An/B^2 \sqrt{T}. \quad (50)$$

При больших значениях  $B$  и  $T$  величина  $D_{\perp}$  должна быть очень мала. Однако вдоль силовых линий частицы движутся так же, как и при  $B=0$ . Таким образом, по отношению к процессам диффузии плазма в сильном магнитном поле ведет себя как вещество с резко выраженной анизотропией.

Качественный анализ, приведенный выше, оставляет неразъясненной одну из важных особенностей механизма диффузии. Как показывает строгая теория, диффузия плазмы поперек магнитного поля обусловлена только столкновениями разнородных частиц, т. е. столкновениями между ионами и электронами. Столкновения частиц одного и того же вида не могут привести к макроскопическому изменению профиля концентрации.

Строгий расчет дает для коэффициента диффузии следующее выражение:

$$D_{\perp} \approx \frac{\lambda_{ei} \bar{v}_e}{3} \frac{1}{(\omega_{Be} \tau_{ei})^2} = D_0 \frac{1}{(\omega_{Be} \tau_{ei})^2}. \quad (51)$$

Здесь  $v_e$  — средняя тепловая скорость электронов плазмы;  $\omega_{Be}$  — ларморовская электронная частота;  $D_0$  — коэффициент диффузии в отсутствие поля.

Очевидно, что теплопроводность плазмы в направлении, перпендикулярном  $\mathbf{B}$ , также должна резко снижаться при увеличении напряженности поля. В противоположность диффузии, которая обусловлена столкновениями между ионами и электронами, теплопередача в плазме поперек силовых линий происходит в основном за счет ион-ионных столкновений (если  $T_i$  не слишком мала по сравнению с  $T_e$ ). Это объясняется тем, что интенсивность теплопередачи зависит от ширины той области, в пределах которой при наличии градиента температуры перемешиваются траектории частиц с различной тепловой энергией. Коэффициент теплопроводности в направлении, перпендикулярном  $\mathbf{B}$ , пропорционален квадрату ширины области перемешивания, а эта ширина по порядку величины сравнима с ларморовским радиусом. Поэтому теплопередача в основном идет через ионную компоненту.

Коэффициент ионной теплопроводности в направлении, перпендикулярном силовым линиям, уменьшается примерно в  $(\omega_{Bi} \tau_{ii})^2$  раз по сравнению с тем значением, которое он имеет в отсутствие магнитного поля. Коэффициент поперечной теплопроводности  $\kappa_{\perp}$  для водородной плазмы можно вычислить, пользуясь следующей формулой:

$$\kappa_{\perp} = 2 \cdot 10^{-16} n^2 / (B^2 \sqrt{T_i}).$$

Если сравнить скорость выравнивания температуры

по радиусу в цилиндрическом плазменном столбе со скоростью выравнивания концентрации, то окажется, что первый процесс идет гораздо быстрее (примерно в  $\sqrt{m_i/m_e}$  раз), чем второй. Поэтому градиент температуры внутри плазменного столба в направлении, перпендикулярном  $\mathbf{B}$ , должен исчезнуть гораздо раньше, чем плазма расплывется по всему пространству благодаря поперечной диффузии.

Малая скорость диффузии означает принципиальную возможность создания в магнитном поле плазменных конфигураций, которые занимают ограниченные участки пространства, окружены со всех сторон вакуумом и существуют длительное время (измеряемое секундами или даже десятками секунд).

Попытаемся подойти к анализу свойств таких ограниченных плазменных структур с макроскопической точки зрения. Первый вопрос, который при этом возникает, заключается в следующем: плазма обладает газокINETическим давлением  $p = nk(T_e + T_i)$ , поэтому длительное существование плазменной конфигурации, в пределах которой давление распределено по какому-либо закону, возможно лишь в том случае, если в каждом элементе объема плазмы сила, обусловленная градиентом газокINETического давления, будет уравновешена действием сил иной природы. Каково происхождение этих сил? В частности, если существует изолированный плазменный столб с постоянным давлением  $p$ , то какая сила уравновешивает давление на границе столба?

После того, что говорилось выше о движении заряженных частиц в магнитных полях, ответ на поставленные здесь вопросы представляется почти очевидным. Ограниченная плазменная конфигурация должна удерживаться электродинамическими силами, которые возникают вследствие того, что плазма в маг-

нитном поле ведет себя как диамагнетик. Диамагнетизм плазмы обусловлен тем, что ларморовские токи вращающихся заряженных частиц создают в каждой единице объема магнитный момент, направленный против действующего внешнего поля. По этой причине напряженность магнитного поля внутри плазмы уменьшается и создается пондеромоторная сила, уравновешивающая перепад давлений внутри и на границе плазменного образования.

Пондеромоторную силу, действующую на единицу объема, можно выразить через плотность диамагнитного тока в плазме  $j$  и магнитную индукцию поля  $B$ . Эта сила равна  $[j \times B]/c$ . Условие равновесия должно иметь вид

$$\text{grad } p = [j \times B]/c. \quad (52)$$

Заметим, что плотность тока  $j$  можно получить как результат сложения элементарных токов, которые вызваны вращением электронов и ионов в магнитном поле  $B$ .

Механизм удержания плазмы можно проиллюстрировать на простом примере. Схема ларморовских токов в цилиндрическом плазменном столбе, внутри которого давление  $p$  постоянно, дана на рис. 5. В этом случае внутри плазменного столба ларморовские токи взаимно компенсируют друг друга и поэтому  $j = 0$ .

Однако вблизи границы создается результирующий кольцевой ток. Сила взаимодействия этого тока с магнитным полем и является причиной, удерживающей разность давлений на границе плазменного столба.

Соотношение (52) можно обобщить, если перейти от анализа равновесия к анализу динамики плазменных образований. Второй закон Ньютона, примененный к движению единичного объема плазмы, должен иметь

вид

$$\rho dv/dt = [j \times B]/c - \text{grad } p, \quad (53)$$

где  $\rho$  — плотность плазмы;  $v$  — ее скорость. Справа стоит сила, действующая на единицу объема плазмы.

В уравнении (53) исчезли все характерные свойства плазмы как ионизованного газа. Оно обычно называется основным уравнением магнитной гидродинамики. Его можно применять для анализа процессов, которые происходят при наличии сильного магнитного поля в любой проводящей среде, способной изменять свою форму под воздействием внешних сил и, в частности, для анализа явлений, происходящих в хорошо проводящей жидкости. В физике плазмы использование уравнений (52) и (53) означает выбор некоторой приближенной модели физических процессов. Это довольно грубая модель. Однако она дает очень хорошие результаты применительно к анализу статики и динамики плазменных образований до той поры, пока мы не учитываем некоторые тонкости процессов и не пытаемся анализировать все то, что связано с диссипативными явлениями в плазме.

Следующим приближением является двухжидкостная модель плазмы, в которой учитывается существование двух компонент — электронной и ионной. В

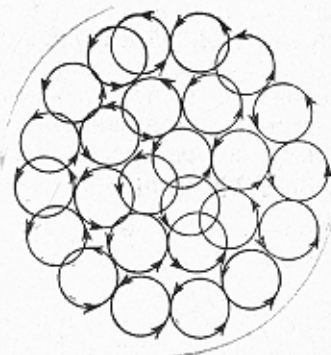


Рис. 5. Ларморовские токи в плазме

двухжидкостной модели динамика плазменных процессов описывается уравнениями:

$$\rho_e \frac{dv_e}{dt} = -n_e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}] \right) - \text{grad } p_e - \mathbf{F}_{ei}; \quad (54)$$

$$\rho_i \frac{dv_i}{dt} = n_e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}] \right) - \text{grad } p_i + \mathbf{F}_{ei}, \quad (55)$$

где  $\rho_e$  и  $\rho_i$  — плотность электронной и ионной компоненты;  $\mathbf{v}_e$  и  $\mathbf{v}_i$  — соответственно усредненные значения электронной и ионной скоростей;  $\mathbf{E}$  — напряженность электрического поля;  $\mathbf{F}_{ei}$  — сила трения, испытываемая электронами, заключенными в единице объема, вследствие их столкновений с ионами. Она равна импульсу, который передается от электронов к ионам в единицу времени:

$$\mathbf{F}_{ei} = \frac{\rho_e (\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_i)}{\tau_{ei}}. \quad (56)$$

Смысл уравнений (54) и (55) вряд ли нуждается в особой расшифровке. В первой части каждого из них стоит результирующая сила, действующая на совокупность частиц данного вида, находящихся в  $1 \text{ см}^3$  плазмы.

С помощью двухжидкостной модели плазмы можно анализировать такие процессы, как прохождение тока в намагниченной плазме и законы развития различных нестационарных плазменных явлений. Следует подчеркнуть, что как уравнение (53), так и уравнения (54) и (55) справедливы лишь в том случае, если давление плазмы изотропно и, следовательно,  $p$  — величина скалярная. Это условие выполняется только для таких плазменных образований, в которых плазма может свободно растекаться вдоль силовых линий магнитного поля.

## § 6. СЛЕДСТВИЯ ИЗ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим теперь некоторые следствия, вытекающие из общих магнитогидродинамических уравнений. Простейшим примером может служить анализ условий равновесия плазменного столба в продольном магнитном поле (см. рис. 4). В данном случае силовые линии прямолинейны и параллельны друг другу, поэтому напряженность поля имеет только одну компоненту. Выразим ее через  $B_z$ . Она является функцией координат  $x$  и  $y$ , которые мы выбираем в плоскости, перпендикулярной полю. Условие равновесия имеет следующий вид:

$$\text{grad } p = \frac{1}{c} [\mathbf{j} \times \mathbf{B}] = \frac{1}{4\pi} [\text{rot } \mathbf{B} \times \mathbf{B}]. \quad (57)$$

Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= -\frac{1}{4\pi} B_z \frac{\partial B_z}{\partial x} = -\frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial x} B_z^2; \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{1}{4\pi} B_z \frac{\partial B_z}{\partial y} = -\frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial y} B_z^2, \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

поэтому

$$p + B^2/8\pi = \text{const.} \quad (59)$$

Соотношение (59) показывает, что магнитное давление  $B^2/8\pi$  за пределами области, занятой плазмой, больше, чем внутри этой области, на величину  $p$ . Максимальное давление, при котором плазма может удерживаться полем заданной напряженности  $B_0$ , определяется из условия

$$p_{\text{макс}} = B_0^2/8\pi. \quad (60)$$

В этом случае плазма должна полностью вытеснить поле из занимаемой ею области пространства.

Для полей криволинейной формы сумма газокINETического и магнитного давлений в общем случае не сохраняется. Однако формула (60) остается справедливой, если рассматривать ее как граничное условие. Если на криволинейной поверхности, ограниченной плазменной конфигурацией, давление изменяется скачком до нуля, то должно иметь место равенство

$$p + B_i^2/8\pi = B_0^2/8\pi,$$

где  $B_i$  и  $B_0$  — значения напряженности поля по обе стороны границы.

Квазистационарный цилиндрический плазменный столб можно создать, пропуская через плазму сильный продольный ток. В этом случае давление плазмы будет удерживаться магнитным полем, кольцевые линии которого окружают область, занятую плазменным столбом. Ограничимся здесь рассмотрением простейшего случая, когда ток течет только по тонкому поверхностному слою плазмы (сильный спин-эффект). В этом случае напряженность поля внутри плазменного шнура равна нулю и давление в нем постоянно. Для определения этого давления можно воспользоваться формулой (60), в которой  $B_0$  будет обозначать напряженность поля тока на внешней поверхности шнура. Пусть ток равен  $I$  (в единицах CGSE) и радиус поперечного сечения равен  $a$ , тогда из (60) следует:

$$p = \frac{1}{8\pi} \left( \frac{2I}{ca} \right)^2 = \frac{I^2}{2\pi a^2 c^2}. \quad (61)$$

Допустим далее, что температура ионов и электронов в плазменном столбе одинакова и равна  $T$ . При этом

$$p = 2nkT. \quad (62)$$

Из (61) и (62) получается соотношение между температурой и током

$$T = I^2/(4c^2 NkT), \quad (63)$$

где  $N = \pi a^2$  — число частиц одного знака на 1 см длины плазменного столба. Формула (63) получена нами при специальном предположении о том, что ток течет в тонком поверхностном слое. Однако более детальный расчет показывает, что она сохраняет силу при произвольном законе распределения тока по сечению плазменного столба.

Образование плазменного столба, удерживаемого магнитным полем протекающего по нему тока, носит название линейного пинч-эффекта. При пропускании тока через прямую разрядную трубку, заполненную газом, сначала должна возникнуть плазма (за счет ионизации газа), затем под действием электродинамических сил она начнет сжиматься и в результате может образоваться стянутый к оси плазменный столб. Ток в этом случае выполняет сразу три функции: он создает плазму, нагревает ее за счет потерь Джоуля и уравнивает ее давление в сжатом плазменном столбе с помощью давления собственного магнитного поля. В начальной стадии исследований по физике высокотемпературной плазмы этот метод достижения высоких температур благодаря своей кажущейся простоте представлялся исключительно перспективным. Казалось, если пропустить через газ при низком давлении достаточно большой импульсный ток, то за ничтожный промежуток времени в разрядной трубке возникнет раскаленный столб с огромной температурой.

Действительно, предположим, что ток в  $10^6 a$  проходит через разрядную трубку диаметром 10 см, заполненную водородом, при начальном давлении 0,01 мм рт. ст. (начальная концентрация атомов  $n_0 = 7 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ). Если весь газ ионизируется и пос-

ле сжатия образуется плазменный столб, давление которого уравнивается электродинамическими силами, то согласно формуле (63) температура плазмы должна достигнуть следующего значения:

$$T = \frac{1}{400} \frac{I_A^2}{Nk} = \frac{1}{400} \frac{I^2}{\pi a^2 n_0 k} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ } ^\circ\text{K.}$$

Практически, однако, таким путем не удалось поднять температуру плазмы выше примерно  $10^6$  град (и то всего лишь на несколько микросекунд). Как показали эксперименты, развитие кратковременного импульсного разряда с большой силой тока не приводит к образованию квазистационарного состояния, описываемого условием равновесия (57). Post factum сейчас можно сказать, что при некоторой проникаемости мы должны были бы предвидеть это заранее.

В начальной фазе разряда ток вследствие скин-эффекта течет только по сравнительно тонкому слою ионизованного газа вблизи стенок разрядной трубки. При этом электродинамические силы не уравновешены газокинетическим давлением плазмы, так как внутри цилиндрического слоя с током находится практически невозмущенный слабоионизованный газ. При такой ситуации слой плазмы будет ускоряться электродинамическими силами по направлению к оси трубки. В очень грубом приближении эта фаза процесса будет описываться уравнением (53), если в нем отбросить член, содержащий  $\text{grad } p$ . Процесс ускоренного движения плазмы к оси можно рассматривать так же, как образование цилиндрической ударной волны сжатия. При движении плазменного слоя к его оси масса непрерывно возрастает. В процесс сжатия вовлекаются все новые слои газа, находящиеся перед фронтом сжимающейся плазменной оболочки. Одновременно с захватом

газа в процессе сжатия происходит его ионизация. Последняя стадия сжатия наступает тогда, когда ускоренная магнитным давлением плазма достигает оси. В этой стадии значительная часть кинетической энергии направленного движения превращается в тепло. Теперь, казалось бы, должна наступить новая фаза процесса, при которой, наконец, установится равновесие между электродинамическими силами и внутренним давлением горячей плазмы. Однако здесь вступает в действие новый физический фактор — неустойчивость плазменного столба. За очень короткий промежуток времени в обычных условиях эксперимента за несколько микросекунд в плазменном столбе развиваются деформации типа «перетяжек» и «змеек» (рис. 6). Эти деформации разрушают правильную геометрическую структуру плазменного образования, в результате чего плазма начинает сильно взаимодействовать со стенками разрядной трубки и быстро охлаждается.

На этом конкретном примере мы впервые встретились с одной из центральных проблем современной физики плазмы — проблемой устойчивости плазменных конфигураций. Плазма очень капризна. Всеми доступными способами она стремится освободиться от оков магнитного удержания, проскользнув между линиями окружающего ее магнитного поля. Вопросы об общих закономерностях, определяющих устойчивость и не-

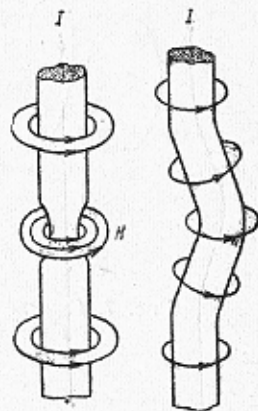


Рис. 6. Деформация плазменного столба с током

устойчивости, определяющих устойчивость и не-

устойчивость плазменных конфигураций, мы коснемся в конце книги.

Более эффективный нагрев, чем при линейном пинч-эффекте, достигается сжатием плазмы быстро нарастающим продольным магнитным полем (рис. 7).

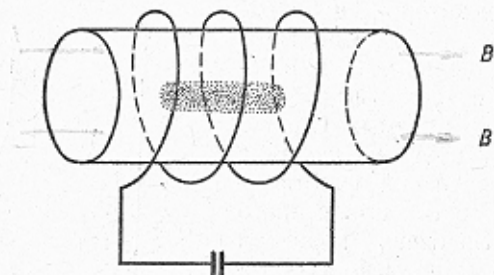


Рис. 7. Сжатие плазмы быстро нарастающим магнитным полем

В этом случае начальная фаза сжатия также носит нестационарный характер и сопровождается образованием ударной волны, сходящейся к оси. Однако после того, как колебания радиуса плазменного цилиндра затухнут, на некоторый промежуток времени устанавливается равновесие сил, и при дальнейшем росте магнитного давления происходит адиабатический нагрев плазмы.

В магнитном поле, которое за несколько микросекунд нарастает примерно до 100 кэ, удается кратковременно получать плазму с температурой порядка  $10^7$  град при концентрации, превышающей  $10^{16}$  см<sup>3</sup>. Чем длиннее разрядная трубка и катушка, создающая поле, тем дольше удается удерживать высокую температуру. Однако из-за наличия открытых концов,

через которые плазма вытекает вдоль силовых линий магнитного поля, длительность поддержания высокой температуры все же оказывается небольшой и при приведенных выше значениях  $n$  и  $T$  не превышает несколько десятков и микросекунд для системы длиной около 1 м.

## § 7. СОЗДАНИЕ ОБЪЕКТА ИССЛЕДОВАНИЯ

Главная задача экспериментальной физики и высокотемпературной плазмы заключается в создании самого объекта исследования. Однако проведение серьезной экспериментальной программы для изучения основных плазменных явлений возможно только после успешной разработки методов создания высокотемпературной плазмы, существующей в квазистационарном состоянии в течение относительно длительного промежутка времени. За последние годы достигнуты некоторые успехи в разработке таких методов. Исследования идут здесь по двум главным направлениям. Первое из них основано на идее использования магнитных систем, в которых можно создавать замкнутые плазменные конфигурации тороидальной формы. Такие устройства часто называют тороидальными магнитными ловушками. Второе направление объединяет эксперименты, в которых высокотемпературная плазма удерживается с помощью открытых магнитных систем типа зеркальных ловушек. В такой ловушке напряженность магнитного поля возрастает вдоль каждой силовой линии в обе стороны от области, занятой плазмой. Как указывалось выше, области усиленного поля играют роль зеркал, от которых происходит отражение ионов и электронов плазмы.

Займемся сначала замкнутыми плазменными конфигурациями. В этом случае плазма свободно растекается вдоль силовых линий. Отсюда следует, что силовые линии не должны выходить за пределы замкнутых поверхностей, расположенных целиком внутри камеры, в области, где создается плазма. Газокинетиче-

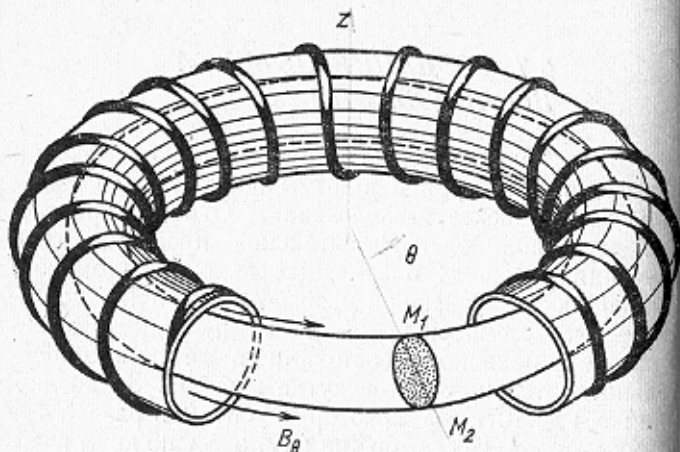


Рис. 8. Плазменное кольцо в поле тороидальной катушки

ское давление плазмы  $p$  — величина скалярная. При установившемся равновесии сил, действующих на плазму, давление должно быть постоянно вдоль силовой линии, так как согласно уравнению (52) градиент давления перпендикулярен  $\mathbf{B}$ . На первый взгляд представляется, что существует очень простой способ магнитного удержания кольцевого плазменного шнура. Он состоит в том, что с помощью катушки, равномерно навитой на поверхность круглой тороидальной камеры,

создается поле с кольцевыми силовыми линиями (рис. 8). Это поле и должно выполнять функцию удержания плазмы, которая тем или иным путем получается внутри камеры.

Однако несложный теоретический анализ сразу же демонстрирует принципиальный дефект такого метода. Магнитное поле в этом случае неоднородно, так как  $B \sim 1/R$ , поэтому электроны и ионы плазмы будут дрейфовать перпендикулярно к силовым линиям и уходить на стенки камеры. Невозможность осуществить удержание плазмы в простом тороидальном поле вытекает также из уравнения равновесия (52). Для того чтобы подтвердить это, остановимся на частном примере.

Пусть плазма полностью вытесняет магнитное поле из занимаемой ею области. Тогда на границе плазменного витка везде должно иметь место равенство  $p = B^2/8\pi$ . Но в точках  $M_1$  и  $M_2$  (см. рис. 8) напряженность поля различна, и поэтому равновесие недостижимо. Анализ условия равновесия (52) показывает, что этот вывод сохраняет силу и в более общем случае, когда  $p \neq B^2/8\pi$ . Можно предположить несколько различных вариантов усовершенствования рассмотренного выше простейшего метода удержания кольцевого плазменного шнура. Один из них заключается в том, что тороидальная камера вместе с надетым на нее соленоидом деформируется так, как это показано на рис. 9, принимая форму восьмерки. Такую же форму приобретает и плазменный шнур. При этом дрейфовое движение частиц будет иметь разное направление на противоположных закругленных участках системы, поэтому смещение, обусловленное дрейфом, будет компенсироваться при каждом обороте частицы вдоль плазменного шнура. Таким образом, возможность осуществления равновесия плазмы в тороидальной «восьмерке» не противоречит кинематике движения частиц.

Поэтому следует ожидать, что макроскопический анализ равновесия на основе уравнения (52) также даст благоприятный ответ на вопрос о возможности использования системы указанного типа в качестве магнитной ловушки для замкнутой плазменной петли.

Тороидальная восьмерка фактически явилась отправным пунктом в разработке большого класса магнитных систем, предназначенных для создания замкну-

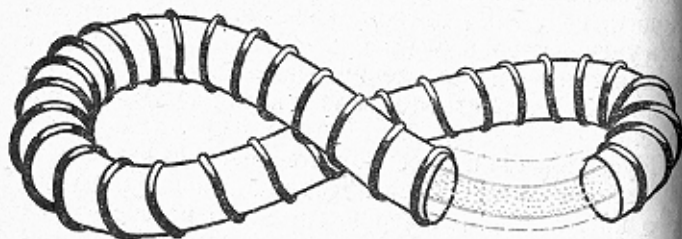


Рис. 9. Восьмерка

тых плазменных конфигураций. Эти системы, основанные на красивой идее, предложенной Спитцером, получили название стеллараторов. В стеллараторах равновесие высокотемпературной плазмы достигается с помощью магнитных полей внешнего происхождения. Стеллараторы уже в течение многих лет занимают одно из важных мест в общей программе исследований по физике высокотемпературной плазмы. Однако мы не имеем возможности здесь останавливаться на этих очень интересных исследованиях, так как это могло бы слишком далеко увлечь нас от физики плазмы в сторону изучения геометрии сложных магнитных полей.

Другой вариант равновесной тороидальной конфигурации получается, если использовать суперпози-

цию двух полей (рис. 10). Одно из них — это поле тороидальной катушки  $B_0$ ; другое — поле  $B_\varphi$ , создаваемое продольным кольцевым током, текущим в самой плазме. В этом варианте силовые линии поля имеют простую винтовую структуру. Они поворачиваются вокруг осевой линии плазменного шнура, на которой магнитное поле тока обращается в нуль.

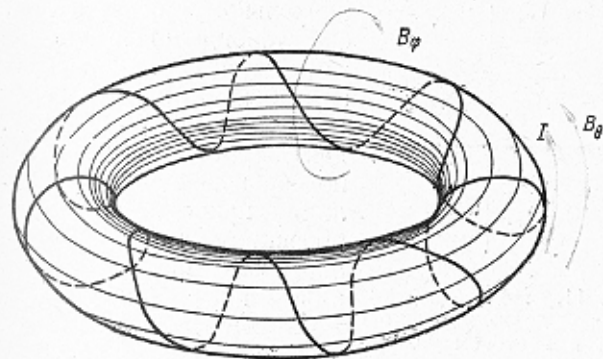


Рис. 10. Суперпозиция полей  $B_0$  и  $B_\varphi$

Благодаря повороту силовых линий происходит компенсация дрейфового движения частиц. Механизм этой компенсации нетрудно понять без вычислений, если ограничиться рассмотрением частного случая, когда соблюдаются два условия: 1) напряженность магнитного поля, создаваемого током в плазме, мала по сравнению с напряженностью тороидального поля создаваемого внешними катушками; 2) частица обладает достаточно большой продольной скоростью и поэтому свободно перемещается вдоль силовой линии, не испытывая отражения от областей более сильного поля. Движение центра ларморовской окружности

в этом случае представляет собой суперпозицию двух движений — перемещения вдоль силовой линии (все время в одном и том же направлении) и дрейфа, обусловленного неоднородностью тороидального магнитного поля. Простая модель сложения этих двух движений показана на рис. 11. В этой модели непрерывный дрейф по направлению, параллельному оси  $y$  (главная ось тороидальной системы) заменяется двумя скачкообразными смещениями в верхней точке траектории. Мы видим как движение частицы вдоль поворачивающейся силовой линии приводит к тому, что проекция траектории на плоскость поперечного сечения плазменного шнура замыкается, т. е. результирующее значение дрейфового смещения обращается в нуль.

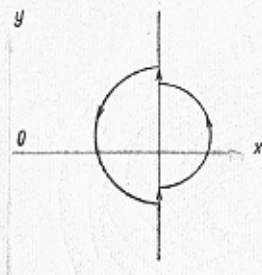


Рис. 11. Модель дрейфового движения частиц в винтовом поле

Расчет траектории частиц в комбинированных полях рассматриваемого типа показывает, что компенсация дрейфа происходит не только при движении частиц с большой продольной скоростью, свободно перемещающихся по винтовым силовым линиям (это так называемые «пролетные» частицы), но также и при движении так называемых «запертых» частиц, которые совершают колебания вдоль силовых линий, отражаясь от областей сильного магнитного поля.

При этом следует подчеркнуть, что компенсация дрейфа не означает полное исключение влияния дрейфового движения на форму траектории. Как видно из схематической модели, изображенной на рис. 11, под действием дрейфа происходит некоторая деформация

траектории. Эта деформация выражена еще сильнее для траекторий запертых частиц. О некоторых следствиях, вытекающих из этого обстоятельства, будет говориться позднее при обсуждении вопросов, касающихся скорости диффузии и скорости теплопередачи.

## § 8. УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПЛАЗМЕННОГО ВИТКА

Теперь несколько подробнее ознакомимся с условиями существования плазменного витка, находящегося под действием продольного магнитного поля и магнитного поля, создаваемого собственным током. Выбор указанного частного случая в качестве примера для более детального анализа объясняется двумя причинами: во-первых, это наиболее простая схема магнитного удержания и, во-вторых, в устройствах, работающих по указанному принципу, фактически достигнуты наилучшие экспериментальные результаты в отношении длительного удержания высокотемпературной плазмы.

Прежде чем перейти непосредственно к анализу сил, действующих на плазменный виток, следует обратить внимание на некоторые характерные черты геометрии магнитного поля в рассматриваемой тороидальной ловушке. Как уже говорилось выше, винтовые силовые линии поворачиваются вокруг кольцевой оси плазменного витка. Пусть плоскость  $S$  представляет поперечное сечение ловушки. Силовая линия, проходя-

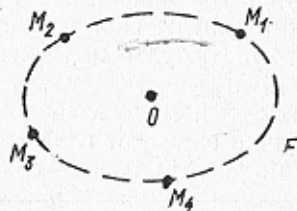


Рис. 12. Поворот силовой линии (вращательное преобразование)

щая через точку  $M_1$  на этой плоскости, обойдя один раз вдоль тороидальной магнитной системы, пересечет плоскость  $S$  в точке  $M_2$ , в следующий раз — в точке  $M_3$  и т. д. (рис. 12). Множество точек  $M_1, M_2, M_3, \dots$  в общем случае будет бесконечным. Однако для некоторых силовых линий оно может быть конечным, и это означает, что такая силовая линия замыкается на себя. Это так называемые «вырожденные» линии. К их числу, в частности, принадлежит осевая линия витка, на которой поле обращается в нуль. Ее след на рис. 12 обозначен  $O$ .

Поведение силовой линии, многократно обходящей вдоль тороида, определяется положением «изображающих» точек  $M_1, M_2, \dots$ . Пусть после нескольких оборотов точка  $M_n$  приблизилась к начальной точке  $M_1$ . При следующем обходе угол поворота вокруг  $O$  будет уже больше  $360^\circ$ . Где в таком случае расположится следующая точка? Естественно предположить, что  $M_{n+1}$  будет находиться между  $M_1$  и  $M_2$ , следующая  $M_{n+2}$  — между  $M_2$  и  $M_3$  и т. д., и после многих обходов изображающие точки в поперечном сечении лавушки образуют гладкую замкнутую кривую (кривая  $F$  на рис. 12). В таком случае можно говорить о существовании тороидальной магнитной поверхности. Она так сказать, изготовлена из одной бесконечной линии поля. Силовая линия, порождающая магнитную поверхность, плотно устилает ее.

Предположение о наличии магнитных поверхностей в системе с внешним тороидальным полем  $B_0$  и полем плазменного тока  $B_\phi$  подтверждается анализом уравнений магнитного поля. Этот анализ показывает, что достаточным общим условием существования магнитных поверхностей при правильном распределении плотности тока по поперечному сечению плазменного витка является сохранение аксиальной симметрии

поля. При наличии аксиальной симметрии уравнения магнитных силовых линий имеют интеграл, который дает выражение для магнитных поверхностей в аналитической форме. Магнитные поверхности образуют множество вложенных друг в друга тороидов (рис. 13). В континууме этих тороидов каждый из них, взятый наудачу, образуется одной силовой линией. Однако среди магнитных поверхностей есть счетное множество «вырожденных», которые создаются замкнутыми силовыми линиями. В этом случае на поверхности укладывается непрерывное множество линий поля, смещенных друг относительно друга.

Спитцер высказал гипотезу о том, что магнитные поверхности существуют также и для таких тороидальных полей, в которых винтовые силовые линии, поворачивающиеся вокруг кольцевой оси, создаются внешними источниками тока с помощью специальных винтовых обмоток или же деформацией всей магнитной системы с превращением ее, например, в восьмерку.

Теоретические исследования показывают, однако, что в случае таких несимметричных полей о системе вложенных друг в друга тороидальных магнитных поверхностей можно говорить лишь в некотором приближении. В общем случае структура магнитного поля является довольно сложной. Отдельные магнитные поверхности оказываются разделенными системой тороидальных трубок («волокон»), между которыми сило-

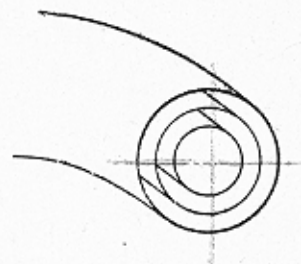


Рис. 13. Магнитные поверхности для винтового поля

вые линии ведут себя совершенно хаотически. Очевидно, что вопрос об условиях существования магнитных поверхностей имеет большое значение, так как от его решения должны зависеть наши взгляды на перспективы использования различных типов магнитных систем для удержания горячей плазмы. Поскольку плазма свободно растекается вдоль силовых линий, то ее давление  $p$  не может иметь различные значения в разных точках одной и той же магнитной поверхности. Таким образом, магнитные поверхности представляют собой семейство плазменных изобар. Если вместо того, чтобы обрисовывать плавную кривую, «изображающие» точки  $M_1, M_2, \dots$  заполняют некоторую широкую зону в поперечном сечении плазменного витка, то в пределах этой зоны плазма может находиться в равновесии только при условии, если  $\text{grad } p = 0$ . Очевидно, что обращение в нуль градиента давления в сечении плазменного витка равносильно появлению аномально большой диффузии в направлении, перпендикулярном к  $\mathbf{V}$ .

После этого отступления в сторону займемся анализом условий равновесия кольцевого плазменного витка, используя для этого уравнения магнитной гидродинамики. В первом приближении можно считать, что плазменный виток имеет в поперечном сечении форму окружности с радиусом  $a$ . Вне круга с радиусом  $a$  давление плазмы и плотность тока обращаются в нуль. Тороидальная поверхность радиуса  $a$  представляет собой граничную поверхность плазменного витка, оторванного от стенок вакуумной камеры, в которой этот виток находится (рис. 14). Вместе с тем это одна из магнитных поверхностей тороидальной ловушки. Другим независимым параметром, определяющим геометрию системы, является большой радиус плазменного витка  $R$ . В дальнейшем будем предполагать, что  $a \ll R$ . Это условие всегда выполняется в

эксперименте. Заметим, что при малом отношении  $a/R$  плазменный виток по своим свойствам должен приближаться к бесконечному прямому плазменному цилиндру. Очевидно, что поскольку в задачу входят

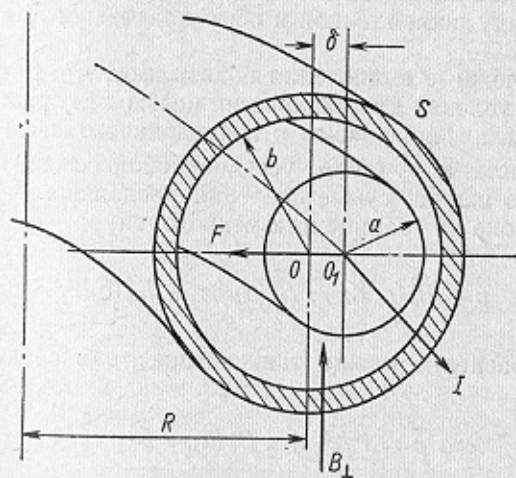


Рис. 14. Сечение плазменного витка

два главных геометрических параметра  $a$  и  $R$ , отвечающих двум степеням свободы плазменного витка, то нужно найти два условия равновесия — по малому и большому радиусу. Для первого из них влияние тороидальности можно сначала не учитывать. Это означает, что мы будем использовать здесь уравнение равновесия, справедливое для прямого плазменного цилиндра. Поскольку в данном случае плазма находится под одновременным воздействием двух полей, то уравнения равновесия должны представлять собой некоторое обобщение соотношений (61) и (62), полученных нами

для случая, когда имеется только продольное поле или же действует только поле тока. Такое обобщение для прямого цилиндра можно получить, исходя из предположения о том, что напряженность обоих полей и давление плазмы зависят лишь от  $r$ , т.е. от расстояния между данной точкой и осью плазменного цилиндра.

Несложные вычисления показывают, что при указанном условии для равновесия необходимо равенство суммы давлений плазмы  $p$  и продольного магнитного поля в плазме  $B_0^2(r)/8\pi$ , усредненной по сечению плазменного шнура, сумме давлений продольного поля и поля тока на границе плазменного шнура:

$$p + B_0^2(r)/8\pi = B_0^2(a)/8\pi + B_z^2(a)/8\pi. \quad (64)$$

Это уравнение можно также записать в следующей форме:

$$2\pi a^2 \bar{p} = I^2/c^2 + [B_0^2(a) - \overline{B_0^2(r)}]/4. \quad (65)$$

Детальный теоретический анализ показывает, что соотношение (65) остается в силе также и после того, как в первом приближении учитывается поправка на тороидальность системы. Эта поправка приводит только к уточнению значения величины  $B_0(a)$ , входящей в условие равновесия. При строгом расчете  $B_0(a)$  обозначает напряженность продольного поля на поверхности плазмы при угле  $\varphi = \pi/2$  (см. рис. 14).

Чтобы найти условие равновесия по большому радиусу, необходимо выяснить происхождение и величину сил, которые могут вызвать изменение  $R$ . Ограничимся здесь только грубым качественным анализом этих сил. Существуют три различные причины для их появления:

1) *электродинамическое расталкивание кольцевого тока*. Согласно общим законам электродинамики ponderomotorная сила, действующая на проводник с током, всегда направлена так, чтобы увеличить его индуктивность. В рассматриваемом частном случае коэффициент самоиндукции растет пропорционально большому радиусу  $R$ .

Следовательно, здесь мы имеем дело с растягивающими усилиями. Впрочем, это почти очевидно. Поскольку ponderomotorная сила обусловлена взаимодействием тока с его собственным магнитным полем, то при заданных геометрических параметрах она пропорциональна  $I^2$ ;

2) *растяжение тороидального витка под действием внутреннего давления*. Чтобы найти растягивающее усилие, обусловленное указанной причиной, необходимо вычислить работу, совершаемую давлением плазмы при бесконечно малом изменении  $R$ , и разделить полученное значение на  $\delta R$ . При этом оказывается, что полное растягивающее усилие пропорционально  $a^2 p$ ;

3) *радиальная ponderomotorная сила, обусловленная различием напряженности продольного магнитного поля вне и внутри плазмы*. При  $B_0^2(a) > B_z^2(a)$  эта сила направлена в сторону возрастания  $R$ .

Если оценить суммарный эффект действия указанных сил, приняв при этом во внимание условия равновесия по малому радиусу, то окажется, что результирующее усилие направлено в сторону возрастания  $R$ , т.е. шнур с током должен растягиваться. Значит, мы еще не достигли своей цели, так как равновесия нет. Осталось, однако, сделать еще один шаг, и все станет на место. Растягивающее усилие можно компенсировать, если создать магнитное поле  $B_{\perp}$ , перпендикулярное к экваториальной плоскости плазменного кольца (см. рис. 14). При надлежащем выборе направ-

ления  $B_{\perp}$  на кольцо с током будет действовать сжимающее усилие, равное  $2\pi RIB_{\perp}/c$  (в расчете на всю длину кольца). Это усилие может уравновесить результирующее действие сил растяжения, о которых говорилось выше.

В экспериментальных установках, предназначенных для получения тороидальных плазменных витков, компенсация растягивающих усилий происходит автоматически благодаря тому, что вакуумная камера имеет толстую проводящую (металлическую) оболочку, в которой при смещении возникают токи Фуко. Эти токи появляются тогда, когда центр сечения плазменного шнура смещается относительно центра сечения тороидальной проводящей оболочки. Ток Фуко создает поперечную компоненту магнитного поля, необходимую для компенсации растяжения. Как показывает несложный расчет, обусловленная этим эффектом сжимающая сила пропорциональна  $I^2$  и смещению  $\delta$ . Поэтому равновесие устанавливается при определенном значении  $\delta$ .

Задача теоретического анализа применительно к такому методу достижения равновесия заключается прежде всего в том, чтобы найти равновесное смещение  $\delta^*$ . Согласно вычислениям В. Д. Шафранова

$$\delta = \frac{b^2}{2R} \left( \ln \frac{b}{a} + \left( 1 - \frac{a^2}{\rho^2} \right) \left[ \frac{8\pi\rho}{B_{\varphi}^2(a)} + \frac{L_I - 1}{2} \right] \right), \quad (66)$$

где  $b$  — радиус сечения проводящей оболочки;  $B_{\varphi}(a)$  — магнитная индукция поля, создаваемого током на

\* Согласно строгому определению  $\delta$  — расстояние от геометрического центра сечения плазменного витка до геометрического центра сечения оболочки.

границе плазменного витка;  $L_I$  — внутренняя индуктивность плазменного витка на единицу длины. Формула (66) определяет положение граничной магнитной поверхности плазменного витка. В результате эффекта тороидальности сечения магнитных поверхностей, расположенных внутри плазменного витка, не должны изображаться концентрическими окружностями (как это имеет место для цилиндрического плазменного проводника). Причина нарушения концентричности состоит в том, что плазма с продольным током, заключенная внутри любой из внутренних магнитных поверхностей, находится по отношению к охватывающим ее внешним слоям плазменного витка в условиях, аналогичных тем, которые определяют равновесие витка по отношению к проводящей оболочке. Поэтому следует ожидать, что центры семейства окружностей, изображающих сечения магнитных поверхностей, должны быть тем больше смещены наружу, в сторону увеличения  $R$ , чем меньше их радиусы (рис. 15). Максимальное смещение относительно центра сечения проводящей оболочки соответствует положению магнитной оси системы, на которой поле тока  $B_{\varphi}$  обращается в нуль. Таковы главные результаты теоретического анализа законов равновесия кольцевых плазменных витков с током.

Отметим одно любопытное обстоятельство. В уравнении (66), определяющем равновесное положение плазменного витка в камере, нет никаких признаков влияния продольного магнитного поля. Оно как бы не



Рис. 15. Смещение магнитных поверхностей в торе

существует. Не следует ли отсюда, что можно сделать еще один шаг и вообще отказаться от использования продольного поля в кольцевой системе? В рамках теории равновесия это вполне допустимо. Однако достаточно задуматься над вопросом устойчивости плазменного витка — и необходимость в продольном поле сразу же появится снова.

В отсутствие продольного магнитного поля деформации изгиба и деформации типа перетяжек будут развиваться беспрепятственно и поэтому за очень короткий промежуток времени (порядка  $a/v_i$ , где  $v_i$  — тепловая скорость ионов) плазменный виток потеряет правильные очертания и начнет быстро охлаждаться за счет интенсивного взаимодействия со стенками камеры. Сильное продольное магнитное поле создает нечто вроде жесткого каркаса из силовых линий, наличие которого стабилизирует деформации плазменного шнура. Таким образом, хотя по отношению к условиям равновесия продольное поле может являться пассивным балластом, оно играет главную роль в обеспечении устойчивости плазменного витка. Такая ситуация, очевидно, нуждается в разъяснении. Оно заключается в следующем.

Плазма — хороший проводник, поэтому если она быстро движется, пересекая силовые линии магнитного поля, то появляются индуцированные токи, изменяющие распределение напряженности магнитного поля. Общий характер этого изменения таков, как будто при своем движении плазма увлекает вместе с собой линии поля, которые ведут себя так, будто они были «вморожены» в плазму (или склеены с ней). Для того чтобы лучше понять, в чем состоит явление «вмороженности» силовых линий, рассмотрим частный случай движения плазмы.

Пусть плазма заполняет объем, в котором создано магнитное поле, направленное параллельно оси  $z$ . При

этом напряженность поля изменяется по некоторому закону в плоскости, перпендикулярной к направлению  $z$ , т. е. в плоскости  $xy$ . Концентрация плазмы постоянна вдоль силовых линий, но также может быть функцией координат  $x$  и  $y$ . Предположим, что плазма движется перпендикулярно к силовым линиям. Выделим мысленно в пространстве тонкий столбик плазмы, параллельной  $V$ . Пусть площадь его сечения плоскостью  $xy$  равна  $dS$ . При движении плазмы выделенный нами столбик испытывает сжатие или расширение, в результате чего его сечение будет изменяться. Поскольку мы рассматриваем быстрые процессы, при которых можно пренебрегать диффузией, то полное число частиц внутри столбика должно сохраняться. Следовательно,

$$ndS = \text{const.} \quad (67)$$

С другой стороны, при быстрых движениях должен оставаться постоянным также магнитный поток, проходящий через сечение  $dS$ . В плазме с достаточно хорошей электропроводностью даже незначительное изменение магнитного потока, если оно происходит быстро, приведет к возникновению большого индукционного тока. Магнитное поле этого тока скомпенсирует изменение потока. Сохранение потока означает, что имеет место равенство

$$BdS = \text{const.} \quad (68)$$

Сравнение (67) и (68) показывает, что в рассматриваемом случае при движении плазмы отношение  $B/n$  остается постоянным. Если плазма сжимается, то напряженность магнитного поля в ней возрастает; расширение плазмы влечет за собой ослабление поля. Перераспределение плотности в результате быстрых деформаций приводит к соответствующему изменению распределения напряженности поля в пространстве. В

этой связи между деформациями плазмы и деформациями поля, вытекающей из сохранения магнитного потока в движущемся материальном элементе объема, заключается «вмороженность» силовых линий.

Нужно, однако, отметить, что постоянство  $B/n$  является общим законом; оно имеет силу только в том конкретном случае, о котором говорилось выше. При других геометрических условиях соотношение между напряженностью поля и концентрацией в быстро движущейся плазме может иметь иную форму. Так, в аксиально-симметричной плазменной струе, которая движется под действием электродинамических сил обусловленных током через плазму, в каждом элементе объема во время его движения остается постоянной величина  $B/nr$ , где  $r$  — расстояние от данного элемента объема до оси системы.

Еще одно замечание может оказаться полезным. Вмороженность силовых линий не следует считать явлением, специфически связанным со свойствами плазмы. Аналогичный эффект будет наблюдаться в любом хорошем проводнике, движущемся в магнитном поле с достаточно высокой скоростью.

Стабилизирующее действие продольного поля на плазменный виток является одним из следствий «вмороженности» силовых линий в плазму. Если в каком-либо участке витка образуется сужение, то благодаря сохранению потока продольного магнитного поля его напряженность в этом участке возрастает, а следовательно, увеличивается также и магнитное давление внутри плазмы.

Таким образом появляется сила, препятствующая развитию деформации. При деформациях изгиба происходит удлинение вмороженных линий продольного поля, вследствие чего должны возрастать максвелловские натяжения. Этот эффект также может останавливать рост деформаций.

Влияние продольного магнитного поля на определенные виды деформаций плазменного витка — частный случай действия тех закономерностей, которые исследуются в общей теории устойчивости плазменных конфигураций. Впоследствии мы познакомимся с некоторыми из этих общих закономерностей, а впредь до этого будем время от времени говорить об отдельных результатах применения теории устойчивости к интересующим нас конкретным проблемам.

## § 9. ТЕОРИЯ УСТОЙЧИВОСТИ

Эта теория позволяет, в частности, произвести выбор между различными конкретными вариантами реализации схемы удержания и термонизольации кольцевого плазменного витка с помощью комбинации продольного магнитного поля и поля плазменного тока. Теория предсказывает, что устойчивость по отношению к наиболее опасным крупномасштабным деформациям наилучшим образом обеспечивается в том случае, если напряженность продольного магнитного поля  $B_0$  во много раз превосходит напряженность поля тока  $B_\phi$ . Условие устойчивости записывается в следующем виде:

$$\frac{B_0}{B_\phi} \frac{r}{R} > 1, \quad (69)$$

где  $r$  — расстояние от данной точки внутри плазменного шнура до магнитной оси, на которой  $B_\phi$  обращается в нуль. Условие (69) выведено независимо Крускалом и В. Д. Шафрановым. Оно должно выполняться во всем объеме плазменного витка. Если учесть общий характер распределения плотности тока по сечению плазменного витка (это распределение всегда имеет форму колокола), то оказывается, что для выполнения

неравенства (69) в любой точке плазмы достаточно, чтобы на границе витка, т. е. при  $r=a$ , оно удовлетворялось с некоторым излишком. Таким образом, условие Крускала — Шафранова можно придать следующий вид:

$$\frac{B_\theta}{B_\varphi} \frac{a}{R} \geq q. \quad (7)$$

Величина  $q$  называется запасом устойчивости. По видимому, достаточно, чтобы  $q$  превышало три, если только распределение плотности тока не носит какого-либо слишком экзотического характера.

Тороидальные системы, в которых плазма удерживается в равновесии с помощью магнитного поля циркулирующего в ней тока, а для подавления неустойчивости плазменного витка применяется очень сильное продольное поле, изучаются экспериментально в СССР в течение уже довольно длительного времени. Эти установки принадлежат к серии, получившей наименование «Токамак». Схематически общий вид установки типа «Токамак» изображен на рис. 16. Тороидальная разрядная камера охватывает сердечник трансформатора, с помощью которого индукционным путем генерируется ток в плазменном витке. Камера имеет две оболочки: внутреннюю, для которой материалом служит тонкая нержавеющей сталь, и внешнюю, изготавливаемую из толстой меди. Обе оболочки электрически изолированы друг от друга, и зазор между ними откачивается вакуумными насосами. Внутренняя оболочка, так называемый «лайнер», в которой при индукционном электрическом разряде образуется кольцевой плазменный виток, перед каждым экспериментом обезгаживается длительным прогреванием. Внешняя медная оболочка обеспечивает равновесие плазмы за счет токов Фуко, возникающих при смещении плазменного витка. На поверхности камеры монтируются

катушки, создающие продольное поле  $B_z$ . В одной из установок типа «Токамак» среднего масштаба (Т-4) радиус поперечного сечения плазменного витка  $a$  достигает 15—18 см при  $R=100$  см (максимальное значение  $a$  определяется размерами диафрагмы, устанавливаемой внутри лайнера).

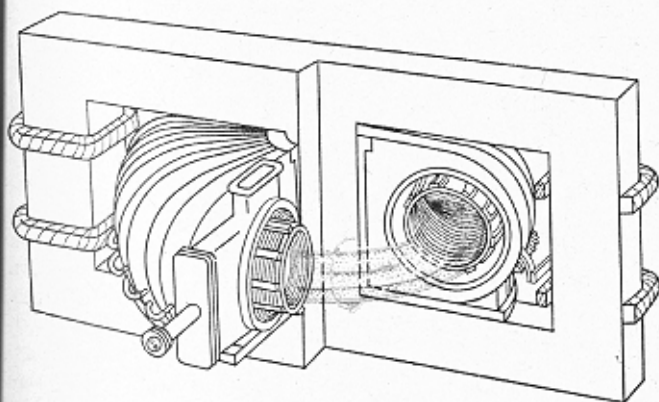


Рис. 16. Общий вид установки типа «Токамак»

Максимальная напряженность продольного поля, при которой производились эксперименты на указанной установке Т-4, составляла около 37 кэ, а плотность тока находилась в пределах от 100 до 200 а/см<sup>2</sup>. Длительность импульса тока можно изменять от нескольких миллисекунд до 50—60 мсек. Средняя концентрация плазмы в этих опытах варьировалась изменением начального давления газа в камере от  $n_0 \approx 1 \cdot 10^{13}$  до  $4 \cdot 10^{13}$  частиц/см<sup>3</sup>. На других установках типа «Токамак» измерения производились в более широком диапазоне  $n_0$  (от  $2 \cdot 10^{12}$  до  $1 \cdot 10^{14}$  частиц/см<sup>3</sup>).

Все основные исследования выполнялись с водородом и дейтерием.

В установках типа «Токамак» имеется естественный метод нагревания плазмы за счет джоулевых потерь протекающего по ней тока. При этом плотность тока в плазме является главным фактором, определяющим эффективность нагрева. Из условия устойчивости Крускала — Шафранова следует, что допустимое значение плотности тока растет пропорционально напряженности продольного поля. Таким образом, чем больше  $B_0$ , тем более высокая температура плазмы может быть достигнута.

Эксперименты, проведенные на установках типа «Токамак», полностью подтвердили справедливость критерия Крускала — Шафранова. Они показали, что когда запас устойчивости  $q$  достаточно велик (больше 3—4), исчезают все признаки крупномасштабной неустойчивостей, поэтому плазму удается нагревать до высокой температуры. В настоящее время в опытах на установке Т-4 при длительности импульса тока 25—60 мсек и напряженности продольного магнитного поля до 37 кэ получается водородная плазма со следующими оптимальными параметрами:  $n_e \approx 4 \cdot 10^{14}$  частиц/см<sup>3</sup>;  $T_e \approx 1 \cdot 10^7$ ;  $T_i \approx 5 \cdot 10^6$  град. Изучение энергетического баланса плазмы позволяет определить энергию, выделяющуюся в плазменном витке благодаря джоулевым потерям, и поток тепловой энергии, уходящий из плазменного витка. Величина этого потока показывает, насколько эффективно действует механизм термоизоляции плазмы, который связан с наличием магнитного поля. Мерой эффективности термоизоляции может служить величина, которую называют средним временем удержания энергии в плазме. Она определяется равенством

$$\tau_E = W/Q,$$

где  $W$  — полный запас энергии в плазменном витке;  $Q$  — энергия, уходящая из плазмы в единицу времени (мощность энергетических потерь);  $\tau_E$  — среднее время сохранения энергии. В экспериментах на установках типа «Токамак» значение  $\tau_E$  при оптимальных условиях (большая напряженность продольного поля, большой ток в плазме и достаточно высокая концентрация частиц) достигает 15 мсек.

Можно экспериментально определить также среднее время жизни быстрых ионов и электронов в плазме. Для установки Т-4 оно в оптимальных условиях превышает 20—30 мсек. За это время ион проходит в камере путь порядка 10 км и успевает испытать около сотни кулоновских столкновений. Если сравнить измеренное время удержания частиц в установках типа «Токамак» с величиной, которую можно оценить на основе теории диффузии, пользуясь приведенной ранее формулой для коэффициента диффузии в магнитном поле с напряженностью  $B_0$ , то оказывается, что измеренное время удержания на несколько порядков меньше, чем вычисленное. Несколько лет назад этот результат рассматривался как доказательство существования «аномальной» диффузии, обусловленной развитием одной из форм «медленной» неустойчивости плазмы. К такому же выводу приводили и результаты измерения потерь тепловой энергии из плазменного витка. Эти потери также на несколько порядков выше, чем это следует из теории теплопроводности плазмы в магнитном поле, если подставить в формулу для коэффициента теплопроводности значение  $B$ , соответствующее продольному полю в установке типа «Токамак». Аномальная теплопроводность также, казалось бы, должна объясняться развитием «тихих» неустойчивостей. Однако мы не можем категорически утверждать, что наблюдаемые скорости ухода частиц и энергии из плазмы в установках типа «Токамак» связаны с какой-

либо неустойчивостью. Такое изменение точки зрения связано с результатами теоретических исследований, которые показали, что в рамках классической теории диффузии и теплопроводности при правильном ее истолковании коэффициенты диффузии и теплопроводности плазмы в тороидальных системах типа «Токамак» должны быть примерно на три порядка более высокими, чем это считалось ранее. С чисто качественной стороны необходимость в пересмотре формул для коэффициента диффузии и коэффициента теплопроводности применительно к рассматриваемым магнитным системам была интуитивно ясна заранее. Дело в том, что в установках типа «Токамак» частицы движутся в комбинированном магнитном поле и одно лишь продольное поле  $B_\theta$  не в состоянии их удержать. Поэтому в процессах переноса наиболее существенное значение должно приобретать поле тока  $B_\phi$ , и следует ожидать, что, поскольку  $B_\phi \ll B_\theta$ , скорость переноса будет высокая, чем в однородном поле с напряженностью  $B_\theta$ .

Правильная количественная теория процессов переноса в тороидальных системах была создана в два этапа. Сначала было показано (Б. Б. Кадомцевым и В. Д. Шафрановым), что если учесть влияние тороидального дрейфа на траектории частиц, то при достаточно высокой концентрации, когда не имеет физического смысла разделение частиц на пролетные и запертые, коэффициенты диффузии и теплопроводности нужно увеличить  $\sim$  в  $2q^2$  раза, где  $q = [B_z/B_\theta(a)] (a/R)$ . Это дает увеличение коэффициентов переноса при нормальных условиях эксперимента в 20—30 раз.

Следующий шаг был сделан Р. З. Сагдеевым и А. А. Галеевым. Они обратили внимание на то, что тороидальный дрейф оказывает особенно сильное влияние на поведение запертых частиц, которые колеблются вдоль силовых линий, отражаясь от областей сильного

поля. Такая траектория и ее проекция на плоскость, проходящую через ось всей системы и поворачивающуюся вместе с частицей при ее движении по углу  $\theta$ , приведена на рис. 17. Частица испытывает колебания также и в радиальном направлении, благодаря которым происходит перемешивание траекторий частиц в магнитном поле и резко увеличиваются скорость

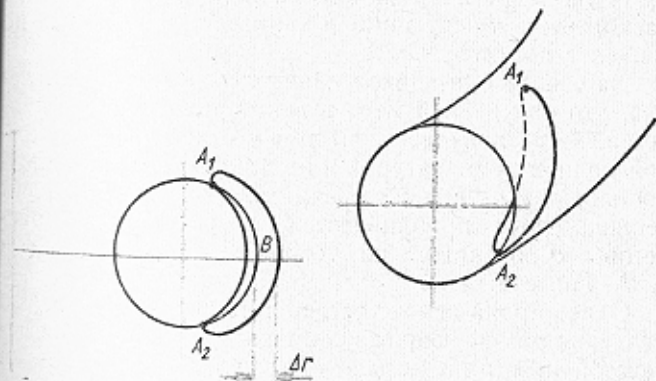


Рис. 17. Траектория запертой частицы

диффузии и скорость теплопередачи. Эти величины возрастают по сравнению с результатами предыдущих расчетов (Б. Б. Кадомцева и В. Д. Шафранова) еще в отношении  $(R/a)^{3/2}$ , т. е. в условиях эксперимента примерно в 30 раз. Указанный эффект имеет место в том случае, если столкновения в плазме происходят достаточно редко, и поэтому можно говорить о раздельном существовании запертых и пролетных частиц. В экспериментах на установках типа «Токамак», такое

условие обычно выполняется, поэтому коэффициенты диффузии и теплопроводности должны быть на три порядка более высокими, чем предполагалось вначале.

Сейчас еще нельзя окончательно утверждать, что экспериментальные данные находятся в очень хорошей согласии с новой усовершенствованной классической теорией. Точность экспериментального определения коэффициентов диффузии и теплопроводности, и точность их теоретической оценки пока еще такая, что расхождение между ними в два или три раза еще не означает противоречия.

На основе имеющихся данных создается впечатление, что по крайней мере в некоторых режимах процесса, когда получается плазма с относительно высокой ионной температурой и не слишком малой плотностью, результаты измерения скорости диффузии и теплопередачи приближаются к результатам расчетов, основанных на теории Р. З. Сагдеева и А. А. Галева.

Однако пока все же остается не исключенным, что медленно развивающиеся так называемые «дрейфовые» неустойчивости также дают свой вклад в утечку частиц и тепловой энергии из высокотемпературной плазмы. Однако уже сейчас ясно, что при дальнейшем увеличении напряженности магнитного поля и радиуса сечения плазменного витка в установках типа «Токамак» температура плазмы и время удержания энергии значительно возрастают.

При исследовании в программе экспериментов тороидальными системами продолжает доминировать в качестве основной цели дальнейшее повышение параметров плазмы (температура, давление и время жизни частиц). По-настоящему мы сможем приступить к изучению тонких физических эффектов, характерных для плазмы, и, в частности, тех высококачественных методов, которые так легко возникают в этом своеобраз-

ном резонаторе, только после того, как будет завершен определенный этап программы по созданию устойчивых высокотемпературных плазменных конфигураций.

## § 10. ПОВЕДЕНИЕ ПЛАЗМЫ В ЛОВУШКАХ С МАГНИТНЫМИ ЗЕРКАЛАМИ

В таких системах плазма удерживается за счет отражения частиц от областей сильного поля. В ловушках с магнитными зеркалами распределение скоростей частиц плазмы уже не является изотропным.

Пусть максимальная напряженность магнитного поля вдоль одной из силовых линий равна  $B_{\text{макс}}$ . Можно считать, что она одинакова на обоих концах ловушки, так как если бы значения на обеих сторонах были различны, то для запираания частиц играло бы роль только отражение от зеркала с меньшей напряженностью магнитного поля.

Рассмотрим небольшой участок силовой линии, на котором напряженность поля равна  $B$ . Очевидно, что в пределах этого участка при длительном существовании плазмы в ловушке могут находиться только такие заряженные частицы, у которых угол  $\alpha$  между направлением скорости и силовой линией превышает величину, определяемую равенством  $\sin \alpha = \sqrt{B/B_{\text{макс}}}$ . Все частицы с меньшим углом наклона скорости вылетят из ловушки за очень короткий промежуток времени (порядка  $l/v_i$ , где  $l$  — длина ловушки;  $v_i$  — тепловая скорость ионов). В частности, в областях вблизи магнитных зеркал, где  $B$  приближается к  $B_{\text{макс}}$ , можно найти только такие частицы, у которых продольная скорость относительно мала и угол  $\alpha$  приближается к  $90^\circ$ . Направления скорости частиц, запертых в ловушке, приведены на рис. 18. Из сферы всех воз-

можных направлений скорости вырезаются два конуса, в пределах которых лежат векторы скорости частиц, свободно вылетающих из ловушки. Это так называемые конусы потерь. Очевидно, что в такой ловушке давление плазмы уже не является скаляром. Следует различать продольное давление

$$p_{\parallel} = n (m_i \overline{v_{\parallel i}^2} + m_e \overline{v_{\parallel e}^2})$$

и поперечное давление

$$p_{\perp} = n (m_i \overline{v_{\perp i}^2} + m_e \overline{v_{\perp e}^2}) / 2.$$

Если в результате кулоновского столкновения вектор скорости какой-либо из частиц плазмы повернется

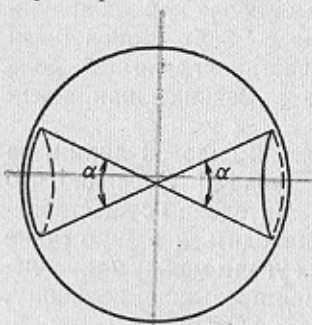


Рис. 18. «Конусы потерь» в ловушке с магнитными зеркалами

так, что попадет в один из конусов потерь, эта частица будет немедленно потеряна. В условиях, когда угол раствора конуса потерь достаточно велик, практически достаточно одного кулоновского соударения, чтобы выбросить запертую частицу из ловушки с магнитными зеркалами. Поэтому среднее время жизни частицы в таком устройстве по порядку величины не должно сильно отличаться от среднего промежутка времени между двумя ион-ионными столкновениями  $\tau_{ii}$ . Здесь существенны именно ион-ионные столкновения, так как электроны, которые чаще сталкиваются друг с другом, не могут уходить из ловушки независимо от ионов.

В самый начальный момент появления плазмы в ловушке из нее вылетит сравнительно небольшое число электронов, в результате чего плазма зарядится положительно и потоки частиц обоих знаков выравняются.

Из сказанного выше следует, что в отношении длительности удержания частиц открытая ловушка с магнитными зеркалами даже при самых оптимальных условиях, когда уход частиц вызывается только кулоновскими столкновениями, значительно уступает торoidalным ловушкам, так как в последних измеренное время удержания на два порядка превосходит величину  $\tau_{ii}$ . Зато в чисто экспериментальном отношении открытые ловушки имеют большое преимущество, так как при работе с ними можно испытать самые разнообразные методы создания высокотемпературной плазмы. Для этой цели в открытых ловушках можно использовать инъекцию потоков быстрых частиц или захват плазменных струй, высокочастотный нагрев холодной плазмы, образование быстрых ионов в холодной плазменной струе за счет искусственно вызываемых неустойчивостей и т. д. При этом можно в очень широких пределах варьировать характер энергетического спектра электронов и ионов, создавая плазму с быстрыми ионами и электронами низкой энергии или же, напротив, с очень быстрыми электронами и сравнительно холодными ионами.

На первом этапе экспериментального исследования плазмы в открытых системах использовались только системы открытого типа с двумя магнитными зеркалами на концах. В таких ловушках напряженность магнитного поля возрастает вдоль силовых линий в обе стороны от средней области, в которой должен находиться сгусток плазмы. Вместе с тем поле ослабевает в радиальном направлении. Как показали многочисленные эксперименты, в этом простейшем варианте

открытая ловушка оказывается непригодной для длительного удержания плазмы с горячей ионной компонентой. При концентрации, превышающей  $10^7$ — $10^8$  *частиц/см<sup>3</sup>*, время жизни такой плазмы в простой ловушке с двумя магнитными зеркалами не превышает нескольких десятков микросекунд. Плазма вытекает из ловушки вследствие развития так называемой «желобковой» неустойчивости. Эта неустойчивость связана с тем, что плазма представляет собой диамагнетик, поэтому она может легко перемещаться в сторону ослабевающего поля путем образования «язычков», которые просачиваются между силовыми линиями (а между «язычками» образуются желобки без плазмы).

Развитие желобковой неустойчивости в простейших ловушках с магнитными зеркалами можно преодолеть только с помощью таких средств, которые сами по себе резко ухудшают термозоляцию и поэтому охлаждают ее (плохой вакуум, интенсивная низковольтная дуга, которая горит в пространстве, занятом плазмой, и т. п.).

В 1961 г. М. Иоффе в СССР впервые поставил эксперименты с открытой ловушкой, в которой магнитное поле возрастает во все стороны от области, занятой плазмой. Магнитная система такой ловушки изображена на рис. 19. Магнитное поле создается коаксиальными катушками и шестью прямолинейными проводниками с током, расположенными симметрично относительно оси, проходящей через центры катушек. Ток в соседних проводниках течет в противоположные стороны. Без дополнительных проводников эта система представляла бы простую зеркальную ловушку, в которой напряженность поля уменьшается по радиусу. Проводники создают поле, геометрия которого изображена на рис. 20. Напряженность этого поля растет пропорционально  $r^2$ , где  $r$  — расстояние до оси

симметрии. В результате суперпозиции полей, создаваемых катушками и линейными проводниками, результирующая напряженность поля растет во все стороны от центральной части ловушки, предназначенной для заполнения плазмой. В этом заключается принцип «минимума  $B$ ».

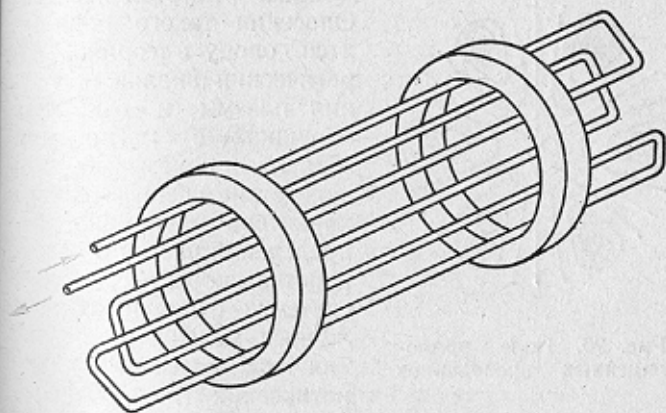


Рис. 19. Схема магнитной системы для ловушки с комбинированным полем

Экспериментальные исследования, проведенные с ловушками указанного типа, показали, что в них достигается устойчивое удержание плазмы с концентрацией примерно до  $10^{11}$  *частиц/см<sup>3</sup>* и энергией ионов порядка 1 кэВ ( $T_i \sim 1 \cdot 10^7$  град). Время жизни частиц плазмы составляет при этом десятки миллисекунд. Таким образом был найден эффективный метод борьбы с одной из наиболее опасных, быстро развивающихся неустойчивостей, свойственных горячей плазме. Поэтому в настоящее время все открытые ловушки, предназначенные для удержания горячей

плазмы, конструируются так, чтобы они удовлетворяли принципу минимума  $B$ .

Однако пока еще остается открытым вопрос о том, не появятся ли в системах указанного типа при дальнейшем повышении температуры и концентрации

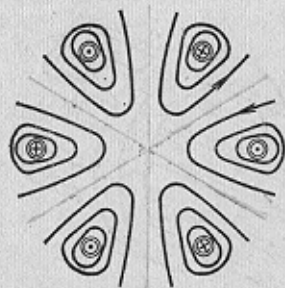


Рис. 20. Поле прямолинейных проводников

плазмы другие виды плазменных неустойчивостей. Опасения такого рода находят опору в теории. Теоретический анализ поведения плазмы в открытых ловушках с магнитными зеркалами показывает, что вследствие специфического характера функции распределения частиц в пространстве скоростей в таких системах существуют различные механизмы развития так называемых «кинетических неустойчивостей». Это такие неустойчивости, в основе которых лежит раскачка плазменных колебаний направленными потоками ионов или электронов. Они легко возникают при условии, если функция распределения по скоростям имеет максимум при скорости частиц, отличной от нуля. Наличие такого максимума эквивалентно существованию направленного потока частиц.

Если функция распределения по скоростям подчиняется закону Максвелла (пунктирная кривая на рис. 21), то раскачки колебаний не происходит. Однако в открытой ловушке из-за наличия конуса потерь функция распределения запертых частиц по одной из компонент поперечной скорости в декартовом пространстве скоростей должна иметь отчетливо выра-

женный максимум (сплошная линия на рис. 21). При такой форме функции распределения по скоростям могут раскачиваться связанные ионно-электронные колебания, резко увеличивающие скорость вытекания плазмы из ловушки.

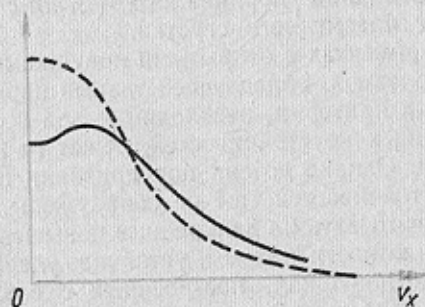


Рис. 21. Распределение частиц по скоростям при законе Максвелла (пунктирная кривая) и при наличии конуса потерь (сплошная кривая)

Неустойчивость указанного типа впервые была теоретически исследована Розенблютом и Постом, которые показали, что она должна возникать в том случае, если длина плазменного сгустка, запертого в ловушке, превышает несколько сот ионных ларморовских радиусов. В короткой магнитной системе она, по видимому, может быть стабилизирована.

Теория предсказывает также существование другого типа неустойчивостей, которая связана с неоднородностью в распределении плотности плазмы в направлении, перпендикулярном полю (такая неодно-

родность всегда существует просто из-за ограниченности сечения плазменной конфигурации). Дрейфовое движение ионов в неоднородной плазме может приводить к раскачке ионных колебаний на частоте, близкой к ларморовской частоте  $\omega_{Di}$ . Колебания раскачиваются в том случае, если ларморовский радиус ионов достигает величины порядка  $a[B^2/(4\pi nm_i c^2)]^{2/3}$ , где  $a$  — радиус плазменного сгустка.

В экспериментах с открытыми ловушками мы имеем дело с плазмой, обладающей такими параметрами, при которых критерии, необходимые для возникновения указанных неустойчивостей, лежат на грани выполнимости. Однако до сих пор признаки появления таких неустойчивостей еще не обнаружены. Поэтому можно рассчитывать на дальнейшее повышение температуры и плотности плазмы, устойчиво удерживаемой в открытых ловушках, построенных с соблюдением принципа минимума  $V$ .

## § 11. УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАЗМЕННЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

Даже при самом беглом знакомстве с физической плазмой нельзя оставить в стороне центральную проблему этой области науки — проблему устойчивости плазменных конфигураций. От успехов в исследовании устойчивости зависят перспективы дальнейшего прогресса в достижении все более высоких температур и повышении длительности существования очень горячей плазмы.

Общее обсуждение проблемы устойчивости плазмы проведем здесь математически нестрого. После этой оговорки перейдем непосредственно к рассмотрению обсуждаемого предмета. Предположим, что ограниченная плазменная конфигурация подвешена в вакуу-

ме с помощью магнитного поля и находится в состоянии магнитогидродинамического равновесия. Это означает, что плотность и температура плазмы сохраняют постоянные значения и в каждой точке плазмы удовлетворяется уравнение (52). Будет ли состояние равновесия сохраняться в течение длительного времени, или же благодаря случайным флуктуациям в плазме возникнут нарастающие возмущения, которые приведут к быстрому растеканию плазмы по всему объему? Такова общая постановка задачи об устойчивости. Для ее решения существенно то, что разные механизмы разрушения равновесного состояния приводят к резко различающимся скоростям нарастания возмущений в плазме.

Развитие теории должно в какой-то степени отражать указанное обстоятельство. Это должно выражаться в том, что происхождение неустойчивостей и методы их стабилизации рассматриваются в порядке естественной последовательности, начиная с тех, которые вызывают быстрые макроскопические движения плазмы и, следовательно, наиболее опасны. После того как характер самых опасных неустойчивостей выяснен в основных чертах, можно перенести центр тяжести анализа на неустойчивости, следующие за ними по степени разрушительного действия и т. д. Возможно, что полный анализ всех форм неустойчивости плазмы, запрещенной в магнитном поле, никогда не позволит создать абсолютно устойчивую плазменную конфигурацию. Однако в этом, может быть, и нет необходимости. С практической точки зрения нужно добиться такой степени подавления различных неустойчивостей, чтобы медленно развивающиеся слабые возмущения, оставшиеся нестабилизированными, не создавали серьезного препятствия для накопления и длительного сохранения тепловой энергии в высокотемпературной плазме.

Наиболее опасные нарушения равновесия — те, при которых макроскопические участки плазмы перемещаются со скоростями порядка тепловой скорости ионов. При таких быстрых перемещениях для плазмы в магнитном поле полностью применима модель идеальной проводящей жидкости. Поэтому быстро развивающиеся крупно-масштабные неустойчивости называются

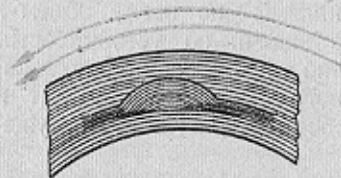


Рис. 22. «Язык» на поверхности плазмы

магнитогидродинамическими. Их основная причина — это диамагнитные свойства плазмы. Плазма стремится распространяться в сторону ослабевающего поля, поэтому если ее поверхность лежит в области, где напряженность поля убывает от границы плазмы наружу, то положение границы может оказаться неустойчивым. В открытых ловушках можно, как уже указывалось выше, создать магнитное поле, удовлетворяющее принципу минимума  $B$ , и таким образом обеспечить магнитогидродинамическую устойчивость плазменного сгустка, заключенного в ловушке.

Однако для замкнутых ловушек справедлива теорема, по которой нельзя создать магнитное поле с напряженностью, возрастающей в сторону от границы плазмы вблизи каждой точки поверхности тороидальной плазменной конфигурации. Нормальная к поверхности плазмы компонента  $\text{grad } |B|$  имеет разные знаки в различных точках границы. Так, например, в системе установок типа «Токамак» величина  $B$  убывает от границы плазмы наружу на внешней стороне плазменного витка и возрастает на внутренней стороне витка. Поэтому возникает вопрос: не может ли плазма

отдельными «языками» вытекать в область ослабевающего поля? Ответ на этот вопрос зависит от того, имеем ли мы дело с плазмой высокого давления, для которой  $p \sim B^2/8\pi$ , или же с плазмой низкого давления, для которой  $p \ll B^2/8\pi$ . В первом случае на поверхности плазмы могут образовываться локальные возмущения типа «языков» (рис. 22). Поскольку поле «вморожено» в плазму, то образование языка приводит с увеличением магнитной энергии к искривлению силовых линий. Соответствующая работа будет производиться расширяющейся плазмой высокого давления за счет ее тепловой энергии. Если язык встречает ослабевающее поле, он будет распространяться все дальше и, следовательно, граница плазмы будет неустойчива. В данном случае неустойчивость имеет локальный характер, так как она зависит от местной геометрии поля. В тороидальных ловушках всегда можно найти также участки плазменного витка, где геометрия поля благоприятствует развитию языков. Следовательно, плазма высокого давления в таких системах неустойчива.

Если  $p \ll B^2/8\pi$ , как это имеет место в современных тороидальных ловушках (например, в установках типа «Токамак» и стелларатор), то возмущения плазмы не могут сопровождаться заметными искажениями формы силовых линий. У плазмы просто не хватает на это запаса тепловой энергии. Следовательно, короткие локальные возмущения типа «языков» автоматически стабилизируются и все возмущения внутри плазмы или на ее границе могут заключаться только в пере-



Рис. 23. Образование желобков на поверхности плазмы

отдельными «языками» вытекать в область ослабевающего поля? Ответ на этот вопрос зависит от того, имеем ли мы дело с плазмой высокого давления, для которой  $p \sim B^2/8\pi$ , или же с плазмой низкого давления, для которой  $p \ll B^2/8\pi$ . В первом случае на поверхности плазмы могут образовываться локальные возмущения типа «языков» (рис. 22). Поскольку поле «вморожено» в плазму, то образование языка приводит с увеличением магнитной энергии к искривлению силовых линий. Соответствующая работа будет производиться расширяющейся плазмой высокого давления за счет ее тепловой энергии. Если язык встречает ослабевающее поле, он будет распространяться все дальше и, следовательно, граница плазмы будет неустойчива. В данном случае неустойчивость имеет локальный характер, так как она зависит от местной геометрии поля. В тороидальных ловушках всегда можно найти также участки плазменного витка, где геометрия поля благоприятствует развитию языков. Следовательно, плазма высокого давления в таких системах неустойчива.

становке целых силовых трубок с образованием «желобков» (рис. 23).

Плазма, которая заполняла силовую трубку, образованную тонким пучком силовых линий, стремится расшириться и поэтому будет перемещаться в ту сторону, где объем трубки увеличится. Этот объем равен  $\int \delta S dl$ , где  $\delta S$  — площадь сечения трубки;  $dl$  — элемент длины силовой линии. Интегрирование ведется по  $dl$ . Вследствие неизменности магнитного потока  $\delta \Phi$  по длине трубки

$$\delta v = \int \delta S B dl / B = \int \delta \Phi dl / B = \delta \Phi \int dl / B. \quad (72)$$

Величина  $\delta \Phi$  остается постоянной при всех перемещениях трубки. Следовательно, объем трубки изменяется пропорционально  $\int dl / B$ . Поскольку плазма, как и всякий другой газ, имеет тенденцию к увеличению объема, то величина  $u = -\int dl / B$  играет в процессе перемещения трубки с плазмой роль, аналогичную потенциальной энергии. Перемещения отдельных элементов плазмы, при которых силовые трубки меняются местами, замещая друг друга, называются перестановочными, или конвективными, деформациями. Когда они выходят на границу плазмы с внешним полем, поверхность плазмы приобретает желобковую структуру, ориентированную вдоль силовых линий. Это и есть те желобковые деформации, о которых вскользь упоминалось ранее.

Пользуясь понятием о «потенциальной энергии»  $u$  (это чисто условное название), можно сформулировать критерий устойчивости по отношению к желобковым деформациям для плазмы низкого давления. Граница плазмы устойчива, если при выходе магнитной трубки с плазмой изнутри на поверхность происходит возращание, т. е. имеет место условие

$$\delta \int dl / B < 0. \quad (73)$$

Вариация интеграла берется между двумя бесконечно близкими силовыми линиями по нормали к поверхности плазмы. При другом знаке неравенства граница неустойчива.

Условие устойчивости (73) может быть истолковано в следующем смысле: для устойчивости необходимо и достаточно, чтобы напряженность поля, взятая в некотором усреднении вдоль силовой линии, возрастала от границы плазмы наружу. Это видоизмененная форма принципа минимума  $B$ . Заметим, что согласно (73)  $\int dl / B = dv / \delta \Phi$ . Поэтому величину  $\int dl / B$  можно назвать также удельным объемом магнитной трубки.

Для того чтобы можно было пользоваться установленным выше критерием устойчивости, необходимо сначала устранить неопределенность в выражении для  $u$ , которая связана с тем, что не были указаны пределы интегрирования вдоль силовой линии. Неопределенность исчезает в том случае, когда силовые линии на поверхности плазмы замкнуты. Очевидно, что в этом частном случае интеграл  $\int dl / B$  должен распространяться на длину силовой линии. С целью уточнения можно ввести следующее определение потенциальной энергии для магнитной поверхности с замкнутыми силовыми линиями:

$$u = -\frac{1}{N} \oint \frac{dl}{B}. \quad (74)$$

Здесь  $N$  — число обходов вдоль магнитной системы, после которых силовая линия замыкается на себя. Отсюда естественно получить обобщение на случай замкнутых силовых линий:

$$u = \lim \frac{1}{N} \int \frac{dl}{B}, \quad (75)$$

где  $N$  и длина интегрирования стремятся к бесконечности. Можно показать, что величина  $u$  — однозначная характеристика магнитной поверхности. Это позволяет преобразовать выражение для  $u$  к такому виду, чтобы в него входили только характеристики, принадлежащие данной магнитной поверхности, благодаря чему устраняется всякая неопределенность в выборе длины интегрирования.

Объем замкнутой магнитной поверхности  $V$  можно рассматривать как функцию потока продольного магнитного поля  $\Phi_\theta$ , проходящего через ее сечение. Следовательно,  $V = V(\Phi_\theta)$ . При таких обозначениях потенциальная энергия  $u = -V'(\Phi_\theta)$ , и, следовательно, условие устойчивости принимает вид

$$V''(\Phi_\theta) < 0. \quad (76)$$

В этой формулировке оно справедливо не только для систем, в которых силовые линии замыкаются, но также и для общего случая, когда силовые линии, лежащие на магнитной поверхности, имеют бесконечную длину.

Для каждой плазменной конфигурации можно построить «магнитную яму», т. е. график  $u(\rho)$ , где  $\rho$  — расстояние от данной поверхности до магнитной оси (на небольших расстояниях от оси  $\Phi_\theta \sim \rho^2$ ). Относительная глубина магнитной ямы

$$\Delta u / |u_0| = [u(\rho_0) - u(0)] / |u(0)|,$$

где  $u(\rho_0)$  и  $u(0)$  — соответственно величины  $u$  на поверхности плазмы и на магнитной оси. Чем больше  $\Delta u / |u_0|$ , тем лучше обеспечивается устойчивость плазмы по отношению к конвективным (перестановочным) деформациям. Если это отношение отрицательно, т. е. вместо магнитной ямы существует «магнитный горб», плазма неустойчива. Анализ поведения функции  $u(\rho)$  [или эквивалентной ей функции  $V'(\Phi_\theta)$ ] показывает, что наличие или отсутствие магнитной ямы зави-

сит от расположения магнитных поверхностей по отношению к магнитной оси.

На рис. 24, *a* и *b* показаны два различных случая расположения магнитных поверхностей в тороидальных ловушках: на первом — сечения магнитной оси поверхности смещены относительно магнитной оси

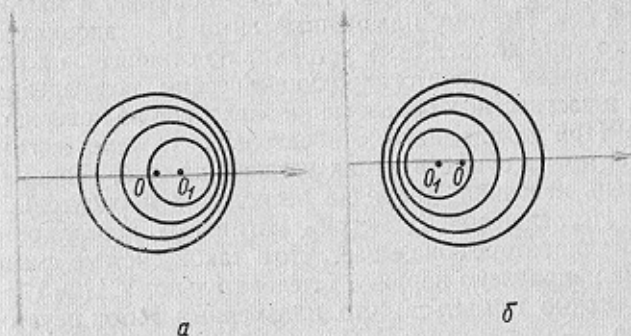


Рис. 24. Смещение магнитных поверхностей от магнитной оси внутрь (*a*) и наружу (*b*)

внутри, т. е. в сторону геометрического центра всей системы, причем смещение увеличивается с ростом  $\rho$ ; на втором показан противоположный случай — магнитные поверхности смещаются от магнитной оси наружу. В первом случае  $u$  возрастает с увеличением  $\rho$ . Следовательно, существует магнитная яма и плазма устойчива. Во втором случае магнитной ямы нет и плазма неустойчива. Указанные выводы следуют из строго теоретического расчета, но и с качественной стороны они почти очевидны. Если магнитная поверхность смещается внутрь, то она попадает в область более сильного продольного поля. Поэтому поток растет быстрее, чем объем, и величина  $V''(\Phi_\theta)$  должна быть отрицатель-

на, что означает устойчивость плазмы. При смещении магнитных поверхностей наружу должен иметь место противоположный эффект.

В качестве конкретных примеров рассмотрим установку типа «Токамак» и стелларатор. Как уже указывалось выше, в установках типа «Токамак» магнитные поверхности смещены внутрь по отношению к магнитной оси. Поэтому плазменный виток в установках такого типа должен быть устойчив по отношению к конвективным магнитогидродинамическим возмущениям и, в частности, к образованию желобков на поверхности. При этом, однако, относительная глубина магнитной ямы в существующих установках типа «Токамак» очень невелика (порядка нескольких процентов).

Исследование геометрии магнитных поверхностей в стеллараторе показывает, что в такой системе смещение направлено наружу. Следовательно,  $V''(\Phi_0) > 0$  и можно опасаться, что плазменный виток неустойчив.

## § 12. ПОДАВЛЕНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ ШИРОМ

Возникновение магнитогидродинамических неустойчивостей может подавляться не только созданием магнитной ямы, но также за счет так называемого «шира» — перекрещенности силовых линий. Наличие шира в системе, где силовая линия вращается вокруг магнитной оси, означает, что угол поворота силовых линий есть функция от  $r$  т. е. изменяется при переходе от магнитной оси к периферии плазменного витка. Величина угла поворота зависит от геометрии магнитной системы при наличии плазменного витка. Так, в системах типа «Токамак» при  $a/R \ll 1$ , как трудно убедиться, угол поворота силовой линии во-

круг магнитной оси, рассчитанный на единицу длины:

$$\mu = B_\varphi / (rB_0).$$

Мы говорим о существовании шира в том случае, если  $\mu$  есть функция от  $r$ , т. е. если  $d\mu/dr$  отлична от нуля. Для того чтобы можно было сравнивать различные плазменные системы по величине шира, необходимо пользоваться безразмерными выражениями. В литературе по теории неустойчивости в качестве шира чаще всего принимается величина

$$\theta_s = r^2 d\mu/dr. \quad (77)$$

В действующих экспериментальных установках  $\theta_s$  не превышает нескольких процентов.

Очень распространено мнение, что шир есть некоторое универсальное средство для борьбы с очень широким классом плазменных неустойчивостей. Попытаемся объяснить действие этого стабилизирующего фактора на примере возникновения возмущений магнитогидродинамического характера.

Пусть мы имеем дело с плазмой низкого давления  $8\pi p/B^2 \ll 1$ . Если значение шира  $\theta_s$  близко к нулю, то при отсутствии магнитной ямы возмущения конвективного типа могут свободно распространяться по радиусу перестановкой силовых трубок, заполненных плазмой, и в форме желобковых деформаций выходить на поверхность плазменного витка. При увеличении  $\theta_s$  такие деформации будут стабилизироваться, так как с перемещением плазмы в направлении  $r$  в этом случае будет связано сильное искажение поля. Если  $\theta_s \neq 0$ , то возмущение, которое на некоторой поверхности имело форму выступа, совпадающего с силовой линией, должно при переходе к соседней магнитной поверхности изогнуться, так как силовые линии повернулись. В результате должен образоваться плазменный язык сложной формы. Его боковые края как

бы закреплены вдоль внутренней силовой линии, а наиболее далеко продвинувшийся по радиусу гребень расположен параллельно внешней силовой линии. Дополнительную магнитную энергию, которая соответствует такому искажению формы поля (напомним, что силовые линии вморожены в плазму), можно получить только за счет работы сил давления плазмы. Следовательно, при конечном значении шири возмущения в плазме могут быть стабилизированы, если отношение  $8\pi r/V^2$  достаточно мало. При этом, правда, может оказаться, что если величина шири невелика, то устойчивость горячей плазмы будет достигнута лишь при очень низкой плотности.

### § 13. ДРУГИЕ ВИДЫ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛАЗМЫ

Все сказанное выше относилось к быстро нарастающим крупномасштабным деформациям, по отношению к которым плазма ведет себя как идеальный проводник. Реальная плазма обладает конечной электропроводностью. Поэтому при медленно распространяющихся деформациях силовые линии магнитного поля перестают быть вмороженными в плазму и не увлекаются вместе с ней. «Оттаивание» силовых линий должно облегчить распространение возмущений в плазме и может привести к тому, что механизмы стабилизации, о которых говорилось выше, уже не будут действовать достаточно эффективно. Это означает расширение класса возможных плазменных неустойчивостей. Примером может служить так называемая токово-конвективная, или «штопорная», неустойчивость, развивающаяся в плазме при наличии тока, текущего параллельно магнитному полю. Причина этой неустойчивости заключается в том, что если в плазме

с продольным током возникает флуктуация температуры, то вследствие температурной зависимости электропроводности такая флуктуация изменяет электрическое поле в плазме. При некоторых условиях это может приводить к появлению дрейфовых движений в направлении, перпендикулярном  $\mathbf{B}$ , в которых участвуют целые слои плазмы. Если в плазме существует градиент температуры, то дрейфовые движения могут, в свою очередь, усиливать начальные тепловые флуктуации за счет перемещения более горячих слоев на место более холодных.

Неустойчивости, связанные с конечной проводимостью плазмы, обычно называются диссипативными. Возмущения, развивающиеся при таких неустойчивостях, имеют крупномасштабный характер, но относительно небольшие инкременты нарастания. Диссипативные неустойчивости могут уменьшить эффективность нагревания плазмы за счет увеличения тепловых потерь. Однако с увеличением температуры плазмы они имеют все меньшее значение (так как вместе с температурой растет электропроводность плазмы).

Практически, по-видимому, влияние диссипативных неустойчивостей на сохранение энергии в горячей плазме ограничивается областью значений электронной температуры ниже  $10^6$  град. Если нам удалось пройти начальную фазу нагрева и создать плазму с более высокой электронной температурой, то диссипативные процессы практически перестают влиять на устойчивость.

Если нам удалось создать такую плазменную конфигурацию, в которой устранено развитие магнито-гидродинамических возмущений, включая и те, которые обусловлены диссипативными эффектами, то это еще не означает, что диффузия и теплопроводность в плазме будут обусловлены только парными столкновениями заряженных частиц. Остается следующий

класс неустойчивостей, которые могут вызвать «хроническое заболевание» ограниченного сгустка плазмы и привести к его «преждевременной кончине» в результате расплзания в пространстве или охлаждения. Это так называемые «дрейфовые неустойчивости».

Прежде чем говорить о механизме дрейфовых неустойчивостей, мне хотелось бы коснуться одного вопроса более общего характера. В плазме могут возникать и распространяться разнообразные виды колебаний и волн в очень широком диапазоне частот. Так, при смещении электронов относительно ионов возникают быстрые электронные колебания с угловой частотой  $\omega_0 = \sqrt{4\pi n e^2 / m_e}$ . Эти колебания могут распространяться в плазме в виде продольных электростатических волн. Возможно также появление волн значительно более низкой частоты, обусловленных продольными колебаниями ионов, — это так называемый ионный звук. Вдоль силовых линий магнитного поля в плазме могут распространяться поперечные электромагнитные колебания (альфвеновские волны), скорость которых при большой плотности плазмы во много раз меньше скорости света и равна  $B/\sqrt{4\pi n m_i}$ .

Не будем описывать здесь конкретные черты упомянутых волновых вопросов, а коснемся только одного вопроса, имеющего общее значение. Речь идет о взаимодействии волн с потоками частиц в плазме. В зависимости от характера этого взаимодействия волны определенного типа, распространяясь в плазме, будут или усиливаться, или затухать. Допустим, что в плазме возбуждена продольная волна, распространяющаяся параллельно оси  $x$ . Волновой процесс будет представлять собой периодические колебания электрического потенциала в пространстве, бегущие со скоростью  $v_f = \omega/k$ , где  $\omega$  — круговая частота и  $k$  — волновой вектор ( $k = 2\pi/\lambda$ ).

Рассмотрим взаимодействие частиц плазмы с этим бегущим периодическим потенциальным барьером. Электроны (или ионы), у которых компонента скорости в направлении оси  $x$  сильно отличается от  $v_f$ , проходя через область переменного потенциала, будут испытывать небольшие колебания скорости без увеличения или уменьшения среднего значения энергии. Однако если у частицы компонента скорости  $v_x$  достаточно близка к  $v_f$ , то между частицей и волной будет иметь место обмен энергией. Для того чтобы уяснить, как происходит этот обмен энергией, перейдем к системе отсчета, движущейся вместе с волной. На рис. 25 изображено изменение потенциальной энергии частицы в движущейся системе отсчета. Пусть амплитуда периодических колебаний потенциальной энергии равна  $u_m$ . Слагающая кинетической энергии частицы по оси  $x$  в движущейся системе координат будет равна  $m(v_x - \omega/k)^2/2$ . Если эта величина меньше, чем  $u_m$ , то частица будет при своем движении отражаться от потенциального барьера. Здесь следует различать два случая. В первом из них

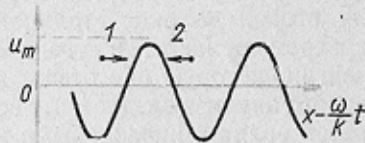


Рис. 25. Взаимодействие частицы с волной

во втором

$$\omega/k + \sqrt{2u_m/m} > v_x > \omega/k; \quad (78)$$

во втором

$$\omega/k > v_x > \omega/k - \sqrt{2u_m/m}. \quad (79)$$

В первом случае частица 1 догоняет волну, во втором — волна догоняет частицу 2 (см. рис. 25). После столкновения с потенциальным барьером компонен-

та скорости первой частицы изменит знак и будет равна  $\omega/k - v_x$ . В лабораторной системе отсчета она составит  $2\omega/k - v_x$ . Из (78) следует, что эта величина меньше, чем  $v_x$ . Следовательно, скорость частицы после столкновения уменьшилась, а это означает, что часть ее кинетической энергии передана волне. Напротив, для второй частицы столкновение с потенциальным барьером приведет к увеличению скорости за счет энергии, которую она отдает волне: Из этого элементарного анализа следует, что если в плазме распространяется волна с продольными колебаниями электрического поля, то ее амплитуда будет нарастать, или же, напротив, уменьшаться в зависимости от того, каких частиц в плазме будет больше: догоняющих волну или отстающих от нее. Иначе говоря, раскачка или затухание волны будет определяться видом функции распределения частиц по той компоненте скорости, которая параллельна направлению распространения волны.

Две различные функции распределения частиц по некоторому выделенному направлению (первая из этих функций распределения соответствует закону Максвелла) приведены на рис. 26. В этом случае  $df/dv_x < 0$  во всем диапазоне скоростей. Следовательно, при любой фазовой скорости волны и любой амплитуде периодических колебаний потенциала догоняющих частиц будет меньше, чем отстающих. Поэтому волна будет затухать. Такой механизм затухания волн в плазме называется затуханием Ландау. Вторая функция распределения по скоростям имеет максимум вблизи  $v_x = v_0$ . На левой стороне горба, образованного этим максимумом,  $df/dv_x > 0$ . Следовательно, волны, у которых фазовая скорость лежит в этой области (на рисунке она заштрихована), будут раскачиваться за счет энергии, передаваемой частицами.

Заметим теперь, что если в функции распределения частиц по компоненте скорости  $v_x$  имеется макси-

мум при  $v_x \neq 0$ , то это можно интерпретировать как результат присутствия в плазме направленного потока частиц. (Это означает, что функцию распределения, изображенную на рис. 26, б, можно представить как суперпозицию монотонно спадающей кривой и отдельного горба.)

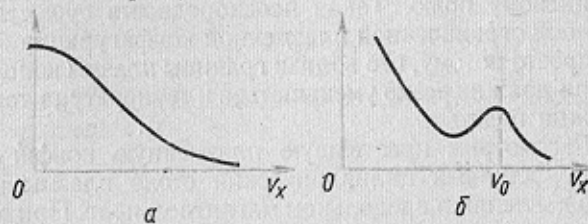


Рис. 26. Функция распределения частиц по скоростям при законе Максвелла (а) и при наличии пучка (б)

Очевидно, что раскачка волн в плазме происходит именно за счет передачи энергии от частиц направленного потока. Переход энергии от направленного потока электронов или ионов к волнам в плазме приводит к торможению потока и росту напряженности периодического электрического поля в плазме. Различные конкретные формы проявления этого физического механизма носят общее название пучковых неустойчивостей. Мы встречаемся с ними при изучении различных явлений, происходящих в плазме. Однако возникновение такой неустойчивости еще не означает нарушения теплоизоляции плазмы и увеличения скорости диффузии. Только в том случае, если электрическое поле волны, образовавшейся вследствие пучковой неустойчивости, имеет слагающую, перпендикулярную  $\mathbf{B}$ , могут возникнуть дрейфовые движения, ускоряющие утечку частиц и энергии из плазмы.

Именно с такой ситуацией сталкиваемся на примере дрейфовых неустойчивостей, к обсуждению которых мы теперь перейдем. Эти неустойчивости имеют в некотором смысле универсальный характер, так как они вызываются неоднородностью плазмы по концентрации и температуре в направлении, перпендикулярном магнитному полю. Такая неоднородность существует в любой ограниченной плазменной конфигурации хотя бы просто потому, что вблизи границы плазмы концентрация должна резко уменьшаться и температура также должна падать.

Рассмотрим простейшую плазменную конфигурацию — длинный цилиндрический столб плазмы низкого давления в продольном магнитном поле. При этом будем считать, что магнитное поле однородно. Из условия равновесия следует

$$j_{\perp} = \frac{c}{B} |\text{grad } p|, \quad (80)$$

где  $j_{\perp}$  — плотность диамагнитного тока в плазме. Если предположить, что имеет место цилиндрическая симметрия, то выражение (80) примет следующий вид:

$$j_{\perp} = \frac{c}{B} \left| \frac{dp}{dr} \right|. \quad (81)$$

При этом ток будет течь перпендикулярно к градиенту давления и вектору  $\mathbf{B}$ , т. е. в азимутальном направлении. Поскольку диамагнитный ток создается лармовским движением электронов и ионов, то

$$j_{\perp} = n_e (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e),$$

где  $\mathbf{u}_i$  и  $\mathbf{u}_e$  — усредненные значения дрейфовых скоростей электронов и ионов. Дрейфовые скорости также направлены по азимуту. При этом

$$u_i = \frac{c}{n_e B} \left| \frac{dp_i}{dr} \right|; \quad u_e = \frac{c}{n_e B} \left| \frac{dp_e}{dr} \right|. \quad (82)$$

Если температуры электронов и ионов близки друг к другу так, что можно говорить об общей температуре плазмы  $T$ , то

$$u_i \approx u_e \approx \frac{ckT}{eB} \left| \frac{1}{p} \frac{dp}{dr} \right| = \frac{ckT}{eaB}. \quad (83)$$

Здесь  $a$  — линейный масштаб неоднородности давления плазмы:

$$a^{-1} = -\frac{1}{p} \frac{dp}{dr}.$$

Если концентрация спадает от оси к краю плазменного столба более круто, чем температура, то

$$a^{-1} \approx -\frac{1}{n} \frac{dn}{dr}.$$

Если же более круто падает температура, то

$$a^{-1} \approx -\frac{1}{T} \frac{dT}{dr}.$$

Теоретический анализ показывает, что если в плазме возникают периодические возмущения плоскости, которые носят характер волны, распространяющейся под небольшим углом к азимуту, то фазовая скорость этой волны  $\omega/k_{\perp}$  также оказывается равной  $ckT/(eaB)$  и такие волны называются дрейфовыми. Поскольку дрейфовые скорости азимутального движения частиц оказываются близки к фазовой скорости волн, распространяющихся в том же направлении, то следует ожидать, что частицы волны будут сильно взаимодействовать друг с другом и поэтому могут создаться условия для быстрой раскачки колебаний.

Увеличение амплитуды колебаний означает возникновение сильных электрических полей азимутального направления, поэтому при неоднородности концентрации или температуре должны возникать радиальные потоки частиц и тепла, сокращающие время существования ограниченной плазменной конфигурации. В этом и заключаются дрейфовые неустойчивости.

Из детальных теоретических расчетов следует, что раскачка дрейфовых волн, вызываемая неоднородностью концентрации плазмы, эффективно подавляется при наличии достаточно большого шира. Большую опасность представляет та разновидность дрейфовой неустойчивости, которая обусловлена градиентом температуры. Эта неустойчивость носит название дрейфово-температурной. Она возникает в том случае, если  $d(\ln T)/d(\ln n) > 1$ , и приводит к значительному возрастанию тепловых потерь плазмы. Хотя дополнительную теплоотдачу, вызываемую дрейфово-температурной неустойчивостью в замкнутых тороидальных системах, можно значительно снизить с помощью шира, она все же может оказаться более высокой, чем те тепловые потери, которые обусловлены классическим механизмом парных соударений. Однако в настоящее время с помощью теории хотя и можно предсказать условия возникновения дрейфово-температурной неустойчивости, но еще нельзя вычислить коэффициент «аномальной» теплопроводности с точностью, превышающей один порядок величины. Согласно очень грубым оценкам, коэффициент аномальной теплопроводности плазмы в установках типа «Токамак» в 10—20 раз превышает его значения, вычисляемые по классической теории с учетом роли запертых частиц. Экспериментальные данные о тепловых потерях плазмы ложатся где-то в промежутке между результатами вычислений по классической теории и результатами расчетов аномальной теплопередачи.

Поэтому пока еще нельзя сказать, что теория дрейфовых неустойчивостей нашла убедительное подтверждение на опыте. Такая неопределенность во взаимоотношениях между теорией и экспериментом отражает современное состояние исследований по общей проблеме устойчивости плазмы. В теории в основном закончена классификация различных форм неустойчивости, свойственных плазме. Проведен анализ механизмов неустойчивостей и выяснены условия, при которых малые возмущения, соответствующие данному виду неустойчивости, нарастают или же затухают. Однако анализ таких процессов в линейном приближении составляет только первую фазу теоретического исследования.

Следующий, гораздо более трудный шаг состоит в том, чтобы определить коэффициенты диффузии и теплопроводности для плазмы при наличии развивающейся в ней неустойчивости. Такая плазма обычно называется турбулентной. Теория процессов диффузии и теплопередачи в турбулентной плазме находится еще на самой начальной стадии развития, и ее результаты носят скорее качественный характер, что затрудняет сравнение их с данными опыта. Сравнительно просто обстоит дело только с процессами переноса при действии магнитогидродинамических неустойчивостей. В этом случае большие участки плазмы должны приходить в движение со скоростями порядка тепловой скорости ионов. Если магнитогидродинамические неустойчивости устранены, то все процессы в плазме приобретают спокойный характер. Остаются только неустойчивости дрейфового типа, которые создают турбулентность плазмы и увеличивают скорость процессов переноса. Для того чтобы получить хотя бы грубые оценки скорости диффузии и теплопередачи, приходится прибегать к смелым гипотезам, например к гипотезе об «эстафетной» передаче возму-

щений в плазме от одной магнитной поверхности с замкнутыми силовыми линиями к другой магнитной поверхности того же типа. Однако в самом лучшем случае при этом получают только качественные оценки.

С другой стороны, необходимо отметить, что эксперимент также пока еще не в состоянии дать достаточно точные значения коэффициентов теплопроводности и диффузии. Чтобы найти эти величины, необходимо знать кривые распределения концентрации и температуры в сечении плазменного образования, а чтобы сравнить их с величинами, вычисленными теоретически, необходимо также иметь подробную информацию о геометрии магнитного поля в плазме. Существующие экспериментальные методы в своем подавляющем большинстве непригодны для получения таких сведений. Поэтому нам приходится довольствоваться определением таких глобальных характеристик, как среднее время жизни частиц и среднее время сохранения энергии в плазме. Эти характеристики приходится сравнивать с предсказаниями теории, делая довольно произвольные предположения о распределении плотности и температуры в плазме. Как видите, физика плазмы до сих пор остается еще довольно грубой наукой. Только множество красивых формул, выведенных теоретиками, в какой-то степени может скрывать неразвитость ее организма.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Арцимович Л. А. «Замкнутые плазменные конфигурации». Лекции, прочитанные во Франции в 1967 г.
- Арцимович Л. А., Мирнов С. В., Стрелков В. С. «Атомная энергия», 1964, т. 17, с. 170.
- Афросимов В. В., Петров М. П. «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1967, т. 37, с. 1995.
- Галсев А. А., Сагдеев Р. З. «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1967, т. 53, с. 348.
- Кадомцев Б. Б., Погуце О. П. «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1967, т. 53, с. 2025.
- Шафранов В. Д. «Атомная энергия», 1962, т. 13, с. 521.
- Щеглов Д. А. «Письма ЖЭТФ», 1967, т. 6, с. 949.

## СОДЕРЖАНИЕ

	Предисловие . . . . .	3
§	1. Определение плазмы . . . . .	5
§	2. Движение электронов и ионов в плазме при от- сутствии внешних полей . . . . .	13
§	3. Поведение плазмы в электрическом поле . . . . .	22
§	4. Поведение плазмы в магнитном поле . . . . .	31
§	5. Влияние магнитного поля на свойства плазмы . . . . .	42
§	6. Следствия из магнитогидродинамических урав- нений . . . . .	51
§	7. Создание объекта исследования . . . . .	57
§	8. Условия существования плазменного витка . . . . .	63
§	9. Теория устойчивости . . . . .	75
§	10. Поведение плазмы в ловушках с магнитными зеркалами . . . . .	83
§	11. Устойчивость плазменных конфигураций . . . . .	90
§	12. Подавление неустойчивостей широм . . . . .	98
§	13. Другие виды неустойчивости плазмы . . . . .	100

Лев Андреевич Арцимович

Что каждый физик должен знать о плазме

Редактор *А. И. Мельникова*, Художественный редактор *А. Т. Кирьянов*.  
Обложка художника *Е. А. Шворина*. Технический редактор *Н. А. Вла-  
сова*. Корректор *М. В. Кубряцева*

---

Сдано в набор 30.1. 1976 г. Подписано к печати 17.V. 1976 г. Т-08238.  
Формат 70×100/32. Бумага типографская № 2 Усл. печ. л. 4,51.  
Уч.-изд. л. 4,4. Тираж 63 000 экз. Цена 15 коп. Зак. изд. 70217.  
Зак. тип. 144. Атомиздат, 103031 Москва К-31, ул. Жданова, 5.

---

Ярославский полиграфкомбинат Союзполиграфпрома при Государст-  
венном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, по-  
лиграфии и книжной торговли, 150014, Ярославль, ул. Свободы, 97.