

УДК 53.08

ББК 31.22

К 88

Кудасов Ю.Б. **Электрофизические измерения.** —
М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 184 с. — ISBN 978-5-9221-1103-4.

Излагаются физические основы методов измерения магнитных и электрических полей, токов, а также электрофизических характеристик веществ, включая высокочастотные и сверхвысокочастотные методы. Значительное внимание уделено особенностям измерений в условиях сильных импульсных полей и способам борьбы с электромагнитными помехами.

Для студентов и аспирантов физико-технических специальностей вузов, а также научных работников и инженеров, занимающихся физическими измерениями.

Рецензенты:

д.ф.-м.н., профессор А. Н. Васильев (МГУ им. М. В. Ломоносова);

д.ф.-м.н., профессор В. Я. Демиховский (ННГУ);

д.ф.-м.н. А.Е. Дубинов (РФЯЦ-ВНИИЭФ)

Научное издание

КУДАСОВ Юрий Борисович

ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Редактор *О.В. Салецкая*

Оригинал-макет: *В.В. Затекин*

Оформление переплета: *Н.В. Гришина*

Подписано в печать 14.04.09. Формат 60×90/16. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 11,5. Уч.-изд. л. 12,65. Тираж 700 экз.

Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература»

МАИК «Наука/Интерпериодика»

117997, Москва, ул. Профсоюзная, 90

E-mail: fizmat@maik.ru, fmlsale@maik.ru;

<http://www.fml.ru>

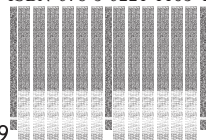
Отпечатано в ПФ «Полиграфист»

160001, г. Вологда, ул. Челюскинцев, 3

Тел.: (8172) 72-55-31, 72-61-75, факс: (8172) 72-60-72

E-mail: form.pfp@votel.ru <http://www.vologda/~pfpv>

ISBN 978-5-9221-1103-4



9

© ФИЗМАТЛИТ, 2010

ISBN 978-5-9221-1103-4

© Ю. Б. Кудасов, 2010

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	7
Глава 1. Общие сведения о метрологии и измерениях	9
1.1. Основные определения	9
1.2. Методы измерений и их классификация	11
1.3. Случайные величины	13
1.4. Некоторые особенности динамических измерений	16
1.5. Физические пределы точности измерений.	17
1.6. Упражнения	18
Глава 2. Индукционные методы измерения магнитных полей и токов.	19
2.1. Магнитные поля и токи в природе и физическом эксперименте . . .	19
2.2. Индукционный зонд	20
2.3. Измерения импульсных токов: пояс Роговского	23
2.4. Слабые магнитные поля: ферромагнитный зонд и СКВИД	27
2.5. Упражнения	31
Глава 3. Оптические измерения магнитных полей, токов и магнитных свойств вещества	32
3.1. Поляризация электромагнитных волн	32
3.2. Магнитооптические эффекты	34
3.3. Оптические методы измерения магнитных полей	38
3.4. Оптическое измерение токов	43
3.5. Магнитооптические измерения свойств веществ	44
3.6. Упражнения	46

Глава 4. Оптические измерения электрических полей и напряжений	47
4.1. Зондовые измерения электрических полей	47
4.2. Электрооптические эффекты	48
4.3. Фотоупругость и вторичные электрооптические эффекты	51
4.4. Техника оптических измерений электрических полей и напряжений	52
4.5. Светодиодное измерение тока.	54
4.6. Упражнения	54
Глава 5. Индукционные методы измерения намагниченности	56
5.1. Магнитные характеристики вещества	56
5.2. Статические магнитные поля	57
5.3. Динамические магнитные поля.	59
5.4. Упражнения	62
Глава 6. Статическая электропроводность	63
6.1. Проводимость металлов и полупроводников	63
6.2. Проводимость гетерогенных систем.	65
6.3. Двух- и четырехточечные методы измерения проводимости.	68
6.4. Особенности измерения проводимости изоляторов.	70
6.5. Особенности контактных измерений в плазме и электролитах	71
6.6. Упражнения	76
Глава 7. Эффект Холла и его применение	77
7.1. Подвижные носители заряда в магнитном поле.	77
7.2. Эффект Холла и геометрическое магнитосопротивление	79
7.3. Квантовый эффект Холла	81
7.4. Холловские датчики магнитного поля и тока	83
7.5. Магниторезисторы	85
7.6. Упражнения	86
Глава 8. ВЧ-измерения	87
8.1. Поляризуемость диэлектриков	87
8.2. Дисперсия диэлектрической проницаемости в диэлектриках	90
8.3. ВЧ-проводимость металлов и полупроводников	92
8.4. Индукционные измерения проводимости	94
8.5. Шлейфовые ВЧ-измерения комплексной проводимости.	97
8.6. Упражнения	102

Глава 9. СВЧ-измерения	103
9.1. Импеданс среды	103
9.2. Прохождение излучения через слоистые среды	105
9.3. Измерения пропускания и отражения	106
9.4. Резонаторные методы	111
9.5. Упражнения	113
 Глава 10. Параметры пучков заряженных частиц	114
10.1. Измерение тока пучка: цилиндр Фарадея, монитор вторичной эмиссии	114
10.2. Полевые измерения тока пучка	117
10.3. Энергетический спектр пучка.	119
10.4. Измерение положения и геометрических характеристик пучка. . . .	122
10.5. Упражнения	124
 Глава 11. Электрофизические свойства поверхности и наноразмерных объектов	125
11.1. Сканирующая туннельная микроскопия и спектроскопия	125
11.2. Молекулярные проводники	128
11.3. Магнитные сверхрешетки	131
11.4. Упражнения	134
 Глава 12. Шумы и помехи в электрофизическом эксперименте. Заземление	135
12.1. Классификация и основные источники электромагнитных шумов и помех.	135
12.2. Основные схемы заземления	137
12.3. Заземление усилителей и экранов кабелей	139
12.4. Изоляция и нейтрализация контуров заземления.	141
12.5. Упражнения	143
 Глава 13. Экранирование линий связи и устройств	144
13.1. Емкостная связь	144
13.2. Индуктивная связь.	146
13.3. Влияние индуктивной помехи на различные типы линий связи . . .	148
13.4. Защита от электромагнитного излучения	151
13.5. Упражнения	154

Глава 14. Схемотехника помехозащищенных и малошумящих устройств	155
14.1. Противофазная помеха: фильтрация сигнала, синхронное детектирование	155
14.2. Синфазная помеха: нейтрализация и симметрирование	157
14.3. Устранение связей через общее сопротивление	158
14.4. Собственные шумы в электронном оборудовании	160
14.5. Упражнения	164
 Глава 15. Решения к упражнениям	 165
Список литературы	178
Предметный указатель	182

ПРЕДИСЛОВИЕ

В последние десятилетия происходило бурное развитие электрофизических исследований в двух противоположных направлениях. С одной стороны, быстро осваивались все более высокие плотности электромагнитной энергии в быстропротекающих процессах. Сейчас проводятся исследования электрических и магнитных свойств веществ в магнитных полях вплоть до 1000 Тл, когда плотность энергии магнитного поля на два порядка превышает плотность энергии, запасенной в химическом взрывчатом веществе [1]. Потоки рентгеновского излучения, достигнутые в проволочных Z -пинчах, уже сравнимы с уровнем, необходимым для зажигания термоядерной мишени. При этом конвертация энергии, запасенной в емкостном накопителе, в рентгеновское излучение происходит с огромным КПД — до 15 % [2]. С другой стороны, впечатляющие успехи были достигнуты в области очень слабых полей и токов. Здесь для исследования поверхности широко используются сканирующая туннельная и силовая микроскопии [3], которые позволяют обеспечить атомное пространственное разрешение; появились возможности изучения электронного транспорта через одиночные кластеры и молекулы [4], а также создания искусственных наноструктур [5, 6]. Общей особенностью всех этих исследований является необходимость тщательного подбора методов измерений в зависимости от условий эксперимента.

Настоящее пособие направлено на систематическое изложение физических принципов различных методов измерений. Существенное внимание уделено техническим аспектам электрофизических измерений, в частности, борьбе с электромагнитными помехами и шумами. В целом книга в большей степени посвящена физико-техническим проблемам измерений, а не метрологии. Прекрасное введение в общую метрологию читатель может найти в книге [7], а в метрологию электрических измерений — в пособии [8].

Книга написана на основе курса лекций, который читался автором в течение ряда лет в Саровском государственном физико-техническом институте, и может быть рекомендована студентам и аспирантам старших курсов высших учебных заведений, обучающимся по специальностям «Прикладные математика и физика», «Физическая электроника», «Техническая физика», а также специалистам в области физических измерений. Курс отличается большим разнообразием содержания, охватывающим различные разделы физики и техники. Предполагается, что

читатель знаком с курсом общей физики, а также с основами квантовой механики, физики твердого тела, физики плазмы, метрологии, электротехники и электроники. Электрофизические измерения крайне разнообразны, и невозможно дать исчерпывающий список рецептов на все случаи. Поэтому автор стремился изложить основные принципы методов измерения и некоторые практические приемы.

Материал книги представлен следующим образом. В первой вводной главе кратко обсуждаются основные понятия метрологии, а также отдельные вопросы теории измерений, которые не входят в стандартные курсы метрологии — динамические измерения и физические ограничения точности. Основной материал курса можно условно разделить на три части. Первая часть (гл. 2–4) посвящена методам измерения магнитных и электрических полей. В гл. 2 и 3 обсуждается техника индукционных и оптических измерений магнитного поля, а также родственные ей бесконтактные методы измерения тока. В гл. 3, кроме того, очень кратко затрагиваются магнитооптические методы исследования веществ. Их подробный анализ выходит за рамки данного курса. В гл. 4 во вводном параграфе описаны традиционные зондовые измерения электрического поля, а затем подробно обсуждаются оптические методы измерения электрических полей и напряжений. Вторая часть книги (гл. 5–11) посвящена измерению электрофизических свойств веществ: магнитных характеристик (гл. 5), статической электропроводности и эффекта Холла (гл. 6), высокочастотной и сверхвысокочастотной проводимости и диэлектрической проницаемости (гл. 8 и 9). В гл. 6 при обсуждении эффекта Холла нам приходится вернуться к измерениям магнитного поля. Электрофизические методы измерения характеристик пучков заряженных частиц рассматриваются в гл. 10. Некоторым особенностям исследований объектов микро- и наноразмеров посвящена гл. 11. В заключительной части (гл. 12–14) обсуждаются источники электромагнитных помех и собственных шумов в электронном оборудовании, а также методы борьбы с ними в электрофизическом эксперименте. Часть дополнительного материала представлена в виде упражнений, решения к которым читатель может найти в конце книги (гл. 15). Список литературы ни в коей мере не претендует на полноту. При его составлении автор отдавал предпочтение доступным учебным пособиям и лишь при отсутствии таковых делал ссылки на оригинальные работы.

Автор признателен А.Е. Дубинову, И.В. Макарову, А.С. Коршунову и В.В. Платонову за обсуждение вопросов, затронутых в книге, и полезные замечания.

Глава 1

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МЕТРОЛОГИИ И ИЗМЕРЕНИЯХ

1.1. Основные определения

Метрология как учение о мерах возникла очень давно. Со временем ее назначение постепенно дополнялось и расширялось. Сейчас *метрологией* называют науку об измерениях, способах обеспечения их единства и о методах достижения требуемой точности.

Измерение — это процесс нахождения значения физической величины посредством опытов. Измерения, выполняемые с помощью специальных технических средств, называют *инструментальными*. По существу измерение заключается в сопоставлении какой-либо физической величины с однородной величиной, принятой за единицу. В результате измерения получают значение физической величины. Различают истинное и действительное значения. *Истинное значение* абсолютно точно характеризует измеряемую физическую величину как в качественном, так и в количественном отношении, но в реальных физических опытах его получить, конечно, невозможно. *Действительное значение* измеряемой физической величины — это ее значение, полученное экспериментально, которое настолько близко к истинному значению, что его можно использовать вместо истинного значения в рамках поставленной измерительной задачи.

Одним из центральных понятий метрологии является *погрешность* результата измерения. Она определяется как отклонение результата измерения x от истинного значения A измеряемой физической величины. Любой результат измерения содержит погрешность из-за влияния внешних условий и несовершенства измерительного средства. Погрешности могут возникать также в ходе вычислений. Погрешность измерения, выраженная в единицах измеряемой физической величины, называется *абсолютной*:

$$\Delta x = x - A. \quad (1.1)$$

Если погрешность измерения выражается отношением абсолютной погрешности к измеренному или действительному значению, то ее называют *относительной*:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x}. \quad (1.2)$$

Относительную погрешность часто выражают в процентах:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x} 100\%. \quad (1.3)$$

Погрешности, возникающие в ходе измерений, подразделяются на несколько типов. *Систематическая погрешность* — это составляющая погрешности измерений, которая остается постоянной или изменяется при повторных измерениях по определенному закону. По характеру изменения систематических погрешностей при повторных измерениях можно выделить постоянные, прогрессивные и периодические погрешности. *Постоянные* систематические погрешности длительное время сохраняют свое значение, *прогрессивные* — непрерывно возрастают или убывают при повторных измерениях, *периодические* — периодически изменяют значение и знак. Чаще всего систематические погрешности связаны с несовершенством измерительных средств. Например, неточности в массе гирь для весов, в градуировке линейки для измерения длины и т.д. приводят к постоянной систематической погрешности.

Случайная погрешность — это составляющая погрешности, изменяющаяся от опыта к опыту случайным образом. Она возникает из-за ошибок округления значений физических величин и случайного неучтенного изменения условий опытов. Кроме того, отдельно рассматривают особый тип случайных погрешностей — *грубую погрешность* измерения. Она существенно превышает ожидаемую при данных условиях погрешность, например, из-за поломки измерительного прибора. Существуют статистические методы выявления грубых погрешностей.

Систематическую погрешность, в отличие от случайной, часто удается учесть путем внесения поправки в результат измерений или путем специальной постановки измерений. Приемы устранения систематической погрешности могут быть достаточно простыми. Например, пусть шкала стрелочного гальванометра немного смещена, в результате чего имеется постоянная систематическая погрешность. Если изменить полярность подключения гальванометра и выполнять повторное измерение, то в среднем значении измеренной величины данная постоянная систематическая погрешность будет исключена. Этот способ называется *компенсацией систематических погрешностей*. Другой прием заключается в замещении измеряемого объекта эталоном.

Случайная погрешность может быть уменьшена путем увеличения числа экспериментов и последующей статистической обработки результата. Неучтенная же систематическая погрешность не устраняется таким образом. Наконец, грубую погрешность, являющуюся следствием грубой ошибки экспериментатора, поломки прибора и т.д., удастся выделить и исключить из анализа при достаточно большой серии экспериментов.

Кроме погрешности часто вводят понятие *порога чувствительности* измерительного средства $A_{\min}$ — предела измеряемой величины

снизу. Если измеряемая величина меньше порога чувствительности, то измерения невозможны в силу различных причин (шумов, помех, дискретности цифрового регистратора и т. д.). У любого прибора всегда есть и ограничение измеряемой величины сверху $A_{\max}$. Отношение максимального значения измеряемой величины к порогу чувствительности $A_{\max}/A_{\min}$ называют *динамическим диапазоном* измерительного прибора. Его часто выражают в децибелах: $20\lg(A_{\max}/A_{\min})$.

Теперь мы можем определить критерии качества результатов измерений. *Точность* отражает близость к нулю погрешности измерения и близость измеренного значения к истинному. Это — одна из наиболее важных характеристик результата измерений. *Правильность* результата измерений показывает насколько близка к нулю неучтенная систематическая погрешность измерения. Правильные измерения позволяют получить все более высокую точность при увеличении числа опытов. *Сходимость* — это близость результатов измерений, выполненных в одних и тех же условиях. Эта характеристика тесно связана с прогрессивной и периодической систематической погрешностью. *Воспроизводимость* характеризует степень близости результатов измерений, выполненных в различных условиях, в частности, в различных лабораториях. Воспроизводимость результата научного исследования является одним из важнейших условий для признания его научным фактом.

1.2. Методы измерений и их классификация

Принципом измерения называют физическое явление, положенное в основу измерения. Например, при измерении температуры ртутным термометром используется принцип зависимости объема жидкости от температуры. *Метод измерения* — это прием или совокупность приемов сравнения измеряемой физической величины с ее единицей в соответствии с выбранным принципом измерений. В ртутном термометре применяется метод непосредственной оценки. *Измерительной методикой* мы будем называть совокупность операций, правил и технических средств, реализующих выбранный метод измерений. В примере, приведенном выше, медицинский ртутный термометр необходимо предварительно встряхнуть для «установления нуля», 3 минуты держать подмышкой и затем определить значение температуры по шкале. Совокупность этих операций и термометра как технического средства и составляет методику измерения температуры человеческого тела. Заметим, что время, необходимое для установления температуры (3 минуты), связано с конкретной маркой термометра, поэтому понятие методики включает в себя используемые технические средства.

Все методы измерений можно разделить на три группы. *Прямые методы* заключаются в экспериментальном сравнении измеряемой величины с ее мерой или с показаниями отсчетного устройства измерительного прибора, дающее значение измеряемой величины. Примером

может служить измерение длины линейкой. При *косвенных методах измерений* их результат получают на основании прямых измерений, связанных с измеряемой величиной известной зависимостью. Определить плотность вещества можно только косвенным методом: необходимо определить сначала массу и объем тела, а затем найти их отношение. Измерение электрического тока стрелочным электромеханическим амперметром производится на основе известного соотношения между силой тока и механическим моментом и является косвенным. В частности к косвенным измерениям принадлежат все электрические измерения неэлектрических величин. Важнейшим элементом в этом случае является *первичный преобразователь*, т.е. устройство измерительного прибора, преобразующее одну физическую величину в другую. Здесь также принято выделять *контактные и бесконтактные методы*, в зависимости от того, находится ли первичный преобразователь или чувствительный элемент прибора в контакте с исследуемым объектом или нет. При *совокупных методах измерений* значение измеряемой величины находят по результатам повторных прямых или косвенных измерений при различных сочетаниях мер или при изменяющихся условиях. Коэффициент теплового расширения можно определить по данным повторных измерений длины (объема) при различных температурах.

Рассмотрим более подробно некоторые прямые методы. В *методе непосредственной оценки* значение измеряемой величины определяют непосредственно по отсчетному устройству измерительного прибора прямого действия. Этот метод, по-видимому, является наиболее распространенным. Измерения времени по часам, температуры по ртутному или спиртовому термометру являются примерами данного метода.

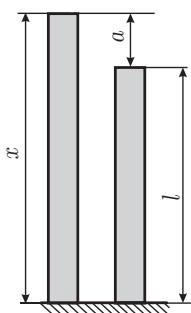


Рис. 1.1. Разностный метод измерения длины

При *разностном методе* выполняется непосредственная оценка не самой измеряемой величины, а разности между измеряемой величиной и эталоном. Этот метод позволяет добиться высокой относительной точности измерения. Например, мы измеряем длину некоторого объекта x путем непосредственной оценки разности $a = x - l$, где l — длина эталона. Измерение a мы выполняем с абсолютной погрешностью α . Относительная погрешность измерения x составит $\alpha/(l + a)$. При $l \gg a$ эта погрешность оказывается значительно меньше, чем относительная погрешность измерения самой разности a , которая составляет величину α/a .

Предельным случаем разностного метода является *нуль-метод*, когда эталон подбирается до тех пор, пока измеряемая величина не совпадает с эталоном в пределах требуемой точности. Нуль-метод реализован в мостовой схеме измерения электрического сопротивления и яркост-

ном пирометре. Измерительное средство, которое регистрирует совпадение измеряемой величины с эталоном, называется *нуль-органом*. Нуль-метод позволяет достигнуть очень высокой точности измерений, избавиться от некоторых систематических погрешностей, но требует большого набора эталонов.

В *методе совпадений* используется совпадение меток измерительного устройства или сигналов. Если необходимо измерить частоту гармонического электрического сигнала, то его можно суммировать с сигналом опорного генератора, частота которого известна и близка к частоте измеряемого сигнала. Суммарный сигнал будет представлять гармонический сигнал с низкочастотной амплитудной модуляцией (биения). Измерение частоты огибающей сигнала дает разность частот опорного генератора и измеряемого сигнала. Другой иллюстрацией метода совпадений является интерферометрия.

1.3. Случайные величины

Величина называется случайной, если в результате опыта она приобретает значение, которое не может быть определено заранее. Случайная величина может обладать рядом различных характеристик (стационарность, эргодичность и т.д.) [7]. В теории электрических цепей вводится понятие электрического сигнала (аналогового или цифрового) [8]. В дальнейшем мы будем называть электрический сигнал детерминированным, если его значение известно в любой момент времени или может быть вычислено, и случайным (недетерминированным), если он принимает случайные значения.

Если случайное событие A может появиться в результате опыта, который может быть повторен любое количество раз в одних и тех же условиях, его называют *массовым*. В этом случае оно может быть охарактеризовано относительной частотой или вероятностью появления этого события

$$P(A) = \frac{m}{n}, \quad (1.4)$$

где m — число опытов, в которых событие появлялось, при общем количестве опытов n . Из определения (1.4) следует, что $0 \leq P(A) \leq 1$.

Если проведено n опытов, то вероятность того, что в m из них произойдет событие A при известной вероятности появления события P в каждом из опытов, определяется *формулой Бернулли*

$$P_n(m) = C_n^m P^m Q^{n-m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} P^m Q^{n-m}, \quad (1.5)$$

где $Q = 1 - P$. Совокупность всех $P_n(m)$ при $0 \leq m \leq n$ называют *биномиальным распределением*. Оно редко применяется для решения практических задач, поскольку пригодно лишь для небольшого числа опытов. При увеличении n число членов в биномиальном распределении растет как $n + 1$, поэтому вероятность появления события точно

m раз из n опытов быстро уменьшается. Тогда интерес начинает представлять решение следующей проблемы: какова вероятность того, что число опытов, в которых событие произошло, лежит в некотором диапазоне. Однако ее решение при помощи выражения (1.5) оказывается сложным. Гораздо удобнее решать такие задачи при помощи *предельной теоремы Муавра–Лапласа*, заключающейся в том, что при больших n вместо биномиального можно использовать непрерывное нормальное распределение.

Непрерывное распределение случайной величины характеризуется плотностью вероятности $\varphi(x)$, которая определяет вероятность попадания случайной величины в бесконечно малый диапазон от x до $x + dx$. Для плотности нормального распределения случайной величины, лежащей в диапазоне значений x от $-\infty$ до ∞ , имеем

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma^2}}, \quad (1.6)$$

где σ — среднеквадратичное отклонение, а m_x — математическое ожидание для этого распределения. Функции вида (1.6) часто называют

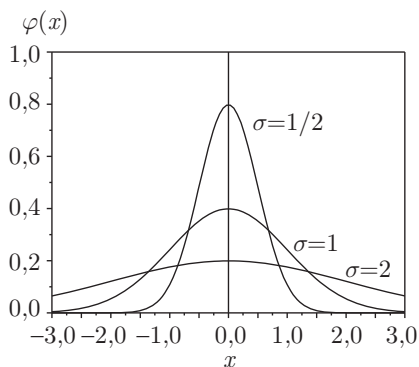


Рис. 1.2. Нормальное распределение плотности вероятности (гауссовы кривые)

кривыми Гаусса. Общий вид плотности вероятности (1.6) для различных σ показан на рис. 1.2. При $\sigma = 1$ и $m_x = 0$ кривая (1.6) называется плотностью нормального стандартизованного распределения. Все кривые Гаусса сводятся к нему очевидной подстановкой $x' \rightarrow (x - m_x)/\sigma$, $\sigma \rightarrow 1$ и $m_x \rightarrow 0$. Наряду с $\varphi(x)$ важное значение имеет интегральная функция

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t \exp^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad (1.7)$$

называемая *нормальной функцией распределения*¹⁾. Вероятность появления случайной величины, распределенной по закону (1.6) при $\sigma = 1$ и $m_x = 0$, в интервале $\alpha < x < \beta$ составляет

$$P(\alpha < x < \beta) = \Phi(\beta) - \Phi(\alpha). \quad (1.8)$$

Хотя нормальное распределение — наиболее важное и часто используемое распределение для случайных величин, оно не является единственным возможным. Для проверки типа функции распределения случайной величины по ограниченному числу опытов применяются специальные

¹⁾ Наряду с функцией $\Phi(t)$ в математике используется специальная функция $\operatorname{erf}(z) = 2\Phi(z\sqrt{2}) - 1$, называемая функцией ошибок.

методы. Например, выполняется оценка отклонения гистограммы, построенной по результатам опытов, от стандартной.

Одной из основных задач теории случайных процессов является определение *доверительного интервала*, т.е. диапазона, в который истинное значение измеряемой физической величины попадет с заданной доверительной вероятностью. Пусть имеется случайная величина x с известным законом дисперсии σ и математическим ожиданием m_x . Тогда вероятность того, что значение $|x - m_x|$ будет больше заданной величины $t\sigma$, определяется неравенством Чебышева

$$P(|x - m_x| \geq t\sigma) \leq \frac{1}{t^2}. \quad (1.9)$$

Неравенство (1.9) справедливо для любого вида распределения. Оно дает очень большой доверительный интервал, и поэтому не нашло широкого применения.

На практике при проведении измерений обычно предполагают, что случайная величина распределена по нормальному закону. Тогда оценку доверительного интервала можно провести при помощи *распределения Стьюдента*. Пусть в результате n опытов мы получили оценку среднего значения случайной величины $\bar{x}$ и среднеквадратичного отклонения S_x . Заметим, что мы не можем просто подставить эти значения в выражение (1.6) и вычислить доверительный интервал из нормального распределения, потому что при конечном числе опытов величины $\bar{x}$ и S_x дают оценку для значений m_x и σ с некоторой погрешностью. Ее как раз учитывает распределение Стьюдента. Оно зависит от n : при малом количестве опытов это распределение значительно шире нормального, а при $n \rightarrow \infty$ стремиться к нему.

Доверительная вероятность p связана с так называемой q -процентной точкой распределения Стьюдента (t_q) как

$$p = P(|x - A| \leq t_q S_x). \quad (1.10)$$

Значения t_q приведены в табл. 1.1 при заданных значениях n и p . Доверительный интервал, соответствующий доверительной вероятности p ,

Таблица 1.1

Значение q -процентных точек распределения Стьюдента t_q при различных числах опытов n и доверительной вероятности p

n	$p = 0,9$	$p = 0,95$	$p = 0,99$	n	$p = 0,9$	$p = 0,95$	$p = 0,99$
2	6,31	12,71	63,66	7	1,94	2,45	3,71
3	2,92	4,3	9,92	8	1,90	2,36	3,50
4	2,35	3,18	5,84	9	1,86	2,31	3,36
5	2,13	2,78	4,60	10	1,83	2,26	3,25
6	2,02	2,57	4,03				

вычисляется как $\bar{x} \pm t_q S_x$. Отметим, что доверительную вероятность не следует выбирать слишком малой. Обычно ее принимают равной не менее 0,95.

1.4. Некоторые особенности динамических измерений

К *динамическим измерениям* относятся измерения физической величины, которая изменяется с течением времени. Если физическая величина неизменна в течение времени измерения, то такие измерения называют *статическими*.

Постановка и проведение динамических измерений обладают рядом особенностей. Погрешность измерительных приборов, как правило, зависит от скорости (частоты) изменения измеряемой величины. Кроме погрешности измерения собственно физической величины возникает дополнительная погрешность, связанная с ошибкой определения момента времени. Причем в ряде случаев эта дополнительная погрешность становится определяющей.

При проведении сложных динамических измерений, когда в них участвует большое количество измерительного оборудования, его синхронизация становится одной из центральных проблем. Она усугубляется, если характерное время изменения физической величины сравнимо с временем распространения сигнала по линиям связи между устройствами и инерционностью самих измерительных приборов. Для решения проблемы синхронизации запуска регистраторов сигналов часто используют систему *реперных сигналов*.

Рассмотрим простой пример. Два цифровых осциллографа участвуют в динамическом эксперименте (см. рис. 1.3). Для синхронизации результатов их измерений с управляющего устройства G на них одновременно подается импульс с очень коротким передним фронтом (репер). Каждый из осциллографов записывает пару сигналов: 1 — реперный и 2 — полезный. Поскольку длина линий связи от управляющего устройства до осциллографов известна и постоянна, то известны задержки при прохождении реперных сигналов по этим линиям: τ_1 и τ_2 для осциллографов 1 и 2. В результате эксперимента были получены осциллограммы, показанные на рис. 1.4. Для устранения разновременности запуска осциллографов обе пары сигналов следует сместить по времени таким образом, чтобы время на полувысоте переднего фронта реперного сигнала на первом осциллографе составляло τ_1 , а на втором — τ_2 , как это показано на рис. 1.4. В этом случае полезные сигналы 2 будут

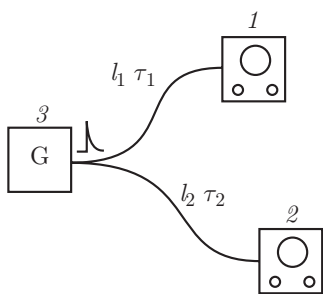


Рис. 1.3. Синхронизация осциллографов 1 и 2 в динамическом эксперименте при помощи генератора реперных сигналов 3

синхронизованы между собой. Заметим, что полезные сигналы обычно поступают на осциллографы по кабельным линиям также с некоторой задержкой. Ее необходимо учитывать, сдвигая уже полезный сигнал 2 относительно репера 1 в каждой паре сигналов.

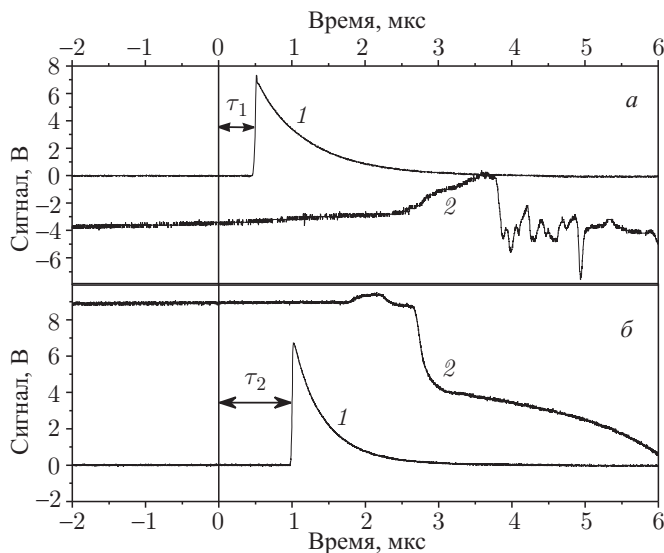


Рис. 1.4. Осциллограммы, полученные на осциллографах 1 (а) и 2 (б): 1 — реперный сигнал, 2 — полезный сигнал

1.5. Физические пределы точности измерений

Существуют принципиальные физические ограничения максимально достижимой точности измерений, которые невозможно преодолеть при помощи совершенствования методов измерения. В области электрических измерений хорошо известна формула Найквиста

$$U_{\text{ef}} = \sqrt{4k_B T R \Delta f}, \quad (1.11)$$

которая связывает величину сопротивления проводника R и шумовое (действующее) напряжение U_{ef} , создаваемое хаотическим тепловым движением заряженных частиц. Здесь k_B — постоянная Больцмана, T — температура и Δf — ширина полосы частот (Гц), в которой проводится измерение. Формула (1.11) является следствием известной флуктуационно-диссипативной теоремы, связывающей величину флуктуаций и линейный отклик произвольной системы, поэтому формула Найквиста справедлива для любой устойчивой системы независимо от природы ее проводимости. Этот фундаментальный шум невозможно устранить совершенствованием измерительных методов.

Ряд ограничений на совместные измерения некоторых физических величин накладывает квантовая механика. Примером такого рода могут служить соотношения неопределенностей Гейзенберга

$$\begin{aligned}\Delta x \Delta p_x &\geq \frac{\hbar}{2}, \\ \Delta E \Delta t &\geq \frac{\hbar}{2},\end{aligned}\tag{1.12}$$

где $\hbar = 1,05410^{-34}$ Дж · с — постоянная Планка. Выражения (1.12) определяют границы точности совместных измерений координаты частицы Δx и ее импульса вдоль той же оси Δp_x , энергии частицы ΔE и временного интервала Δt . Аналогичные соотношения могут быть записаны для угла и момента импульса, а также для других величин (см. Упражнение 1).

Процесс измерения в квантовой механике имеет особые свойства. Как в классической, так и в квантовой физике можно выделить два типа измерений (экспериментов) [9]. В ходе эксперимента первого типа система сохраняет исследуемое свойство, т.е. результат повторного эксперимента, выполненного сразу же после первого, даст тот же самый результат. Примером измерения первого типа может служить метод определения импульса частицы путем измерения времени пролета ею известного расстояния. В эксперименте второго типа свойство (состояние) системы изменяется в процессе измерения. Например, можно определить поляризацию пучка света, пропуская его через кристалл с двойным лучепреломлением. При этом исходный пучок света на выходе из кристалла разделится на два пучка со взаимно ортогональной поляризацией, а начальное состояние необратимо разрушится.

В классических системах выбор первого или второго типа измерений является методическим, и мы, в принципе, можем неограниченно уменьшать влияние измерительного прибора на объект, совершенствуя методы измерения. В квантовой механике, как, в частности, показывают соотношения (1.12), тип измерения определяется фундаментальными соотношениями между физическими величинами. Измерения в квантовой системе в большинстве случаев неизбежно влекут за собой изменение ее состояния.

1.6. Упражнения

Упражнение 1. С какой максимальной точностью можно измерить постоянное напряжение (согласно теореме Найквиста)?

Упражнение 2. Можно ли у квантовой частицы одновременно измерить импульс и энергию с произвольной точностью?

Глава 2

ИНДУКЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ И ТОКОВ

2.1. Магнитные поля и токи в природе и физическом эксперименте

Магнитные поля занимают важное место в физике и технике. На рис. 2.1 показаны характерные значения магнитного поля, наблюдаемого в природе и лабораторных экспериментах. В левой части шкалы находятся наиболее слабые магнитные поля, создаваемые биологическими объектами: МЭГ, ММГ и МКГ — магнитные поля головного мозга, мышц и сердца, соответственно. Их измерение требует особых условий, поскольку, как видно из рис. 2.1, они гораздо слабее фоновых магнитных полей: магнитного поля Земли и городского магнитного фона. В зазоре постоянного магнита, изготовленного из магнитожесткого магнетика, можно достигнуть полей порядка 1 Тл. Более сильные лабораторные поля получают исключительно с помощью электромагнитов

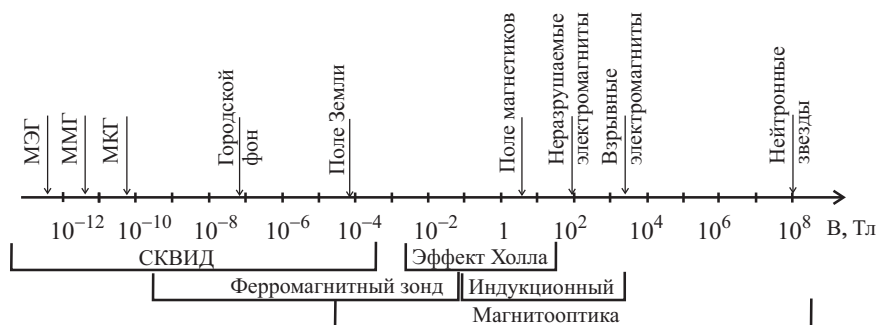


Рис. 2.1. Магнитные поля в природе и основные методы их измерения

различных конструкций. В постоянных электромагнитах достигнуты поля ~ 10 Тл (резистивные), ~ 20 Тл (сверхпроводящие) и ~ 40 Тл (гибридные). Дальнейшее увеличение значений магнитного поля сопряжено с серьезными техническими проблемами: пондеромоторные силы создают давления, превышающие предел прочности стали, происходит сильный разогрев соленоида [10]. По этим причинам, начиная от 40 Тл, лабораторные магнитные поля возможно создавать только в течение

короткого импульса. Сейчас существуют неразрушаемые импульсные установки с пиковым полем до 90 Тл. Свыше 100 Тл происходит неизбежное разрушение соленоида в процессе генерации магнитного поля. Такие поля называют сверхсильными. Их длительность составляет, как правило, несколько микросекунд. Магнитные поля до 330 Тл получают в одновитковых соленоидах, можно достигнуть примерно 600 Тл, используя электродинамический разгон оболочки, и, наконец, предельные лабораторные магнитные поля до 1000 Тл и даже выше получают исключительно с использованием взрывчатых веществ (ВВ). Чтобы представить себе масштаб проблем, возникающих при работе в этом диапазоне, достаточно сказать, что плотность энергии магнитного поля с индукцией 1000 Тл на два порядка превышает плотность энергии, запасаемой в ВВ. Гигантские магнитные поля существуют в некоторых астрофизических объектах, таких как нейтронные звезды.

Огромный диапазон магнитных полей и большое разнообразие условий их наблюдения требует широкого набора измерительных методов. Области применения некоторые из них приведены на рис. 2.1.

2.2. Индукционный зонд

Индукционный зонд является наиболее простым первичным датчиком магнитного поля. Он представляет собой виток из металлической проволоки или небольшой соленоид из нескольких витков (см. рис. 2.2а). Согласно закону электромагнитной индукции электродвижущая сила (ЭДС) $\mathcal{E}$, возникающая в контуре, пропорциональна скорости изменения магнитного потока Φ через поверхность, ограниченную этим контуром:

$$\mathcal{E} = -\dot{\Phi}. \quad (2.1)$$

Как правило, размеры зонда выбираются таким образом, чтобы магнитное поле внутри его было однородно. Тогда для ЭДС зонда, содержащего N одинаковых витков, мы получаем следующее выражение:

$$\mathcal{E} = -NS\dot{B}, \quad (2.2)$$

где B — индукция магнитного поля, а S — площадь одного витка. При измерении слабых магнитных полей для увеличения чувствительности внутрь индукционного зонда можно вставить стержень, изготовленный из магнитомягкого материала. В этом случае ЭДС увеличивается пропорционально магнитной проницаемости стержня. Из выражений (2.1) и (2.2) видна главная особенность индукционных измерений — они позволяют регистрировать только переменные магнитные поля.

Из области измеряемого магнитного поля сигнал с зонда выводится витой парой. Далее он проводится к осциллографу или другому измерительному устройству при помощи кабельной линии. При выполнении высокочастотных измерений, когда время распространения волны по кабельной линии сравнимо с характерным временем изменения маг-

нитного поля, важно согласовать кабель со стороны осциллографа, т.е. сопротивление нагрузки должно быть равным волновому сопротивлению кабеля. В противном случае в кабеле со стороны нагрузки возникнет отраженная волна, которая вторично преотразится от зонда, поскольку зонд представляет собой индуктивность. Многократные преотражения приводят к появлению характерных колебаний, иногда называемых звоном кабельной линии.

Простейшая эквивалентная схема измерительного тракта представлена на рис. 2.2 б. В нее входят источник ЭДС $\mathcal{E}$, собственные индуктивность L_S и сопротивление R_S датчика и сопротивление нагрузки R_L . Кабельная линия предполагается идеальной и согласованной с нагрузкой. Сопротивления R_S и R_L образуют делитель напряжения, поэтому желательно выбирать их значения так, чтобы

$$R_S \ll R_L. \quad (2.3)$$

Обычно это условие легко достижимо. В большинстве случаев эквивалентной схемы на рис. 2.2 б оказывается достаточно для анализа измерительного тракта. Тем не менее, иногда приходится ее усложнять [11]. Например, в многовитковом датчике на высоких частотах может оказаться существенной межвитковая емкостная связь.

Постоянная времени измерительного тракта, изображенного на рис. 2.2 б, которая определяет быстродействие датчика, равна

$$\tau_S = \frac{L_S}{R_S + R_L}. \quad (2.4)$$

Из сравнения этого выражения с формулой (2.2) видно, что увеличение числа витков датчика сопровождается увеличением чувствительности $\propto N$, и, с другой стороны, снижением граничной частоты $\propto L_S^{-1} \propto N^{-2}$.

В заключение параграфа кратко обсудим основные источники погрешностей при индукционных измерениях магнитного поля. К первой группе можно отнести геометрические факторы: погрешности ориентации оси зонда вдоль направления магнитного поля, диаметра зонда и т.д. При измерениях в очень сильных импульсных магнитных полях геометрические факторы становятся доминирующими, поскольку приходится использовать зонды с малой площадью и небольшим количеством витков, вплоть до одновитковых зондов.

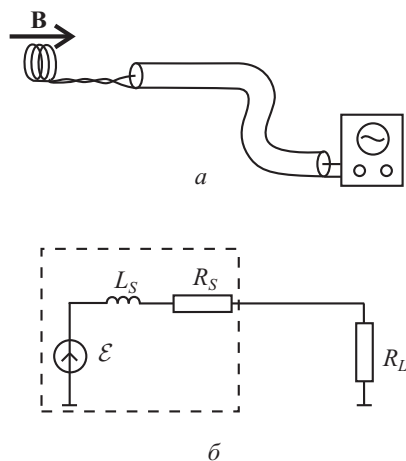


Рис. 2.2. Схематичное изображение индукционного зонда, соединенного с осциллографом, (а) и эквивалентная схема (б)

В сильных импульсных магнитных полях может происходить изменение удельного сопротивления провода за счет магнитосопротивления и разогрева проводника. Так для поликристаллической меди при комнатной температуре удельное сопротивление зависит линейно от магнитного поля по закону $\rho = \rho_0(1 + \alpha B)$, где ρ_0 — удельное сопротивление в отсутствии магнитного поля, B — индукция магнитного поля, значение коэффициента α составляет примерно $2 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}^{-1}$. Тогда в магнитном поле 500 Тл удельное сопротивление меди должно измениться в 2 раза. Однако, при правильном выборе характеристик зонда (см. неравенство (2.3)) магнитосопротивление значительного влияния на результаты измерений не оказывает. Ниже граничной частоты сигнал на нагрузке (осциллографе) определяется резистивным делителем напряжения

$$U_L = \frac{R_L}{R_S + R_L} \mathcal{E}. \quad (2.5)$$

Например, при сопротивлении датчика $R_S = 1 \text{ Ом}$ и нагрузке $R_L = 75 \text{ Ом}$ двухкратное изменение R_S приведет к погрешности всего 1,3 %.

Замкнутый проводящий виток в импульсном магнитном поле может быстро разогреться вплоть до температур плавления и испарения металла. Мощность, выделяющаяся на витке, составляет $(\dot{\Phi})^2/R$, где R — сопротивление витка. Однако зонд представляет собой виток, замкнутый на сопротивление нагрузки, поэтому мощность, выделяющаяся на зонде, равняется $(\dot{\Phi})^2/R_L$. Отсюда видно, что теплота, выделившаяся в зонде, в R_L/R раз меньше, чем для замкнутого витка. Сопротивление витка из тонкой медной проволоки обычно не превышает 0,1 Ом, тогда как характерные значения сопротивления нагрузки составляют 75 Ом. Отсюда видно, что теплота, поглощенная зондом, примерно на три порядка меньше, чем в замкнутом витке. Как правило, она оказывается несущественной. Приведенные выше рассуждения справедливы, если характерная глубина скин-слоя магнитного поля в проводник зонда много больше диаметра провода. Можно провести аналогичный анализ для пондеромоторных сил, действующих на зонд, и показать, что они также несущественны при работе зонда.

При работе в слабых полях в некоторых случаях к появлению дополнительной погрешности может привести собственное магнитное поле зонда. Ток через индуктивный датчик можно вычислить из формулы (2.5) $I = \dot{\Phi}/(R_S + R_L)$. Собственный магнитный поток $\Phi_S = I L_S$, создаваемый датчиком, должен быть много меньше измеряемого потока Φ , откуда получаем условие малости собственного магнитного поля датчика:

$$\frac{\dot{\Phi}}{\Phi} \tau \ll 1. \quad (2.6)$$

Здесь τ — постоянная времени датчика, определяемая из формулы (2.4).

2.3. Измерения импульсных токов: пояс Роговского

Контактные измерения сильных токов часто выполняются с использованием шунта и измерителя напряжения [10]. По мере увеличения силы тока и уменьшения длительности фронта импульса измерения, выполняемые таким способом, сталкиваются с рядом трудностей. Во-первых, активное сопротивление шунта должно быть много больше его реактивной составляющей. Низкоиндуктивный шунт можно изготовить, например, в виде сложенной полосы, как показано на рис. 2.3. При измерении очень коротких импульсов тока следует учитывать возникновение неравномерного растекания тока по толщине шунта из-за скин-эффекта. Высокие плотности тока могут также приводить к разогреву шунта и к механическому воздействию на него со стороны пондеромоторных сил. Кроме того, при больших импульсных токах можно с уверенностью говорить о том, что потенциал оплетки измерительного кабеля во время импульса будет сильно отличаться от потенциала земли.

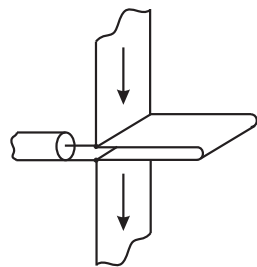


Рис. 2.3. Кабель, подключенный к шунту в разрыве проводника с током

Альтернативным подходом к измерению сильных токов является оценка их величины по магнитному полю, возникающему вокруг проводника с током. Такие измерения являются бесконтактными, что крайне важно в случае высоких напряжений и сильных токов. Магнитное поле изменяющегося со временем тока можно измерить с помощью индукционного датчика поля. Однако связать магнитное поле, измеренное в одной точке, с током оказывается возможным лишь в редких случаях, когда хорошо известна связь магнитного поля с током в проводнике, например, в длинном соленоиде. Если проводятся измерения тока, текущего по проводнику сложного сечения, то установить эту зависимость крайне сложно. Для импульсных и высокочастотных токов проблема усугубляется из-за неоднородного распределения плотности тока по сечению вследствие скин-эффекта.

По этим причинам широкое распространение получил интегральный индуктивный датчик, называемый *поясом Роговского*. Согласно второму уравнению Максвелла в интегральной форме, полный ток I_t через площадку, ограниченную замкнутым контуром L , связан с циркуляцией магнитного поля по границе этого контура:

$$I_t = I_c + I_s = \oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l}, \quad (2.7)$$

где $\mathbf{H}$ — вектор напряженности магнитного поля, I_c и I_s — токи проводимости и смещения через контур L . Измерения переменного маг-

нитного поля выполняются обычно на сравнительно низких частотах, когда характерные размеры проводника и контура много меньше длины волны электромагнитного излучения. В этих условиях

$$I_t \approx I_c. \quad (2.8)$$

Таким образом, измерение интеграла в правой части (2.7) позволяет определить значение тока проводимости. Интеграл по контуру можно заменить суммой вдоль контура:

$$I_c \approx \sum_i \mathbf{H}_i \Delta \mathbf{l}_i, \quad (2.9)$$

где вектора $\Delta \mathbf{l}_i$ образуют замкнутую ломаную линию, аппроксимирующую контур L . Тогда для определения тока проводимости можно провести измерения магнитного поля в большом количестве точек, расположенных равномерно вдоль по контуру, и затем воспользоваться выражением (2.9). Эта идея реализована в индукционном датчике, изображенном на рис. 2.4 а, который представляет простейший вариант пояса Роговского. Поскольку циркуляция магнитного поля в правой части выражения (2.7) определяется только полным током через сечение, ЭДС, снимаемая с пояса Роговского, не зависит от распределения тока по сечению контура L .

Пусть пояс Роговского изготовлен на каркасе из диэлектрической трубки радиусом r , которая образует кольцо радиусом R . Намотка выполнена равномерно, и общее количество витков равно N . Используя (2.9), нетрудно вычислить величину производной тока по времени

$$\dot{I} = \frac{2R\mathcal{E}}{r^2 \mu_0 N} \quad (2.10)$$

как функцию ЭДС $\mathcal{E}$, возникающей на датчике. Простейшая эквивалентная схема пояса Роговского полностью аналогична рассмотренной для индукционного датчика, и постоянная времени вычисляется по формуле (2.4). Индуктивность пояса Роговского хорошо описывается формулой для длинного соленоида:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu_0 \frac{N^2 r^2}{2R}, \quad (2.11)$$

где S — площадь сечения соленоида, l — его длина. Если пояс Роговского намотан на магнитомягком сердечнике, то его чувствительность, т.е. отношение $\mathcal{E}/\dot{I}$, возрастает пропорционально магнитной проницаемости сердечника μ . С другой стороны, постоянная времени также увеличится пропорционально μ .

Однослойный пояс Роговского, изображенный на рис. 2.4 а, обладает существенным недостатком. Нетрудно заметить, что он образует один большой виток. Поэтому, если рядом с поясом имеется источник переменного магнитного поля, этот виток будет действовать как индуктивный датчик внешнего магнитного поля, и сигнал на выходе

будет включать в себя и ЭДС от внешнего источника, т. е. помеху. Для устранения влияния внешних источников магнитных полей и повышения помехоустойчивости используют пояс Роговского с двухслойной намоткой, как показано на рис. 2.4 б. В этом случае мы имеем как бы два одинаковых пояса Роговского, намотанных таким образом, чтобы ЭДС от тока, протекающего через пояс, складывались, а ЭДС от внешних источников поля компенсировались.

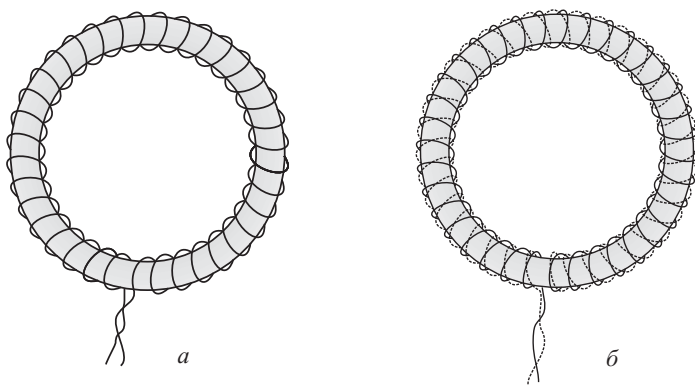


Рис. 2.4. Пояс Роговского с однослойной (а) и двухслойной (б) намоткой. Второй слой показан пунктиром для удобства читателя

Для повышения точности измерения тока необходимо выполнять намотку пояса Роговского как можно более равномерно и плотно. С другой стороны, для проведения измерений высокочастотных токов необходима низкая индуктивность датчика, что требует снижения числа витков. По этой причине в области высоких частот применяются многосекционные пояса Роговского. Проиллюстрируем принцип его работы на примере четырехсекционного пояса, изображенного на рис. 2.5 а. Напомним, что на схемах точка около индуктивности обозначает направление намотки. Например, пара левых катушек на рис. 2.5 а намотана встречно.

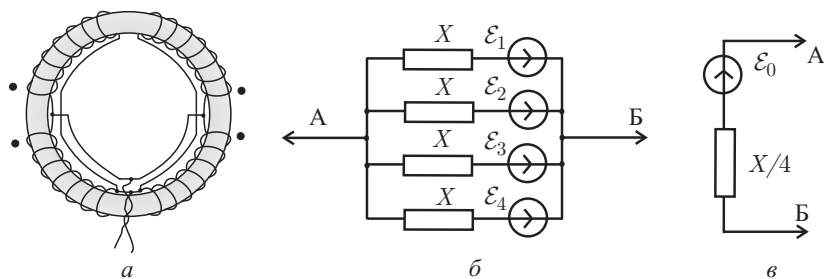


Рис. 2.5. Четырехсекционный пояс Роговского: а — схематический вид, б — эквивалентная схема и в — приведенная эквивалентная схема

Эквивалентная схема четырехсекционного пояса показана на рис. 2.5 б. ЭДС, наводимые во всех секциях, имеют одинаковый знак. Секции имеют одинаковые геометрические размеры и одинаковое число витков, поэтому комплексные внутренние сопротивления секций одинаковы (X). На высоких частотах они будут практически чисто индуктивными сопротивлениями. Путем несложных преобразований, которые читатель может выполнить в качестве упражнения, мы приводим схему к виду рис. 2.5 в.

Если бы все секции были соединены последовательно так, чтобы все ЭДС складывались, то мы получили бы односекционный пояс Роговского. Его полная ЭДС составила бы $\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_4$, а индуктивное внутреннее сопротивление ¹⁾ — $4X$. Для пояса на рис. 2.5 а имеем четырехкратное уменьшение ЭДС: $\mathcal{E}_0 = (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_4)/4$, и 16-кратное уменьшение внутреннего сопротивления ($X/4$). Снижение общей ЭДС, как правило, не создает трудностей, потому что на высокой частоте производная тока по времени большая и амплитуда ЭДС велика, а снижение внутреннего индуктивного сопротивления приводит к уменьшению постоянной времени в 16 раз, что значительно расширяет рабочий диапазон частот.

Выше мы рассматривали пояс Роговского как элемент с сосредоточенными параметрами. На очень высоких частотах, начиная с десятков мегагерц, такой подход становится некорректным. Обмотка пояса Роговского (см. рис. 2.4 а) представляет собой спиральную линию, время распространения электрического сигнала в которой составляет $\tau = 2\pi R\sqrt{LC}$, где R — средний радиус тора, на котором намотан пояс, L и C — погонные индуктивность и емкость. Для приближенной оценки можно использовать выражение $\tau = \sqrt{\varepsilon\mu}l/c_0$, l — полная длина провода, c_0 — скорость света, ε и μ — относительные диэлектрическая проницаемость и магнитная восприимчивость среды, в которую «погружен» датчик (каркас и изоляция). Эти выражения позволяют определить характерные значения длительности импульса тока τ_p , при которых пояс Роговского может считаться сосредоточенным элементом: $\tau \ll \tau_p$.

Использование поясов Роговского в режиме линии с распределенными параметрами для измерения очень коротких импульсов тока сопряжено с рядом особенностей. К одному из концов линии подключается измерительный кабель, а другому — нагрузка, которая должна быть хорошо согласована с волновым сопротивлением спиральной линии для исключения отражения волны от нагрузки. Временное разрешение датчика тока будет составлять величину порядка τ . Следует также помнить, что при работе пояса Роговского в режиме длинной линии возникает некоторая зависимость результатов измерения от геометрического положения токов, поскольку время прохождения сигнала по датчику соизмеримо с длительностью импульса.

¹⁾ Здесь мы пренебрегаем взаимными индуктивностями секций.

2.4. Слабые магнитные поля: ферромагнитный зонд и СКВИД

Ферромагнитные зонды стали применяться для измерения слабых магнитных полей с середины прошлого века. В этих приборах используется нелинейная зависимость намагниченности от внешнего магнитного поля в магнитомягких материалах, обладающих безгистерезисной кривой намагниченности и большими значениями магнитной проницаемости ($\mu \gg 1$). Часть кривой намагниченности показана на рис. 2.6 а. Ферромагнитный зонд представляет собой два небольших

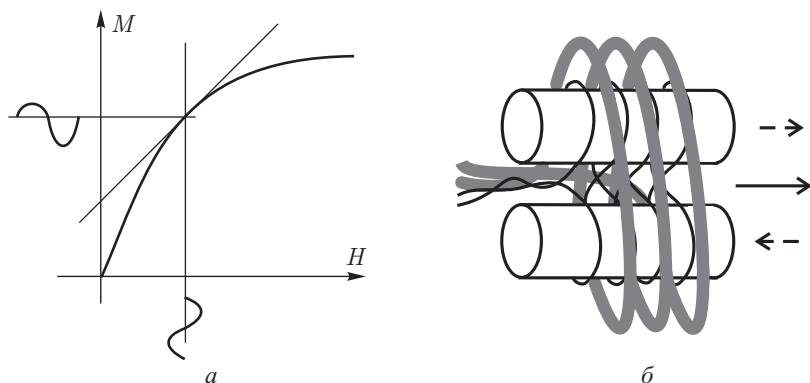


Рис. 2.6. Кривая намагничивания $M(H)$ (а) и схематическое изображение ферромагнитного зонда (б), где тонкой линией показана пара соленоидов, толстой серой линией — выходная катушка, сплошной стрелкой — внешнее поле, пунктирной — переменное поле токов в соленоидах

одинаковых соленоидов со встречной намоткой. Аналогичную намотку мы встретим позднее при обсуждении компенсационных датчиков (см. рис. 5.3). Соленоиды намотаны на одинаковых магнитомягких сердечниках. На эту пару подается переменный синусоидальный ток частотой ω . Выходная катушка, с которой снимается сигнал, намотана поверх обоих катушек. Внутри каждого из соленоидов магнитное поле пропорционально сумме постоянного внешнего поля H_0 и переменного магнитного поля, создаваемого генератором синусоидального тока. Как видно из рис. 2.6 а, переменная составляющая намагниченности сердечника в силу нелинейности зависимости $M(H)$ содержит гармоники сигнала генератора

$$M(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \sin(n\omega t) \approx \alpha_1 \sin(\omega t) + \alpha_2 \sin(2\omega t), \quad (2.12)$$

где α_n — коэффициенты, $M(t) = M(t) - M_0$ — колебания намагниченности относительно статического значения $M_0 = \mu H_0$. Для простоты в выражении (2.12) мы ограничились одной гармоникой на удвоенной

частоте. Заметим, что при намотке, показанной на рис. 2.6 б, переменные магнитные поля в соленоидах находятся в противофазе, поэтому

$$M_1(t) = -\alpha_1 \sin(\omega t) + \alpha_2 \sin(2\omega t), \quad (2.13)$$

$$M_2(t) = \alpha_1 \sin(\omega t) + \alpha_2 \sin(2\omega t).$$

Сигнал в выходной катушке пропорционален сумме производных магнитных моментов, т. е.

$$\mathcal{E} \propto \frac{d}{dt}(M_1(t) + M_2(t)) = 2\alpha_2\omega \cos(2\omega t). \quad (2.14)$$

Коэффициент α_2 зависит от степени нелинейности характеристики. Когда внешнее поле H_{ex} отсутствует, все четные гармоники исчезают, т. е. $\alpha_2 = 0$. В простейшем случае $\alpha_2 \propto H_{ex}$. Таким образом, амплитуда сигнала оказывается пропорциональной внешнему магнитному полю. Для проведения измерений выходная катушка подключена к избирательному усилителю с узкой рабочей полосой, центральная частота которой соответствует второй гармонике 2ω .

Существуют разнообразные практические схемы ферромагнитных зондов. На рис. 2.7 представлена схема мостового ферромагнитного зонда [12]. Его сердечник имеет сложную форму. Точки А и В замкнуты обратным магнитопроводом. Таким образом, сердечник образует

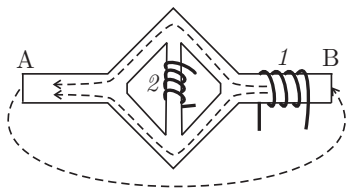


Рис. 2.7. Мостовой ферромагнитный зонд: 1 — генерирующая катушка, 2 — приемная катушка

мост, в одной диагонали которого размещена генерирующая катушка. На нее подается переменный ток с генератора. В другой диагонали расположена приемная катушка. Когда внешнее магнитное поле отсутствует, силовые линии переменного поля генераторной катушки направлены, как показано на рисунке. При этом сигнала в приемной катушке нет. При появлении внешнего магнитного поля, направленного вдоль стороны квадрата моста, эффективная магнитная проницаемость плеч моста начинает

попарно отличаться, и в диагонали приемной катушки возникает магнитный поток, генерирующий выходной сигнал. Данная схема имеет значительные преимущества с технологической точки зрения: не требуется изготавливать пару одинаковых точно скомпенсированных катушек. Здесь необходимо обеспечить лишь точное изготовление сердечника.

Оценим характерную чувствительность ферромагнитного зонда. Магнитная проницаемость μ у ферритов может достигать 10^4 , индукция насыщения B_S составляет порядка 1 Тл, что соответствует напряженности магнитного поля $H_S = B_S/(\mu_0\mu) \approx 80$ А/м. В таком поле сердечник переходит в полностью насыщенное состояние, а ха-

рактерное магнитное поле, при котором нелинейность кривой намагниченности становится заметной, можно оценить как $\sim H_S/10 = 8 \text{ А/м}$. Эта величина значительно меньше магнитного поля Земли, поэтому ферромагнитный зонд позволяет измерять даже слабые геомагнитные аномалии. Достоинствами ферромагнитного зонда являются его простота и высокая стабильность.

Наиболее чувствительным прибором для измерения магнитного поля является *сверхпроводящий квантовый интерферометр* — СКВИД. В сверхпроводящем состоянии электроны объединены в куперовские пары. Основные макроскопические свойства сверхпроводника объясняются тем, что куперовские пары находятся в макроскопическом квантовом состоянии, которое описывается единой волновой функцией [13]

$$\Psi(r, t) = |\Psi(r, t)| \exp(i\varphi(r, t)), \quad (2.15)$$

где $|\Psi|$ и φ — амплитуда и фаза волновой функции, r — пространственные координаты. Это состояние отличается от состояния электронов проводимости в металлах, которые испытывают рассеяние с хаотическим изменением фазы, и имеет ряд важных физических следствий. Например, если мы имеем сверхпроводящее кольцо с толщиной большей глубины проникновения магнитного поля, магнитный поток внутри кольца оказывается кратным *кванту магнитного потока* $\Phi_0 = \pi\hbar/e = 2 \times 10^{-15} \text{ Вб}$, где e — заряд электрона. Этот эффект является следствием условия квантования Бора–Зоммерфельда когерентной волновой функции.

Как это не удивительно на первый взгляд, для квантовых сверхпроводящих интерферометров важным элементом оказываются области со слабой сверхпроводимостью. Чтобы понять причину этого, рассмотрим квантовомеханический оператор плотности тока [14]

$$J = i \frac{q\hbar}{2m} (\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi), \quad (2.16)$$

где i — мнимая единица, q и m — заряд и масса частицы (в данном случае куперовской пары). В областях с постоянной амплитудой волновой функции $|\Psi(r, t)| = \text{const}$ получаем

$$J = \frac{q\hbar}{m} |\Psi|^2 \nabla \varphi(r). \quad (2.17)$$

Отсюда видно, что в области слабой сверхпроводимости, где амплитуда $|\Psi|$ мала, градиент фазы $\nabla \varphi$ очень большой. Таким образом, если в кольце квантового интерферометра имеются области слабой сверхпроводимости, где плотность сверхпроводящих электронов $|\Psi|^2$ мала, изменение фазы будет происходить только в этих областях. Имеются несколько способов изготовления узких областей со слабой сверхпроводимостью, называемых *джозефсоновскими контактами*: а) сверхпроводящие проводники, разделенные тонкой несверхпроводящей прокладкой (туннельный контакт), б) место сужения сверхпроводника

(переход Дайема), в) точечный контакт игла–поверхность. Пусть мы имеем два сверхпроводника, разделенных тонкой несверхпроводящей областью (см. рис. 2.8 а). Волновые функции куперовских пар спадают экспоненциально в несверхпроводящей области, но тем не менее перекрываются в ней, т.е. амплитуда волновой функции там мала, но отлична от нуля. Сверхпроводящий ток через джозефсоновский контакт зависит от разности фаз двух сверхпроводников φ как

$$I = I_C \sin \varphi, \quad (2.18)$$

где I_C — критический ток, при котором происходит разрушение сверхпроводимости в контакте [13]. Заметим, что при разности фаз равной π (знаки у волновых функций в двух сверхпроводниках противоположные) в зазоре неизбежно возникает точка, где $|\Psi| = 0$ (см. рис. 2.8 а). В ней сверхпроводимость отсутствует, поэтому сверхпроводящий ток равен нулю.

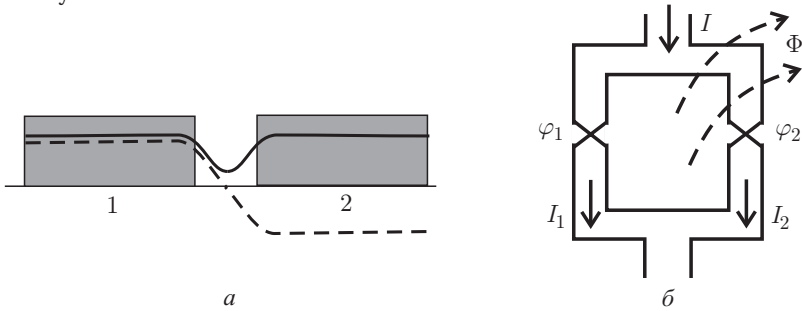


Рис. 2.8. а — амплитуда волновой функции куперовских пар в зазоре между сверхпроводниками 1 и 2. Сплошная линия — разность фаз равна 0, пунктирная — π . б — схема двухконтактного СКВИД

Схема двухконтактного СКВИД приведена на рис. 2.8 б. Полоска сверхпроводника раздваивается, в каждом плече находятся джозефсоновские контакты, которые предполагаются одинаковыми. Тогда полный сверхпроводящий ток через СКВИД равен

$$I = I_C (\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2), \quad (2.19)$$

где φ_1 и φ_2 сдвиги фаз на первом и втором джозефсоновском контакте [15]. После несложных преобразований, имея в виду, что $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\Phi/\Phi_0$, где Φ — магнитный поток через кольцо интерферометра, получаем

$$I = 2I_C \cos \frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \sin(\varphi_2 + \frac{\pi\Phi}{\Phi_0}). \quad (2.20)$$

Фаза φ_2 может подстраиваться под значение тока, т.е. мы получили зависимость $I(\varphi_2)$. Тогда сверхпроводящий ток через интерферометр как функция магнитного потока в кольце равен

$$I = 2I_C \left| \cos \frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \right|. \quad (2.21)$$

Мы видим, что $I(\Phi)$ — осциллирующая функция. Максимумам соответствует целое число квантов потока в кольце, а нулям — полуцелое число квантов. В действительности ситуация оказывается несколько сложнее, поскольку мы должны учитывать экранирующее действие сверхпроводящих токов в кольце, но $I(\Phi)$ остается осциллирующей функцией с тем же периодом [15].

Если через двухконтактный СКВИД пропускать постоянный ток величиной менее $2I_C$, то при изменении магнитного потока через СКВИД напряжение на кольце будет осциллировать от нуля до некоторого значения. Такой прибор обладает огромной чувствительностью (до 10^{-15} Тл), которая ограничена лишь тепловыми шумами. СКВИД является довольно сложным прибором, требующим криогенных температур. Существуют различные его модификации для измерений слабых токов, напряжений и намагниченности веществ.

2.5. Упражнения

Упражнение 1. В некоторой области A магнитный поток нарастает с постоянной производной по времени $\dot{\Phi}$. Вне ее магнитное поле отсутствует. Область A охвачена металлическим обручем постоянного сечения. На расстоянии $1/3$ длины обруча имеются контакты, к которым подключен вольтметр (рис. 2.9). Каковы его показания?

Упражнение 2. Переменный ток протекает через плоский конденсатор. Пояс Роговского охватывает вакуумный (или заполненный диэлектриком) промежуток между пластинами. Что будет измерять пояс Роговского в этом случае?

Упражнение 3. В некоторых случаях необходимо экранировать пояс Роговского от электрических помех. На рис. 2.10 показаны три варианта тонких экранов: а) с разрезом вдоль по образующей тора, б) два сплошных экрана (поперечный разрез) и в) экран в виде ленты. Можно ли их использовать?

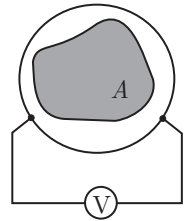


Рис. 2.9. К упражнению 1

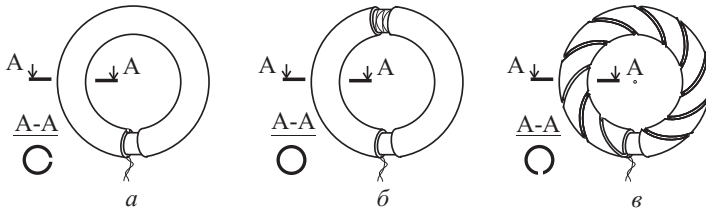


Рис. 2.10. Экранирование пояса Роговского: а — разрез вдоль по образующей тора, б — два сплошных экрана (поперечный разрез) и в — экран в виде ленты

Глава 3

ОПТИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ, ТОКОВ И МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВА

3.1. Поляризация электромагнитных волн

В настоящей главе обсуждаются методы измерений, основой которых являются магнитооптические эффекты, т. е. явления, связанные с изменением оптических свойств вещества под действием внешнего магнитного поля или намагниченности. Распространение электромагнитных волн в среде описывается системой уравнений Максвелла, которые в случае оптической среды (диэлектрик без свободных электрических зарядов и макроскопических токов) принимают вид

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \quad (3.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad (3.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0; \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 0; \quad (3.3)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}; \quad \mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad (3.4)$$

где $\mathbf{H}$ и $\mathbf{E}$ — вектора напряженности магнитного и электрического поля, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{D}$ — вектора индукции магнитного и электрического поля, $\mu_0 = 12,56$ Гн/м, $\varepsilon_0 = 8,85$ Ф/м — магнитная и электрическая постоянные. Следует заметить, что на высоких частотах, в оптической области, магнитную проницаемость μ полагают равной 1 (см. § 79, [16]).

Линейность системы уравнений Максвелла позволяет искать решение в виде разложения по базисным функциям. Когда излучение распространяется в волноводах и резонаторах такие функции называют *модами*. В неограниченном пространстве часто решения ищут в виде суммы плоских волн. Вообще разложение может выполняться по любому полному ортонормированному базису, например, по сферическим гармоникам, и его выбор определяется удобством использования и сходимостью рядов в конкретной задаче. Пусть электромагнитная волна распространяется в однородной стационарной изотропной среде. Тогда решение однозначно определяется только одним векторным полем, например, напряженностью электрического поля (см. Упражнение 1). Для плоской монохроматической волны, распространяющейся в направле-

нии оси z , проекции напряженности электрического поля могут иметь две компоненты (поперечные волны):

$$E_x(z, t) = A_x \cos(\omega t - kz), \quad (3.5)$$

$$E_y(z, t) = A_y \cos(\omega t - kz + \Phi_{xy}), \quad (3.6)$$

где ω — круговая частота излучения, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число и λ — длина волны излучения. Сюда входит также сдвиг фаз Φ_{xy} между проекциями вектора напряженности электрического поля на оси x и y . Две проекции (3.5) и (3.6) соответствуют двум ортогональным функциям $E_x(z, t)\mathbf{i}$ и $E_y(z, t)\mathbf{j}$, где $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — единичные векторы вдоль осей x и y . Любое решение с той же частотой и волновым вектором может быть представлено в виде их суперпозиции. Чтобы классифицировать состояния монохроматических электромагнитных волн говорят о *поляризации излучения*.

Существует несколько систем для описания поляризации излучения [17]. Сейчас мы фактически использовали *естественную систему*, в которой когерентное излучение описывается тремя параметрами $\{A_x, A_y, \Phi_{xy}\}$. Рассмотрим поведение вектора $\mathbf{E}$ в произвольной плоскости перпендикулярной оси z , например, в плоскости $z = 0$. Тогда система уравнений (3.5)

и (3.6) будет определять некоторую кривую на плоскости xy в параметрической форме от времени t (см. рис. 3.1). Если сдвиг фаз Φ равен 0, то линия будет представлять собой отрезок, проходящий через начало координат. В этом случае говорят о линейной или плоской поляризации излучения, потому что в пространстве вектор $\mathbf{E}$ лежит в одной плоскости. Угол наклона к оси x называют азимутом поляризации θ . Если сдвиг фаз отличен от нуля, то параметрическая линия на плоскости xy становится эллипсом, который может быть охарактеризован большой и малой полуосью (a , b) или углом эллиптичности (ε). Поляризация излучения становится *эллиптической*. Когда Φ достигает значения $\pm\pi/2$, эллипс превращается в окружность, а вектор $\mathbf{E}$ описывает в пространстве левую или правую спираль. Поэтому говорят о *левой или правой круговой поляризации* излучения (см. рис. 3.2).

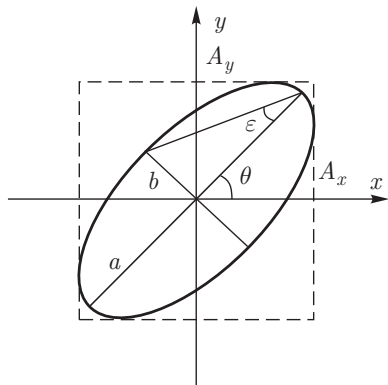


Рис. 3.1. Поляризационный эллипс

Наглядное геометрическое представление различных типов полностью поляризованного излучения было предложено А. Пуанкаре (см. рис. 3.3). Каждой точке на поверхности *сферы Пуанкаре* соответствует определенная поляризация излучения. Положение точки на сфере

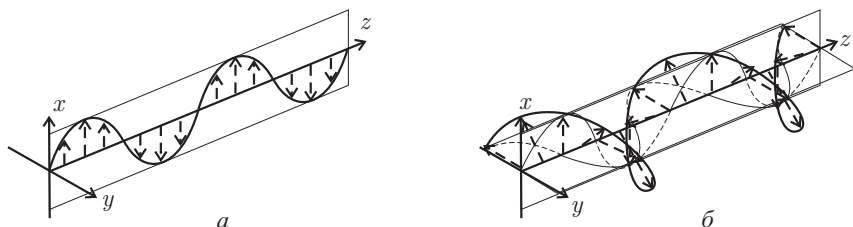


Рис. 3.2. Поляризация электромагнитной волны: а — плоская и б — круговая. Вектор $\mathbf{E}$ показан пунктирными стрелками

задается долготой $-\pi \leq \alpha \leq \pi$ и широтой $-\pi/2 \leq \beta \leq \pi/2$, которые связаны с эллипсометрическими углами, введенными выше, следующими соотношениями:

$$\alpha = 2\theta; \quad \beta = 2\varepsilon. \quad (3.7)$$

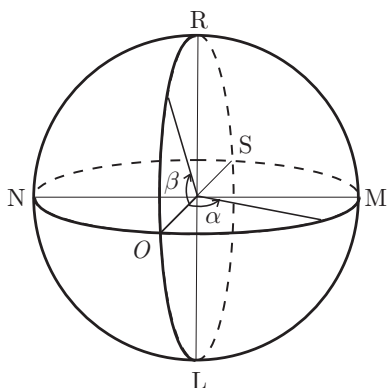


Рис. 3.3. Сфера Пуанкаре

Линейно поляризованные состояния находятся на экваторе сферы Пуанкаре, состояниям с левой и правой круговой поляризацией отвечают южный и северный полюса, а все остальные точки на поверхности сферы соответствуют эллиптическим поляризациям волн.

Подробное обсуждение поляризационных свойств электромагнитных волн можно найти, например, в книге [17].

3.2. Магнитооптические эффекты

В 1845 г. М. Фарадей обнаружил, что при прохождении света в веществе под действием магнитного поля происходит вращение плоскости поляризации (*магнитооптический эффект Фарадея*). Это был, по-видимому, первый наблюдавшийся магнитооптический эффект. Е. Верде тщательно исследовал эффект Фарадея в различных веществах и показал, что угол поворота плоскости поляризации φ линейно (плоско) поляризованного света определяется простым выражением

$$\varphi = V l H, \quad (3.8)$$

где H и l — составляющая магнитного поля и длина образца вдоль направления распространения света, V — константа Верде, характеризующая активность вещества. На сфере Пуанкаре поворот плоскости поляризации линейно поляризованной волны можно представить как движение по экватору, а в более общем случае эллиптической поляризации — как движение по фиксированной широте.

Эффект Фарадея, как мы увидим ниже, тесно связан с *эффектом Зеемана*. Многие вещества — газы, диэлектрики с примесными атомами, примесные полупроводники — имеют линейчатый спектр поглощения и излучения. В магнитном поле наблюдается расщепление линий спектра на две, четыре и т.д. Это явление и называется эффектом Зеемана. Это — единственный магнитооптический эффект, который наблюдается в неполяризованном свете.

Строгая теория магнитооптических эффектов довольно сложна, поэтому мы ограничимся качественным анализом причин возникновения эффектов Фарадея и Зеемана. Рассмотрим молекулу водорода как модельную магнитооптическую систему. Пространство состояний для электронов образовано двумя атомными S -орбиталями, двукратно вырожденными по спину. Перейдем теперь к молекулярным орбиталям. Основное состояние молекулы H_2 представлено синглетным состоянием, т.е. проекции спинового момента на ось квантования электронов имеют противоположные знаки $S_z = \pm 1/2$ и полный спин системы оказывается равным $S = 0$. Имеется также триплетная орбиталь с полным спином $S = 1$, отвечающая возбужденному состоянию. При отсутствии внешнего магнитного поля эта орбиталь трехкратно вырождена (S_z принимает значения $-1, 0$ и 1).

Фотон — это частица, обладающая спином 1 и двигающаяся со скоростью света. В этом случае имеется два возможных состояния, отвечающих проекциям спина на направление распространения фотона: $S_z = \pm 1$. Эти состояния называются спиральностью фотона (левой или правой). Таким образом, собственное состояние фотона — это состояние с левой или правой круговой поляризацией.

Когда энергия фотона равна разности энергий возбужденного и основного состояний молекулы, закон сохранения энергии допускает поглощение фотона молекулой водорода. При взаимодействии фотона с молекулой мы должны учитывать также законы сохранения полного спина и его проекции в замкнутой системе. Поэтому при поглощении фотона молекулой ее спин должен измениться на ± 1 . Это соответствует переходу из синглетного основного состояния в триплетное возбужденное. Проекция спина молекулы на направление распространения фотона может измениться на ± 1 . Тогда оказывается, что возможны переходы только из синглетного в триплетные состояния молекулы $S_z = \pm 1$, а переход в триплетное состояние с $S_z = 0$ запрещен. Это один из примеров правил отбора для оптических переходов.

При отсутствии магнитного поля переход из синглетного в триплетное со-

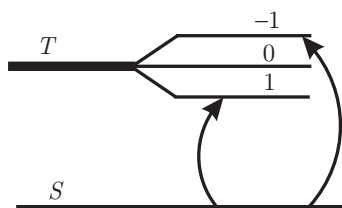


Рис. 3.4. Расщепление триплетного энергетического уровня (T) двухатомной молекулы водорода. Стрелками показаны два разрешенных перехода с синглетного уровня (S) на триплетный

стояние приведет к появлению линии поглощения в спектре водорода при энергии, соответствующей W_g . Во внешнем магнитном поле энергия синглетного состояния молекулы не изменяется, поскольку его магнитный момент равен нулю, а триплетный уровень расщепляется на три уровня, т. е. снимается вырождение триплетного уровня. Сдвиг триплетных уровней зависит от проекции спина на направление магнитного поля:

$$\Delta W_g = g\mu_B B S_z, \quad (3.9)$$

где g — множитель Ланде или g -фактор, в данном примере $g \approx 2$, μ_B — магнетон Бора, B — индукция магнитного поля. Отсюда видно, что линия поглощения молекулы водорода должна расщепляться в магнитном поле на две линии, и расстояние между этими линиями пропорционально магнитному полю, т. е. мы получили эффект Зеемана.

Когда энергия фотона $\hbar\omega$ меньше W_g , поглощение невозможно. Тем не менее, взаимодействие фотона и молекулы существует за счет виртуальных переходов из синглетного в триплетное состояние. Во втором порядке квантово-механической теории возмущений поправка к энергии пропорциональна $(\hbar\omega)^2/W_g$. Это взаимодействие является источником диэлектрической проницаемости и показателя преломления вещества. В магнитном поле величина W_g для электромагнитных волн с левой и правой круговой поляризацией оказывается разной за счет сдвига триплетных уровней (см. формулу (3.9)). Таким образом, возникает различие между показателями преломления волн с левой и правой круговой поляризацией, что приводит к повороту линейно поляризованной волны на некоторый угол (см. Упражнение 2), т. е. к эффекту Фарадея. Когда расщепление триплетных уровней мало, т. е. много меньше, чем величина W_g , а это условие выполняется в большинстве случаев, эффект оказывается линейным, т. е. угол поворота пропорционален величине магнитного поля B .

Эффект Фарадея наблюдается не только в квантовых, но и в классических системах, например, в плазме. Циклотронное движение электронов в магнитном поле создает разницу в показателях преломления для электромагнитных волн с правой и левой циркулярной поляризацией $n_{\pm}$. Циклотронное движение положительных ионов имеет противоположную спиральность, но, поскольку оно гораздо более медленное, его вклад в показатели преломления пренебрежимо мал. В простейшем случае бесстолкновительной «холодной» плазмы получаем

$$n_{\pm} = 1 - \frac{\omega_L}{\omega(\omega \pm \omega_c)}, \quad (3.10)$$

где ω_L — плазменная или ленгмюровская частота (см. раздел 9.3), ω_c — циклотронная частота (см. раздел 7.1).

Внешнее магнитное поле (или намагниченность), приложенное перпендикулярно направлению распространения электромагнитной волны, вызывает в веществе двойное лучепреломление, т. е. различие показа-

телей преломления для волн линейно поляризованных вдоль и перпендикулярно внешнему магнитному полю (*эффект Коттона–Муттона*). Отметим, что при эффекте Коттона–Муттона поляризация изменяется таким образом, что по мере увеличения сдвига фаз точка на сфере Пуанкаре (рис. 3.3) движется по меридиану ORSL, в то время как при эффекте Фарадея она перемещается по экватору OMSN при линейной поляризации исходного излучения или по широте в случае эллиптической поляризации. В этом смысле эффект Коттона–Муттона аналогичен электрооптическим эффектам Керра и Поккельса, рассмотренным в следующей главе.

В 1876 г. Дж. Керр обнаружил еще один важный магнитооптический эффект, заключающийся в изменении состояния поляризации света при его отражении от намагниченной поверхности (*магнитооптический эффект Керра*). Под изменением поляризации в данном случае понимается одновременное появление эллиптичности исходного линейно поляризованного излучения и поворот плоскости поляризации. В зависимости от направления намагниченности по отношению к границе раздела и плоскости падения различают несколько типов этого эффекта: полярный, продольный (меридиональный) и поперечный (экваториальный). Величина эффекта зависит также от ориентации вектора $\mathbf{E}$ электромагнитной волны относительно плоскости падения света: по нормали (s -тип) или параллельно (p -тип). Величина эффекта сильно зависит от его типа. Например, полярный эффект Керра обеспечивает большие значения поворота плоскости поляризации, и по этой причине он широко используется в магнитооптической записи.

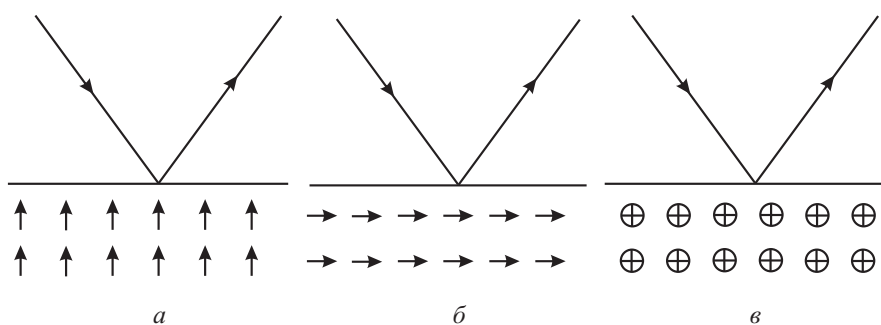


Рис. 3.5. Ориентация намагниченности при полярном (а), продольном (б) и поперечном (в) магнитооптическом эффекте Керра. Линии в верхней полуплоскости — падающий и отраженный лучи

Магнитооптические эффекты наблюдаются не только в оптическом диапазоне длин волн. Эффекты Фарадея и Коттона–Муттона занимают важное место в технике сантиметровых и миллиметровых длин волн. В последние годы происходило бурное развитие магнитооптики в рентгеновском диапазоне, например, рентгеновский магнитный

циркулярный дихроизм, т.е. различие в коэффициентах поглощения волн с левой и правой круговой поляризацией, успешно используется в исследовании магнитной структуры веществ.

3.3. Оптические методы измерения магнитных полей

Магнитооптические измерения магнитных полей и токов нашли широкое применение в физических исследованиях и технике. Эффект Зеемана оказался полезным в астрофизических исследованиях, поскольку по расщеплению линий в спектрах излучения можно судить о магнитных полях существующих на поверхности солнца и других звезд. В лабораторных исследованиях и технике он применяется реже, потому что требует использования дорогостоящего оборудования — спектрометра. Здесь широкое использование нашел эффект Фарадея. Он оказался особенно полезным в экстремальных условиях: сильные и сверхсильные импульсные магнитные поля, высокие напряжения электрического поля, интенсивные электромагнитные помехи. В частности, сейчас на эффекте Фарадея базируется основной метод измерения импульсных сверхсильных магнитных полей (свыше 100 Тл). Отметим также, что сам по себе эффект Фарадея практически безинерционен, поэтому быстродействие таких датчиков магнитного поля определяется лишь быстродействием фотоприемного устройства и регистратора.

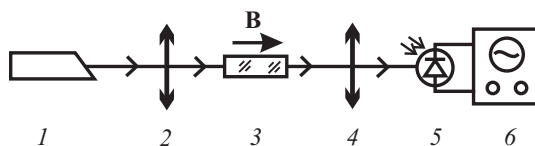


Рис. 3.6. Схема оптического измерения магнитного поля B

Простейшая схема измерения магнитного поля, основанная на эффекте Фарадея представлена на рис. 3.6. Она включает в себя оптический источник монохроматического излучения 1, поляризатор 2, чувствительный элемент 3, анализатор 4, фотоприемник 5 и регистратор 6. Напомним, что поляризатор и анализатор пропускают только составляющую излучения, линейно поляризованную вдоль определенного направления. Линейно поляризованное излучение, проходя через чувствительный элемент, испытывает поворот плоскости поляризации на угол, определяемый выражением (3.8) в зависимости от величины продольного магнитного поля. Интенсивность излучения, прошедшего через анализатор, I изменяется в зависимости от угла поворота плоскости поляризации φ согласно закону Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (3.11)$$

где I_0 — интенсивность падающего на анализатор излучения. Интенсивность излучения I регистрируется фотоприемником. В качестве

первичных фотоприемников используются фотодиоды или фототранзисторы различных типов, а в случае очень слабых оптических потоков — фотоэлектронные умножители (ФЭУ). Чувствительные элементы для работы в сильных магнитных полях чаще всего изготавливают из специальных стекол, в которые добавлены магнитные ионы, или из кварца. Постоянная Верде на длине волны 630 нм для свинцового стекла ТФ-5 (тяжелый флинт) с химической формулой $K_2O \cdot 4PbO \cdot 8SiO_2$ составляет 15,3 рад/(Тл · м), а для кварца — 3,67 рад/(Тл · м).

В сильных магнитных полях удастся организовать такой режим работы схемы рис. 3.6, когда плоскость поляризации делает много оборотов при изменении магнитного поля до максимального значения. Тогда интенсивность излучения на фотоприемнике и, соответственно, электрический сигнал на регистраторе осциллируют как изображено на рис. 3.7. Теперь мы можем восстанавливать форму импульса магнитного поля, используя точки экстремумов (минимумы и максимумы) кривой интенсивности излучения на фотоприемнике и, соответственно, сигнала на регистраторе. При этом не требуется измерение абсолютного значения амплитуды, что резко повышает точность и надежность измерений, поскольку в этом случае мы устраняем погрешности, связанные с флуктуациями интенсивности источника, потерями в оптическом тракте, нестабильностью коэффициента преобразования в фотоприемнике и т. д. Для регистрации величины магнитного поля требуется лишь определить моменты времени экстремумов кривой интенсивности излучения.

Нетрудно заметить, что восстановление формы импульса магнитного поля по сигналу регистратора, строго говоря, неоднозначно. Обычно исходят из разумного предположения о том, что магнитное поле и его производная по времени — это гладкие кривые. Но даже при этом условии восстановление формы импульса может быть неоднозначно в точке экстремума магнитного поля. Рассмотрим в качестве примера случай, когда максимум магнитного поля совпал с экстремальной точкой на кривой интенсивности излучения на фотоприемнике (рис. 3.8 а). Той же зависимости интенсивности излучения может соответствовать точка перегиба на импульсе магнитного поля (пунктирная линия). Эта проблема не возникает, когда точка максимум магнитного поля не совпадает с экстремальным значением на кривой интенсивности излучения (рис. 3.8 б). Для устранения неоднозначности излучение, прошедшее чувствительный элемент, разделяют на два канала, в которых анализаторы повернуты относительно друг друга на угол 45°. Если в одном из каналов экстремумы магнитного поля и кривой ин-

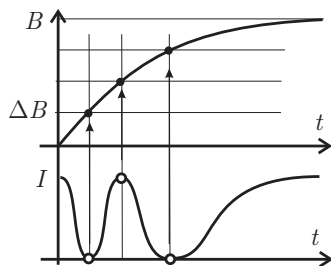


Рис. 3.7. Зависимости магнитного поля B и интенсивности оптического излучения на фотоприемнике I от времени

тенсивности излучения совпадают, то в другом канале в этот момент кривая интенсивности излучения будет наоборот иметь максимальную производную по времени.

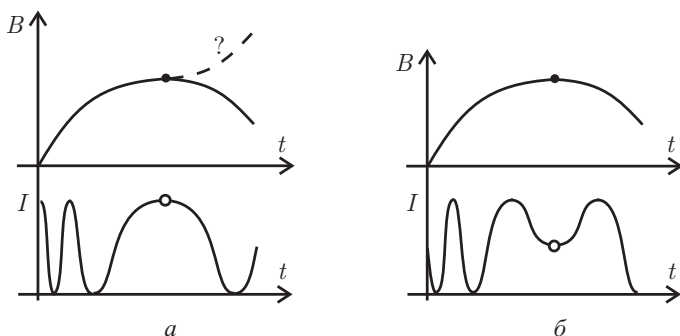


Рис. 3.8. Неоднозначность восстановления магнитного поля по сигналу фарадеевского датчика (а): сплошная и пунктирная кривая $B(t)$ соответствуют одной и той же кривой $I(t)$. При повороте анализатора на 45° неоднозначность отсутствует (б)

Часто удобно использовать оптоволоконные линии для проводки оптического излучения к чувствительному элементу. Поляризаторы в этом случае лучше располагать непосредственно на чувствительном элементе. Заметим также, что если нет возможности провести измерения на пропускание, например в глухих отверстиях, можно использовать схему, основанную на отражении света и показанную на рис. 3.9. При зеркальном отражении левое вращение плоскости поляризации изменяется на правое и наоборот. Кроме того, изменяется направление распространения излучения относительно магнитного поля. В результате углы поворота плоскости поляризации при прямом проходе и обратном складываются.

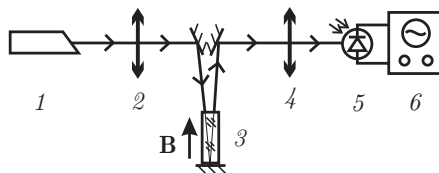


Рис. 3.9. Схема фарадеевского измерения магнитного поля, основанная на отражении света

Рассмотрим теперь методы измерения малых углов вращения плоскости поляризации. Речь идет об углах порядка нескольких градусов. Из закона Малюса следует, что максимальная крутизна зависимости $I(\varphi)$ достигается при углах $\varphi = \pm\pi/4$. Мы могли бы повернуть анализатор в схеме, показанной на рис. 3.6, на угол $\varphi = \pm\pi/4$ и

попытаться измерить изменение интенсивности света при малых углах поворота. Однако в этом случае постоянная составляющая амплитуды сигнала будет значительно превышать ее изменение. Постоянная составляющая, в свою очередь, зависит от интенсивности источника света, флуктуаций в оптическом канале и т. д. Таким образом, точность измерения малых углов поворота в одноканальной схеме окажется крайне низкой. Поэтому для повышения точности измерения следует отдать предпочтение двухканальной дифференциальной схеме [18]. В ней излучение, вышедшее из чувствительного элемента, разделяется на две ортогонально поляризованные компоненты, плоскости поляризации которых повернуты на угол $\varphi_1 = -\pi/4$ и $\varphi_2 = \pi/4$ по отношению к поляризации исходного излучения. Операция разделения на две ортогональные компоненты выполняется одним оптическим элементом — двухлучевой поляризационной призмой. Наиболее удобной в практическом отношении является призма Волластона, поскольку она обеспечивает большое угловое разведение ортогонально поляризованных лучей. Интенсивность излучения в каждом из каналов может быть представлена в виде

$$I_{1(2)} = \frac{I_0}{2} (1 \pm \sin(2\Delta\varphi)), \quad (3.12)$$

где I_0 — интенсивность излучения на выходе чувствительного элемента, а $\Delta\varphi$ — угол поворота плоскости поляризации в нем. Разность интенсивностей излучения в двух каналах составит

$$\Delta I = I_0 \sin(2\Delta\varphi) \approx 2I_0 \Delta\varphi. \quad (3.13)$$

Отсюда видно, что при малых углах поворота разность интенсивностей линейна по углу поворота плоскости поляризации. Кроме того, устранена большая постоянная составляющая интенсивности сигнала. С другой стороны, ΔI по-прежнему зависит не только от угла поворота плоскости поляризации, но и от интенсивности источника излучения, т. е. при прямом измерении ΔI в результат будет входить случайная ошибка, связанная с флуктуациями интенсивности излучения. Для устранения этого недостатка следует выделять разностный ΔI и суммарный $I_1 + I_2 \propto I_0$ сигналы и выполнять операцию деления сигналов

$$\frac{\Delta I}{I_1 + I_2} \approx \Delta\varphi. \quad (3.14)$$

На рис. 3.10 изображен вариант двухканальной схемы измерения малых углов поворота плоскости поляризации, реализующий аналоговую функцию (3.14). Сигналы с фотоприемников в двух каналах подаются на два одинаковых управляемых делителя напряжения. В работе [18] они были построены на основе пары однокристалльных полевых транзисторов. Напряжения на выходе делителей пропорциональны αI_1 и αI_2 , причем коэффициенты деления напряжения обоих делителей одинаковы (α). Далее сигналы подаются на сумматор, который управляет коэффициентом α . Делители напряжения и сумматор образуют

отрицательную обратную связь, нормирующую сумму сигналов в каналах к постоянному значению: $\alpha I_1 + \alpha I_2 = \text{const}$. Таким образом устраняется зависимость разностного сигнала, выделяемого дифференциальным усилителем, от интенсивности источника I_0 . Делитель с отрицательной обратной связью на рис. 3.10 оказывается гораздо точнее и устойчивее, чем аналоговая схема прямого деления разностного и суммарного сигналов. Интересно отметить, что похожая проблема деления сигналов нам еще встретится в параграфе 10.4 при обсуждении контроля положения пучков заряженных частиц в частицепроводах.

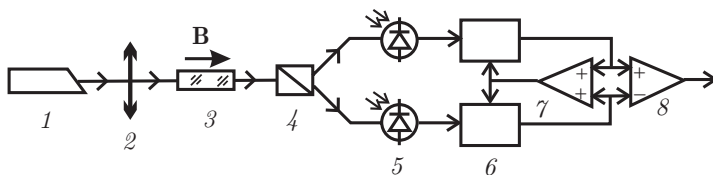


Рис. 3.10. Дифференциальная схема измерения малых углов поворота плоскости поляризации [18]: 1 — источник монохроматического излучения, 2 — поляризатор, 3 — чувствительный элемент, 4 — призма Волластона, 5 — фотоприемники, 6 — пара управляемых делителей напряжения, 7 — сумматор напряжений, 8 — дифференциальный усилитель

Схема на рис. 3.10 позволяет достигнуть очень высокой чувствительности по углу поворота плоскости поляризации в чувствительном элементе, до $30''$. В работе [18] она использовалась для калибровки фарадеевских датчиков магнитного поля. Существенным недостатком этой схемы является ее чувствительность к слабой эллиптичности излучения, которая может возникнуть в результате небольших механических напряжений или градиентов температуры в чувствительном элементе. Для устранения этого явления можно применить модуляционную двухканальную схему (рис. 3.11). В ней плоскость поляризации излучения, падающего на чувствительный элемент, изменяется по

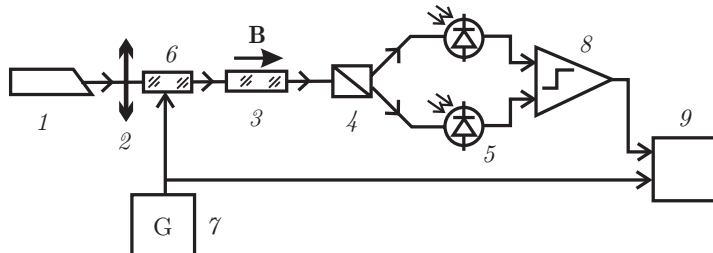


Рис. 3.11. Модуляционная схема измерения малых углов поворота плоскости поляризации: 6 — модулятор наклона плоскости поляризации, 7 — управляющий генератор, 8 — компаратор, 9 — регистратор; остальные обозначения те же, что на рис. 3.10

известному закону, который задается генератором. Сигналы с выходов фотоприемников попадают на схему сравнения (компаратор). При совпадении напряжений он выдает импульс. В этот момент времени поворот плоскости поляризации точно компенсирует ее поворот в чувствительном элементе.

Эллиптичность излучения в модуляционной схеме, в отличие от дифференциальной схемы, не приводит к появлению систематической погрешности, а лишь увеличивает случайную погрешность.

3.4. Оптическое измерение токов

В предыдущей главе уже отмечались преимущества бесконтактных измерений сильных импульсных токов. Мощные импульсные электрофизические установки создают интенсивные электромагнитные помехи, и желательно вынести электрическую часть измерительной схемы из области сильных электрических и магнитных полей. Измерение токов при помощи магнитооптического эффекта Фарадея позволяет решить эту задачу кардинально. Так же, как и для пояса Роговского, здесь используется второе уравнение Максвелла в интегральной форме (2.7). Схема измерения остается той же, что на рис. 3.6, но чувствительным элементом является световод. Если он охватывает контур, через который протекает ток I , то, как нетрудно заметить, угол поворота плоскости поляризации в световоде составит

$$\varphi = V I \mu_0, \quad (3.15)$$

где V — константа Верде материала световода.

В световодном чувствительном элементе излучение проходит значительный путь, поэтому для очень коротких импульсов тока приходится учитывать время прохода излучения по световоду. Характерное время реакции чувствительного элемента составляет $\tau = c'l$, где c' — скорость света в световоде, а l — длина той части световода, которая находится в области магнитного поля тока. При длине 1 м τ составляет порядка 5 нс.

Если световод делает N оборотов, то угол поворота плоскости поляризации увеличивается в N раз (рис. 3.12). На первый взгляд может показаться, что оптическое измерение тока не сложнее, чем измерения магнитных полей. В действительности, для выполнения таких измерений приходится решать несколько сложных технических проблем. Во-первых, требуется использование специальных световодов, сохраняющих поляризацию излучения. Во-вторых,

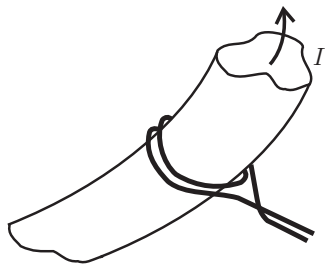


Рис. 3.12. Волоконно-оптический датчик тока. Световод показан толстой линией

световод неизбежно оказывается изогнутым, причем на практике радиусы изгиба оказываются небольшими, что влечет за собой сложное преобразование оптических мод [19]. Для устранения этого эффекта световод иногда скручивают относительно оси. И, наконец, такой датчик тока может оказаться чувствительным к механическим и тепловым воздействиям. С другой стороны, оптический датчик тока имеет очень высокую помехозащищенность, потому что электронная часть измерительного оборудования выведена из области сильных помех.

3.5. Магнитооптические измерения свойств веществ

Константа Верде в полупроводниках в широкой области длин волн пропорциональна концентрации подвижных носителей заряда. Этот факт используется для аттестации полупроводниковых образцов. Отметим, что в отличие от транспортных измерений, которые будут рассмотрены в гл. 5, магнитооптический эффект позволяет исследовать неоднородность распределения концентрации подвижных носителей по образцу вплоть до микроскопических размеров.

В разделе 3.2 мы обсуждали магнитооптический эффект Керра. Он не используется для измерений магнитного поля, зато нашел широкое применение в исследованиях свойств магнитных веществ. Дело в том, что магнетики, как правило, непрозрачные, поэтому измерение эффекта Керра при отражении становится здесь основным инструментом

На рис. 3.13 представлена схема установки «Номег», разработанной в лаборатории «Ангстрем» университета Уппсала и предназначенной оптических исследований для измерения магнитооптического эффекта Керра. Она включает в себя лазер 1, поляризатор 2, пару катушек Гельмгольца 4, которые создают магнитное поле с высокой однородностью в исследуемом образце 3. Отраженный луч разделяется на два

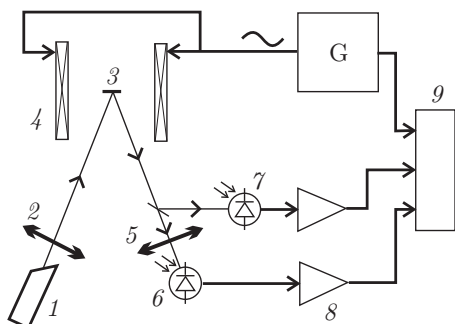


Рис. 3.13. Схема установки Номег [20]

канала, в одном из которых установлен анализатор 5 и фотоприемник 6, а в другом — фотоприемник 7 без анализатора. Второй канал предназначен для контроля интенсивности излучения. Пара сигналов с фотоприемников проходит через усилители 8 и попадает на компьютер 9. Катушки Гельмгольца управляются низкочастотным генератором G, и магнитное поле в образце изменяется с частотой 5–10 Гц.

Достоинством измерений в низкочастотном переменном поле является то обстоятельство, что в течение 10 с удастся снять около 100 кривых намагниченности одного и того же образца. Их усреднение

при помощи компьютерной обработки резко снижает влияние паразитных шумов и флуктуаций. На рис. 3.14 в качестве примера показана зависимость магнитного момента сверхрешетки $\text{Fe}_{2,3}/\text{V}_7$ от температуры, полученная на установке «Нотег» в работе [20]. Сверхрешетка представляет собой чередующиеся магнитные слои железа толщиной 2–3 моноатомного слоя и немагнитные слои ванадия толщиной 7 моноатомных слоев. Излучение с длиной волны 630 нм, которое использовалось в данной работе, проникает в сверхрешетку на глубину около 200 Å. Видно, что эффект Керра позволяет измерять намагниченность очень тонких слоев. Система «Нотег» позволяет зарегистрировать намагниченность слоя толщиной вплоть до одного моноатомного слоя.

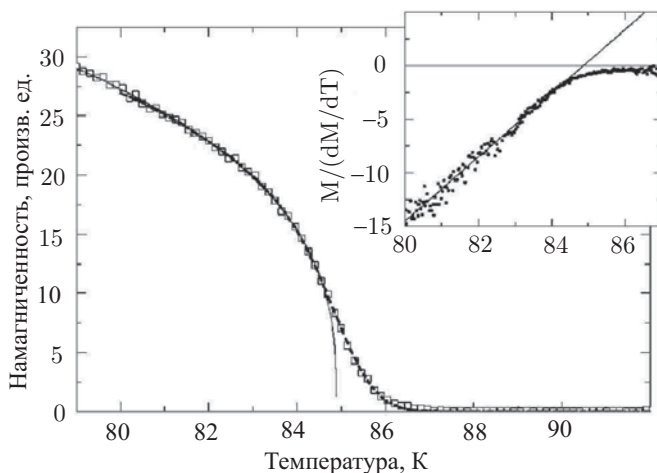


Рис. 3.14. Намагниченность сверхрешетки $\text{Fe}_{2,3}/\text{V}_7$, измеренная методом магнитооптического эффекта Керра [21]. Рисунок любезно предоставил проф. В. Нjörvarsson (Университет Уппсала, Швеция)

Совсем недавно, начиная с пионерской работы Г. Шуца в 1987 г. [22], началось бурное развитие исследований свойств магнитных веществ с использованием магнитного циркулярного дихроизма (МЦД) мягкого рентгеновского излучения. В области от 500 до 1000 эВ у ионов переходных металлов наблюдается L -край поглощения, который связан с переходами из заполненной $2p$ -оболочки в незаполненную $3d$ -оболочку. Край поглощения представлен двумя пиками L_3 и L_2 , возникающими вследствие спин-орбитального расщепления p -уровня на $p_{3/2}$ и $p_{1/2}$. Для магнитного иона пики поглощения для волны с левой и правой круговыми поляризациями немного смещены относительно друг друга, в результате чего возникает МЦД. Эта методика обладает рядом замечательных особенностей. В сложных соединениях пики в спектрах поглощения, происходящие от различных ионов, имеют разную энергию. Поэтому, выполняя измерения МЦД

в различных областях спектра, можно установить вклад различных типов ионов в общую намагниченность. Поскольку измерения МЦД выполняются вблизи пиков поглощения, данный метод обладает очень высокой чувствительностью. Например, он позволяет фиксировать намагниченность в пленках толщиной в несколько монослоев. Разработаны методы создания наглядного изображения распределения намагниченности микроскопических областей методом МЦД в мягком рентгеновском диапазоне.

3.6. Упражнения

Упражнение 1. Показать, что напряженность электрического поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}; t)$ гармонической электромагнитной волны

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}; t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \exp(i\omega t), \quad (3.16)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}; t) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) \exp(i\omega t), \quad (3.17)$$

где $\mathbf{r}$ — набор пространственных координат, однозначно определяет решение системы уравнений (3.1)–(3.4) в безграничной среде (магнитная μ и диэлектрическая ϵ проницаемости среды — вещественные константы) при отсутствии свободных зарядов.

Упражнение 2. Показать, что при прохождении линейно поляризованной электромагнитной волны через среду, в которой показатели преломления для волн с левой и правой круговой поляризацией отличаются, волна остается линейно поляризованной, однако ее плоскость поляризации поворачивается на некоторый угол (эффект Фарадея).

Упражнение 3. Форма импульса магнитного поля имеет вид

$$B = \begin{cases} 0 \text{ Тл,} & t < 0, \\ a(t + t_0)^2 - b \text{ Тл,} & 0 \leq t \leq 10^{-5}, \\ 209,4 \text{ Тл,} & t > 10^{-5}, \end{cases} \quad (3.18)$$

где $a = 6,98 \cdot 10^{11} \text{ Тл/с}^2$, $t_0 = 10^{-5} \text{ с}$, $b = 69,8 \text{ Тл}$. Оптический датчик, расположенный в этом поле, представляет собой образец стекла ТФ-5 длиной 1 см. Константа Верде составляет $15 \text{ рад}/(\text{Тл м})$. Измерения проводятся по схеме рис. 3.6, где плоскости поляризации анализатора и поляризатора повернуты друг относительно друга на угол $\pi/4$. Оценить рабочую полосу частот фотоприемника и измерительного тракта. Фотоприемник регистрирует интенсивность излучения.

Глава 4

ОПТИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ И НАПРЯЖЕНИЙ

4.1. Зондовые измерения электрических полей

Прежде чем перейти к обсуждению электрооптических измерений мы кратко остановимся на традиционном зондовом методе измерения электрического поля. Зонд представляет собой две пластины — плоский конденсатор, показанный на рис. 4.1 *а*. Напряжение между пластинами во внешнем электрическом поле составляет $U = Ed$, где d — расстояние между пластинами, E — напряженность электрического поля. Чтобы исследовать влияние нагрузки на сигнал зонда, представим его эквивалентную схему в виде емкостного генератора с напряжением холостого хода U и внутренней емкостью C , равной емкости между пластинами зонда (рис. 4.2). Из эквивалентной схемы видно, что входная емкость измерителя напряжения C_L должна быть максимально малой, а входное сопротивление R_L — большим.

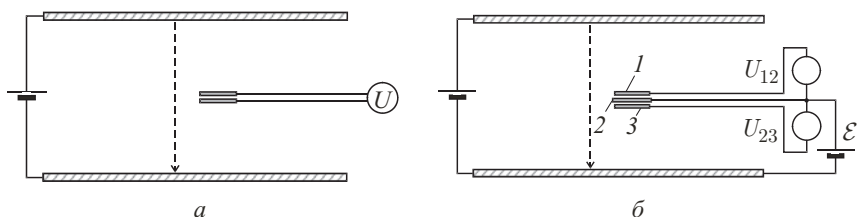


Рис. 4.1. Зонд для измерения электрического поля (*а*) и двойной зонд (*б*)

Зонд может сам по себе существенно исказить измеряемое электрическое поле, потому что потенциал измерителя зонда может отличаться от потенциала невозмущенного электрического поля в той точке пространства, где находится зонд. Для устранения этого недостатка можно использовать двойной зонд [23], изображенный на рис. 4.1 *б*. В нем измеряется сумма напряжений между пластинами 1–2 и 2–3. Пластина 2 под действием потенциала измерителя создает возмущающее электрическое поле. Заряд на пластине 2 создает между пластинами 1–2 и 2–3 напряжения одинаковой величины, но противоположных знаков, которые компенсируются при суммировании. Другим путем уменьшения искажений электростатического поля может быть

введение подстроечного источника напряжения, который выравнивает потенциал зонда с потенциалом поля.

Поскольку входное сопротивление измерителя напряжения должно быть максимально большим, его активным входным элементом чаще всего бывает транзистор с изолированным затвором со сверхбольшим входным импедансом. Такой транзистор может быть интегрирован с самим зондом [24].

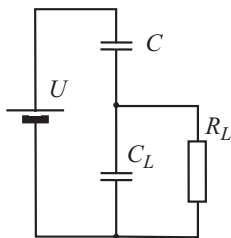


Рис. 4.2. Эквивалентная схема зонда

При проведении измерений сильных электрических полей, особенно в широкой полосе частот, зондовые измерения сталкиваются с серьезными трудностями. Преодолеть их можно с помощью оптических методов измерения электрических полей.

4.2. Электрооптические эффекты

Явления, связанные с изменениями оптических характеристик вещества под действием внешнего электрического поля, называют электрооптическими. Мерой взаимодействия системы зарядов, которая предполагается в целом электронейтральной, с однородным внешним электрическим полем служит *дипольный электрический момент*. Для системы точечных зарядов его можно представить в виде

$$\mathbf{p} = \sum_i q_i \mathbf{R}_i, \quad (4.1)$$

где q_i и $\mathbf{R}_i$ — заряд и радиус-вектор i -го заряда. Во внешнем электрическом поле с напряженностью $\mathbf{E}$ эта система зарядов приобретет энергию

$$W = -\mathbf{p}\mathbf{E}. \quad (4.2)$$

Собственный дипольный электрический момент существует только в несимметричных молекулах (без центра инверсии). Так, молекула воды не обладает центром инверсии, что приводит к сильному дипольному взаимодействию с внешним электрическим полем и, в частности, к большому значению диэлектрической проницаемости, достигающей для дистиллированной воды $\varepsilon = 81$. Симметричные молекулы во внешнем электрическом поле искажаются и приобретают *индуцированный электрический дипольный момент*, который зависит линейно от напряженности электрического поля

$$\mathbf{p} = \varepsilon_0 \alpha \mathbf{E}, \quad (4.3)$$

где α — коэффициент поляризуемости.

Полезно оценить значения микроскопических электрических полей в конденсированных средах. Напряженность электрического поля точечного заряда q на расстоянии r от него составляет

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (4.4)$$

Подставив вместо q заряд электрона и характерное межатомное расстояние $r = 4 \text{ \AA}$, мы получим оценку $E \sim 10^{10} \text{ В/м}$. Отсюда видно, что любое лабораторное электрическое поле, прикладываемое к веществу, будет лишь очень слабым возмущением микроскопического электрического поля. В частности, линейная зависимость (4.3) является следствием этого факта.

Рассмотрим как может измениться показатель преломления изотропной оптической среды, если к ней приложено внешнее электрическое поле (вдоль оси x) перпендикулярно направлению распространения волны (вдоль оси z). Обозначим показатель преломления для излучения с плоскостью поляризации, лежащей вдоль внешнего поля (xz), как $n_{||}$, а для ортогональной ей поляризации — $n_{\perp}$. Поскольку внешнее электрическое поле является слабым возмущением микроскопического, можно предположить, что изменения показателя преломления будут малыми.

Тогда зависимость показателя преломления от напряженности внешнего поля E удобно представить в виде ряда Тейлора:

$$n_{||} = n_0 + a_{||}E + b_{||}E^2 + \dots, \quad (4.5)$$

$$n_{\perp} = n_0 + a_{\perp}E + b_{\perp}E^2 + \dots, \quad (4.6)$$

где $a_{||}$, $b_{||}$, $a_{\perp}$ и $b_{\perp}$ — коэффициенты. В изотропной среде смена знака электрического поля E не должна изменять величины $n_{||}$ и $n_{\perp}$, поэтому $a_{||} = 0$ и $a_{\perp} = 0$. Отсюда видно, что в изотропной среде электрооптический коэффициент должен быть квадратичным по внешнему полю. Коэффициенты $b_{||}$ и $b_{\perp}$ различны, поэтому во внешнем поле показатели преломления $n_{||}$ и $n_{\perp}$ отличаются. Их разность пропорциональна квадрату напряженности приложенного электрического поля E :

$$n_{||} - n_{\perp} = K n_0 E^2. \quad (4.7)$$

Это явление называется *электрооптическим эффектом Керра*, а коэффициент K — постоянной Керра.

По сути дела мы имеем дело с двулучепреломлением, индуцированным внешним электрическим полем. В нитротолуоле ($\text{C}_6\text{H}_5\text{NO}_2$) коэффициент Керра один из самых больших среди органических жидкостей, при комнатной температуре на длине волны 546 нм он составляет $1,6 \cdot 10^{-21} \text{ м}^2/\text{В}^2$.

Существуют кристаллические структуры, в которых отсутствует центр инверсии. На рис. 4.3 представлена структура титаната бария (BaTiO_3). При температуре $T_C = 125 \text{ }^\circ\text{C}$ происходит фазовый переход

второго рода из симметричной структуры в низкотемпературную фазу с пониженной симметрией. В ней происходит спонтанное попарное сближение ионов титана и кислорода вдоль, например, оси x , в результате чего ион титана Ti^{3+} смещается из центра куба. Смещение невелико по величине ($\approx 0,1 \text{ \AA}$) по сравнению с размерами ячейки ($\approx 4 \text{ \AA}$), тем не менее, оно приводит к важным последствиям — в веществе возникает спонтанное электрическое поле. Макроскопической образец стремится разбиться на домены со случайной ориентацией внутреннего электрического поля. Величина диэлектрической проницаемости такого образца аномально высокая, что нашло широкое применение

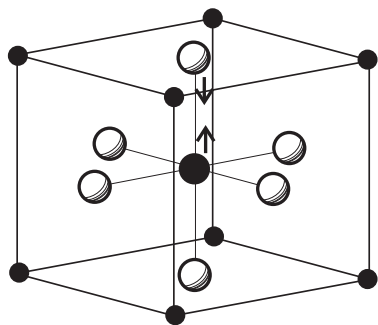


Рис. 4.3. Кристаллическая структура титаната бария: в центре — ион титана, светлые шарики — ионы кислорода, маленькие шарики в вершинах куба — ионы бария. Стрелками показано смещение атомов в низкотемпературной фазе

$n_{\perp}$, хотя строгое описание становится довольно сложным [25], потому что необходимо учитывать ориентацию кристаллографических осей анизотропного кристалла.

Полезна формула для вычисления разности фаз между двумя линейными поляризациями вдоль внешнего электрического поля и перпендикулярно ему

$$\Gamma(E) = \frac{2\pi n_0^3 r L E}{\lambda}, \quad (4.8)$$

где L — длина оптического пути, λ — длина волны и r — электрооптический коэффициент. Для дигидроарсената калия ДКА $r = 1,1 \cdot 10^{-11} \text{ м/В}$, а для дидейтерофосфата калия DKDP $r = 2,6 \cdot 10^{-11} \text{ м/В}$. Эффект Поккельса оказывается гораздо более сильным, чем эффект Керра, что объясняет его широкое использование в электрооптических измерениях.

в технике, в частности, при создании керамических конденсаторов. В кристаллах без центра инверсии наблюдается прямой и обратный пьезоэлектрические эффекты.

С точки зрения электрооптики важно, что в кристаллах без центра инверсии, в отличие от изотропных сред, физические свойства вдоль оси x и в противоположном направлении различаются. Тогда наши рассуждения относительно невозможности линейного электрооптического эффекта оказываются неверными. Действительно линейный по внешнему электрическому полю эффект существует и называется *эффектом Поккельса*. Также, как и эффект Керра, он выражается в разности показателей преломления $n_{||}$ и

4.3. Фотоупругость и вторичные электрооптические эффекты

Показатель преломления зависит не только от электрического поля, но и от механических напряжений. Отметим, что напряжение σ при одноосной деформации, перпендикулярной направлению распространения света, приводит к различию показателей преломления $n_{||}$ и $n_{\perp}$ так же, как и для электрооптического эффекта. Это явление называется *фотоупругостью* или *пьезооптическим эффектом*. Мы можем разложить показатели преломления по степеням σ аналогично выражениям (4.5). Поскольку изменение показателей преломления при сжатии и растяжении будет различно, должна существовать линейная по σ фотоупругость:

$$n_{||} - n_{\perp} \propto \sigma. \quad (4.9)$$

Это утверждение справедливо, в том числе, и для изотропных веществ.

В свою очередь механические напряжения в кристалле могут возникнуть вследствие приложенного электрического поля (обратный пьезоэлектрический эффект). Для кристаллов без центра инверсии, в которых возникает эффект Поккельса, он оказывается сильным и линейным по электрическому полю: $\sigma \propto E$. Если подставить эту зависимость в выражение (4.9), становится ясно, что напряжения, возникающие за счет обратного пьезоэлектрического эффекта, приводят к изменению показателя преломления из-за фотоупругости, причем результирующий эффект пропорционален напряженности электрического поля: $n_{||} - n_{\perp} \propto E$. Иначе говоря, он неотличим от эффекта Поккельса. Такой электрооптический эффект называют *вторичным*, в отличие от первичного (истинного), рассмотренного в предыдущем параграфе.

Суммарный электрооптический эффект (первичный и вторичный) имеет сложную частотную зависимость. Рассмотрим свободный кристалл. На низких частотах кристалл механически подстраивается за приложенным электрическим полем, поэтому будет наблюдаться сумма первичного и вторичного эффектов. На частотах выше нескольких мегагерц кристалл не успевает деформироваться под действием электрического поля. Тогда вторичный эффект отсутствует

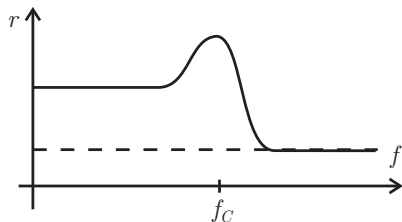


Рис. 4.4. Электрооптический коэффициент свободного (сплошная линия) и зажатого (штриховая) кристалла

(рис. 4.4). На частотах собственных колебаний (f_c) могут наблюдаться особенности. Зажатый кристалл демонстрирует только первичный эффект во всем диапазоне частот.

4.4. Техника оптических измерений электрических полей и напряжений

В силу линейности и высокой чувствительности электрооптический эффект Поггеля широко используется для измерения электрических полей и напряжений. Схема измерения показана на рис. 4.3а. Линейно поляризованный свет с плоскостью поляризации вдоль направления электрического поля или перпендикулярно ему при прохождении ячейки Поггеля своей поляризацией не изменяет. Если плоскость поляризации излучения наклонена под углом 45° к направлению электрического поля, то индуцированное электрическим полем двулучепреломление приводит к изменению поляризации света. Чтобы продемонстрировать это, представим линейно поляризованную волну в виде суперпозиции двух составляющих: продольной и перпендикулярной относительно направления внешнего электрического поля. Разность между показателями преломления $n_{||} - n_{\perp}$ оказывается пропорциональной величине поля, и сдвиг фаз между двумя компонентами на выходе из ячейки Поггеля определяется выражением (4.8).

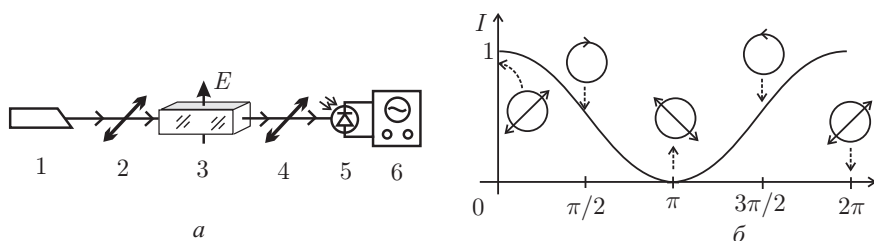


Рис. 4.5. Схема оптического измерения электрического поля и напряжения (а), изменение интенсивности и поляризации излучения на фотодиоде в зависимости от разности фаз (б)

Пусть на схеме рис. 4.5а плоскости пропускания поляризатора 2 и анализатора 4 наклонены по отношению к приложенному полю на угол 45° . При отсутствии электрического поля интенсивность излучения на фотоприемнике будет максимальна. Когда разность фаз между вертикально и горизонтально поляризованными составляющими достигает величины $\pi/2$, поляризация излучения на выходе ячейки станет круговой. Круговое излучение можно разложить на две составляющие с одинаковой амплитудой: продольную и поперечную относительно плоскости поляризации анализатора. Тогда становится понятно, что интенсивность излучения на выходе анализатора составляет половину от максимальной. При разности фаз π мы получаем поляризацию, ортогональную исходной, поэтому излучение на фотоприемник не попадает. Зависимость поляризации на выходе из ячейки Поггеля и интенсивность излучения на фотоприемнике показаны на рис. 4.5б. Если обратиться к представлению поляризации с помощью схемы Пуанкаре

(рис. 3.3), то по мере изменения сдвига фаз точка на сфере движется по меридиану MRNL, в то время как при магнитооптическом эффекте Фарадея точка перемещается по экватору OMSN.

В качестве активного элемента ячейки Поггеля используются уже упоминавшиеся кристаллы DKDP, DKA. Следует помнить, что это — гигроскопичные вещества, поэтому кристалл обычно помещают в защитный кожух.

Ячейку Поггеля, предназначенную для измерения напряжения, изготавливают из кристалла в виде прямоугольного параллелепипеда, на двух противоположных гранях которого находятся электроды, как показано на рис. 4.6 а. В этом случае напряженность электрического поля внутри кристалла определяется измеряемым напряжением U на электродах $E = U/d$, где d — расстояние между электродами. Достоинствами электрооптического измерителя напряжения являются высокая помехоустойчивость, отсутствие гальванической связи между измерительным оборудованием и исследуемым объектом, а также возможность создания вольтметра с очень большим входным сопротивлением.

Для оценки постоянной времени необходимо принимать во внимание вторичный электрооптический эффект, о чем говорилось выше. На высоких частотах постоянная времени измерителя напряжения обычно ограничивается постоянной времени $\tau = RC$, где R — сопротивление источника напряжения (сопротивлением самого кристалла в большинстве случаев можно пренебречь) и C — емкость между электродами. Следует помнить, что электрооптические кристаллы имеют значительную диэлектрическую проницаемость ($\varepsilon \approx 50$ для DKDP).

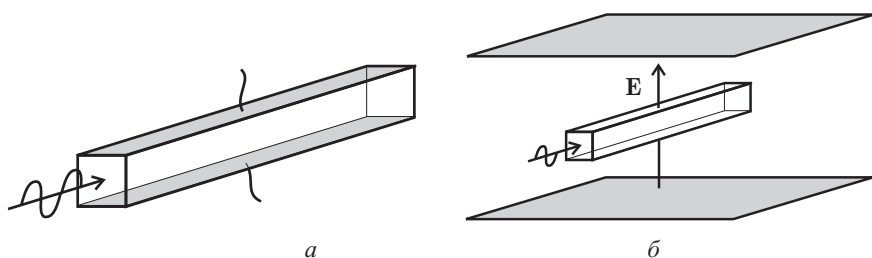


Рис. 4.6. Ячейка Поггеля для измерения напряжения (а) и напряженности электрического поля (б)

При электрооптическом измерении напряженности электрического поля электроды, создающие электрическое поле, находятся вдали от кристалла (см. рис. 4.6 б). Вследствие высокой диэлектрической проницаемости напряженность поля внутри кристалла значительно ниже, чем в свободном пространстве (см. Упражнение 1). Постоянная времени на высоких частотах в этом случае определяется скоростью проникновения электрического поля в кристалл и оказывается очень малой (см. Упражнение 2).

4.5. Светодиодное измерение тока

В заключение этой главы обсудим очень простой метод оптического измерения токов и напряжений. Излучающие полупроводниковые диоды, как правило, имеют большой диапазон с линейной зависимостью величины интенсивности излучения от прямого тока, например, от 1 мА до 70 мА. Если к шунту R_1 в цепи измеряемого тока I параллельно подсоединить последовательную цепочку из резистора R_2 и излучающего диода, то при выполнении условий $R_1 \ll R_2$ и $U_D \ll IR_1$, ток через диод будет пропорционален току I , как показано на рис. 4.7. Диод должен быть включен таким образом, чтобы ток протекал через него в прямом направлении; U_D и I_D — прямое напряжение и прямой ток диода.

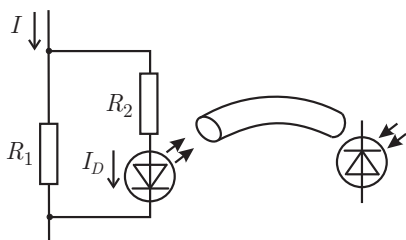


Рис. 4.7. Светодиодная схема измерения тока

Далее излучение по световоду подается на фотоприемник с линейной зависимостью амплитуды выходного сигнала от интенсивности излучения. Наиболее подходящими для использования в этих измерениях являются инфракрасные излучающие диоды, потому что в этом диапазоне излучающие диоды и полупроводниковые фотоприемники имеют максимальную эффективность. Кроме того, в ближнем инфракрасном диапазоне лежит минимум потерь большинства световодов.

Главным преимуществом светодиодного измерителя тока является его простота. Кроме того, он оказывается помехоустойчивым и может быть использован в цепях с высокими напряжениями. Его основные недостатки вытекают из амплитудного характера измерений. Потери в световоде чувствительны к изгибам световода, градиентам температуры и т.д. Поэтому светодиодный измеритель хорошо подходит для измерения формы импульса, а не абсолютного значения тока (напряжения).

4.6. Упражнения

Упражнение 1. К кристаллу DKDP размерами $1 \times 1 \times 10 \text{ см}^3$ приложено напряжение 100 В (электроды находятся на двух противоположных длинных гранях). Свет распространяется в кристалле вдоль длинной стороны. Другой кристалл DKDP цилиндрической формы диа-

метром 1 см и длиной 10 см находится во внешнем электрическом поле $E_0 = 100 \text{ В/см}$. Свет распространяется вдоль по образующей цилиндра, поле приложено перпендикулярно ей. Во сколько раз будет отличаться сдвиг фаз Γ при прохождении света в первом и втором кристаллах?

Упражнение 2. Электрооптический кристалл размерами $1 \times 1 \times 1 \text{ см}^3$ находится в электрическом поле с частотой $f = 2 \text{ ГГц}$. Диэлектрическая проницаемость кристалла на этой частоте $\varepsilon = 50$. Можно ли выполнить оптические измерения электрического поля с помощью этого кристалла, если показатель преломления на длине волны зондирующего лазера $n = 1,5$?

Глава 5

ИНДУКЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ

5.1. Магнитные характеристики вещества

Магнитное поле в веществе описывается двумя векторными полями: напряженностью $\mathbf{H}$ и индукцией $\mathbf{B}$. Они связаны друг с другом следующим соотношением:

$$\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H} = (1 + \chi)\mu_0\mathbf{H}, \quad (5.1)$$

где μ — магнитная проницаемость вещества, χ — магнитная восприимчивость единицы объема вещества (безразмерная). Часто используют восприимчивость единицы массы $\chi_\rho = \chi\rho^{-1}$ (м³/кг) и молярную восприимчивость $\chi_M = \chi_\rho M$ (м³/моль), где ρ — плотность вещества и M — его молярная масса. Для анизотропных сред μ и χ являются тензорами, но в большинстве случаев мы будем заменять их скалярами, что справедливо в изотропной среде.

Соотношение (5.1) удобно использовать при линейной зависимости $\mathbf{H}$ и $\mathbf{B}$. Для существенно нелинейной связи между этими векторами выражение (5.1) следует заменить на

$$\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H} + \mu_0\mathbf{J}, \quad (5.2)$$

где $\mathbf{J}$ — намагниченность единицы объема.

В присутствии магнитного поля энергия вещества объемом V понижается на величину

$$\Delta E = \frac{\mu_0 H^2}{2} \chi V. \quad (5.3)$$

Отсюда, в частности, следует, что в градиенте магнитного поля парамагнетики ($\chi > 0$) втягиваются в область сильного поля, а диамагнетики ($\chi < 0$) — наоборот выталкиваются из нее.

Соотношения, приведенные выше, справедливы в случае неограниченной среды. Для образцов конечных размеров следует учитывать размагничивающее поле, создаваемое самим магнетиком. В случае произвольной формы намагниченность отдельных частей тела может быть различной в однородном внешнем поле. Однако существует ряд случаев, когда магнитное поле внутри образца и его намагниченность однородны. Тогда поле внутри образца H_i может быть представлено в виде

$$H_i = H_0 - nJ, \quad (5.4)$$

где n — коэффициент размагничивания (размагничивающий фактор), зависящий от формы образца, H_0 — внешнее однородное магнитное поле. Коэффициент n может быть вычислен аналитически для некоторых простых конфигураций: длинный цилиндр в продольном поле ($n = 0$), шар ($n = 1/3$), длинный цилиндр в поперечном магнитном поле ($n = 1/2$) и тонкая пластина ($n = 1$). Можно также рассчитать размагничивающий фактор для эллипса [16].

Используя выражение (5.4) мы можем получить соотношение между внешним и внутренним магнитными полями

$$H_i = \frac{1}{1 + n(\mu - 1)} H_0 \quad (5.5)$$

и намагниченность единицы объема вещества в зависимости от формы образца

$$J = \frac{\mu - 1}{1 + n(\mu - 1)} H_0. \quad (5.6)$$

Из выражения (5.6) видно, что размагничивающий фактор играет существенную роль при больших значениях магнитной восприимчивости. Интересно отметить, что выражения (5.4–5.6) остаются справедливыми для деполяризующего коэффициента диэлектриков в электрическом поле при замене $E \rightarrow H$, $D \rightarrow B$, $\varepsilon(\varepsilon_0) \rightarrow \mu(\mu_0)$ (см. упр. 1 к гл. 4).

5.2. Статические магнитные поля

Исторически первым методом измерения слабой магнитной восприимчивости был метод Фарадея–Кюри [26], который заключается в измерении силы, действующей на исследуемый образец в неоднородном магнитном поле

$$f = -\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{2} V \chi \mu_0 H \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (5.7)$$

где U — энергия тела объемом V с магнитной восприимчивостью χ в магнитном поле H . Достоинством данного метода является возможность измерений небольших количеств вещества. С другой стороны, для реализации метода Фарадея–Кюри необходимо контролировать не только величину магнитного поля, но и его градиент. Кроме того, сама неоднородность магнитного поля препятствует наблюдению некоторых тонких эффектов, таких как осцилляции магнитного момента (эффект де Гааза–ван Альфена).

Для исследования анизотропии магнитного момента часто используется метод вращающего момента. Образец сферической формы помещается в однородное магнитное поле. Анизотропия магнитной восприимчивости приводит к появлению вращающего момента, который может быть измерен с очень высокой точностью. Для повышения точности образец может быть жестко связан с датчиком угла и устрой-

ством создающим компенсирующий вращающий момент. Такая обратная связь по сути дела реализует нуль-метод.

Индукционные измерения статической магнитной восприимчивости выполняются при помощи *вибрационного магнитометра*. Образец цилиндрической формы 4 помещается в продольное однородное магнитное поле соленоида 1 внутри двух одинаковых последовательно включенных катушек 2 и 3, как показано на рис. 5.1. Когда держатель 5 с образцом совершает небольшие продольные колебания, в паре катушек наводятся ЭДС противоположных знаков, пропорциональные намагниченности образца. Намотка катушек 2 и 3 выполнена встречно, поэтому их ЭДС складываются.

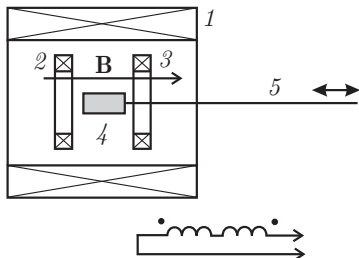


Рис. 5.1. Вибрационный магнетометр и схема включения катушек 2 и 3

При исследовании веществ с большой магнитной восприимчивостью следует учитывать два важных обстоятельства. Во-первых, размагничивающее поле образца в этом случае оказывается весьма существенным. Избежать появления размагничивающего поля можно, используя образцы тороидальной формы. Если же необходимо проводить измерения на образцах другой формы, например, на стержнях, то для устранения размагничивающего поля концы образца замыкают магни-

топроводом из магнитомягкого ферромагнетика. Для измерения веществ со спонтанным магнитным моментом, например ферромагнетиков, важна предыстория намагничивания. Поэтому следует выбирать строго определенное начальное состояние, размагниченное либо намагниченное до насыщения.

Начиная с работ А.Г. Столетова, для измерений образцов с высокой восприимчивостью применяется баллистический метод. На образец надеваются две изолированные катушки — первичная и вторичная. По первичной пропускается ток, который резко изменяется на известную величину. По отклику второй катушки определяется значение магнитной восприимчивости. В настоящее время этот метод используется редко, потому что, как правило, необходимо знать не только значение магнитной восприимчивости материала, но и ее частотную зависимость.

Установить частотную зависимость восприимчивости позволяет *индукционный трансформаторный метод*. На тороидальный образец равномерно наматываются первичная и вторичная обмотки, образующие, по сути дела, трансформатор. При аккуратном изготовлении трансформатора можно достигнуть высоких значений коэффициента связи между обмотками. Чтобы исключить влияние индуктивностей рассеяния, т.е. той части магнитного потока, которая пронизывает только одну из катушек, следует выполнить предварительные измере-

ния индуктивности первичной обмотки трансформатора на холостом ходе и в режиме короткого замыкания вторичной обмотки. Подавая переменный ток известной частоты и амплитуды, по ЭДС вторичной обмотки можно определить значение восприимчивости вещества на данной частоте.

5.3. Динамические магнитные поля

Как уже отмечалось ранее, установки, создающие магнитные поля свыше 40 Тл, являются исключительно импульсными. В динамических экспериментах наиболее распространен индукционный метод измерения намагниченности. На рис. 5.2 приведено схематичное изображение компенсационных датчиков для индукционных измерений. Датчик состоит из двух одинаковых катушек со встречной намоткой по отношению к внешнему магнитному полю. В идеальном датчике полезный сигнал пропорционален производной магнитного момента образца по времени $U \propto \dot{M}$. Поскольку в действительности катушки не могут быть совершенно идентичными, сигнал компенсационного датчика представляет собой сумму полезного сигнала и фонового сигнала, пропорционального производной магнитного поля по времени $U \propto a\dot{M} + b\dot{H}$. Временное разрешение компенсационного датчика оценивается так же, как и для индукционного датчика магнитного поля по формуле (2.5), где под L надо понимать сумму индуктивностей обеих катушек.

Компенсационные датчики остаются работоспособными вплоть до экстремально больших значений магнитного поля и его производной по времени. Скорость нарастания магнитного поля в генераторах сверхсильных полей различных типов достигает значений порядка $\dot{B} \sim 10^8$ Тл/с, величина самого поля B — несколько сотен тесл. При этом ЭДС на проводящем витке, охватывающем площадь 1 мм^2 , составляет порядка 100 В. Поскольку ЭДС увеличивается пропорционально площади витка, не следует выбирать диаметр катушек слишком большим, например более 5 мм во избежание возникновения высокого напряжения на витке. С другой стороны, как правило, неудобно работать с катушками менее 1 мм в диаметре.

Возможны различные способы намотки датчика [27]. Схема рис. 5.2а требует большой однородности магнитного поля вдоль направления поля. К недостаткам схем рис. 5.2а и 5.2б следует отнести большое напряжение, возникающее на катушках (оно пропорционально числу витков). В отличие от них, при намотке рис. 5.2в максимальное напряжение, возникающее на всей конструкции, равно напряжению на одном витке. Если провод уложен в резьбовой канавке, надежность изоляции улучшается. Это особенно важно при работе при низких температурах, когда возможно растрескивание изоляции провода. Чувствительность датчика пропорциональна числу витков катушки, однако, максимальное число витков ограничено постоянной

времени датчика $\tau = L/R$, где L — индуктивность одной из катушек, R — сопротивление нагрузки датчика. В импульсных экспериментах R — это волновое сопротивление кабеля (например 75 Ом), которое согласовано с нагрузкой. Предполагается, что R много больше собственного сопротивления датчика (типичное значение от 2 до 6 Ом). Очевидно, что τ должно быть меньше требуемого разрешения по времени. Так, например, для катушки диаметром $d = 2$ мм, длиной $l = 8$ мм и с числом витков $N = 10$ имеем оценку разрешения порядка 2 нс. В действительности, эффективная площадь витка при намотке

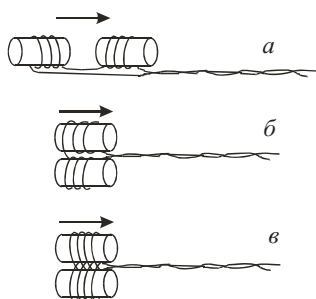


Рис. 5.2. Способы намотки компенсационного датчика. Стрелкой показано направление импульсного магнитного поля

рис. 5.2 в больше. Кроме того, мы должны дополнительно учитывать индуктивность подводящей витой пары. Но в любом случае временное разрешение такого датчика оказывается не хуже 5 нс.

Остановимся теперь на вопросе: что можно измерить компенсационным датчиком в сверхсильных магнитных полях? При небольшом числе витков степень раскомпенсации датчика, т.е. отношение $\frac{|2N(S_1 - S_2)|}{S_1 + S_2}$, где S_1 и S_2 — эффективные площади каждой из катушек, составляет около 1%.

Намагниченность вещества в лучшем случае оказывается порядка $\mu_0 J \sim 1$ Тл. Отсюда видно, что во внешнем поле $B = 500$ Тл, «эффективное поле»

раскомпенсации больше, чем «поле намагниченности», и измерения абсолютного значения намагниченности вряд ли возможны. С другой стороны, сигнал с компенсационного датчика пропорционален производной по времени, а не абсолютному значению намагниченности. Поэтому быстрые изменения намагниченности могут наблюдаться при помощи компенсационного датчика.

На вставке к рис. 5.3 показан пример зависимости намагниченности вещества от внешнего магнитного поля $M(H)$ при метамагнитном переходе. В точке фазового перехода первого рода возникает скачок намагниченности. В импульсном магнитном поле в момент перехода производная намагниченности по времени достигает очень высокого значения, хотя абсолютное ее значение невелико. По этой причине на осциллограмме сигнала наблюдается узкий пик, хорошо различимый на фоне сигнала раскомпенсации. На рис. 5.3 показана осциллограмма с пиком, полученная на образце узкозонного сильно коррелированного полупроводника FeSi в эксперименте в сверхсильном магнитном поле при температуре $T = 4,2$ К [28]. До пика сигнал практически совпадает с фоновым (раскомпенсация датчика). Интегрирование по времени очищенного от фона сигнала в области пика позволяет установить абсолютную величину скачка магнитного поля (см. Упражнение 3).

Отметим, что за пиком сигнал с компенсационного датчика отличается от фонового. При помощи независимых измерений проводимости ВЧ методикой [42] (см. гл. 8) было показано, что после метамагнитного перехода FeSi переходит в металлическую фазу. Таким образом, диамагнитный момент образца, наблюдаемый в импульсном поле после метамагнитного перехода, связан с вихревыми токами в образце. Заметим также, что при определенных условиях по величине этого диамагнитного момента можно оценить проводимость вещества [28].

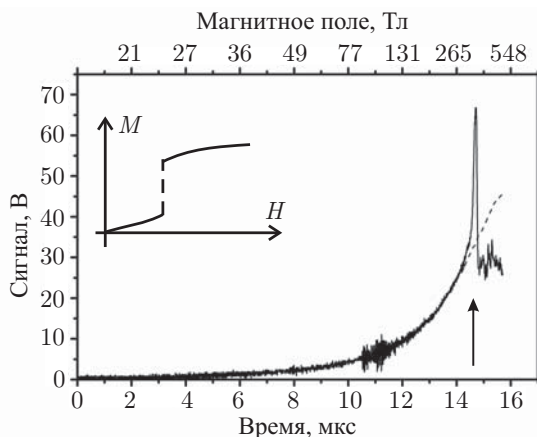


Рис. 5.3. Сигнал компенсационного датчика с образцом FeSi [28]. Стрелкой показан пик, который возникает при метамагнитном переходе. Пунктирная линия — фоновый сигнал

В работе [29] был разработан особый способ измерения магнитного момента жестких сверхпроводников в сильном импульсном магнитном поле. Напомним, что в сильном магнитном поле магнитные и электрические свойства сверхпроводников второго рода определяются абрикосовскими вихрями [13]. В однородном сверхпроводнике вихрь движется под действием сил Лоренца и вязкого трения, возникающего в основном из-за диссипации энергии в нормальной сердцевине вихря. В жестких сверхпроводниках вихри закрепляются на неоднородностях, называемых центрами пиннинга. Характерной особенностью жестких сверхпроводников является гистерезис на кривой намагничивания (см. рис. 5.4 а). Обратим внимание на то, что следствием такой кривой намагничивания является смена знака намагниченности в максимуме импульсного магнитного поля, т. е. скачкообразное изменение магнитного момента. Именно этот эффект был использован для исследования высокотемпературного сверхпроводника $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ при низких температурах в сильном магнитном поле около 100 Тл. Образец находился в компенсационном датчике. Сигнал с датчика имел характерную особенность (пик) в момент максимума магнитного поля, связанную с пе-

реходом на противоположную ветвь гистерезисной кривой (рис. 5.4 б). Когда пиковое поле находилось в безгистерезисной области, пик исчезал. Первоначально исчезновение пика было приписано разрушению сверхпроводимости магнитным полем [29], т.е. достижению верхнего критического поля сверхпроводника H_{C2} . Однако позднее выяснилось, что это — так называемая линия обратимости, где исчезает гистерезис намагниченности, а верхнее критическое поле оказалось значительно выше этого значения [62].

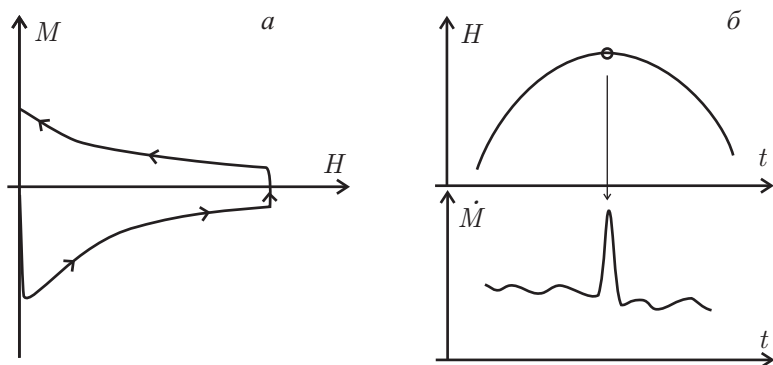


Рис. 5.4. Кривая намагниченности жесткого сверхпроводника (а), где стрелками показано направление изменения магнитного поля H , и появление пика в сигнале с компенсационного датчика $\dot{M}$ в максимуме импульса магнитного поля (б)

5.4. Упражнения

Упражнение 1. Определить коэффициент размагничивания кругового витка радиуса R круглого сечения радиуса $r \ll R$ в магнитном поле, направленном перпендикулярно плоскости витка.

Упражнение 2. Металлический образец находится в низкочастотном магнитном поле. Можно ли рассматривать проникновение магнитного поля вглубь образца как диффузию магнитных силовых линий?

Упражнение 3. На рис. 5.3 показан сигнал, полученный с компенсационного датчика, имеющего число витков в каждой из катушек N , диаметр катушки D , диаметр образца, вставленного в катушку $d < D$, плотность образца ρ . Острый пик соответствует скачку магнитного момента. Вычислить величину скачка магнитного момента, приходящегося на один атом железа (или одну формульную единицу FeSi) в магнетонах Бора [28].

Глава 6

СТАТИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ

6.1. Проводимость металлов и полупроводников

Обобщенная модель Друде–Лоренца дает простое и наглядное описание электронной проводимости в металлах и полупроводниках [31]. Ее отправной точкой является классическое уравнение для свободных электронов в конденсированной среде

$$m\ddot{\mathbf{r}} + \frac{m\dot{\mathbf{r}}}{\tau} = -\mathbf{F} \equiv e_0\mathbf{E}, \quad (6.1)$$

где $\mathbf{r}$ — пространственная координата, τ — *время свободного пробега* между двумя соударениями, $\mathbf{F}$ — внешняя сила, в данном случае, кулоновская сила, действующая на электрон с зарядом $-e_0$ со стороны электрического поля напряженностью $\mathbf{E}$. Под массой частицы m в этом уравнении понимают *эффективную массу*, которая отличается от массы свободного электрона m_0 . Происхождение эффективной массы можно понять из следующего простого примера. Электроны в твердом теле двигаются в среде с некоторой диэлектрической проницаемостью $\varepsilon \neq 1$, которая описывает поляризацию вещества вокруг электрона. Легко убедиться, что введение диэлектрической проницаемости в правую часть (6.1) эквивалентно перенормировке массы. Эффективная масса в полупроводниках и металлах может лежать в очень широких пределах. Так в узкозонных полупроводниках (антимонид индия n -типа) она может достигать порядка $10^{-2}m_0$, а в соединениях с тяжелыми фермионами (UPt_3 , CeCu_6 и т.д.) она превышает 10^3m_0 .

В модели Друде–Лоренца величина $\dot{\mathbf{r}}$ — это *дрейфовая скорость* электронного газа, т. е. средняя скорость электронов. Отметим, что из уравнения (6.1) можно получить два различных характерных времени релаксации: время релаксации импульса τ_p и энергии τ_W . Как правило, $\tau_W > \tau_p$.

Электрическая проводимость в модели Друде–Лоренца имеет вид

$$\sigma = e_0 n \mu = \frac{e_0^2 n \tau}{m}, \quad (6.2)$$

где μ — *подвижность* носителей заряда, а n — их концентрация. Понятие подвижности носителей заряда оказывается очень полезным в физике полупроводников, поскольку μ очень слабо зависит от концентрации в широких пределах ее изменения.

Температурная зависимость проводимости определяется в основном температурной зависимостью времени свободного пробега, которая, в свою очередь, связана с различными механизмами рассеяния. Пусть средняя длина свободного пробега составляет l . В полупроводниках концентрация подвижных носителей заряда подчиняется распределению Максвелла–Больцмана, поэтому средняя скорость их движения — тепловая скорость

$$\bar{v} = v_t = \frac{3k_B T}{m}^{1/2}, \quad (6.3)$$

где T — температура, k_B — константа Больцмана. В металлах электронный газ вырожден, т. е. для него следует применять распределение Ферми–Дирака. В этом случае в проводимости участвуют электроны с энергиями, лежащими вблизи энергии Ферми $\varepsilon_F \gg T$. Средняя скорость электронов в этом случае совпадает со скоростью Ферми:

$$\bar{v} = v_F = 2\varepsilon_F/m. \quad (6.4)$$

Из выражений (6.3) и (6.4) видно, что температурная зависимость времени свободного пробега электрона в металле и полупроводниках оказывается различной.

Время свободного пробега электронов связано простой зависимостью с сечением рассеяния электронов S :

$$S = \frac{1}{\bar{v} n_s \tau}, \quad (6.5)$$

где n_s — плотность центров рассеяния. Используя понятие сечения рассеяния, можно получить выражения для времени свободного пробега электронов при различных механизмах рассеяния. Так, при рассеянии на нейтральных примесях мы получаем (см. Упражнение 1)

$$\tau \propto T^{-1/2} \quad \text{для полупроводника}, \quad (6.6)$$

$$\tau \propto T^0 = \text{const}(T) \quad \text{для металла}; \quad (6.7)$$

при рассеянии на фононах

$$\tau \propto T^{-3/2} \quad \text{для полупроводника}, \quad (6.8)$$

$$\tau \propto T^{-1} = \text{const}(T) \quad \text{для металла} \quad (6.9)$$

и при рассеянии на заряженных примесях в полупроводниках

$$\tau \propto T^{3/2}. \quad (6.10)$$

Рассеяние на заряженных примесях не имеет смысла в металлах, поскольку заряженная примесь экранируется в них на расстояниях порядка постоянной решетки и по сути является локальным (нейтральным) дефектом.

Обычно в веществе существует нескольких механизмов рассеяния электронов. В этом случае для оценки проводимости вещества полезно использовать *правило Маттиссена*, которое гласит, что полное сече-

ние рассеяние можно представить в виде суммы сечений для каждого канала рассеяния при условии их независимости. Отсюда вытекает, что для времени свободного пробега справедливо

$$\frac{1}{\tau} = \sum_i \frac{1}{\tau_i}, \quad (6.11)$$

а для удельного сопротивления —

$$\rho = \sum_i \rho_i, \quad (6.12)$$

где τ_i и ρ_i — время свободного пробега и удельное сопротивление, соответствующие различным каналам рассеяния.

Отсюда следует, что при низких температурах подвижность носителей заряда в полупроводниках определяется рассеянием на заряженных примесях и растет как $\mu \propto T^{3/2}$, а при высоких падает как $\mu \propto T^{-3/2}$ вследствие рассеяния на акустических фононах. Для полупроводников удобно исследовать температурную зависимость подвижности, поскольку концентрация подвижных носителей заряда может заметно изменяться с температурой. Для металлов концентрация не зависит от температуры, и мы получаем

$$\rho = \rho_0 + \rho_{ph} = \rho_0 + \alpha T, \quad (6.13)$$

где ρ_0 — независимый от температуры вклад от рассеяния на нейтральных примесях, называемый остаточным сопротивлением, а линейный по температуре член $\rho_{ph} = \alpha T$ — вклад фононного рассеяния.

6.2. Проводимость гетерогенных систем

Реальные вещества часто представляют собой в той или иной степени неупорядоченные системы: поликристаллические и гранулированные вещества, легированные полупроводники и т. д. В настоящем параграфе мы кратко рассмотрим один из важных случаев неупорядоченной среды — гетерогенную (макроскопическую) смесь фаз с различной проводимостью. Это означает, что на микроскопическом уровне вещество считается однородным кроме, может быть, границ фаз. Существует несколько теоретических подходов к проблеме проводимости в макроскопически неупорядоченных системах [33]. В большинстве случаев задача сводится к исследованию решеток с переменной проводимостью связей между узлами.

Рассмотрим изотропную решетку размерности d , у которой все узлы соединены с ближайшими соседями. Мы ограничимся простыми решетками: квадратная решетка ($d = 2$) и простая кубическая решетка ($d = 3$). Пусть проводимость связей между парой ближайших соседей σ_{ij} меняется случайным образом, но с известным законом распределения. Нам требуется определить среднее значение σ_m , которое

определяет проводимость системы

$$\sigma = \sigma_m a^{2-d}, \quad (6.14)$$

где a — длина связи между ближайшими соседями.

Наиболее простым методом решения задачи является *приближение эффективной среды* [32]. В его рамках делаются два основных предположения.

1. Если подсоединить электроды от источника к любой паре ближайших соседей i и j , ток будет протекать через саму связь и через шунтирующую проводимость всех окружающих связей, которую можно представить как

$$\sigma_{sh} = \sigma_m \left(\frac{z}{2} - 1 \right), \quad (6.15)$$

где z — координационное число решетки ($z = 4$ для квадратной и $z = 6$ для простой кубической решеток).

2. Если мы подключаем электроды источника последовательно к большому количеству пар ближайших соседей, то в среднем ток через связь ij составляет

$$\langle I_{ij} \rangle = \frac{2J}{z}, \quad (6.16)$$

здесь J — ток в цепи источника. Отметим, что выражения (6.15) и (6.16) выполняются точно для однородной среды, т.е. при $\sigma_{ij} = \text{const}$. Они позволяют провести усреднение проводимости, в результате которого получается основное уравнение приближения эффективной среды:

$$\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_{ij} + \sigma_m(z/2 - 1)} = \frac{2}{z}. \quad (6.17)$$

При известной функции распределения σ_{ij} можно легко найти решение этого уравнения относительно σ_m , что дает среднюю проводимость связи и проводимость системы в целом.

На рис. 6.1 приведены результаты расчета σ_m для кубической решетки, когда σ_{ij} может принимать два значения: $\sigma_1 = 1$ с вероятностью x и $\sigma_2 < \sigma_1$ с вероятностью $1 - x$. Для малых отношений σ_1/σ_2 приближение эффективной среды работает хорошо. Когда $\sigma_2 = 0$, график зависимости $\sigma_m(x)$ становится прямой линией, которая достигает оси абсцисс при некотором значении x , что означает исчезновение проводимости. Это явление называется *перколяционным переходом*.

Вблизи перколяционного перехода приближение эффективной среды перестает быть справедливым, и необходимо применение более тонких методов [33]. Здесь редко удается получить точные аналитические результаты, и решения во многих случаях находят при помощи компьютерного моделирования. В частности были определены критические значения порогов перколяции (критических значений x) для двух- и трехмерных решеток. Оказалось, что они универсальны, т.е. зависят только от размерности и симметрии решетки. В задаче связей с переменной проводимостью порог перколяции для квадратной

решетки $x_c = 0,5$ (аналитический результат), для простой кубической решетки $x_c = 0,25$ (численное моделирование).

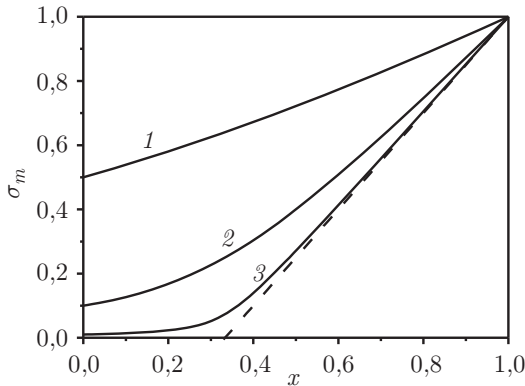


Рис. 6.1. Средняя проводимость связи в модели эффективной среды

Пусть среда состоит из двух фаз: металлической с проводимостью σ_c и диэлектрической с малой, но конечной проводимостью $\sigma_d \ll \sigma_c$. Доля металлической фазы составляет x . Было показано [34], что в области значительно ниже порога перколяции $\sigma_d \ll \sigma \ll \sigma(x_c)$ проводимость описывается зависимостью

$$\sigma(x) = \sigma_d(x_c - x)^{-q}, \quad (6.18)$$

где q — константа, называемая критическим индексом. Со стороны металлической фазы $\sigma(x_c) \ll \sigma \ll \sigma_c$ справедлива иная зависимость:

$$\sigma(x) = \sigma_c(x - x_c)^{-t}, \quad (6.19)$$

где t — второй критический индекс. На пороге перколяции проводимость определяется третьим критическим индексом

$$\sigma(x_c) = \sigma_c \left(\frac{\sigma_d}{\sigma_c} \right)^{-s}. \quad (6.20)$$

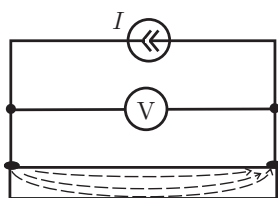
Все три константы связаны между собой простым соотношением $q = t(s^{-1} - 1)$. Для двумерных систем теоретически были вычислены следующие значения критических индексов: $s_2 = 0,5$, $q_2 = t_2 = 1,3$, а для трехмерной — $s_3 = 0,62$, $q_3 = 1$ и $t_3 = 1,6$.

Экспериментальное поведение проводимости вблизи порога перколяции изучалось на различных гетерогенных системах. Удобным объектом исследований оказались вещества, обладающие фазовым переходом металл-изолятор. Так, в двуокиси ванадия при температурах вблизи комнатной происходит фазовый переход с изменением проводимости на несколько порядков [34]. Поскольку это — переход первого рода, в точке перехода диэлектрическая и металлическая фазы сосуществуют. Поглощение или выделение тепла образцом приводит к изменению соотношения между объемами металлической и диэлектрической фаз.

Таким образом, возможно тепловое управление соотношением долей фаз x на одном и том же образце. Проводились измерения удельного сопротивления пленок двуокиси ванадия различной толщины. Критические индексы полученные на очень тонких пленках ($400 \text{ \AA}$) оказались близкими к теоретическим значениям для двумерной системы, а на толстых пленках ($> 2500 \text{ \AA}$) они приближались к значениям для трехмерной системы. Из этого можно сделать вывод о том, что характерный размер гомогенных областей в пленках составляет около $400 \text{ \AA}$.

6.3. Двух- и четырехточечные методы измерения проводимости

Проводимость является основной электрофизической характеристикой вещества. Простейшим методом измерения статической электрической проводимости σ является двухточечный (см. рис. 6.2). Источник тока I подсоединяется к образцу при помощи двух контактов, на которых вольтметром проводится измерение напряжения U . Сопротивление



измеряемого образца вычисляется по формуле $R = U/I$. Если образец имеет прямоугольное сечение S и расстояние между контактами l , его удельное сопротивление можно определить как

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = R \frac{S}{l}. \quad (6.21)$$

Рис. 6.2. Двухточечная схема измерения проводимости. Штриховой линией показаны линии тока

Здесь возникают две главные проблемы. Во-первых, необходимо обеспечить равномерность растекания тока по сечению проводника. Для этого контакты выполняют в виде широких пластин, прилегающих по всему сечению проводника. Во-вторых, контакт между двумя материалами, как правило, имеет собственное *контактное сопротивление*. В двухточечной схеме контактное сопротивление входит в измеренное удельное сопротивление как систематическая ошибка. Она особенно существенна при измерении веществ с низким удельным сопротивлением (полупроводники и металлы).

Проблема контактного сопротивления отсутствует в четырехточечном методе измерения проводимости. Расположение контактов в этом методе схематично изображено на рис. 6.3а. Главное отличие от схемы на рис. 6.2 состоит в том, что источник тока и вольтметр подсоединены к измеряемому образцу раздельно. Взаимное расположение токовых (источник тока) и потенциальных (вольтметр) контактов должно обеспечивать равномерную плотность тока в области потенциальных контактов. Например, для тонкой пленки шириной d расстояния между токовым и потенциальным контактом l' должно быть $d \ll l'$.

Эквивалентная схема четырехточечной схемы приведена на рис. 6.3б. Нетрудно видеть, что для того, чтобы ток по образцу в области между потенциальными контактами I_2 совпадал с током источника, необходимо выполнение условия $R_V \gg R_2$, где R_V — сопротивление вольтметра. С другой стороны, для того,

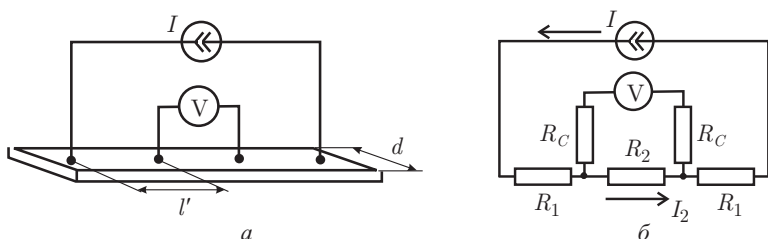


Рис. 6.3. Положение контактов в четырехточечном методе (а) и эквивалентная схема (б)

чтобы напряжение на вольтметре совпадало с напряжением между потенциальными контактами, необходимо $R_V \gg R_{C2}$, где R_{C2} — сопротивление потенциального контакта. Таким образом, *если внутренние сопротивления источника тока и вольтметра много больше контактных сопротивлений и сопротивления образца, влияние контактных сопротивлений на результат измерения в четырехточечной схеме отсутствует*. Удельное сопротивление можно вычислить по формуле (6.1), где в качестве l принято расстояние между потенциальными контактами. Четырехточечная схема является широко распространенной методикой измерения проводимости металлов и полупроводников.

Остановимся теперь на проблеме динамических измерений с помощью четырехточечной методики. Предполагается, что на измеряемый образец оказывается импульсное воздействие, изменяющее его проводимость. Если характерное время изменения проводимости лежит в миллисекундном диапазоне, трудности, как правило, не возникают. При переходе к микросекундным и, тем более, к наносекундным временам оказывается, что кабельные линии, соединяющие источник тока и вольтметр с образцом, работают в режиме длинной линии, т. е. характерное время распространения сигнала в них соизмеримо или больше времени изменения проводимости. С точки зрения импульсной техники, кабельные линии должны быть согласованы с внутренними сопротивлениями источника тока и вольтметра, а для работы четырехточечной методики они должны быть максимально большими. Удовлетворить оба требования не всегда удастся. Тогда можно применить пассивные согласующие цепи, которые, к сожалению, обычно снижают чувствительность. Кроме того, помехоустойчивость четырехточечной методики в импульсных экспериментах оказывается низкой, поэтому ее использование ограничено, в основном, статическими и низкочастотными измерениями.

6.4. Особенности измерения проводимости изоляторов

Измерения электропроводности диэлектриков осложнено низкими значениями протекающих токов и его флуктуациями. В диэлектриках часто подвижными носителями заряда наряду с электронами могут быть положительные и отрицательные ионы. Более того, ионная проводимость может быть преобладающей.

Для определения характера и величины проводимости в диэлектриках часто применяют *метод Тубандта* [35]. Вместо измерения малых токов в схеме, изображенной на рис. 6.4а, используется кулонометр Q , который измеряет заряд, прошедший в контуре. Распространенным вариантом кулонометра является электролитическая ячейка с солью серебра. Величина заряда определяется по массе отложившегося на катоде серебра. При электролизе заряд переносится ионами, поэтому, согласно второму закону электролиза Фарадея, на электродах должен выделяться один грамм-эквивалент вещества ¹⁾ при протекании заряда величиной $e_0 N_A = 96464$ Кл, где N_A — число Авогадро, e_0 — заряд электрона.

Для определения типа носителей заряда в α -AgI была собрана схема, приведенная на рис. 6.4а [35]. Три одинаковые таблетки (1, 2 и 3) были помещены между серебряным анодом и платиновым катодом. Таблетки тщательно взвешивались до и после эксперимента, в результате чего было установлено, что масса таблетки 3 возросла, а масса таблетки 1 уменьшилась на одну и ту же величину, равную массе серебра, отложившегося в кулонометре. Таким образом, было доказано, что подвижными носителями заряда в этом веществе являются ионы серебра. Масса центральной таблетки осталась постоянной с точностью 0,01 % от величины изменения массы в таблетках 1 и 3, что показывает отсутствие изменения массы таблеток за счет сублимации или химических реакций с внешней средой.

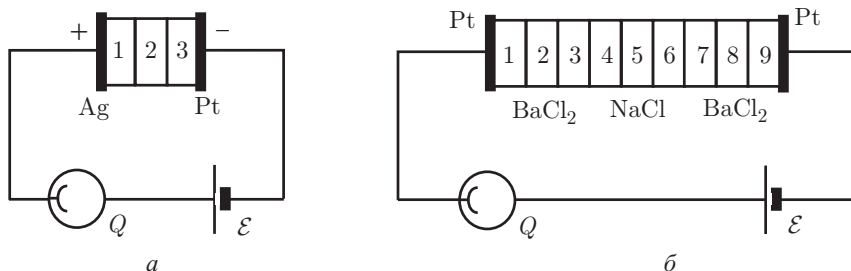


Рис. 6.4. Метод Тубандта для измерения ионной проводимости диэлектрика: а — с одним типом ионов (α -AgI) и б — противоположно заряженными ионами (NaCl)

¹⁾ Отношение молекулярной массы иона к его валентности.

В кристалле NaCl проводимость определяется ионами двух типов: Na^+ и Cl^- . Для исследования процессов переноса заряда ионами двух типов используют ячейку, состоящую из девяти таблеток (см. рис. 6.4 б). Три крайние таблетки с обоих концов ячейки изготовлены из BaCl_2 , в котором подвижными носителями заряда являются ионы одного типа — Cl^- . Они движутся от платинового катода через таблетки 9, 8 и 7. На границе BaCl_2 –NaCl между таблетками 7 и 6, ионы Cl^- частично вступают в реакцию с ионами Na^+ , которые движутся навстречу в таблетках 4, 5 и 6. В результате на границе осаждается некоторое количество NaCl. Такое же количество NaCl должно диссоциировать на границе таблеток 3 и 4. Действительно, увеличение массы таблеток 6 и 7 оказывается равным уменьшению массы таблеток 3 и 4. Если бы проводимость NaCl определялась только ионами натрия, то отношение этого изменения массы к массе вывалившегося серебра в кулонориметре было бы пропорционально отношению их массы моля NaCl к молю Ag. Оказывается, что 92 % заряда в NaCl переносится ионами натрия, а оставшиеся 8 % — ионами хлора. Масса контрольных таблеток 2, 5 и 8 оставалась постоянной.

В результате исследований методом Тубандта было показано, что в щелочно-галоидных соединениях и галогенидах серебра ярко выражен ионный, а в оксидах металлов — электронный механизм проводимости.

В заключение остановимся на некоторых типичных проблемах, которые возникают при измерении методом Тубандта. Для его применения необходима относительно высокая проводимость, потому что в противном случае изменения массы таблеток малы и точность измерения низкая. Для преодоления этой трудности повышают температуру образца. Под действием процессов старения в образце могут появиться металлизированные дендриты — деревообразные нити. Для предотвращения их образования используют тонкие слои AgI, BaCl₂ и др. При анализе типа подвижных носителей заряда необходимо принимать во внимание возможную диффузию ионов. Так в системе Ag(анод)- α -Ag₂S-AgI-Pt(катод) уменьшение массы анода и увеличение массы катода составляло 99 % от массы серебра, выделившегося в кулонориметре. Однако при тщательном исследовании оказалось, что проводимость в Ag₂S практически чисто электронная, а изменение массы анода и катода связано с диффузией атомов серебра к границе раздела, обедненной ионами Ag^+ .

6.5. Особенности контактных измерений в плазме и электролитах

Плазма — это частично или полностью ионизированный газ, в среднем квазинейтральный, т. е.

$$|n_e - n_i| \ll n_0 = \bar{n}_e = \bar{n}_i, \quad (6.22)$$

где n_e и n_i — локальные плотности электронов и ионов, а $\bar{n}_e$ и $\bar{n}_i$ — их средние значения. Здесь предполагается, что ионы имеют единичный положительный заряд.

Плазма экранирует электрическое поле пробного заряда или малого заряженного тела. Причина экранировки заключается в неоднородном распределении электронов и ионов в электрическом поле. Если в вакууме электрическое поле пробного заряда q спадает с увеличением расстояния r как $\propto q/r$, то в плазме мы получаем зависимость электрического поля от расстояния вида $\propto (q/r) \exp(-r/D)$, где

$$D = \frac{\varepsilon_0 k_B T}{e_0^2 n_0} \quad (6.23)$$

— дебаевский радиус, e_0 — заряд электрона, k_B — постоянная Больцмана,

$$T = \frac{T_i T_e}{T_i + T_e}, \quad (6.24)$$

T_i , T_e — ионная и электронная температуры, причем T_i и T_e в плазме могут отличаться значительно. На расстояниях, значительно превышающих D , электрическое поле быстро спадает, и можно грубо считать, что электрическое поле вокруг заряда сосредоточено в дебаевском слое.

Тепловая скорость частиц зависит от массы как $\propto T m^{-1/2}$. Вследствие большого различия масс электронов и ионов их тепловые скорости также сильно отличаются. К тому же часто оказывается, что $T_e \gg T_i$. Тогда тепловая скорость электронов v_{Te} превосходит тепловую скорость ионов на несколько порядков: $v_{Te}/v_{Ti} = (T_e/T_i) \sqrt{M/m}$, где M и m — массы электронов и ионов. Такая асимметрия приводит к важному результату. Поместим металлическое тело в плазму. Поток электронов, которые попадают на поверхность тела, будет значительно превышать поток ионов, т.е. тело начнет

приобретать отрицательный заряд, а его потенциал будет отличаться от потенциала окружающей плазмы. Вокруг тела возникнет слой пространственного заряда толщиной порядка дебаевского радиуса. По мере увеличения заряда тела электрическое поле в слое будет все сильнее тормозить электроны. В конце концов, поток электронов станет равным потоку ионов, а тело приобретет стационарный заряд. Отсюда видно, что контактные измерения в плазме имеют существенные особенности.

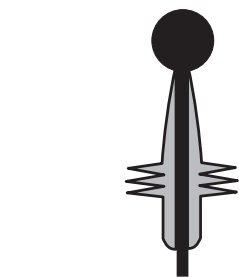


Рис. 6.5. Зонд Ленгмюра. Черным цветом показан электрод, серым — изолятор

Основным средством контактного измерения электрофизических характеристик плазмы является зонд Ленгмюра (рис. 6.5). Он представляет собой металлическое тело, размеры которого невелики по сравнению

с размерами плазмы. Зонд подключен к аноду газоразрядной камеры, как показано на рис. 6.6 а. Мы имеем возможность устанавливать реостатом потенциал зонда и при этом измерять ток, протекающий через него. Вольт-амперная характеристика зонда показана схематически на рис. 6.6 б.

Простая теория ленгмюровского зонда, объясняющая особенности его вольт-амперной характеристики, базируется на нескольких основных предположениях.

а) Электроны и ионы в невозмущенной плазме, т. е. при отсутствии зонда, описываются максвелловским распределением.

б) Электрическое поле зонда полностью экранируется в плазме в слое пространственного заряда толщиной $\sim 1-10 D$.

в) Зонд имеет сферическую форму, и его радиус много больше дебаевского радиуса $R \gg D$. Это условие не является необходимым, но значительно упрощает дальнейший анализ.

г) Электроны и ионы не испытывают соударений в слое пространственного заряда, т. е. длина их свободного пробега много больше дебаевского радиуса.

д) Когда электроны (ионы) находятся в тормозящем электрическом поле, их концентрация изменяется по закону Больцмана: $n(r) = n_0 \exp(-|e\Phi(r)/(k_B T)|)$, где e — заряд электрона, $\Phi(r)$ — потенциал, T — температура.

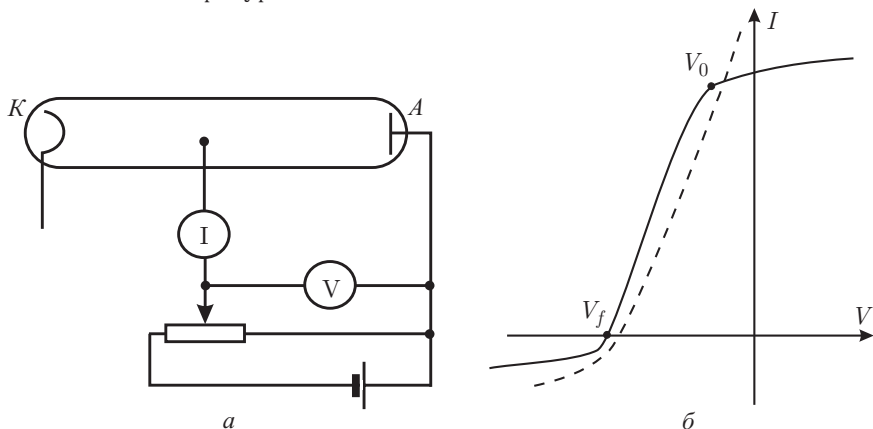


Рис. 6.6. Газоразрядная камера с зондом Ленгмюра (а): K и A — катод и анод; зондовая вольтамперная характеристика (б): сплошная — зонд $R \gg D$, пунктирная — $R < D$

Поскольку изолированный зонд ($I = 0$) имеет отрицательный заряд, его потенциал отличается от потенциала плазмы. Потенциал зонда при $I = 0$ называют *плавающим* и для него справедливо выражение

$$V_f = V_0 - \frac{k_B T}{2e_0} \ln \frac{MT_e}{mT_i}, \quad (6.25)$$

где V_0 — потенциал плазмы. При повышении потенциала на зонде все больше электронов достигают его поверхности, и ток через зонд быстро возрастает. Для максвелловской плазмы имеется длинный участок графика, где $\ln(I) \propto V$. По этой зависимости можно оценить электронную температуру плазмы

$$T_e = \frac{5040}{d(\ln I)/(dV)}, \quad (6.26)$$

где температура приведена в градусах Кельвина, ток и потенциал — в амперах и вольтах.

Когда потенциал зонда сравнивается с потенциалом плазмы, все электроны, попадающие в дебаевский слой достигают поверхности зонда. Наступает насыщение электронного тока. Изменение тока при дальнейшем увеличении потенциала происходит только за счет ионного тока, поэтому на кривой в точке V_0 возникает резкий излом кривой. Из электронного тока насыщения можно определить концентрацию электронов в плазме:

$$n_e = \frac{4,03 \cdot 10^{13} I}{\sqrt{T_e} S}, \quad (6.27)$$

где концентрация имеет размерность см^{-3} , S — площадь зонда (см^2), T_e — электронная температура, оцененная из выражения (6.26).

Зондовые измерения позволяют установить токи и градиенты потенциала в плазме, а также другие характеристики [36]. Следует однако иметь в виду то, что зонд возмущает окружающую плазму далеко за пределами дебаевского слоя [37]. Слой плазмы, в котором сохраняется возмущение вносимое зондом, называется *бомовским слоем*. Его толщина обычно существенно превышает толщину дебаевского слоя. В бомовском слое протекают диффузионные и дрейфовые ионные и электронные токи, а также существуют относительно слабые электрические поля. Укажем некоторые механизмы формирования бомовского слоя и соответствующие характерные значения его толщины [37]. Столкновения ионов (трение) выравнивает функцию распределения на расстояниях порядка длины свободного пробега иона L_f (столкновительный слой). Функция распределения может быть восстановлена за счет ионизации на характерной ионизационной длине L_i (ионизационный слой). Если L_f и L_i много больше радиуса сферического зонда R , бомовский слой будет ограничен чисто геометрическим фактором: плотность токов будет спадать с увеличением расстояния r как $\propto (R/r)^2$. Таким образом, геометрический слой можно очень грубо оценить как R . В сильном магнитном поле толщина бомовского слоя может определяться величиной циклотронного радиуса иона.

Мы предполагали, что радиус зонда значительно превышает дебаевский радиус. В противном случае особенности на зондовой характеристике разглаживаются, как показано пунктирной линией на рис. 6.6б. Кроме того, при $R \sim D$ зондовая характеристика сильно

зависит от формы зонда, тогда как при $R \gg D$ она определяется только его площадью.

В электролитах также существуют два типа подвижных носителей заряда. Из выражения (6.25) видно, что заметного отличия потенциала зонда от потенциала электролита за счет плазменных эффектов получить нельзя. Действительно, температуры обоих типов носителей одинаковы, а различие в массах невелико.

С другой стороны, в приэлектродной области может возникнуть разность потенциалов и измениться состав электролита под действием электрохимических процессов. Поэтому контакты для высококачественных контактных измерений в электролитах покрывают платиной.

На результаты измерения проводимости электролитов оказывает влияние ряд неконтролируемых факторов, например, загрязнение электродов и неоднородности электрического тока. Для их исключения измерительные ячейки обычно калибруют по стандартным растворам KCl в воде. Созданы таблицы, позволяющие с высокой точностью сопоставить концентрацию раствора KCl с его проводимостью. Для приготовления эталонного раствора хорошо просушенный хлорид калия растворяют в дважды дистиллированной или деионизованной воде. Эталонная зависимость проводимости раствора KCl в воде от его концентрации при температуре $T = 25^\circ\text{C}$ по стандарту ИСО 7888 показана в табл. (6.1). При повышенных или пониженных температурах вводятся поправочные коэффициенты.

Таблица 6.1

Эталонная зависимость проводимости водного раствора KCl

Концентрация KCl, моль/л	Проводимость мСм/м
0	$5,483 \cdot 10^{-3}$
$5 \cdot 10^{-4}$	7,4
10^{-3}	14,7
$5 \cdot 10^{-3}$	72
0,01	141
0,02	277
0,05	670
0,1	1290
0,2	2480

6.6. Упражнения

Упражнение 1. Оценить характер температурной зависимости времени свободного пробега и проводимости для металлов и полупроводников при рассеянии на нейтральных примесях и фононах (при высоких температурах).

Упражнение 2. Как определить разность потенциалов в плазме между точками А и В при помощи двух зондов Ленгмюра? Можно ли это сделать аналогично четырехточечной методике?

Глава 7

ЭФФЕКТ ХОЛЛА И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ

7.1. Подвижные носители заряда в магнитном поле

Рассмотрим движение электрона при одновременном воздействии на него электрического $\mathbf{E}$ и магнитного поля $\mathbf{B}$. Уравнение движения можно представить в виде

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e_0}{m}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (7.1)$$

где $\mathbf{v}$ — скорость электрона, $-e_0$ и m — его заряд и эффективная масса. Наибольший интерес представляет случай скрещенных полей. Пусть вектор $\mathbf{E}$ направлен вдоль оси x , $\mathbf{B}$ — вдоль оси z , а электрон движется в плоскости xy . Тогда решение для компонентов скорости может быть представлено в виде

$$v_x(t) = -v_0 \sin(\omega_c t - \phi), \quad (7.2)$$

$$v_y(t) = v_0 \cos(\omega_c t - \phi) - \frac{E}{B}, \quad (7.3)$$

где $\omega_c = e_0 B / m$ — циклотронная частота.

В отсутствие электрического поля электрон движется по круговой циклотронной траектории со скоростью v_0 . В скрещенных полях возникает дрейф в направлении оси y , т.е. перпендикулярно и электрическому, и магнитному полю, потому что уравнения для координат электрона описывают кривую — циклоиду. На рис. 7.1 штриховой и сплошной линиями показаны циклоиды при различных соотношениях v_0 и E/B . Начальное направление вектора скорости определяется фазой ϕ .

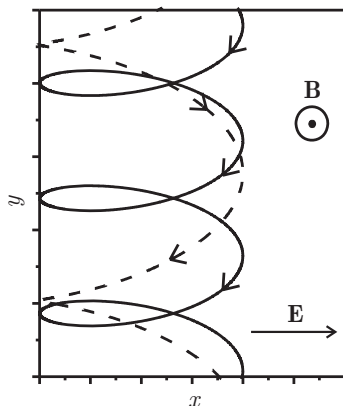


Рис. 7.1. Кривые движения электрона в скрещенных полях — циклоиды

В отсутствие электрического поля электрон движется по круговой циклотронной траектории со скоростью v_0 . В скрещенных полях возникает дрейф в направлении оси y , т.е. перпендикулярно и электрическому, и магнитному полю, потому что уравнения для координат электрона описывают кривую — циклоиду. На рис. 7.1 штриховой и сплошной линиями показаны циклоиды при различных соотношениях v_0 и E/B . Начальное направление вектора скорости определяется фазой ϕ .

Вычислим теперь среднюю скорость электронов в твердом теле. Вероятность того, что время свободного пробега электрона будет лежать в интервале времен от t до $t + dt$, определяется как

$$w(t) = \frac{\exp(-t/\tau)dt}{\tau}, \quad (7.4)$$

где τ — среднее время свободного пробега. Теперь дрейфовую скорость электронов можно найти путем усреднения выражений (7.2) и (7.3) по времени свободного пробега и по всем начальным фазам ϕ . Кроме того, от средней скорости нам будет удобнее перейти к плотности тока: $\mathbf{j} = -en\mathbf{v}$, где n — концентрация электронов. Тогда получаем

$$j_x = -\frac{e_0 n}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\infty} dt w(t) v_x(t) = \frac{ne_0^2 \tau}{m} \frac{E}{1 + (\omega_c \tau)^2}, \quad (7.5)$$

$$j_y = -\frac{e_0 n}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\infty} dt w(t) v_y(t) = \frac{ne_0^2 \tau}{m} \frac{E \omega_c \tau}{1 + (\omega_c \tau)^2}. \quad (7.6)$$

Для дальнейшего обсуждения нам будет полезно не ограничивать себя случаем, когда вектор $\mathbf{E}$ направлен вдоль оси x , а предположить, что он ориентирован в произвольном направлении в плоскости xy . Чтобы получить обобщенное решение, выполним поворот системы координат вокруг оси z на произвольный угол. Окончательный результат представим в виде

$$j_x = \sigma_0 E_x + (\omega_c \tau) j_y, \quad (7.7)$$

$$j_y = \sigma_0 E_y - (\omega_c \tau) j_x, \quad (7.8)$$

где $\sigma_0 = ne^2 \tau / m$ — статическая проводимость в теории Друде–Лоренца. Система уравнений (7.7) и (7.8) является основной для анализа работы холловских (магнитоэлектрических) приборов. В полупроводниковой технике ее часто записывают в эквивалентной форме:

$$j_x = \mu_n e_0 n E_x + \mu_n B j_y, \quad (7.9)$$

$$j_y = \mu_n e_0 n E_y - \mu_n B j_x, \quad (7.10)$$

где μ_n — подвижность электронов, которая определяется выражением (6.2). Для полупроводников с дырочной проводимостью отличие в знаках заряда подвижных носителей приводит к изменению знака у вторых членов выражений (7.9) и (7.10).

Из уравнений (7.9) и (7.10) видно, что в магнитном поле направления $\mathbf{j}$ и $\mathbf{E}$ не совпадают. Поэтому часто удобно представлять проводимость в тензорном (матричном) виде: $j_\alpha = \sigma_{\alpha\beta} E_\beta$, где индексы α и β принимают значения x и y . В частности, диагональные элементы совпадают с обычной проводимостью $\sigma_{xx} = E_x / j_x$. Удельное сопротивление выражается матрицей обратной матрице проводимости $\rho_{\alpha\beta} \sigma_{\beta\gamma} = \delta_{\alpha\gamma}$, $\delta_{\alpha\gamma}$ — единичная диагональная матрица.

В квантовой механике движение заряженной частицы в магнитном поле отличается от классического случая прежде всего тем, что кинетическая энергия частицы принимает дискретные значения [14]

$$E_n = \hbar \omega_c \quad n + \frac{1}{2}, \quad (7.11)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$. Значения энергии E_n называют *уровнями Ландау*. При наличии рассеяния частиц уровни Ландау уширяются и занимают в спектре энергий некоторые области — подзоны. Ширина подзоны составляет примерно $\hbar\omega_\tau = \hbar/\tau$. В слабых магнитных полях $\omega_c\tau \ll 1$, т.е. ширина подзон Ландау больше, чем расстояние между ними. В этом случае влиянием квантования на электронный спектр можно пренебречь. В сильных магнитных полях, где выполняется условие $\omega_c\tau \gg 1$, электронный спектр разбивается на хорошо выраженные подзоны Ландау. Собственный магнитный момент электрона приводит к дополнительному зеемановскому расщеплению энергетических уровней $\Delta E = g\mu_B S_z B$, где g — фактор Ланде, μ_B — магнетон Бора, S_z — проекция спина электрона на ось z . Для свободного электрона $g \approx 2$; в твердом теле фактор Ланде электрона (дырки) может сильно отличаться от этого значения.

Для наблюдения эффектов, связанных с расщеплением спектра на уровни Ландау в металлах, необходимы сильные магнитные поля, низкие температуры ($\hbar\omega_c \gg k_B T$) и малая концентрация примесей. С ростом магнитного поля щель между уровнями Ландау увеличивается, и сами уровни периодически пересекают уровень Ферми. Это приводит к осцилляциям термодинамических и транспортных свойств с изменением магнитного поля [38]. Наиболее известные их проявления — это эффекты де Гааза–ван Альфена (осцилляции магнитной восприимчивости) и Шубникова–де Гааза (осцилляции проводимости).

7.2. Эффект Холла и геометрическое магнитосопротивление

Полезно исследовать систему уравнений (7.7) и (7.8) в двух предельных случаях. Если образец имеет форму длинного стержня, то компонента тока j_y равна нулю (рис. 7.2). Тогда получаем

$$j_x = \sigma_0 E_x, \quad (7.12)$$

$$\frac{E_y}{E_x} = \omega_c \tau. \quad (7.13)$$

Из первого уравнения видно, что выражение для продольной проводимости длинного стержня формально такое же, что и при отсутствии

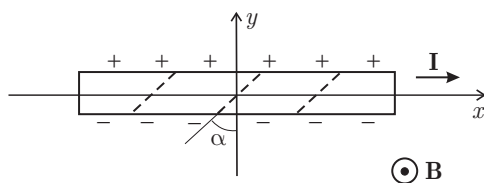


Рис. 7.2. Длинный стержень с током в магнитном поле. Эквипотенциальные плоскости показаны пунктирными линиями

магнитного поля. В поперечном же направлении появляется электрическое поле, которое уравнивает силу Лоренца. Поперечное электрическое поле создается зарядами, которые практически мгновенно накапливаются на границах образца. Это явление называется *эффектом Холла*. Величина $\operatorname{tg} \alpha = \omega_c \tau = \mu B$ имеет ясный физический смысл — это тангенс угла поворота эквипотенциальных поверхностей (см. рис. 7.2). Угол α называют *углом Холла*.

Полезно определить отношение поперечного электрического поля к плотности тока в стержне:

$$\frac{E_y}{J_x} = R_H B. \quad (7.14)$$

Величина R_H называется константой Холла. Если подвижными носителями заряда являются электроны, то

$$R_H = -\frac{1}{n e_0}, \quad (7.15)$$

а для проводников дырочного типа

$$R_H = \frac{1}{p e_0}, \quad (7.16)$$

где n и p — концентрации электронов и дырок. При более тщательном анализе оказывается, что в числителях выражений (7.15) и (7.16) должна стоять величина близкая к единице и зависящая от характера рассеяния электронов. Однако в сильных полях выражения (7.15) и (7.16) выполняются строго. Измерение константы Холла — один из основных методов определения концентрации подвижных носителей заряда в полупроводниках. В ферромагнетиках, наряду с нормальным эффектом Холла, наблюдается *аномальный эффект Холла*, связанный с намагниченностью вещества. По величине он может значительно превосходить нормальный эффект Холла.

Перейдем к другому предельному случаю широкой короткой пластины (рис. 7.3 а). Здесь широкие электроды с высокой проводимостью приводят к условию $E_y = 0$. Заряды, накопленные на границе пластины, оказывают влияние на линии тока лишь на краях образца, на глубине порядка расстояния между электродами. Этой геометрии эквивалентен также диск Корбино (рис. 7.3 б). Электроды на диске Корбино представляют собой кольца на внешнем и внутреннем диаметрах диска. Азимутальное электрическое поле в нем отсутствует, что эквивалентно условию $E_y = 0$ для широкой пластины. Из уравнений (7.7) и (7.8) получаем

$$j_x = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_c \tau)^2} E_x, \quad (7.17)$$

$$\frac{j_y}{j_x} = \omega_c \tau. \quad (7.18)$$

Мы видим, что продольная проводимость в магнитном поле уменьшается. Это явление называют *эффектом геометрического магнитосопротивления*.

тивления. Оно получило свое название из-за зависимости от формы образца. Геометрическое магнитосопротивление следует отличать от *собственного магнитосопротивления*, которое связано с изменением длины пробега и электронной структуры вещества в магнитном поле и от формы образца не зависит. Собственное магнитосопротивление приводит к квадратичной зависимости удельного сопротивления в слабых магнитных полях: $\rho_i(B) = \rho_0 + aB^2$, где a — положительный коэффициент. В общем случае, когда имеется собственное и геометрическое магнитосопротивление, имеем $\rho(B) = \rho_i(B)K_f(B)$, где $K_f(B)$ — коэффициент формы образца.

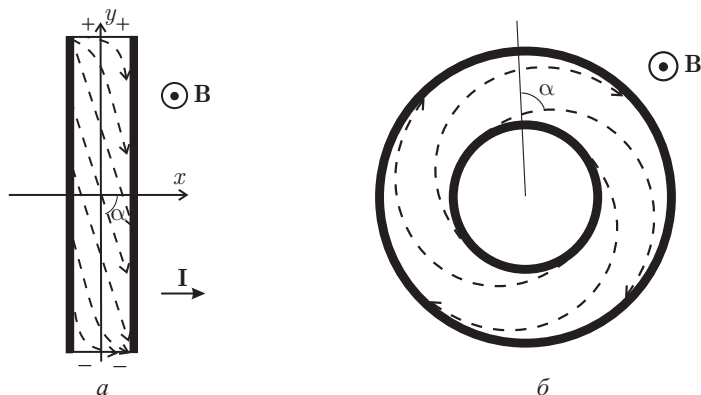


Рис. 7.3. Широкая короткая пластина (а) и диск Корбино (б) с током в магнитном поле. Линии тока показаны пунктиром

В случае образца прямоугольной формы с произвольным отношением сторон, задача становится существенно двумерной. Имеется аналитическое решение лишь для квадратного образца. Его продольная проводимость составляет

$$\sigma = \frac{\sigma_i(B)}{1 + (\omega_c \tau)^2}. \quad (7.19)$$

7.3. Квантовый эффект Холла

В двумерных проводниках при очень низких температурах наблюдается необычная разновидность эффекта Холла — *квантовый эффект Холла*. С момента своего открытия в 1980 г. [40] он привлекает к себе огромное внимание [5].

Прежде всего следует сказать несколько слов о том, что собой представляет двумерный проводник с физической точки зрения. Рассмотрим движение квантовой частицы в одномерной бесконечно глубокой прямоугольной яме [5, 14]. Пусть дно ямы лежит в диапазоне от $z = 0$ до $z = a$ и потенциал дна равен нулю. На границе ямы волновая

функция частицы должна обращаться в ноль. Тогда получаем решения одномерного уравнения Шредингера в виде набора волновых функций

$$\varphi_n(z) = \frac{2}{a} \sin \frac{\pi n z}{a}, \quad (7.20)$$

где $n = 1, 2, \dots$ и m — масса частицы. Этим решениям соответствуют дискретные энергетические уровни

$$\varepsilon_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ma^2}. \quad (7.21)$$

Обобщим полученный результат на трехмерную систему — потенциальную яму в виде тонкого плоского слоя. Пусть зависимость потенциала от координаты z остается той же самой, что и в приведенном выше примере, а вдоль осей x и y потенциал будет постоянен. Решения для волновой функции в плоскости xy соответствуют свободным частицам. Энергия частицы может быть представлена в виде суммы $\varepsilon_n + \varepsilon_{xy}$, где ε_{xy} — кинетическая энергия движения частицы в плоскости xy . Поскольку ε_{xy} имеет непрерывный спектр, уровни энергии ε_n превращаются в зоны. При низкой температуре состояние многочастичной системы будет вырождено, т.е. все состояния с энергией меньшей энергии Ферми ε_F будут заняты. Если $\varepsilon_F < \varepsilon_2 - \varepsilon_1$, то будут заняты состояния только в одной зоне $n = 1$. Это означает, что состояния частиц определяются только волновыми векторами k_x и k_y , т.е. мы получили двумерную систему.

Для исследования проводимости в двумерных системах используют слои с вырожденным электронным газом, получаемые в полупроводниковых гетероструктурах, например, типа p-GaAs/n-AlGaAs или в кремниевых MOSFET структурах (полевой транзистор с изолированным затвором) [5].

Из выражения (7.14) следует, что холловская проводимость $\sigma_{yx} = (\rho_{xy})^{-1} = J_y / E_x$ должна быть пропорциональна величине магнитного поля B . В двумерных системах при низких температурах в сильных магнитных полях σ_{yx} является ступенчатой функцией, т.е. принимает дискретные значения

$$\sigma_{yx} = \frac{n e_0^2}{h}, \quad (7.22)$$

где $n = 1, 2, \dots$, e_0 — заряд электрона, h — постоянная Планка. Как это не удивительно, величина проводимости не зависит от свойств материала — в нее входят только фундаментальные константы. Это свойство квантового эффекта Холла используется в метрологии для установления эталона проводимости. Величина e_0^2/h является квантом проводимости, с которым мы еще встретимся в гл. 11. Поведение удельного сопротивления ρ_{xx} также необычно. Оно обращается в ноль, когда $\sigma_{yx}(B)$ находится на плато. При переходе функции $\sigma_{yx}(B)$ с одной ступеньки на другую значение ρ_{xx} становится конечным. Был также обнаружен *дробный квантовый эффект Холла*, при котором величина n в выражении (7.22) принимает дробные значения [5].

7.4. Холловские датчики магнитного поля и тока

Величина эффекта Холла и геометрического магнитосопротивления определяется тангенсом угла Холла $\operatorname{tg} \alpha = \mu B$, поэтому в гальваномagnetных приборах используют вещества с большой подвижностью носителей заряда. К ним, в частности, относятся бинарные полупроводники InSb и InAs [39]. При легировании n -типа в них можно достигнуть подвижности электронов $2\text{--}4\text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ при комнатной температуре. Таким образом, даже в умеренном магнитном поле 1 Тл мы можем достигнуть значений угла Холла порядка 75° . Подвижность электронов уменьшается с увеличением температуры (для слаболегированных образцов как $T^{-1.6}$) и концентрации подвижных носителей заряда. При азотной температуре в чистом InSb подвижность достигает значения $65\text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

Эффект Холла в InSb и InAs не зависит от частоты вплоть до 10^{12} Гц [39]. Измерение магнитного поля на частоте 3 ГГц не выявили отклонения холловского напряжения от значений на постоянном токе. Геометрическое магнитосопротивление на частоте 10 ГГц отличалось от его величины на постоянном токе не более 5% .

Благодаря простой линейной зависимости холловского напряжения от магнитного поля при постоянном токе датчики Холла широко используются при измерении магнитных полей. Датчик Холла представляет собой четырех-полюсник, который можно охарактеризовать входным и выходным сопротивлениями R_{11} и R_{22} , а также коэффициентом преобразования K_{21} . В режиме холостого хода напряжение на выходе датчика составляет

$$\mathcal{E}_2 = K_{21} I_1 B, \quad (7.23)$$

где I_1 — входной ток, B — проекция магнитного поля, вдоль направления измерения. Источник ЭДС во входной цепи определяется аналогичным образом:

$$\mathcal{E}_1 = K_{12} I_2 B. \quad (7.24)$$

При включенной нагрузке напряжение на датчике уменьшается:

$$U_L = \frac{K_{21} I_1 B}{1 + R_{22}/R_L}. \quad (7.25)$$

При включении нагрузки кроме уменьшения холловского напряжения возникает вторичный эффект Холла: ток нагрузки порождает в датчике компоненту тока, поперечную входному току (j_y). Эффект Холла относительно этой компоненты приводит к появлению вторичного холловского напряжения на входе датчика. Поэтому во входной

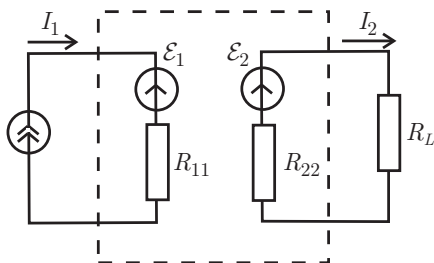


Рис. 7.4. Эквивалентная схема датчика Холла

цепи датчика должен быть включен источник тока, а сопротивление нагрузки следует делать как можно более высоким.

Для измерения слабых магнитных полей датчик Холла помещается в зазор между ферромагнитными концентраторами магнитного поля. В этом случае может возникнуть проблема линейности датчика. Чтобы ее решить на концентраторы наматывают соленоиды подмагничивания. В них создается такой ток, магнитное поле которого компенсирует внешнее поле. Таким образом, датчик Холла выступает здесь в роли нуля-органа.

Датчики Холла широко применяются в качестве бесконтактных датчиков положения, которые регистрирует лишь факт появления магнитного поля. К таким элементам не предъявляется жестких требований по линейности характеристики и температурной стабильности, поэтому они имеют низкую стоимость, и легко может быть налажено их крупносерийное производство.

Важным применением холловских приборов является бесконтактное измерение постоянных и низкочастотных токов. Проводник с током охватывается ферромагнитным сердечником, а датчик Холла располагается в одном из его зазоров (рис. 7.5). Поскольку сердечник должен быть разъемным, изготовить его с одним зазором сложно.

Из второго закона Максвелла в интегральной форме (2.7) мы получаем, что

$$H_{Fe} l_{Fe} + 2H_g \delta = I, \quad (7.26)$$

где H_{Fe} и H_g — магнитное поле в сердечнике и зазоре, а l_{Fe} и δ — длина магнитопровода и размер зазора. В случае, когда магнитная проницаемость сердечника μ_{Fe} высокая, а зазор мал по сравнению с размерами поперечного сечения

сердечника, мы можем считать, что индукция магнитного поля в сердечнике и зазоре одинакова. Тогда $\mu_{Fe} H_{Fe} \approx H_g$. Отсюда получаем

$$H_g \frac{l_{Fe}}{\mu_{Fe}} + 2\delta = I. \quad (7.27)$$

Измерив магнитное поле в зазоре, мы можем установить величину тока. На практике измерение производится в двух зазорах одинаковыми датчиками Холла. Их выходные напряжения усредняются. Такая процедура уменьшает влияние внешних магнитных полей на результаты измерения.

Из приведенных выше рассуждений видно, что сердечник в холловском датчике тока выполняет две функции. Охватывая проводник с током, он обеспечивает независимость результата измерений от распределения тока внутри контура сердечника. Кроме того, из выраже-

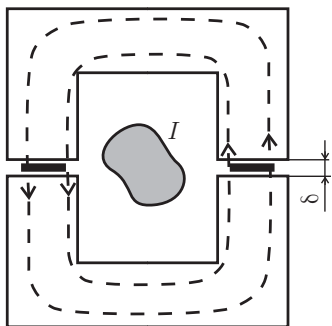


Рис. 7.5. Холловский датчик тока

ния (7.27) видно, что сердечник значительно повышает напряженность магнитного поля в зазоре и тем самым увеличивает чувствительность датчика. Материал сердечника должен обладать высокой магнитной проницаемостью, узкой петлей гистерезиса и высокой индуктивностью насыщения. Этим требованиям удовлетворяет, например, листовая холоднокатанная электротехническая сталь.

7.5. Магниторезисторы

Собственное магнитосопротивление материалов, как правило, не велико. В полях порядка нескольких тесл изменение сопротивления может составлять всего несколько процентов. С другой стороны, геометрическое магнитосопротивление позволяет достигать гораздо более сильного эффекта. Например, если в InSb n -типа подвижность составляет около $5 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ при комнатной температуре, из выражения (7.17) мы получаем уменьшение проводимости в 26 раз в поле 1 Тл. Этим обусловлено широкое применение материалов с высокой подвижностью зарядов для создания магниторезисторов на эффекте геометрического магнитосопротивления.

Магниторезисторы в виде широкой короткой пластины (см. рис. 7.3а) оказываются неизбежно низкоомными и, поэтому, мало пригодными, а в форме диска — нетехнологичными. Чтобы выйти из этого положения можно собрать стопку из широких пластин, разделенных металлическими прослойками. Такие магниторезисторы называются растровыми (рис. 7.6). Практически идею растрового магнитосопротивления реализуют следующим образом. Пластины InSb приклеивают к керамической подложке и шлифовкой доводят до толщины порядка 20 мкм. Затем на поверхность InSb наносят тонкие металлические полосы.

Остроумный способ формирования растровых магниторезисторов был реализован в эвтектических сплавах InSb-NiSb . В определенных условиях расплав InSb-NiSb при затвердевании

распадается две фазы: антимониды индия и никеля. При этом NiSb выпадает в расплаве InSb в виде длинных тонких игл, которые растут строго перпендикулярно границе раздела твердой и жидкой фаз. При направленном росте кристалла из расплава все иглы оказываются ориентированными в одном направлении. NiSb обладает проводимостью, на два порядка превышающей проводимость слаболегированного InSb ,

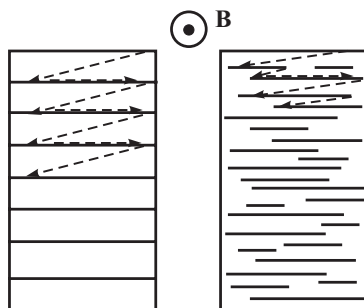


Рис. 7.6. Два варианта растровых магнитосопротивлений: стопка широких пластин (слева) и иглы NiSb в композитном полупроводнике InSb-NiSb (справа). Пунктиром показаны линии тока

поэтому иглы играют роль электродов в растровом магниторезисторе. Удельное сопротивление в композитном полупроводнике InSb-NiSb в магнитном поле 1 Тл увеличивается в примерно в 18 раз, что незначительно меньше, чем в чистом образце InSb в форме диска Корбино. Зато из композитного материала можно изготовить магниторезистор практически любой формы.

7.6. Упражнения

Упражнение 1. Через полупроводниковую пластину толщиной $t = 2$ мм и шириной $d = 2$ мм протекает ток $I = 10$ мА в магнитном поле $B = 5$ Тл (рис. 7.7). Напряжение между парами точек А, В и С, D

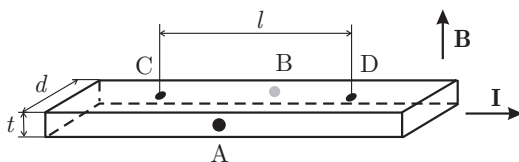


Рис. 7.7. Определение подвижности и концентрации носителей заряда в полупроводнике

одинаково и составляет 10 мВ. Расстояние между точками С и D равно $l = 10$ мм. Определить концентрацию и подвижность носителей заряда.

Глава 8

ВЧ-ИЗМЕРЕНИЯ

Измерения на частотах, лежащих в радиочастотном диапазоне, т. е. от десятков килогерц до сотен мегагерц, мы будем называть высокочастотными (ВЧ). В этой области широко применяются радиотехнические методы, некоторые из которых будут рассмотрены ниже. Начнем мы с обсуждения основных электрофизических характеристик вещества в ВЧ-диапазоне.

8.1. Поляризуемость диэлектриков

В переменном электрическом поле в диэлектрике протекают поляризационные токи. Их анализ полезно начать со статической поляризуемости одиночной молекулы. Существует три механизма возникновения эффективных дипольных моментов молекул в диэлектрике. Первый из них — электронный — является следствием смещения электронного облака атома или молекулы относительно ядер. Очень упрощенный подход к проблеме электронной поляризуемости реализован в *модели Томпсона*. Поляризуемость атома определяется в основном слабо связанными электронами наружной оболочки, которые под действием внешнего электрического поля сильно смещаются. В модели Томпсона ядро с положительным ионным остовом считается точечным зарядом $+q_0$ с очень большой массой, а внешняя оболочка атома представляется в виде сферы радиусом a , внутри которой однородно распределены заряд $-q_0$ и масса m_0 . Тогда электронная поляризуемость модельного атома определяется как (см. Упражнение 1)

$$\alpha_e = 4\pi a^3 = 3V, \quad (8.1)$$

где V — объем атома. Напомним, что поляризуемость — это коэффициент пропорциональности между индуцированным дипольным моментом и электрическим полем (см. формулу (4.3)). Электронная поляризация присутствует во всех типах диэлектриков. Она обладает малой инерционностью, время ее установления составляет порядка 10^{-15} с.

Второй механизм — структурная поляризация — наблюдается в гетероатомных молекулах, в которые входят ионы с разными зарядами. Под действием внешнего электрического поля заряды ионов частично перераспределяются. Кроме того, изменяются расстояния между ионами в молекуле. По порядку величины структурная поляризация

составляет $\alpha_s = 10^{-30} \text{ м}^3$, что примерно на порядок меньше характерной электронной поляризуемости. Структурная поляризуемость более медленная, чем электронная, и в оптической области спектра ее можно не принимать во внимание. Сумму электронной и структурной поляризуемости называют деформационной поляризуемостью.

И, наконец, третий механизм — это ориентационная поляризуемость. Молекулы, имеющие дипольный момент в отсутствие электрического поля, можно рассматривать как жесткий диполь, который ориентируется во внешнем электрическом поле. Электрический момент молекулы флуктуирует под действием температуры, и среднее значение момента имеет сильную температурную зависимость. Ориентационная поляризуемость пропорциональна квадрату дипольного момента молекулы и обратно пропорциональна температуре. При комнатной температуре в диэлектрических жидкостях она составляет величину порядка $\alpha_o = 10^{-28} \text{ м}^3$. Ориентационная поляризуемость, как правило, инерционна, характерные частоты лежат в радиочастотном и СВЧ диапазонах.

Дипольные моменты, создаваемые тремя механизмами, складываются, поэтому полная поляризуемость равна

$$\alpha_e = \alpha_e + \alpha_s + \alpha_o. \quad (8.2)$$

Электрическая индукция связана с поляризацией единицы объема вещества $\mathbf{P} = n\mathbf{p}$, где n — концентрация диполей, следующим выражением:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}. \quad (8.3)$$

Поляризацию можно представить через диэлектрическую восприимчивость χ как

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}. \quad (8.4)$$

Нетрудно видеть, что диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 1 + \chi$. Если молекулы в веществе находятся далеко друг от друга и их взаимным влиянием можно пренебречь, то диэлектрическая проводимость равна просто сумме поляризуемостей молекул вещества $\chi_0 = n\alpha$.

В действительности, в конденсированном веществе электрическое поле, в котором находится молекула, состоит из суммы внешнего поля и внутреннего, создаваемого соседними молекулами. Здесь надо различать *макроскопическое* и *микроскопическое электрические поля*. Когда мы, как обычно, используем связь напряженности и индукции электрического поля в виде $E = D/(\varepsilon_0 \varepsilon)$, мы подразумеваем макроскопическое однородное поле внутри диэлектрика. На расстояниях, сравнимых с межатомными, структура вещества дискретна, т. е. дипольные моменты атомов (молекул) создают сильно неоднородное микроскопическое поле. При расчете поляризуемости вещества нас интересует величина локального (но не среднего макроскопического!) поля, действующего на молекулу. Для его вычисления будем использовать прием, предложенный Лоренцем.

Рассмотрим диэлектрик, находящийся в плоском конденсаторе (рис. 8.1). Напряженность локального поля можно представить как

$$\varepsilon_0 E_{loc} = D - LP + \varepsilon_0 E_L. \quad (8.5)$$

Здесь $D - LP$ — макроскопическое поле внутри конденсатора, создаваемое зарядами на пластинах D и поверхностными зарядами в диэлектрике, L — коэффициент деполяризации, равный для плоского конденсатора $L = 1$.

Второе слагаемое — это лоренцево поле, содержащее микроскопическую часть электрического поля. Для его вычисления выделим достаточно большую сферу (не менее 100 периодов кристаллической решетки) с центром на той молекуле, где мы вычисляем локальное поле. Мысленно удалим все молекулы, находящиеся внутри сферы, как это показано на рис. 8.1. Тогда поле зарядов на поверхности сферической полости равно $1/3P$, поскольку коэффициент деполяризации для сферы $L = 1/3$. Теперь займемся электрическим полем молекул внутри удаленной сферы. Предположим, что электрические диполи в кристалле упорядочены в простую кубическую решетку. Тогда можно строго доказать, что суммарное поле всех диполей внутри сферы оказывается равным нулю. Поэтому лоренцево поле принимает вид

$$\varepsilon_0 E_L = \frac{1}{3P}. \quad (8.6)$$

Заметим, что этот вывод справедлив не для любой кристаллической решетки. Например, он не применим для решеток без центра инверсии, например, в сегнетоэлектриках (см. гл. 4).

Путем несложных преобразований из уравнений (8.5) и (8.6) получаем

$$\frac{\chi_0}{3} = \frac{\chi}{3 + \chi} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}. \quad (8.7)$$

Это соотношение называют *формулой Клаузиуса–Мосотти*. Видно, что при малых значениях диэлектрической восприимчивости $\chi \approx \chi_0$, т. е. взаимным влиянием молекул можно пренебречь. Однако при увеличении χ_0 диэлектрическая восприимчивость начинает резко увеличиваться, и при $\chi_0 \rightarrow 3$ она расходится: $\chi \rightarrow \infty$. Наступает так называемая *поляризационная катастрофа*. Чувствительность системы к внешнему воздействию становится бесконечной. Поляризационная катастрофа соответствует полной экранировке внешнего электриче-

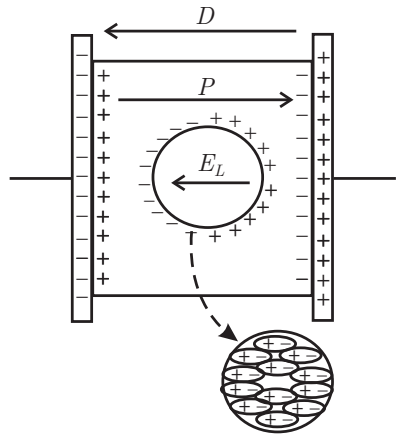


Рис. 8.1. Поле Лоренца

ского поля, т.е. переходу в металлическую фазу. Возможен также и другой вариант: за счет структурной неустойчивости в веществе может появиться спонтанная поляризация (сегнетоэлектричество). Если мы рассмотрим решетку томпсоновских атомов, то поляризационной катастрофе будет соответствовать условие равенства объема всех атомов объему кристалла. Иначе говоря, она происходит при сильном перекрытии оболочек соседних атомов. Формула Клаузиуса–Мосотти хорошо описывает диэлектрическую восприимчивость неполярных диэлектриков. Существуют различные обобщения этой формулы с учетом ориентационной поляризуемости молекул, для растворов и т. д. [41].

Выше представлен очень упрощенный подход к проблеме поляризуемости, но надо заметить, что строгий квантовомеханический расчет является чрезвычайно сложной задачей.

8.2. Дисперсия диэлектрической проницаемости в диэлектриках

В упр. 2 вычисляется динамическая электронная поляризуемость атома в модели Томпсона. Она оказывается вещественной, хотя и изменяет знак на частоте ω_0 . Диссипация энергии в этом случае отсутствует, как и должно быть для изолированного атома. В конденсированной среде динамическая поляризация в переменном электрическом поле может приводить к частичной потере энергии, например, через возбуждение фононов. Диссипация энергии в диэлектрике в переменном поле может быть описана комплексной диэлектрической проницаемостью ¹⁾

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega), \quad (8.8)$$

где $\varepsilon'(\omega)$ и $\varepsilon''(\omega)$ — вещественные функции, первая из которых — обычная диэлектрическая проницаемость, а вторая пропорциональна энергии, поглощаемой за период колебания. Одной из важнейших характеристик диэлектрика в переменном электрическом поле является тангенс угла потерь

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}. \quad (8.9)$$

Частотные зависимости $\varepsilon'(\omega)$ и $\varepsilon''(\omega)$ тесно связаны с временной релаксацией поляризации. Если к диэлектрику было приложено внешнее электрическое поле, которое было снято в момент времени t , то релаксацию поляризации $P(t)$ описывают нормированной автокорреляционной функцией [41]

$$\Phi(t) = \frac{\langle P(t)P(0) \rangle}{\langle P(0)P(0) \rangle}, \quad (8.10)$$

¹⁾ Иногда используется выражение $\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) - i\varepsilon''(\omega)$, которое получается, если внешнее электрическое поле имеет временную зависимость в виде $\exp(i\omega t)$ вместо $\exp(-i\omega t)$.

которую называют *функцией отклика поляризации* или функцией спада поляризации. Для многих диэлектриков она имеет экспоненциальную зависимость

$$\Phi(t) = \Phi(0) \exp -\frac{t}{\tau}, \quad (8.11)$$

где τ — время диэлектрической релаксации. При этом комплексная диэлектрическая проницаемость имеет вид

$$\varepsilon(\omega) = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty}{1 - i\omega\tau}, \quad (8.12)$$

где ε_0 — статическая диэлектрическая проницаемость, ε_∞ — диэлектрическая проницаемость в пределе высоких частот. Из выражения (8.12) получаем частотные зависимости вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости, изображенные на рис. 8.2 а:

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty}{1 - \omega^2\tau^2}, \quad (8.13)$$

$$\varepsilon'' = \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{1 - \omega^2\tau^2}. \quad (8.14)$$

Из зависимостей (8.13) и (8.14) можно исключить $\omega\tau$ и получить *параметрическое соотношение Коула*

$$\varepsilon' - \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_\infty}{2}^2 + (\varepsilon'')^2 = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty}{2}^2. \quad (8.15)$$

Это уравнение описывает полуокружность, изображенную на рис. 8.2 б. При изменении частоты точка на графике перемещается от статической диэлектрической проницаемости до высокочастотного предела. Максимум зависимости $\varepsilon''(\varepsilon')$ соответствует частоте $\omega = \tau^{-1}$.

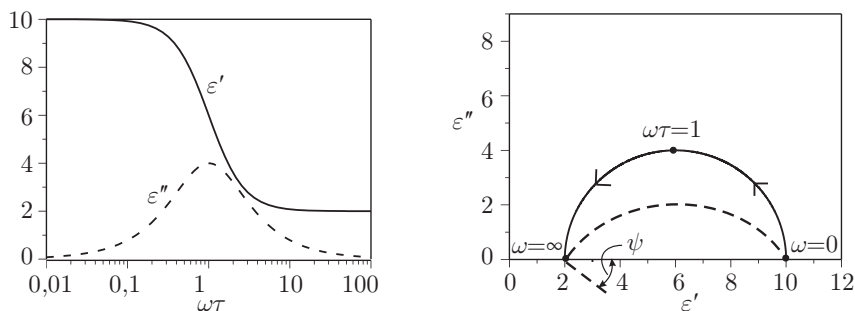


Рис. 8.2. а — частотные зависимости ε' (сплошная линия) и ε'' (штриховая линия); б — параметрическая зависимость $\varepsilon''(\varepsilon')$ Коула (8.13) (сплошная линия) и Коула-Коула (8.14) (штриховая линия) для $\varepsilon_0 = 10$ и $\varepsilon_\infty = 2$

Более реалистичным предположением является гипотеза о наличии в конденсированной большом количестве процессов релаксации со своими характерными временами, т. е. распределение времен релаксации.

Эмпирическую форму комплексной диэлектрической проницаемости, которая позднее получила теоретическое обоснование, предложили К.С. Коул и Р.Х. Коул

$$\varepsilon(\omega) - \varepsilon_\infty = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty}{1 - (i\omega\tau_0)^{1-\alpha}}, \quad (8.16)$$

где α — коэффициент распределения (или размазывания) времени релаксации, а τ_0 — наиболее вероятное время релаксации. График зависимости $\varepsilon''(\varepsilon')$ для *распределения Коула–Коула* показан на рис. 8.2б штриховой линией. Это дуга окружности с центром ниже оси абсцисс. Параметр распределения времени релаксации легко определить графически как $\alpha = 2\psi/\pi$, где ψ — угол между направлением к центру окружности и осью абсцисс. Зависимости (8.15) и (8.16) широко используются при измерениях ВЧ-характеристик диэлектриков.

Отметим также, что вещественная и мнимая части диэлектрической проницаемости связаны друг с другом формулами Крамерса–Кронига [16]

$$\varepsilon'(\omega) - 1 = \frac{1}{\pi} \oint_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon''(x)}{x - \omega} dx, \quad (8.17)$$

$$\varepsilon''(\omega) = -\frac{1}{\pi} \oint_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon'(x) - 1}{x - \omega} dx, \quad (8.18)$$

которые являются следствием физического принципа причинности. Здесь знак $\oint$ означает, что интеграл понимается в смысле главного значения.

8.3. ВЧ-проводимость металлов и полупроводников

Вернемся к основному уравнению теории Друде–Лоренца (6.1). Чтобы исследовать ВЧ отклик электронов проводимости или дырок с зарядом q , предположим, что внешнее электрическое поле изменяется по гармоническому закону

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \exp(i\omega t). \quad (8.19)$$

Тогда решение для скорости электронов $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$ будет иметь ту же временную зависимость:

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 \exp(i\omega t). \quad (8.20)$$

Подстановка (8.19) и (8.20) в (6.1) приводит к алгебраическому уравнению

$$-i\omega m + \frac{m}{\tau} \mathbf{v}_0 = q\mathbf{E}_0. \quad (8.21)$$

Комплексные вектора здесь определяют амплитуду и фазовый сдвиг гармонического сигнала. Такое представление широко используется, например, в электротехнике. Из уравнения (8.21) вытекает связь между плотностью тока $\mathbf{j}_0$ и напряженностью электрического поля

$$\mathbf{j}_0 = qn\mathbf{v}_0 = \sigma(\omega)\mathbf{E}_0, \quad (8.22)$$

которая определяет динамическую проводимость

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau} = \frac{\varepsilon_0\omega_p^2}{\omega_\tau - i\omega}, \quad (8.23)$$

где $\sigma_0 = \varepsilon_0\omega_p^2/\omega_\tau$ — статическая проводимость в теории Друде–Лоренца (6.2), где $\omega_p = e_0 \sqrt{n/(m\varepsilon_0)}$ — частота плазменных колебаний. Динамическая проводимость оказывается комплексной величиной, т. е. существует сдвиг фаз между током и напряжением. На частотах $\omega \gg \omega_\tau$ напряжение опережает ток почти на $\pi/2$, что характерно для обычной индуктивности. Поэтому на очень высоких частотах иногда вводят *кинетическую индуктивность*, которая связана с инерцией электронов, а не с магнитным полем, как обычная индуктивность. Комплексное удельное сопротивление является величиной обратной проводимости: $\rho(\omega) = [\sigma(\omega)]^{-1}$.

Обратим внимание читателя на то, что комплексная проводимость однозначно связана с комплексной диэлектрической проницаемостью, которую мы использовали в предыдущем параграфе при обсуждении ВЧ-свойств диэлектриков. Чтобы показать это, дополним уравнения Максвелла (3.1) членом, описывающим токи проводимости:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \sigma_0\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (8.24)$$

Подставив сюда выражения (8.19) и (3.4), а также имея в виду, что временная зависимость магнитного поля аналогична (8.19), получаем

$$\text{rot } \mathbf{H}_0 = \sigma(\omega)\mathbf{E}_0 = -i\omega\varepsilon(\omega)\varepsilon_0\mathbf{E}_0. \quad (8.25)$$

Отсюда видно, что комплексные проводимости $\sigma(\omega)$ и диэлектрическая проницаемость совпадают с точностью до множителя: $\sigma'' = -\omega\varepsilon_0\varepsilon'$ и $\sigma' = \omega\varepsilon_0\varepsilon''$.

Комплексную диэлектрическую проницаемость в более реалистичной модели можно представить в виде суммы

$$\varepsilon = \varepsilon_L + \varepsilon_c(\omega), \quad (8.26)$$

где первое слагаемое представляет собой диэлектрическую проницаемость кристалла, а второе, $\varepsilon_c(\omega) = \varepsilon'_c(\omega) + i\varepsilon''_c(\omega)$, отвечает за электроны проводимости. ε_L , как правило, можно считать вещественной и независимой от частоты.

Можно показать, что частота столкновений определяется следующим выражением:

$$\omega_\tau = \omega \frac{\varepsilon_L - \varepsilon'}{\varepsilon''} = -\omega \frac{\varepsilon'_c}{\varepsilon''_c}, \quad (8.27)$$

которое используется в физике полупроводников для измерения τ .

8.4. Индукционные измерения проводимости

Использование четырехточечной методики измерения проводимости, как уже обсуждалось в гл. 6, сильно ограничено в условиях импульсных экспериментов. Бесконтактные методы, как правило, оказываются гораздо менее чувствительными к помехам и обладают большим быстродействием. К тому же, проводимость большинства металлов и полупроводников в радиочастотном диапазоне практически совпадает со статической проводимостью.

Индукционные измерения проводимости могут быть выполнены следующим образом. На исследуемый образец, представляющий собой тонкую пластинку, с одной стороны наклеивается небольшая катушка, на которую подается ВЧ-сигнал (рис. 8.3 а). С обратной стороны образца наклеивается такая же катушка, сигнал с которой поступает на регистратор, как правило, это — осциллограф. Будем называть такую постановку индукционных измерений схемой на пропускание. Когда проводимость образца мала и глубина скин-слоя δ много больше толщины пластинки d , магнитное ВЧ-поле, создаваемое первой катушкой, генерирует ЭДС во второй катушке. Сигнал через трансформаторную связь попадает на регистратор. В противоположном случае большой проводимости и малой глубины скин-слоя магнитное поле первой катушки полностью экранируется, и сигнал на регистраторе отсутствует. В области $d < \delta$ величина ВЧ-токов, индуцируемых в образце и, соответственно, амплитуда ЭДС в приемной катушке пропорциональны

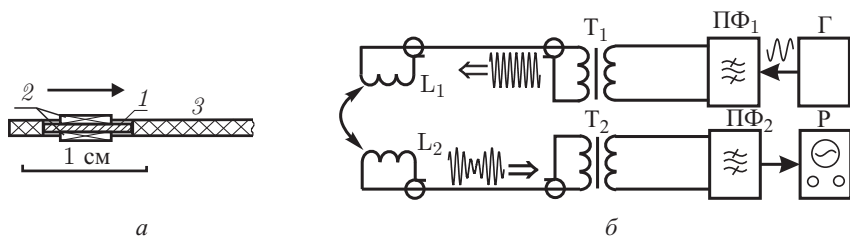


Рис. 8.3. Индукционная ВЧ-методика измерения проводимости по пропусканию [42]. а — измерительный узел: 1 — образец, 2 — генерирующая и приемная катушки, 3 — держатель; б — функциональная схема: L₁, L₂ — генерирующая и приемная катушки, T₁, T₂ — разделительные трансформаторы, ПФ₁, ПФ₂ — полосовые фильтры, Г — генератор, Р — регистратор

проводимости образца. Подробно электродинамика измерительного узла была исследована в работе [46].

На рис. 8.3б показана функциональная схема индукционного измерения проводимости по пропусканию [42]. Частота генератора может составлять от единиц до сотни мегагерц. Для защиты от электромагнитных помех в схеме использованы разделительные трансформаторы и полосовые фильтры. Входное и выходное сопротивления фильтра должны быть согласованы с кабельной линией и нагрузкой. Подробнее их роль обсуждается в гл. 12–14. При измерениях в импульсном магнитном поле оси катушек ориентируются перпендикулярно ему, как показано на рис. 8.3а, для устранения ЭДС со стороны внешнего поля.

В импульсных экспериментах проводимость изменяется со временем, поэтому сигнал на приемной катушке имеет амплитудную модуляцию. Если характерное время изменения проводимости образца составляет τ , то верхнюю границу частот в спектре огибающей модулированного сигнала можно грубо оценить как $\omega_b \approx 2/\tau$. Как известно [67], спектр сигнала с амплитудной модуляцией занимает область частот от $\omega_0 - \omega_b$ до $\omega_0 + \omega_b$, где ω_0 — частота генератора. Отсюда видно, что полоса пропускания фильтра ПФ₂ должна быть достаточно широкой, чтобы в нее попадал весь спектр сигнала. В противном случае возникнут сильные искажения сигнала. Таким образом, *быстродействие схемы, изображенной на рис. 8.3б будет определяться шириной полосы пропускания фильтра*: чем шире полоса, тем выше быстродействие. С другой стороны, с точки зрения помехоустойчивости желательно сделать полосу пропускания как можно более узкой. Здесь приходится искать компромисс между быстродействием и помехоустойчивостью. Схема на рис. 8.3б успешно использовалась для исследования высокотемпературных сверхпроводников в сильных и сверхсильных магнитных полях [42, 46].

В условия очень интенсивных помех схема индукционных измерений по пропусканию имеет существенный недостаток. Оплетки двух кабелей образуют контур заземления. Причем, даже если генератор и регистратор гальванически изолированы друг от друга, контур замыкается через емкостные связи. Поскольку емкость между катушками оказывается много меньше емкости между оплетками кабелей, практически вся ЭДС помехи, индуцируемая в контуре, попадает на зазор между катушками измерительного узла. В ряде случаев она может привести даже к пробоям между катушками. Прокладка слоя изолятора между катушками и образцом решает проблему пробоя, но снижает амплитуду сигнала.

Радикальным решением проблемы контура заземления является переход к схеме измерения отраженной волны рис. 8.4а, имеющей только одну кабельную линию. ВЧ-сигнал с генератора через вентиль Вн поступает на кабель через фильтр ПФ и разделительный трансформатор Т на кабельную линию. Если длина кабеля заметно превышает длину волны, то он представляет собой длинную линию.

Измерительный узел такой же, как и для схемы по пропусканию, только с одной катушкой. Переменная часть сигнала, отраженного от катушки измерительного узла L , связана с током в образце и при том же условии $d < \delta$ пропорциональна проводимости образца.

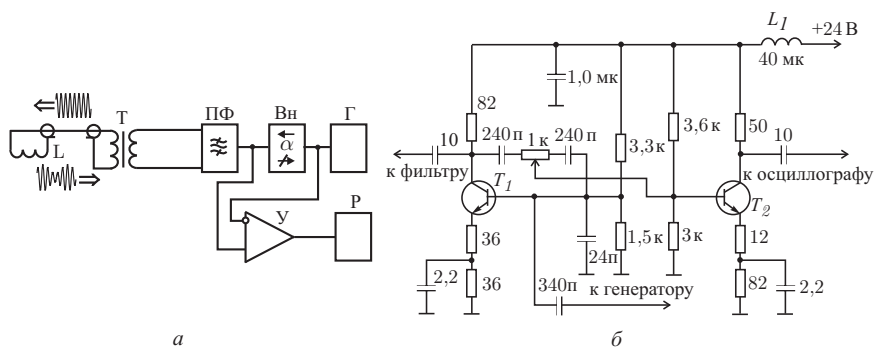


Рис. 8.4. Индукционная ВЧ-методика измерения проводимости по отражению [42]. *а* — функциональная схема: L — катушки, T — разделительный трансформатор, $ПФ$ — полосовой фильтр, $У$ — дифференциальный усилитель, $Г$ — генератор, $Р$ — регистратор; *б* — простейшая реализация вентили и дифференциального усилителя (все транзисторы — 2Т939А).

Таким образом, на входе вентили мы имеем сигнал генератора, т.е. сигнал поступающий на вход кабельной линии, а на выходе — сумму сигнала генератора и отраженного сигнала, потому что вентиль — это однонаправленная схема, пропускающая сигнал только в одном направлении. В этих рассуждениях мы предполагаем, что трансформатор и фильтр идеальные, т.е. они в полосе пропускания никакого влияния

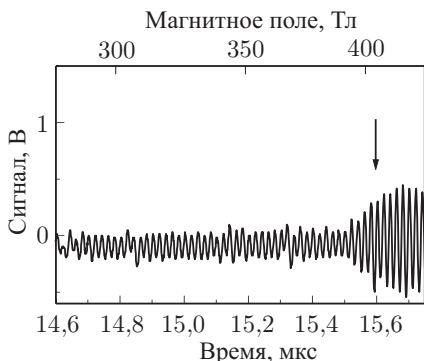


Рис. 8.5. ВЧ-сигнал, зарегистрированный в схеме на отражение при измерении фазового перехода полупроводник–металл в FeSi. Стрелкой показан момент перехода

на сигнал не оказывают. Дифференциальный усилитель $У$ выполняет операцию аналогового вычитания двух сигналов, поэтому на его выходе мы получаем сигнал, отраженный от катушки и пропорциональный проводимости. Простейшая реализация вентили и дифференциального усилителя показана на рис. 8.4б. Сигнал с генератора поступает на базу транзистора T_1 , который является вентилем: отраженный сигнал оказывается на его коллекторе и не может попасть на базу. Опорный сигнал генератора инвертируется транзистором T_1 , а низко-

индуктивный переменный резистор настраивается таким образом, чтобы на выходе исключить опорный сигнал (схема вычитания).

Схема ВЧ-измерений по отражению была использована при исследовании фазового перехода полупроводник–металл, индуцированного сверхсильным магнитным полем в FeSi [28, 42]. Сигнал, полученный в одном из экспериментов, показан на рис. 8.5. Увеличение амплитуды ВЧ-сигнала с частотой 50 МГц связано с изменением проводимости образца. Следует обратить внимание, что в данных экспериментах максимальный ожидаемый уровень помех на катушке измерительного узла составлял 100 В. При этом на осциллографе был зарегистрирован полезный сигнал амплитудой менее 1 В. Эффективное подавление помех оказалось возможным благодаря тому, что рабочая полоса частот ВЧ-измерителя была значительно выше характерных частот помех, создаваемых взрывом магнитным генератором.

Индукционные методы позволяют измерять проводимость в диапазоне $10^2\text{--}10^6\text{ (Ом} \cdot \text{см)}^{-1}$ в зависимости от толщины образца и частоты генератора. Динамический диапазон индукционных измерений обычно небольшой, порядка 20 дБ.

8.5. Шлейфовые ВЧ-измерения комплексной проводимости

Шлейфовые измерения применяются для измерения ВЧ-характеристик диэлектрических и слабо проводящих материалов [41]. Шлейфом называют отрезок двухпроводной линии с распределенными параметрами разомкнутый или замкнутый на обратном конце. Шлейфы могут быть различных типов, но наиболее распространенным является коаксиальный шлейф, поскольку он естественным образом сопрягается с коаксиальным радиочастотным кабелем.

Рассмотрим коаксиальный шлейф, заполненный исследуемым веществом (рис. 8.6 а). Комплексное волновое сопротивление однородной

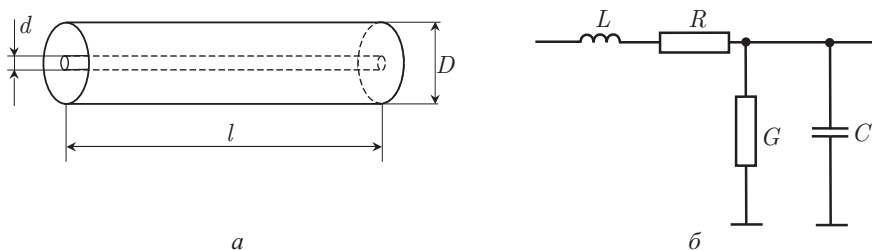


Рис. 8.6. Коаксиальный шлейф (а) и эквивалентное представление длинной линии с распределенными параметрами (б)

линии с распределенными параметрами определяется выражением

$$Z = \frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}, \quad (8.28)$$

а коэффициент распространения —

$$\gamma = \sqrt{(R + i\omega L)(G + i\omega C)}, \quad (8.29)$$

где R , L , G и C — погонные (на единицу длины) сопротивление, индуктивность, проводимость и емкость (рис. 8.6 б). Будем предполагать, что проводимость внутреннего электрода и внешней оболочки очень высокая, тогда мы можем положить $R = 0$. Погонные параметры коаксиальной длинной линии вычисляются по формулам

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{d}, \quad (8.30)$$

$$G = \frac{2\pi\sigma}{\ln \frac{D}{d}}, \quad (8.31)$$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\ln \frac{D}{d}}, \quad (8.32)$$

где D и d — диаметры внешней оболочки и внутреннего электрода, σ и ε — проводимость и диэлектрическая проницаемость исследуемой среды, которую мы предполагали немагнитной ($\mu = 1$).

Входное комплексное сопротивление (импеданс) шлейфа, имеющего нагрузку Z_L на обратном конце, вычисляется из выражения

$$Z_{in} = Z \frac{Z_L + Z \operatorname{th}(\gamma l)}{Z + Z_L \operatorname{th}(\gamma l)}. \quad (8.33)$$

Для разомкнутого шлейфа ($Z_L = \infty$) получаем

$$Z_{in} = Z \operatorname{cth}(\gamma l). \quad (8.34)$$

Подставим выражения (8.30), (8.31) и (8.32) в (8.34) и получим

$$Z_{in} = \frac{\ln(D/d)}{2\pi} \frac{\omega\mu_0}{\omega\varepsilon\varepsilon_0 - i\sigma} \operatorname{cth} l \frac{1}{\omega\mu_0(i\sigma - \omega\varepsilon\varepsilon_0)}. \quad (8.35)$$

Таким образом, измерив комплексный входной импеданс шлейфа, мы можем определить проводимость и диэлектрическую проницаемость среды посредством решения нелинейного уравнения (8.35). Задача упрощается, если шлейф короткий $|\gamma l| \ll 1$. Тогда $\operatorname{cth} x \approx x^{-1}$, а проводимость и диэлектрическую проницаемость можно вычислить из следующих формул:

$$\sigma = \frac{1}{2\pi l} \ln \frac{D}{d} \operatorname{Re}(Z_{in}^{-1}), \quad (8.36)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi l \omega \varepsilon_0} \ln \frac{D}{d} \operatorname{Im}(Z_{in}^{-1}). \quad (8.37)$$

Измерение импеданса выполняют по отражению волны от шлейфа в кабельной линии, т. е. необходимо найти амплитуду и фазу отраженной волны. Если волновое сопротивление кабеля Z_c , то комплексный коэффициент отражения равен

$$V = \frac{Z_{in} - Z_c}{Z_{in} + Z_c}. \quad (8.38)$$

На рис. 8.7 изображена функциональная схема быстродействующего измерителя импеданса для проведения измерений в импульсных экспериментах [43]. Следует обратить внимание на то, что, поскольку данное устройство является фактически ВЧ-интерферометром, опорный генератор G должен обладать высокой стабильностью. Частота опорного синусоидального сигнала выбиралась в диапазоне от 20 до 80 МГц, амплитуда — от 0,1 до 1,5 В. Сигнал с генератора поступал

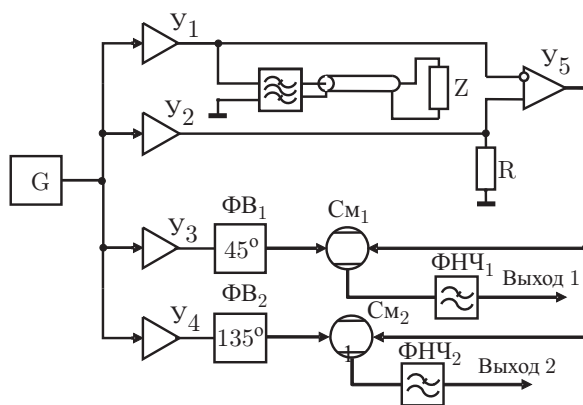


Рис. 8.7. Функциональная схема быстродействующего измерителя импеданса [43]. G — генератор, U_1 , U_2 , U_3 и U_4 — усилители, U_5 — дифференциальный усилитель, ПФ — полосовой фильтр, Z — измеряемый импеданс, R — эталонный резистор, ΦB_1 и ΦB_2 — фазовращатели, $См_1$ и $См_2$ — смесители, $\Phi НЧ_1$ и $\Phi НЧ_2$ — фильтры нижних частот

на две пары усилителей U_1 , U_2 и U_3 , U_4 . Усилители в каждой паре были идентичны. Выходные сопротивления усилителей U_1 и U_2 составляли 75 Ом, первый из них был нагружен на кабельную линию с волновым сопротивлением 75 Ом, к обратному концу которой был подключена исследуемая комплексная нагрузка Z . При необходимости повышения помехоустойчивости между усилителем U_1 и кабельной линией устанавливается пассивный полосовой фильтр ПФ, с центральной частотой полосы пропускания равной частоте генератора. Отметим, что длина кабеля составляла несколько десятков метров, т. е. его длина значительно превышала длину волны. Усилитель U_2 нагружался на эталонный резистор R . Вместе с дифференциальным усилителем U_5 усилители U_1 и U_2 образуют активную мостовую схему, идея работы

которой заключается в следующем. На выходе усилителя $У_1$ сигнал состоит из двух составляющих: собственно сигнала генератора и отраженного сигнала от обратного конца кабельной линии. Многократных переотражений в кабельной линии не происходит, поскольку выходное сопротивление усилителя $У_1$ согласовано с волновым сопротивлением кабеля. Когда нагрузка Z согласована с кабелем, отраженный сигнал отсутствует, входное сопротивление кабеля со стороны усилителя $У_1$ составляет 75 Ом и сигналы на выходах усилителей $У_1$ и $У_2$ одинаковы. Отсюда видно, что дифференциальный усилитель выделяет сигнал, отраженный от нагрузки Z .

Через усилители $У_3$ и $У_4$ опорный сигнал поступает на два фазовращателя, сдвигающие фазу на 45° и 135° , соответственно. Таким образом, формируются два канала со сдвигом фаз между собой 90° . Следует отметить, что эта пара образует фазовращатель второго порядка, более устойчивый к сдвигу частоты опорного генератора, чем одиночный фазовращатель со сдвигом фазы 90° . Смесители $См_1$ и $См_2$ выделяют огибающую двух составляющих отраженного сигнала. Фильтры низких частот $ФНЧ_1$ и $ФНЧ_2$ на выходах 1 и 2 устраняют высокочастотную составляющую смешанного сигнала. По сути, напряжения на выходах 1 и 2 представляют собой две проекции отраженного сигнала, изображенного на комплексной плоскости. При изменении частоты или длины кабеля сигнал, построенный в параметрической форме на комплексной плоскости описывает окружность (напряжения с выходов 1 и 2 — проекции на оси X и Y).

Реализация структурной схемы на рис. 8.7 была выполнена в работе [43] на двух платах, упрощенные варианты принципиальных схем которых показаны на рис. 8.8 *а* и *б*. Были использованы транзисторы типа 2Т939А с повышенной линейностью характеристик. Усилителям $У_1$ и $У_2$ на рис. 8.7 соответствуют эмиттерные повторители на транзисторах T_1 и T_2 соответственно. Разностный сигнал выделяется на дифференциальном усилителе, собранном на транзисторах T_3 и T_4 . Сигнал с генератора поступает также через эмиттерные повторители на транзисторах T_5 и T_6 и фазовращатели на трансформаторах Tr_1 и Tr_2 на двойные балансные смесители на трансформаторах Tr_3 – Tr_6 и диодах D_1 – D_8 . Вторые входы смесителей подключены к двум выходам дифференциального усилителя. В балансных мостах используются специальные диоды. Они подбираются в пары и четверки на заводе изготовителе. Пассивные фильтры нижних частот на схеме не показаны.

Собственная постоянная времени измерителя (без фильтра ПФ) составляла около 15 нс. Однако узкополосный фильтр ПФ, значительно снизил собственное быстродействие устройства до 100 нс, значительно повысив быстродействие. Максимальная точность измерения импеданса достигается в случае, когда его абсолютное значение близко к волновому сопротивлению кабельной линии. Так, для активных нагрузок в диапазоне от 12 Ом до 250 Ом можно добиться 10 % точности измерения. При расширении диапазона измерения точность быстро падает,

и в диапазоне от 5 Ом до 1000 Ом погрешность составляет около 40 %. Аналогичная ситуация наблюдается и для комплексных нагрузок.

Выше мы обсуждали методы измерения линейного отклика. Между тем, при помощи ВЧ-измерений можно исследовать и нелинейные ха-

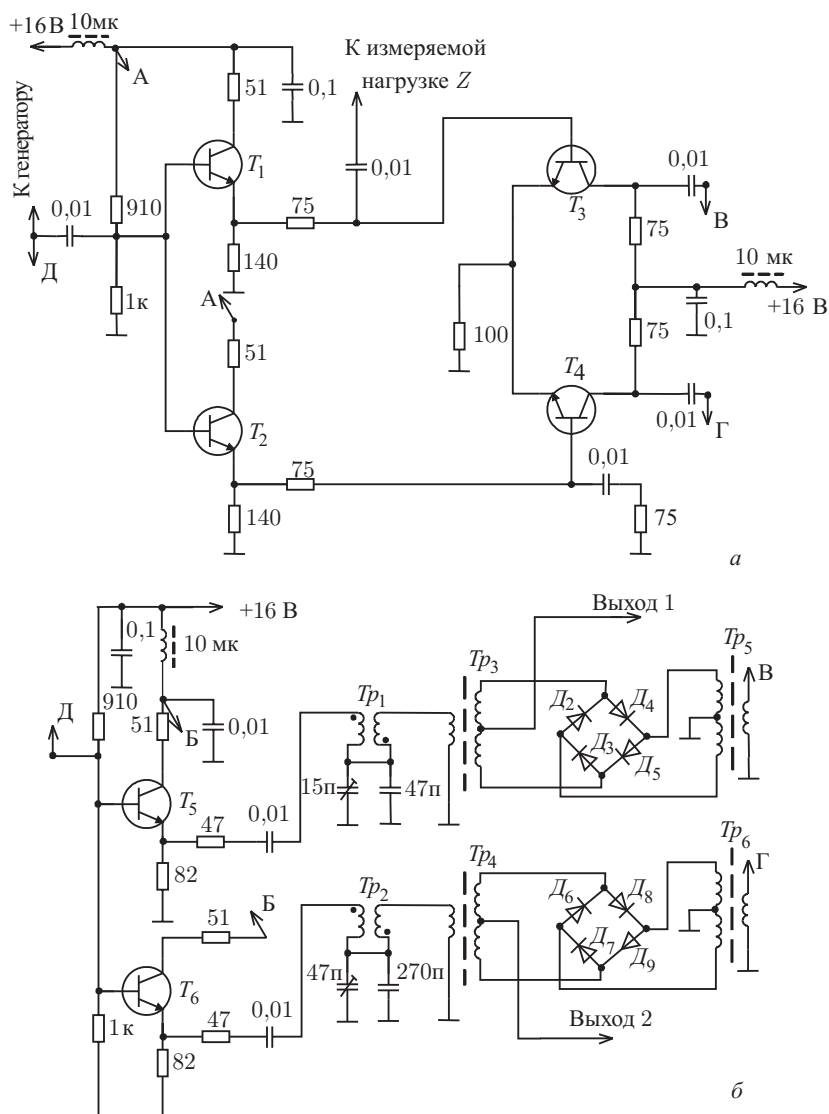


Рис. 8.8. Принципиальная схема измерителя импеданса (упрощенный вариант схемы из работы [43]): а — модуль выделения отраженного сигнала, б — модуль фазовращателей и смесителей. Все транзисторы — 2Т939А, все диоды — 2Д922Б(Г)

рактеристики вещества. Допустим мы зондируем вещество при помощи электрического сигнала с частотой ω . Нелинейный отклик системы будет выражаться в появлении сигналов на частотах кратных основной частоте 2ω , 3ω , ... [67]. Анализ их амплитуд, в принципе, позволяет установить нелинейный характер восприимчивости, проводимости и т. д. Однако такие измерения требуют очень широкой полосы рабочих частот измерительного тракта. Обеспечить ее удастся не всегда. Существует метод измерения нелинейного отклика с использованием узкополосных измерительных трактов. Его идея заключается в следующем. Пусть мы зондируем вещество на двух близких частотах ω_1 и ω_2 . Если существует квадратичный по амплитуде отклик, то, как нетрудно убедиться, возникнут сигналы на частотах $2\omega_1$, $2\omega_2$, $(\omega_1 - \omega_2)/2$ и $(\omega_1 + \omega_2)/2$. Последняя из них лежит между ω_1 и ω_2 в узкой рабочей полосе частот, что облегчает ее обработку.

8.6. Упражнения

Упражнение 1. Вычислить статическую электронную поляризуемость атома в модели Томпсона [31].

Упражнение 2. Вычислить динамическую электронную поляризуемость атома в модели Томпсона [31].

Упражнение 3. Можно ли провести шлейфовые измерения проводимости и диэлектрической проницаемости на пропускание (ВЧ-сигнал проходит через шлейф)?

Глава 9

СВЧ-ИЗМЕРЕНИЯ

К сверхвысокочастотному (СВЧ) диапазону мы будем относить частоты от единиц до сотни гигагерц. Соответствующие длины волн составляют от нескольких десятков сантиметров до единиц миллиметра. В этой области электрофизические характеристики нормальных металлов практически совпадают со статическими, потому что плазменная частота и частота столкновений в них лежат, как правило, значительно выше СВЧ-диапазона. В полупроводниках плазменная частота может приблизиться вплотную к СВЧ-частотам, поэтому их количественные характеристики могут заметно измениться. Характеристики диэлектриков с большими статическими значениями диэлектрической или магнитной проницаемости обычно сильно изменяются в СВЧ-диапазоне: проницаемости резко падают и возрастает диссипация энергии. Характеристики плазмы на СВЧ-частотах довольно разнообразны: плазменная частота и частоты столкновений могут быть как меньше, так и больше частоты излучения.

При переходе от ВЧ к СВЧ-диапазону существенно изменяется техника измерений. Элементы с сосредоточенными параметрами уступают место волноводам, резонаторам и квазиоптическим системам.

9.1. Импеданс среды

В СВЧ-диапазоне уже невозможно говорить отдельно об электрическом или магнитном поле. Они образуют связанную электромагнитную волну. Поэтому на смену диэлектрической (ε) или магнитной (μ) проницаемости вещества приходит понятие *характеристического импеданса или волнового сопротивления среды* [45]. Характеристический импеданс (или просто импеданс) изотропной среды — это коэффициент, связывающий амплитуды электрического E и магнитного H полей в электромагнитной волне в безграничном пространстве [45]

$$\overline{Z} = \frac{E}{H} = \frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}. \quad (9.1)$$

Для вакуума $\overline{Z}_0 = \mu_0/\varepsilon_0 = 377$ Ом. Из выражения (9.1) видно, что смысл в раздельном описании магнитной и диэлектрической проницаемости здесь пропадает. Кроме того, существуют глубокие физические причины для того, чтобы полагать в пределе высоких частот $\mu = 1$

(см. [16], § 79), поэтому везде далее мы полагаем среду немагнитной. Согласно результатам предыдущей главы высокочастотная диэлектрическая проницаемость — величина комплексная, включающая в себя и проводимость. Тогда импеданс также описывается комплексной величиной. Комплексная фаза импеданса описывает взаимный сдвиг фаз между электрическим и магнитным полем.

При исследовании проблемы отражения электромагнитных волн от плоских границ полезным понятием оказывается *нормальный импеданс*, который определяется как отношение тангенциальных по отношению к границе компонент электрического и магнитного полей:

$$Z = \frac{E_t}{H_t}. \quad (9.2)$$

В случае плоской электромагнитной волны с горизонтальной поляризацией, когда вектор $\mathbf{E}$ параллелен границе, $E_t = E$ и $H_t = H \cos \theta$, где θ — угол падения волны на границу. Отсюда имеем

$$Z = \frac{\bar{Z}}{\cos \theta}. \quad (9.3)$$

Для вертикальной поляризации аналогичным образом получаем

$$Z = \bar{Z} \cos \theta. \quad (9.4)$$

В случае нормального падения волны $Z = \bar{Z}$.

При прохождении линейно поляризованного излучения через плоскую границу в общем случае формируются прошедшая и отраженная волны (см. рис. 9.1). Чтобы охарактеризовать их состояние вводят коэффициенты пропускания W и отражения V , которые можно

представить в виде отношения амплитуд электрического поля в отраженной E_r (прошедшей E_p) и падающей волне E :

$$W = \frac{E_p}{E}, \quad V = \frac{E_r}{E}. \quad (9.5)$$

Эти коэффициенты могут быть комплексными. Тогда их комплексная фаза, как обычно, отвечает сдвигу фаз между E_r (E_p) и E . Коэффициенты пропускания и отражения определяются нормальными импедансами в двух средах

$$W = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}, \quad (9.6)$$

$$V = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}, \quad (9.7)$$

где индексами обозначен номер среды.

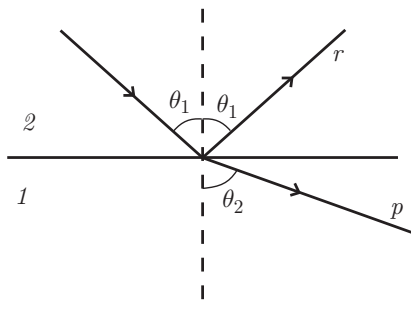


Рис. 9.1. Прохождение и отражение на границе сред 1 и 2

9.2. Прохождение излучения через слоистые среды

При СВЧ-измерении свойств веществ часто возникает задача вычисления коэффициентов пропускания и отражения в плоскопараллельных слоях, т. е. в слоистых средах. Существует удобная методика расчета распространения плоской электромагнитной волны через такие системы [45]. Рассмотрим прохождение излучения через одиночный плоский слой, как показано на рис. 9.2. Мы будем нумеровать среды, начиная с последней по отношению к падающей волне. На границе сред 2–3 можно вычислить нормальный импеданс среды 2 с учетом того, что на расстоянии d от границы 2–3 находится граница 1–2. Такой импеданс называется входным:

$$Z_2^{in} = \frac{Z_1 - iZ_2 \operatorname{tg}(\alpha_2 d)}{Z_2 - iZ_1 \operatorname{tg}(\alpha_2 d)} Z_2, \quad (9.8)$$

где $\alpha_2 = k_2 \cos \theta_i$, $k_2 = \omega \sqrt{\varepsilon_2 \varepsilon_0 \mu_0}$ и θ_2 — волновое число и угол преломления во втором слое. Это выражение аналогично формуле (8.33), которая используется для анализа длинных линий ¹⁾. Для определения угла преломления необходимо, как обычно, использовать закон преломления

$$k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2 = k_3 \sin \theta_3. \quad (9.9)$$

Теперь мы должны вычислить коэффициенты отражения V и прозрачности слоя D , который аналогичен коэффициенту W при прохождении излучения через границу и может быть определен как отношение амплитуд электрического поля прошедшей волны в слое 1 и падающей волны в слое 3. В книге [45] показано, что формулы для коэффициентов отражения и прозрачности имеют вид

$$V = \frac{Z_2^{in} - Z_3}{Z_2^{in} + Z_3}, \quad (9.10)$$

$$D = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \frac{Z_2 + Z_2^{in}}{Z_3 + Z_2^{in}} e^{i\alpha_2 d}. \quad (9.11)$$

При этом мы получим для коэффициентов отражения и прозрачности одиночного слоя строгий результат, включающий интерференцию при многократном переотражении внутри слоя. Данную методику можно использовать при произвольном количестве слоев. Например, для

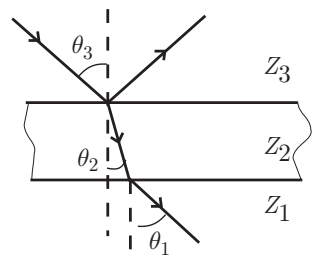


Рис. 9.2. Прохождение и отражение от одиночного слоя

¹⁾ Если сравнить выражения (8.33) и (9.8), видно, что они отличаются знаками в числителе и знаменателе. Это связано с различным определением комплексных амплитуд в электротехнике и физике (см. примечание к формуле (8.8)).

границы 3–4 на рис. 9.3 мы можем вычислить входной импеданс Z_3^{in} по формуле (9.7), где вместо Z_1 подставлено Z_2^{in} , а Z_2 заменено на Z_3 . Далее аналогичным образом мы можем рассчитать входной импеданс любого слоя Z_i^{in} . Коэффициенты прозрачности и отражения для структуры из j -слоев могут быть вычислены из следующих выражений [45]:

$$V = \frac{Z_j^{in} - Z_{j+1}}{Z_j^{in} + Z_{j+1}}, \quad (9.12)$$

$$D = \prod_{n=1}^{n=j} \frac{Z_n^{in} + Z_n}{Z_n^{in} + Z_{n+1}} \exp(i\alpha_n d_n). \quad (9.13)$$

Здесь d_n — толщина слоя n -й среды, $d_1 = 0$.

Отметим, что выражение (9.8) и методика определения коэффициентов D и V справедлива, в том числе, и при наличии поглощения в слоях. В этом случае диэлектрическая проницаемость i -го слоя (ϵ_i) является комплексной величиной, поэтому также комплексными становятся волновое число k_i и угол преломления θ_i . В остальном вся процедура формально остается прежней.

Интенсивность отраженного и прошедшего излучения определяется квадратами модулей соответствующих коэффициентов: $I_V = |V|^2$ и $I_D = |D|^2$. За единицу принимается интенсивность падающего излучения. Нетрудно убедиться, что при отсутствии поглощения $I_V + I_D = 1$. Интенсивность поглощения в слоистой структуре вычисляется как $I_A = 1 - I_V - I_D$.

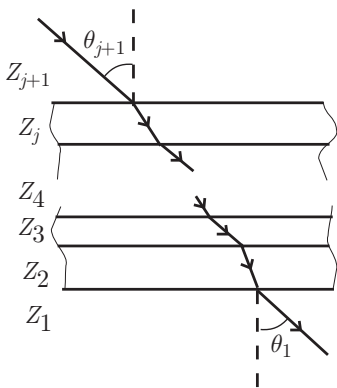


Рис. 9.3. Прохождение излучения через слоистую структуру с произвольным числом слоев

9.3. Измерения пропускания и отражения

Существует два способа измерения отклика вещества в СВЧ-диапазоне: резонаторный (в стоячей волне), т. е. когда образец размещен в резонаторе, и в режиме бегущей волны. Каждый из них имеет свои достоинства. Для измерений коэффициентов пропускания и отражения в бегущей волне используются СВЧ-интерферометры. При проведении исследований в условиях высоких напряжений и интенсивных электромагнитных помех необходимо обеспечить гальваническую развязку измерительного оборудования с объектом измерения. Наиболее простой способ для этого — это формирование волны в свободном пространстве и прием ее при помощи рупоров. Чтобы расходимость излучения была не слишком большой, поперечное сечение пучка должно быть много больше длины волны. Поэтому таким способом можно исследовать

только крупные объекты. Весьма полезным для достижения гальванической развязки оказывается применение диэлектрических волноводов [48]. Диэлектрические волноводы представляют собой стержни прямоугольного сечения из полиэтилена или фторпласта и являются сравнительно недорогими.

Одной из проблем, возникающих при использовании диэлектрических волноводов, являются большие потери. В полиэтиленовых волноводах в миллиметровом диапазоне волн они достигают 1,5–2 дБ/м. Поэтому наиболее приемлемым является компромиссное решение, заключающееся в применении металлических волноводов с малыми потерями для доставки излучения к объекту исследования и коротких отрезков диэлектрических волноводов для гальванической развязки. Такой способ был применен в работе [62] для исследования высокотемпературного сверхпроводника $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ в сверхсильном импульсном магнитном поле. Миллиметровое излучение с длиной волны 3,19 мм (94 ГГц) подводилось к взрывному генератору сверхсильного магнитного поля при помощи металлических волноводов. Два отрезка диэлектрических фторопластовых волноводов сечением $1,7 \times 3,4 \text{ мм}^2$ и длиной примерно 0,5 м каждый использовались для проводки излучения непосредственно в полости генератора. Тем самым достигался компромисс между помехозащищенностью и чувствительностью измерений.

По диэлектрическому волноводу распространяется гибридная электромагнитная волна [48]. Для прямоугольного волновода это — основная нечетная мода $\text{HE}_{||}$, схематически изображенная на рис. 9.4 а. Причем в отличие от металлических волноводов гибридная электромагнитная волна распространяется не только внутри диэлектрического волновода, но и в прилегающем пространстве. Заточка волновода на конце играет ту же роль, что и рупор для металлического волновода

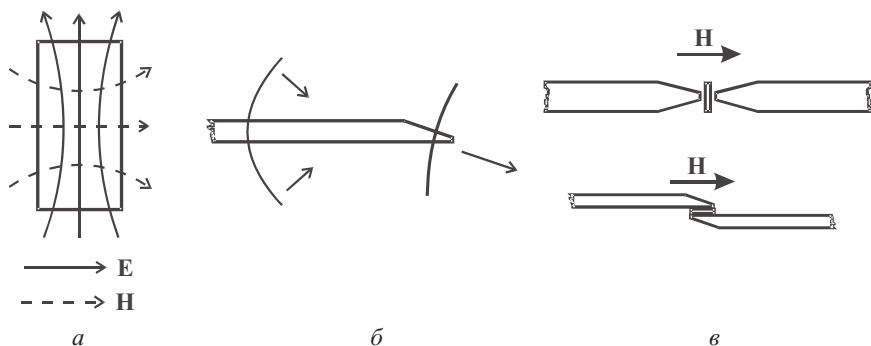


Рис. 9.4. Структура гибридной волны $\text{HE}_{||}$ в прямоугольном диэлектрическом волноводe (а), формирование плоского волнового фронта на заостренном конце волновода (б) и два варианта расположения образца в стыке диэлектрических волноводов (в)

да — формирует плоскую электромагнитную волну в пространстве (см. рис. 9.4 б).

Интерферометр может измерять комплексные коэффициенты прозрачности и отражения через образец. В упоминавшемся выше примере высокотемпературный сверхпроводник представлял собой тонкую пленку, напыленную на подложке Al_2O_3 (см. рис. 9.5). Методика, изложенная в предыдущем параграфе, позволяет вычислить D и V в общем виде для этой структуры, т. е. представить их как функции комплексной диэлектрической проницаемости (проводимости). Такая методика была реализована в работе [30]. На рис. 9.6 показаны пары сигналов пропускания и отражения в эксперименте при температуре $T = 4,2 \text{ К}$ и результаты расчета комплексной проводимости по этим сигналам.

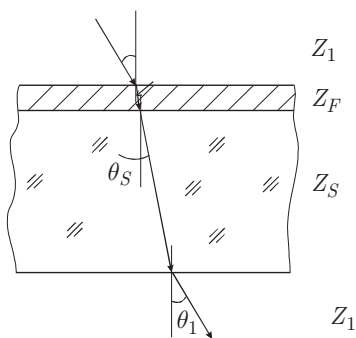


Рис. 9.5. Пленка $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ на подложке Al_2O_3

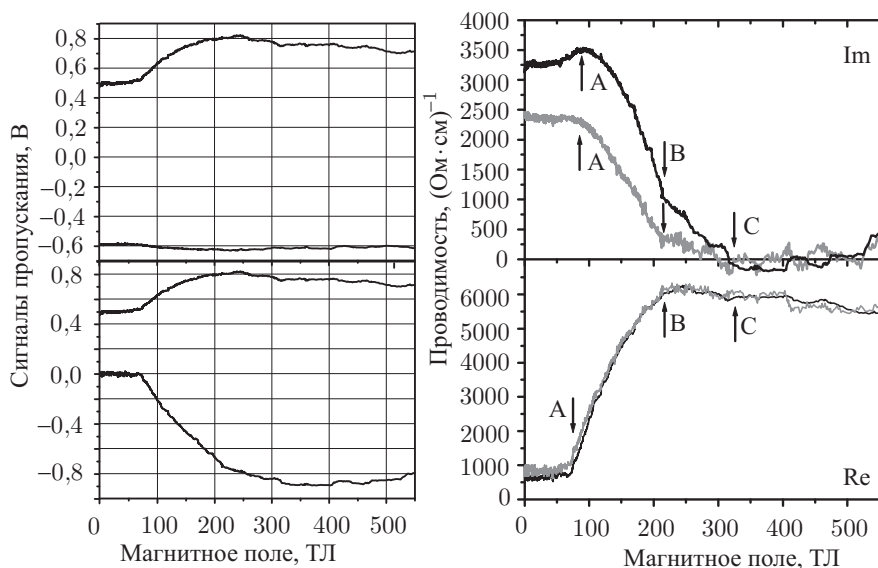


Рис. 9.6. Сигналы пропускания и отражения, полученные в эксперименте по прохождению СВЧ-излучения через пленку $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ в сверхсильном магнитном поле, и комплексная проводимость, вычисленная по этим сигналам (черная линия — расчет по пропусканию, серая — по отражению) [30]

Сравним значения комплексной проводимости, вычисленные независимо друг от друга по пропусканию и отражению. Разброс между

ними может служить оценкой погрешности определения комплексной проводимости. На рис. 9.6 видно отличное совпадение вещественной части проводимости пленки по пропусканию и отражению. Что касается мнимой части проводимости, то, хотя общий вид кривых одинаковый, существует заметное расхождение в численных значениях. Этот эффект связан, по всей видимости, с неоднородностью пленки по толщине (изменение сверхпроводящих свойств по толщине пленки), что не учитывалось в расчетной модели. Эти измерения показали, что фазовая диаграмма $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ довольно сложная. Точка С на графике рис. 9.6 соответствует исчезновению мнимой части проводимости, т. е. переходу сверхпроводника в нормальное состояние.

Кроме металлических и диэлектрических волноводов для СВЧ-измерений весьма полезным оказываются полосковые линии, которые представляют собой тонкие металлические дорожки, нанесенные на диэлектрическую пластину [49]. Они позволяют подвести и сконцентрировать излучение на исследуемых образцах очень малых размеров. Использование полосковых линий ограничено, в основном, двумя факторами. Разработка и изготовление высококачественных полосковых линий является сложной и трудоемкой задачей. Кроме того, в миниатюрных полосковых линиях потери оказываются довольно большими. Например, в трехпроводной линии шириной 450 мкм, которая была применена в работе [49], на частоте 1 ГГц потери достигали 9 дБ/м.

Рассмотрим еще один пример измерений в бегущей волне: прохождение плоской электромагнитной волны через слой слабоионизированной газоразрядной плазмы. Плоская волна может быть сформирована рупором на выходном окне волновода. В пределе низкого давления газа и высоких частот выполняется условие $\omega_\tau \ll \omega$. Тогда комплексная диэлектрическая проницаемость плазмы может быть представлена как [36]

$$\varepsilon' = 1 - \frac{\sigma_0 \omega_\tau}{\varepsilon_0 \omega^2}, \quad (9.14)$$

$$\varepsilon'' = \frac{\sigma_0 \omega_\tau^2}{\varepsilon_0 \omega^3}, \quad (9.15)$$

где $\sigma_0 = ne_0^2/(m\omega_\tau)$ — проводимость в модели Друде–Лоренца, n — концентрация электронов, ω_τ — эффективная частота столкновений, e_0 и m — заряд и масса электрона. Напомним, что мгновенная зависимость вектора электрического поля в волне от расстояния имеет вид $\exp(ikz)$ и связана с волновым числом $k = \omega\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu_0}$. Если мы предположим, что диэлектрическая проницаемость слабо отличается от единицы ($\sqrt{\varepsilon} \approx 1 + \varepsilon/2$), то амплитуда волны на выходе из плазменного слоя толщиной l будет определяться комплексным множителем [36]

$$\exp[-l(\alpha + i\beta)] = \exp -l\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \quad i \quad \frac{\varepsilon'}{2} - 1 \quad - \frac{\varepsilon''}{2} \quad , \quad (9.16)$$

где коэффициенты α и β — константа затухания и фазовая постоянная. Из выражения видно, что вещественная часть диэлектрической проницаемости плазмы приводит к сдвигу фазы, а мнимая — к затуханию:

$$\Delta\alpha = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\varepsilon''}{2}, \quad (9.17)$$

$$\Delta\beta = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\varepsilon'}{2}. \quad (9.18)$$

Величины $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ измеряются при помощи интерферометра. Тогда из выражений (9.14), (9.15) и (9.16) можно установить частоту столкновений

$$\omega_\tau = \omega \frac{\Delta\beta}{\Delta\alpha}, \quad (9.19)$$

а затем, используя полученное значение — концентрацию электронов. Формулы приведенные выше — приближенные и хорошо выполняются при концентрациях $n < (0,1-0,3)n_c$, где n_c — критическая концентрация, при которой частота излучения совпадает с ленгмюровской частотой $\omega_L = e_0 \frac{n}{(m\varepsilon_0)}$.

Плазменная (ленгмюровская частота) электронов в плазме, в отличие от металлов и полупроводников, может лежать в СВЧ-диапазоне. Это обстоятельство используется при измерении концентрации электронов в плазме *методом отсечки*. Когда частота электромагнитной волны превышает ленгмюровскую (низкая концентрация электронов), электроны не успевают экранировать электрическое поле и волна может распространяться в плазме. В противном случае, электрическое поле волны экранируется, возникает сильное отражение, а пропускание резко падает.

Таким образом, резкое изменение пропускания и отражения соответствует совпадению частоты излучения и ленгмюровской частоты.

Метод отсечки широко применяется для оценки быстро изменяющейся концентрации электронов в импульсных экспериментах. Обычно используют зондирование плазмы одновременно на нескольких частотах.

Для различных частот отсечка наступает при различных концентрациях электронов в плазме, что позволяет проследить изменение концентрации во времени. На размытие сигнала отсечки оказывают заметное влияние геометрические факторы, например, рефракция расходящегося пучка на плоском слое плазмы [50]. С ростом частоты излучения и концентрации электронов отсечка становится все более резкой.

Характеристики плазмы изменяются вдоль направления распространения излучения, поэтому все СВЧ-методы измерения свойств плазмы, рассмотренные выше, дают интегральную характеристику плазмы.

Например, в методе отсечки мы определяем концентрацию электронов в слое, где она максимальна. С другой стороны, интенсивность

излучения может быть выбрана такой, чтобы не оказывать влияния на характеристики плазмы. Таким образом, СВЧ-методы измерения характеристик плазмы являются *нелокальными и невозмущающими* ¹⁾.

9.4. Резонаторные методы

Методы измерения на проход и отражение, рассмотренные в предыдущем параграфе, применимы при условии сильного взаимодействия вещества и СВЧ-излучения, т. е. внесение исследуемого образца в измерительный тракт должно заметно изменять амплитуду и фазу волны. В противном случае применяются резонаторные методы измерения электрофизических характеристик вещества [51].

Рассмотрим резонатор Фабри–Перо, изображенный на рис. 9.7 а. Входной рупор 1 формирует волну с плоским фронтом, а выходной 2 преобразует ее в волноводную моду. Резонатор образован двумя металлическими пластинами (зеркалами) частично прозрачными для электромагнитного излучения. Если между зеркалами укладывается

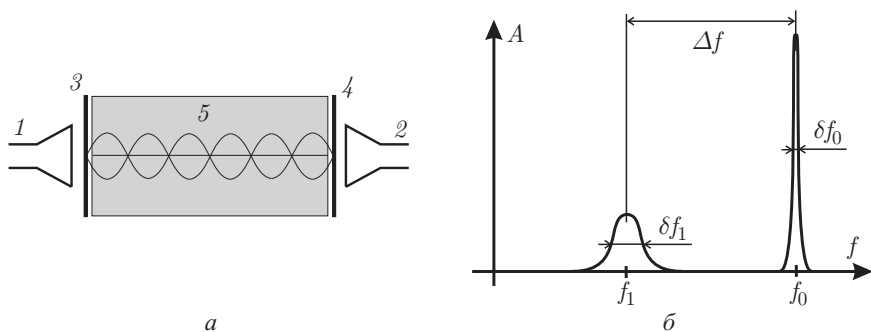


Рис. 9.7. а — схема резонатора Фабри–Перо: 1 и 2 — входной и выходной рупоры, 3 и 4 — зеркала, 5 — исследуемое вещество; б — спектр пропускания через резонатор: f_0 и f_1 — частоты собственных колебаний пустого резонатора и заполненного веществом, δf_0 и δf_1 — полуширины пиков, Δf — сдвиг частоты

целое число полуволн, возникает резонанс. Спектр пропускания через резонатор имеет острый пик на резонансной частоте f_0 , как показано на рис. 9.7 б. Конечная ширина резонансного пика связана с потерями в резонаторе. Отношение центральной частоты к его ширине называется *добротностью резонатора*

$$Q = \frac{f_0}{\delta f_0}. \quad (9.20)$$

Заполним пространство между зеркалами исследуемым веществом. Вещественная часть диэлектрической проницаемости изменяет на-

¹⁾ Зондовые методы, рассмотренные в гл. 6, наоборот — локальные, но возмущающие.

бег фазы при прохождении волны между зеркалами (см. выражение (9.18)), что приводит к расстройке резонанса. Можно изменить частоту, так, чтобы условия резонанса восстановились. Мнимая часть диэлектрической проницаемости приводит к увеличению потерь в резонаторе за счет поглощения излучения веществом. Таким образом, мы видим, что появление вещества в резонаторе приводит к сдвигу и уширению резонансной линии. Из рис. 9.7б видно, что точность определения сдвига частоты и уширения линии определяется шириной линии f_0 , т. е. добротностью резонатора.

Резонаторы Фабри–Перо можно использовать, если размеры зеркал много больше длины волны. При нарушении этого условия возникают сильные дифракционные потери. Отсюда следует, что поперечные размеры исследуемого объекта должны быть также большими. Гораздо более компактны закрытые резонаторы, представляющие собой полые металлические объемы, чаще всего, в форме параллелепипеда или цилиндра. К тому же они обладают высокой добротностью. Рекордно большой добротности можно достигнуть в закрытом сверхпроводящем резонаторе ($Q_R \sim 10^7$) [47]. Кроме закрытых резонаторов, сейчас широко используются открытые цилиндрические резонаторы, которые можно рассматривать как промежуточный вариант между закрытым резонатором и полностью открытым типа Фабри–Перо [51].

Поскольку в резонаторе создается стоячая волна, образец может быть помещен в пучности электрического или магнитного поля, т. е. находиться под действием только электрического или только магнитного поля. Структура полей определяется типом собственных колебаний (модой) резонатора. В высокосимметричных резонаторах моды могут оказаться вырожденными, т. е. одной и той же частоте соответствуют несколько типов колебаний. Это сильно затрудняет анализ результатов измерений. Чтобы снять вырождение, можно поместить в резонатор штырь, который понижает симметрию резонатора и снимает вырождение мод.

Измерения смещения частоты и уширения спектра собственных колебаний выполняются следующим образом. Резонатор обычно связан со входным и выходным волноводами. Генератор СВЧ-сигнала возбуждает колебания в резонаторе через входной волновод. Со второго волновода снимается сигнал, пропорциональный амплитуде колебаний в резонаторе, который подается на детектирующую головку. Если генератор работает в свип-режиме, т. е. его частота медленно перестраивается, то в результате амплитуда сигнала на детекторной головке, построенная в зависимости от частоты генератора, даст спектр собственных колебаний. Для таких измерений требуется высокая стабильность частоты генератора.

При использовании резонаторных методов в динамических экспериментах следует помнить, что существует фундаментальное ограничение скорости измерений в резонаторе: постоянная времени τ_m для огибающей собственных колебаний в резонаторе может быть оценена

как $f_0^{-1}Q$. Если, например, $f_0 = 10$ ГГц, а $Q = 10^4$, то получаем оценку постоянной времени $\tau_m \approx 1$ мкс.

9.5. Упражнения

Упражнение 1. На тонкую металлическую пленку нормально падает СВЧ-волна. При какой толщине пленки будет происходить максимальное поглощение излучения пленкой германия ($\sigma_0 = 62$ (Ом · см) $^{-1}$) и пленкой меди ($\sigma_0 = 6,5 \cdot 10^4$ (Ом · см) $^{-1}$) [31]? При комнатной температуре для металла и полупроводника частоту излучения можно считать низкой по сравнению с частотой рассеяния $\omega \ll \omega_\tau$.

Глава 10

ПАРАМЕТРЫ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

В отличие от газов, конденсированных сред и плазмы пучок заряженных частиц представляет собой поток *некомпенсированных* зарядов, что приводит к специфическим методам их измерения и контроля [52]. К основным параметрам пучка относятся его ток, полная энергия и энергетический спектр частиц, а также геометрические характеристики: положение пучка в частицепроводе, распределение частиц по сечению пучка и по направлению их движения.

10.1. Измерение тока пучка: цилиндр Фарадея, монитор вторичной эмиссии

Для прямого измерения тока пучка широко используется *цилиндр Фарадея*. Он представляет собой массивный электрод, который поглощает частицы пучка и вторичные частицы, возникающие при столкновении пучка с электродом. Цилиндр Фарадея электрически

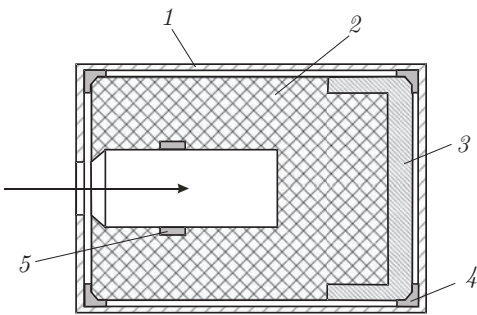


Рис. 10.1. Цилиндр Фарадея: 1 — кожух, 2 — поглотитель с малым Z , 3 — поглотитель с большим Z , 4 — опоры, 5 — постоянный магнит. Стрелка показывает движение частиц пучка

изолирован от окружающих элементов установки, поэтому измерение тока пучка сводится к измерению изменения его электрического заряда. Конструкция цилиндра Фарадея представлена на рис. 10.1. Через входное окно, закрытое пленкой или фольгой, пучок попадает на поглотитель, изготовленный из вещества с низким атомным номером Z , например, из графита или алюминия. За ним располагается поглотитель с большим Z , например из свинца, для поглощения вторичных электронов и гамма-квантов. Соотношение между размерами этих двух поглотителей определяется энергией частиц в пучке. Когда она ниже критической для поглотителя с низким Z (для графита $E_C = 97$ МэВ), поглотитель с низким Z делают большого объема, как

показано на рис. 10.1. В противном случае весь датчик изготавливают в виде массивного полого цилиндра с большим Z , и лишь дно цилиндра покрывают материалом с низким значением Z , для снижения отражения частиц пучка.

Поглотители помещают в стальной кожух, который вакуумируют для устранения токов, возникающих при ионизации воздуха. Размеры датчика выбирают так, чтобы уменьшить число частиц, теряемых через стенки цилиндра Фарадея. Входной канал служит для снижения потерь, связанных с уходом вторичных электронов через входное окно. В прецизионных датчиках в канале устанавливают постоянный магнит для подавления потока вторичных низкоэнергетичных электронов.

Электрическая эквивалентная схема цилиндра Фарадея в простейшем случае может быть представлена в виде параллельной R - C цепочки. Под емкостью C подразумевается паразитная емкость между датчиком и другими заземленными элементами конструкции. Поскольку она плохо поддается контролю, цилиндр Фарадея подключают к эталонному конденсатору, емкость которого много больше паразитной. R — входное сопротивление измерителя напряжения. На низких частотах $\omega < (RC)^{-1}$ напряжение на датчике пропорционально току пучка. На высоких частотах $\omega > (RC)^{-1}$ происходит интегрирование сигнала R - C цепочкой, и сигнал пропорционален заряду, поглощенному датчиком. Калибровка датчика вместе эталонным конденсатором осуществляется при помощи прецизионного источника тока.

Цилиндр Фарадея обладает высокой точностью [52]; в прецизионных датчиках можно достигнуть погрешности равной 1 % и ниже. Он может использоваться для измерения токов в широких пределах от 10^{-13} до 10^5 А. К недостаткам этого типа датчиков тока следует отнести большие размеры и полное разрушение пучка в результате измерения.

Измерение тока пучка можно выполнять по потоку вторичных частиц, возникающих при взаимодействии пучка с веществом или при движении частиц по криволинейным участкам частицепроводов (синхротронное излучение). Взаимодействие пучка заряженных частиц с металлической фольгой приводит к эмиссии вторичных электронов из металла в вакуум. На этом явлении основан метод измерения тока при помощи *монитора вторичной эмиссии*. Модифицированные варианты этого устройства используются также для определения положения и профиля пучков.

На рис. 10.2 приведены два варианта монитора вторичной эмиссии, которые отличаются расположением электродов. На электроды подают разность потенциалов с источника напряжения, под действием которых возникает ток через вакуумный промежуток между электродами.

Спектр вторичных электронов имеет низкоэнергетическую часть с энергией порядка единиц электрон-вольт и высокоэнергетическую с энергиями порядка нескольких килоэлектрон-вольт. Низкоэнергетичные электроны связаны с взаимодействием вторичных электронов с

электронами проводимости металла. Они эмитируются тонким поверхностным слоем металла (порядка 1 мкм), поэтому их выход сильно зависит от состояния поверхности и не зависит от толщины. Высокоэнергетическую часть спектра составляют δ -электроны, выбиваемые пучком из электронных оболочек атомов металла. Выход δ -электронов зависит только от толщины эмиттера.

В мониторе вторичной эмиссии на низкоэнергетичных электронах (рис. 10.2а) эмиссия возникает с обоих электродов. Вольтамперная характеристика промежутка имеет плато при напряжении свыше нескольких десятков вольт. Насыщение означает, что практически все вторичные электроны, испущенные на катоде, собираются на аноде. Наиболее устойчивая работа монитора вторичной эмиссии на низкоэнергетичных электронах реализуется при напряжениях порядка 1 кВ.

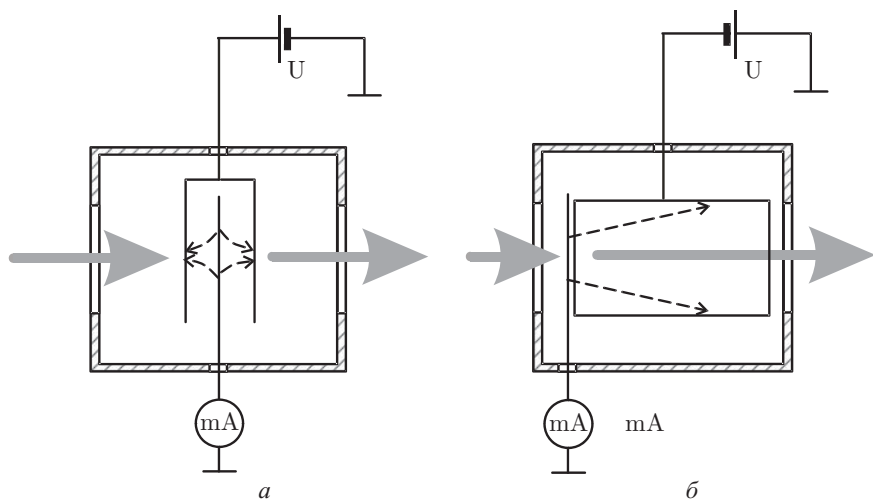


Рис. 10.2. Монитор вторичной эмиссии: на низкоэнергетичных (а) и δ -электронах (б) (на полый цилиндрический анод подано запирающее напряжение)

С помощью монитора вторичной эмиссии измеряют токи пучков с энергией частиц выше 1 МэВ. Электроды изготавливают из алюминиевой фольги толщиной 3–10 мкм. Для повышения точности на них наносят покрытия серебра или золота толщиной 2–5 мкм. Стабилизация коэффициента эмиссии достигается очисткой поверхности фольги тлеющим разрядом прямо на месте проведения измерений. Для снижения количества вещества на пути пучка и снижения потери частиц, электроды можно изготовить из органической пленки с напыленными пленками алюминия никеля или золота.

Конструкция мониторов вторичной эмиссии на δ -электронах такова, что частицы пучка проходят лишь через один из электродов (см. рис. 10.2б). Поэтому испускание вторичных электронов происходит

лишь с одного электрода. На вакуумный промежуток между электродами подается запирающее по отношению ко вторичным электронам напряжение. Когда оно превышает 30 В, ток низкоэнергетичных электронов прекращается практически полностью, а выход δ -электронов остается постоянным до напряжений несколько сотен вольт. Интересно отметить, что, в то время как монитор на низкоэнергетичных электронах представляет собой нелинейное сопротивление, монитор на δ -электронах с точки зрения электротехники является источником тока, т. е. перемещение заряда в нем происходит в направлении противоположном кулоновской силе.

Мониторы на δ -электронах нечувствительны к состоянию поверхности электродов, обладают высокой стабильностью и не требуют высокого вакуума. С другой стороны, они менее чувствительны, чем монитор на низкоэнергетичных электронах. В целом точность мониторов вторичной эмиссии хуже, чем у цилиндров Фарадея. Однако в них не происходит разрушение пучка.

10.2. Полевые измерения тока пучка

Поток заряженных частиц создает магнитные и электрические поля, измерение которых позволяет установить величину тока, не возмущая пучок. Индукционные измерения тока по магнитному полю пучка (магнитные индукционные преобразователи) аналогичны измерителям тока, рассмотренным в гл. 2, поэтому мы не будем на них останавливаться (см. Упражнение 1).

Постоянные и импульсные токи могут измеряться при помощи *вакуумного магниточувствительного диода*. Этот прибор содержит катод и два одинаковых анода. При отсутствии магнитного поля токи на обоих анодах одинаковы, и напряжение на сопротивлении нагрузки R_L равно нулю. В магнитном поле возникает дрейф электронов с скрещенных полей, поэтому токи на анодах начинают различаться, а на концах нагрузки возникает напряжение пропорционально магнитному полю, как показано на рис. 10.3.

Одиночный магниточувствительный диод откликается как на магнитное поле пучка, так и на поля сторонних источников. Для повышения помехозащищенности катод изготавливают в виде кольца, а аноды — в виде двух пар кольцевых сегментов, которые соединяют крест-накрест. В этом случае разности токов, которые возникают во внешнем поле, взаимно компенсируются, а под действием тока пучка — складываются. Амплитуда сигнала на выходе оказывается пропорциональна току. Отметим, что системы регистрации токов на основе магниточувствительных диодов обладают широкой полосой рабочих частот до десятков мегагерц.

Некомпенсированный заряд пучка создает электрическое поле пропорциональное мгновенной линейной плотности заряда. Для его регистрации используют *электростатические сигнальные электроды*.

Они представляют собой изолированные друг от друга и от заземленных частей установки металлические тела. Для вычисления электри-

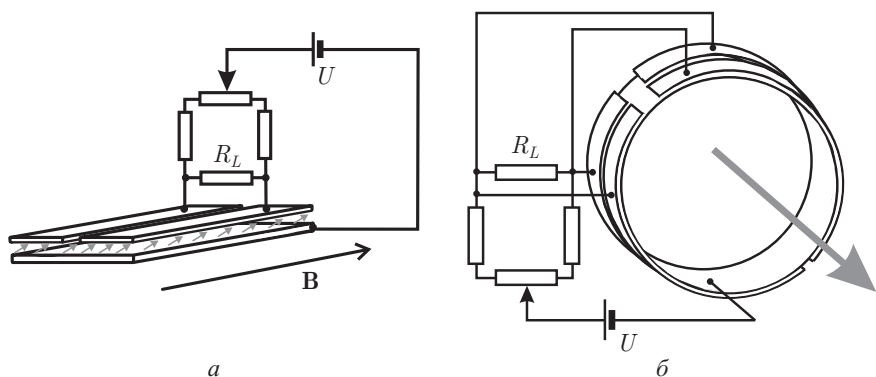


Рис. 10.3. Вакуумный магниточувствительный диод: а — измерение магнитного поля, б — измерение тока

ческого поля пучка, однородного в продольном направлении, можно воспользоваться формулой поля тонкой заряженной нити:

$$E(r) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad (10.1)$$

где τ — линейная плотность заряда нити, r — расстояние от нити до точки измерения. Потенциал электрода в виде длинного цилиндра, охватывающего пучок, относительно потенциала земли имеет вид

$$U = \frac{\tau l}{C}, \quad (10.2)$$

где l — длина электрода, $C = C_1 + C_2 + C_3$ — полная емкость электрода относительно заземленного корпуса, состоящая из собственной емкости сигнального электрода и металлической трубы дрейфа (C_1), емкости ввода (C_2) и входной емкости измерительного устройства (C_3). Схема расположения такого электрода в трубе дрейфа и эквивалентная схема изображены на рис.10.4. Цилиндрические электроды нечувствительны к положению пучка в трубе дрейфа и используются для измерения его тока. Электростатический сигнальный электрод удобно представить как емкостной генератор с собственной емкостью C_1 и напряжением холостого хода U , определяемой формулой (10.2). Емкость $C_2 + C_3$ является емкостью нагрузки.

Выражение (10.2) не учитывает влияния частиц пучка, находящихся вне сигнального электрода. Для уменьшения их влияния на результат измерения зазоры между торцом сигнального электрода и ступенькой трубы дрейфа делают минимальным или применяют специальные охранные электроды. Длину электродов имеет смысл увеличивать до тех пор, пока C_1 не превысит $C_2 + C_3$. Дальнейшее увеличение длины приводит к снижению чувствительности электрода. Сигналы с сиг-

нальных электродов снимаются непосредственно либо интегрируются. В первом случае они позволяют определить временную зависимость числа частиц, находящихся внутри сигнального электрода, и скорость сгустка, а во втором — полный заряд сгустка частиц.

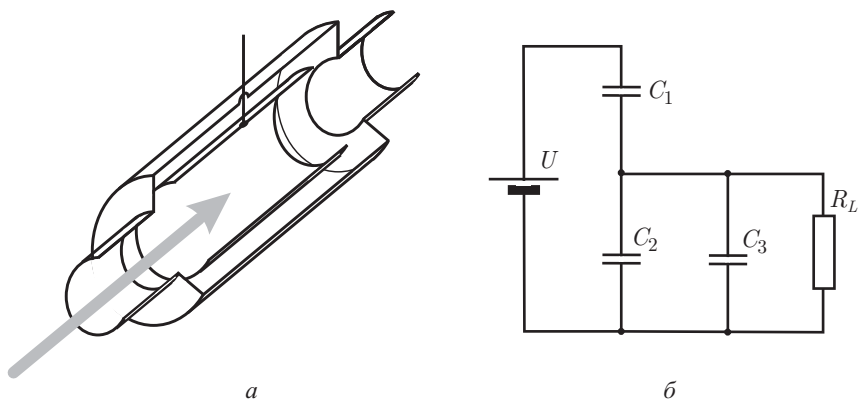


Рис. 10.4. Сигнальный электрод (а) и его эквивалентная схема (б)

Электрическое поле сгустка частиц, движущегося внутри металлической трубы частицепровода, индуцирует на его внутренней стороне заряды противоположного знака, которые перемещаются вдоль по трубе вместе со сгустком (*противоток*). Если в разрыве трубы установить низкоиндуктивные шунты, то сигнал на них будет пропорционален току в пучке. Чтобы устранить зависимость результата измерений от положения пучка и снизить индуктивность шунта, в узком кольцевом разрыве трубы устанавливают несколько одинаковых шунтов равномерно по окружности, и производят суммирование их сигналов.

10.3. Энергетический спектр пучка

Для измерения энергетического спектра частиц пучка используются различные типы спектрометров [52]. Во *времяпролетных спектрометрах* сгусток частиц размывается в процессе свободного дрейфа из-за разброса скоростей частиц. Изменение длины сгустка в трубе дрейфа известной протяженности позволяет оценить форму и ширину спектра частиц. В *электростатических и высокочастотных спектрометрах* используется отклоняющее действие электростатического и высокочастотного полей на пучок. В последнем случае в резонаторе выбирается такой тип колебаний электромагнитного поля, который сильно взаимодействует с частицами при определенной скорости движения частиц. Также существуют приборы позволяющие исследовать спектр пучка по зависимости длины пробега частиц в веществе от их энергии.

Наиболее распространенными приборами для точного измерения энергетического спектра постоянных и импульсных пучков заряженных частиц являются *магнитные спектрометры* [52, 53]. В основе этого метода лежит зависимость радиуса циклотронной орбиты от кинетической энергии частицы. Равенство силы Лоренца и центростремительной силы при движении частицы по окружности в однородном магнитном поле приводит к уравнению

$$qvB = \frac{mv^2}{r}, \quad (10.3)$$

где q — заряд частицы, v — ее скорость, B — индукция магнитного поля, r — радиус окружности, $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$, m_0 — масса покоя, c — скорость света. По известным q , r и B можно вычислить кинетическую энергию частицы

$$T = m_0 c^2 \sqrt{\frac{q^2 B^2 r^2}{(m_0 c^2)^2} + 1} - m_0 c^2. \quad (10.4)$$

Причем в ультрарелятивистском случае $qBr \gg m_0 c^2$, и выражение упрощается:

$$T \approx qBr, \quad (10.5)$$

т. е. кинетическая энергия оказывается пропорциональной радиусу циклотронной орбиты.

На рис. 10.5 схематично изображен *магнитный спектрометр с полукруговой фокусировкой*. Частицы через коллиматор попадают в область поперечного постоянного магнитного поля и, двигаясь по круговым орбитам половину оборота, попадают на детекторы, например на цилиндры Фарадея. Для регистрации частиц может быть использована также рентгеновская фотопленка. На рис. 10.5 видна важная особенность спектрометра. Частицы, имеющие на выходе из коллиматора небольшие отклонения направления скорости в плоскости при одинаковой энергии (показаны пунктиром), в конце полукруговой траектории придут практически в одну точку (полукруговая фокусировка). Такой спектрометр прост в изготовлении и имеет высокую разрешающую способность. Его основным недостатком является отсутствие вертикальной фокусировки,

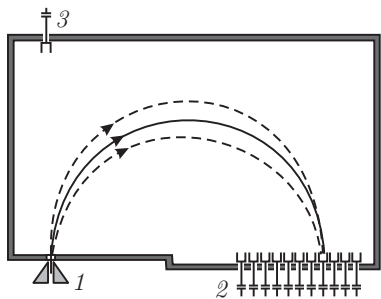


Рис. 10.5. Полукруговой спектрометр: 1 — коллиматор, 2 — цилиндры Фарадея (спектр пучка), 3 — цилиндр Фарадея (контроль тока)

т. е. частицы, вылетевшие из коллиматора под небольшим углом к плоскости рисунка, будут двигаться по спиральной линии, удаляясь от плоскости, где расположены детекторы частиц.

Чтобы получить горизонтальную фокусировку при повороте пучка на произвольный угол используют спектрометры с секторными магнитными полями. Принцип его действия показан на рис. 10.6*а*. Край сектора с однородным магнитным полем выбирается таким образом, чтобы при небольших отклонениях начального направления движения частицы пучок фокусировался при повороте на некоторый угол. В спектрометрах секторного типа может быть реализована как

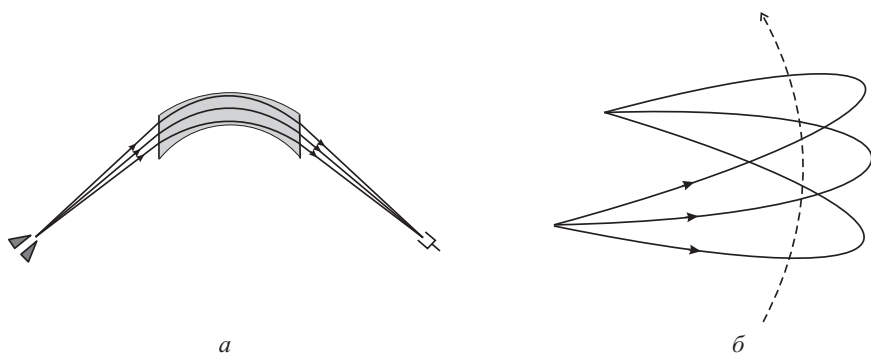


Рис. 10.6. *а* — секторный спектрометр: серым цветом обозначена область магнитного поля; *б* — вертикальная фокусировка в неоднородном магнитном поле: пунктиром обозначена силовая линия магнитного поля

горизонтальная, так и вертикальная фокусировка пучка. Если поле спадает с увеличением радиуса и плоскость его симметрии совпадает с плоскостью движения пучка, то частица, вылетевшая под небольшим углом к плоскости, возвращается в плоскость, как схематично показано на рис. 10.6*б*. В спектрометрах с двойной фокусировкой обеспечивается одновременная вертикальная и горизонтальная фокусировка при определенном угле поворота пучка. Если поле спадает с увеличением радиуса r как $1/\sqrt{r}$, то условие двойной фокусировки выполняется при угле поворота $255,6^\circ$.

Спектрометры с двойной фокусировкой имеют вдвое большим разрешением и в 3 раза большую светосилу. Секторные спектрометры с малым углом поворота пучка (рис. 10.6*а*) имеют высокое разрешение за счет удаления источника от детектора, но малый телесный угол.

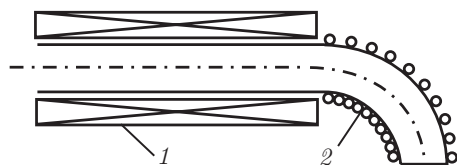


Рис. 10.7. Спектрометр с тороидальным магнитным полем: 1 — транспортный магнит, 2 — тороидальный магнит

Когда пучок транспортируется в трубе дрейфа ускорителя возникает проблема согласования продольного транспортного поля с поперечным полем спектрометра. Естественного согласования можно добиться

в спектрометре с тороидальным магнитным полем, который был разработан в работе [54]. Схематично его конструкция показана на рис. 10.7. В конце трубы дрейфа сформирован ее поворот на 90° вместе с транспортным полем, в котором частицы с различными энергиями расходятся по сечению трубы. Его основными недостатками являются сложная динамика частиц пучка (дрейф на градиенте магнитного поля и искривленных силовых линиях, возможность запираания электронов низких энергий на банановых траекториях и т. д.) и отсутствие собственной фокусировки.

10.4. Измерение положения и геометрических характеристик пучка

Схема простейшего магнитного индукционного измерителя смещения пучка от оси частицепровода показана на рис. 10.8 а. Две одинаковые катушки включены встречно. При протекании импульсного тока точно в центре кольца в катушках возникает две одинаковых по величине ЭДС, которые компенсируют друг друга. Смещение пучка в горизонтальной плоскости увеличивает магнитный поток ЭДС в одном из плеч и уменьшение в другом, поскольку расстояния от пучка до катушек изменяются. Это вызывает появление напряжения на сопротивлении нагрузки. Сигнал пропорционален произведению смещения пучка и производной тока по времени. Чтобы разделить эти два фактора в практических схемах индукционного измерения смещения пучка, выполняют аналоговое сложение и вычитание сигналов с катушек, а затем деление разностного и суммарного сигналов. Эта схема

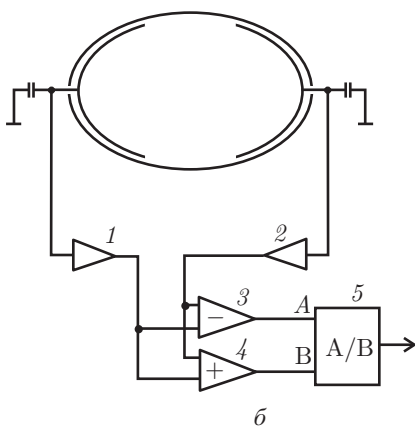
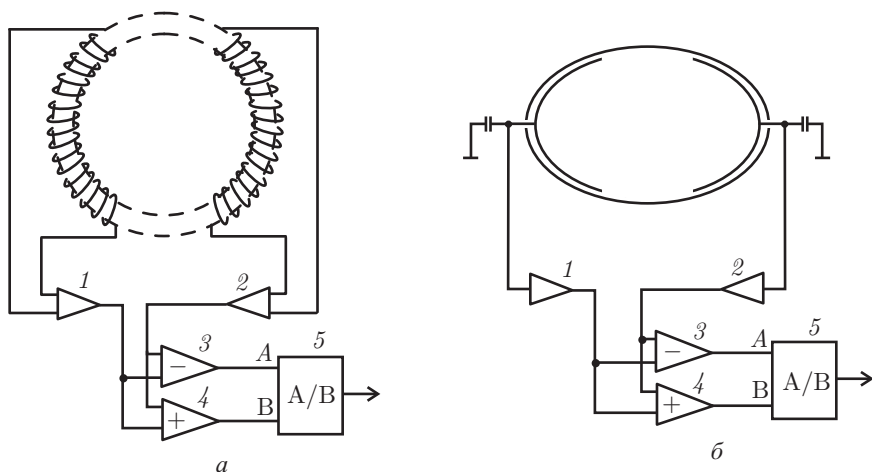


Рис. 10.8. Измерители положения: а — индуктивный; б — с электростатическими сигналами. 1 и 2 — усилители, 3 — сумматор, 4 — дифференциальный усилитель, 5 — аналоговый делитель

может быть выполнена различными способами, например, аналогично рассмотренной нами ранее схеме измерения малых углов поворота плоскости поляризации, представленной на рис. 3.10.

Измерения смещения пучка могут быть выполнены при помощи электростатических сигнальных электродов. Для определения смещения пучка используется пара одинаковых электродов, которые можно получить, например, разрезав цилиндрический сигнальный электрод, изображенный на рис. 10.4а вдоль по двум образующим. Пара сигнальных электродов в эллиптическом частицепроводе показана на рис. 10.8б. Положение пучка измеряется по разностному сигналу с этих электродов. Здесь, также как и в индукционном методе, оказывается, что сигнал пропорционален произведению смещения пучка на линейную плотность заряда в нем. Поскольку суммарный сигнал с обоих электродов пропорционален линейной плотности, отношение разностного и суммарного сигнала пропорционально смещению пучка.

Для измерения распределения плотности частиц в поперечном сечении разработаны разнообразные *профилометры*. Самым простым способом оценки формы поперечного сечения пучка является установка рентгеновской фотопленки в слаботочном пучке или металлической фольги в интенсивном пучке. Отпечаток дает представление о поперечном сечении пучка. Для визуализации могут применяться сцинтилляционные экраны. Для слабых потоков частиц используются различные люминофоры. Более плотные потоки визуализируют с помощью экранов из литиевого стекла, сапфира, кварца и даже в виде тонкой лавсановой пленки.

Профили мощных импульсных пучков измеряют при помощи секционированных цилиндров Фарадея. Недостатком этой методики является большая дискретность, поскольку в пучок невозможно установить одновременно очень большое число таких датчиков. Если интенсивность пучка не велика, то сбор частиц может осуществляться тонкой проволочкой (зондом), которая натянута поперек пучка и постепенно перемещается по его сечению. Ток, снимаемый с зонда I_w , определяет среднюю плотность тока j в той части сечения пучка, которая перекрывается зондом:

$$j = k \frac{I_w}{S}, \quad (10.6)$$

где S — эффективное сечение зонда, k — коэффициент, учитывающий отражение и эмиссию вторичных электронов. Применение зондового метода ограничивается нагревом и расплавлением зонда.

Для оперативного контроля профиля пучков в циклических ускорителях и накопительных кольцах широко используются *ионизационные профилометры*. Число электрон-ионных пар, образующихся в результате столкновения частиц пучка с остаточным газом, пропорционально плотности тока пучка в данной точке. Существует несколько типов ионизационных профилометров, отличающихся способом извлечения вторичных заряженных частиц. Например, наложение электрического

поля, перпендикулярного транспортному магнитному полю, позволяет выводить низкоэнергетичные вторичные электроны за счет дрейфа в скрещенных полях. Системой электродов можно поворачивать эквипотенциальную поверхность таким образом, чтобы она всегда была параллельна магнитному полю. В этом случае вторичные электроны попадают на детектор из различных частей ионизованного облака, т.е. производится сканирование сечения пучка. Ионизационные профилометры не влияют на состояние пучка. К их недостаткам следует отнести их большую сложность и высокие требования по юстировке. Например, было показано, что для хорошей работы профилометра в скрещенных полях необходима ортогональность электрического и магнитного полей не хуже 1 %.

10.5. Упражнения

Упражнение 1. Можно ли организовать измерения тока слабого пучка аналогично измерениям с помощью ферромагнитного зонда?

Упражнение 2. Можно ли изготовить индукционный измеритель положения пучка частиц, показанный на рис. 10.8а на тороидальном ферромагнитном сердечнике?

Глава 11

ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТИ И НАНОРАЗМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ

11.1. Сканирующая туннельная микроскопия и спектроскопия

Структура и электронные состояния на поверхности твердого тела представляют интерес как с фундаментальной, так и с прикладной точки зрения. Поверхность определяет термоэмиссионные свойства веществ, рост кристаллов, протекание химических реакций на границах раздела и активность коллоидных растворов при катализе. Она также занимает важное место в физике и технике полупроводников [55]. В большинстве методов исследования структуры поверхности на атомном уровне используется рассеяние частиц (электронов, нейтронов) или рентгеновского излучения. Структура поверхности восстанавливается по интенсивностям рассеянных волн. Поскольку фазы рассеянных волн неизвестны, обратная задача рассеяния в общем случае точно не решается и приходится прибегать к разного рода физическим предположениям. При этом нет полной уверенности в корректности полученного результата. Поэтому прямое наблюдение структуры поверхности могло бы быть крайне полезным.

Прямой «контактный» метод исследования структуры поверхности был предложен в 1981 г. Бинихом и Рорером. Его успех оказался настолько очевидным, что авторам метода в 1986 г. была присуждена Нобелевская премия. В настоящее время метод *сканирующей туннельной микроскопии* получил очень широкое распространение и развитие [3].

Принцип действия метода сканирующего туннельного микроскопа (СТМ) показан на рис. 11.1. Металлическое острие приближено к поверхности металла так, что между ними может протекать туннельный ток при приложении разности потенциалов. В Упражнении 1 показано, что, измеряя вели-

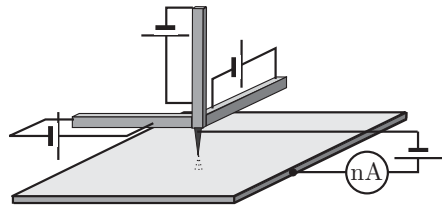


Рис. 11.1. Схема СТМ

чину тока при постоянном напряжении, можно определить изменение расстояния от острия до поверхности с точностью вплоть до атомных размеров. Этот факт открывает возможность исследования атомных структур на поверхности металлов. Однако, для практического претворения в жизнь идеи СТМ с атомным разрешением пришлось решать ряд очень сложных технических проблем.

Для точного позиционирования острия СТМ используются пьезоэлектрические двигатели. Например, изменение длины небольшого кристалла титаната бария под действием приложенного напряжения может составлять порядка $1 \text{ \AA}/\text{В}$. Три кристалла позволяют перемещать иглу СТМ по трем направлениям. Вдоль по поверхности (плоскость xy) производится сканирование, т.е. перемещения, позволяющие равномерно покрыть некоторую поверхность. По оси, перпендикулярной поверхности (ось z), перемещения производятся таким образом, чтобы поддерживать туннельный ток постоянным. Тогда зависимость управляющего напряжения U_z от напряжений U_x и U_y дает *топологическую картину поверхности*.

Очевидно, что пространственное разрешение СТМ определяется размерами острия иглы, поэтому оно должно иметь атомные размеры. Механической и электрохимической обработкой удается довести радиус кривизны кончика острия до $100 \text{ \AA}$. Есть несколько рецептов для дальнейшего заострения иглы. Например, можно коснуться иглой СТМ поверхности образца и отвести ее назад. Тогда из поверхности вырывается небольшой кластер атомов в виде сосульки, прилипшей к острию. Иногда такая сосулька имеет на конце всего один атом.

Сложной задачей является обеспечение изоляции измерительного узла СТМ от внешних вибраций. Измерительный узел делают обычно маленьким и массивным. Его подвешивают на очень мягких пружинах или на воздушной подушке. Колебания измерительного узла в подвесе подавляют системой небольших постоянных магнитов, которые возбуждают индукционные токи в металлическом корпусе узла при его перемещениях. Специальные требования по звуко- и виброизоляции предъявляются к самому помещению, где установлен СТМ.

Достигнуть атомного разрешения в СТМ можно при условии сверхглубокого вакуума в рабочей камере (при давлении 10^{-9} Тор и ниже). Это объясняется тем, что при давлении остаточного газа всего 10^{-6} Тор монослой атомов азота образуется на поверхности всего за 3 секунды, а при давлении 10^{-9} Тор — только за 8 часов.

После преодоления всех трудностей, описанных выше, СТМ позволяет напрямую исследовать атомную структуру поверхности. На рис. 11.2 ¹⁾ показана топологическая картина поверхности $\text{Cu}(111)$ [6]. Видны ступени на поверхности и одиночные адсорбированные атомы

¹⁾ Рис. 11.2, 11.3 и 11.4 публикуются с разрешения проф. М. Кромми (M. Crommie, University of California).

железа. Вокруг адсорбированного атома, а также вблизи ступенек, видны затухающие волны. Они связаны не со структурой поверхности, а с волнами электронной плотности вблизи неоднородности, которые были предсказаны уже давно (осцилляции Фриделя), но получили наглядное подтверждение лишь в экспериментах с СТМ. Они наблюдаются, поскольку туннельный ток зависит от локальной плотности электронов.

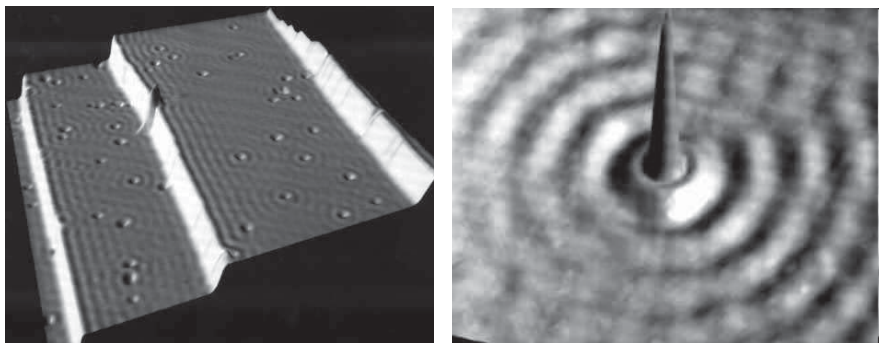


Рис. 11.2. Топологическая картина поверхности $\text{Cu}(111)$ при $T = 5 \text{ K}$ и одиночный атом железа на $\text{Cu}(111)$ [6]

На рис. 11.3 показана поверхность $\text{Au}(111)$, на которой видна особая структура, напоминающая рыбы кости (fish-bones). Это явление называют реконструкцией поверхности. Причина реконструкции заключается в том, что на идеальном сколе кристалла имеются «оборванные» химические связи. Они стремятся замкнуться, например, попарно с ближайшими соседями. Такая перестройка изменяет электронную структуру и влечет изменение кристаллической структуры поверхностного слоя.

Исследования поверхности перешли на новый уровень с изобретением метода *атомной манипуляции* при помощи СТМ. При приближении острия иглы близко к адсорбированному атому возникает взаимодействие между атомом и острием. Поэтому при перемещении острия вдоль по поверхности атом скользит вслед за иглой. Таким образом, напылив на чистую поверхность небольшое количество атомов, можно заняться сборкой искусственных атомных структур на поверхности. В качестве примера на рис. 11.4 показано кольцо из 48 атомов железа на поверхности $\text{Cu}(111)$ диаметром $143 \text{ \AA}$. Такая структура называется квантовым ко-

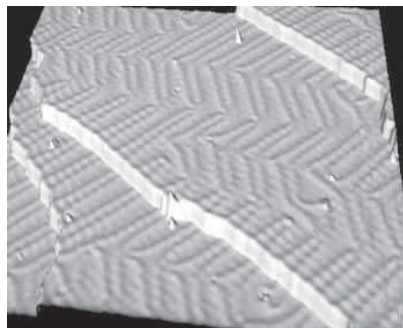


Рис. 11.3. Поверхность $\text{Au}(111)$ [6]

раллом. В центре кольца наблюдается объект похожий на атом железа, который в действительности является «миражом», т. е. областью с увеличенной локальной плотностью электронов вследствие интерференции фриделевских осцилляций.

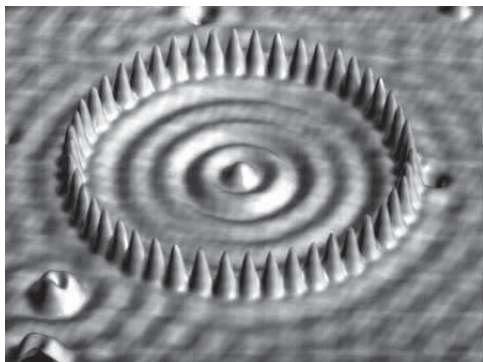


Рис. 11.4. Квантовый коралл из 48 атомов железа на поверхности $\text{Cu}(111)$ [6]

СТМ позволяет исследовать не только кристаллическую, но и электронную структуру поверхности кристалла. Туннельная спектроскопия известна довольно давно. Дифференциальная проводимость контакта при напряжении U пропорциональна плотности состояний. Получив вольтамперную характеристику контакта можно оценить распределение плотности состояний электронов по энергиям [6]. СТМ дает возможность исследовать локальную плотность состояний поверхности.

Выше был описан сканирующий туннельный микроскоп с атомным разрешением, являющийся очень сложным и дорогим устройством. В настоящее время широко используются значительно более простые и дешевые устройства с более слабым разрешением, которые, тем не менее, оказываются очень полезными для исследования поверхностей [3].

СТМ невозможно использовать для исследования поверхностей диэлектриков. Для этого были разработаны *силовые сканирующие микроскопы*. В этих приборах профиль поверхности определяется по силам, действующим между острием и поверхностью. Их можно измерять, например, по высокочастотным колебаниям микрорычага, на котором закреплено острие. Важным применением силовых сканирующих микроскопов является измерение распределения намагниченности поверхности на микроскопическом уровне. Совсем недавно в работе [58] удалось наблюдать намагниченность отдельных атомов поверхности.

11.2. Молекулярные проводники

В настоящее время у исследователей появились возможности исследования электронного транспорта через отдельные молекулы и атомные кластеры. Такие объекты называют молекулярными проволоками.

Основной проблемой их исследования является «подключение» молекулярной проволоки к контактам измерительного устройства. Разработано несколько путей решения этой задачи. Например, на подложку наносят тонкие медные проводники. Затем формируют островки золота на меди. Размеры островка составляют несколько десятков нанометров. Такой образец помещают в СТМ с золотой иглой. Иглу подводят к островку вплоть до касания, а затем начинают медленно отводить. При этом формируется мостик из атомов золота, который становится все тоньше. Толщину мостика контролируют с помощью электронного микроскопа. Таким образом удается сформировать цепочку из четырех атомов золота длиной примерно 10 нм [56].

Проводимость атомной цепочки ведет себя удивительным образом [56]. Оказывается, что она может принимать дискретные значения, кратные единичному кванту проводимости [57], который не зависит от свойств конкретного атома и связан только с фундаментальными постоянными $G = 2e^2/h$, где e — заряд электрона, h — постоянная Планка. Величина G составляет примерно 77,5 мкСм. При увеличении толщины проволоки ее проводимость изменяется дискретным образом: nG , где n — целое число. Интересно отметить, что проводимость не зависит также от длины проволоки. Это является следствием *баллистического режима проводимости*, когда длина свободного пробега электрона много больше, чем длина мостика, и рассеянием электронов можно пренебречь. При выполнении измерений проводимости молекулы измерения всегда выполняются двухточечной методикой. Отметим, что четырехточечную методику здесь невозможно применять не только из-за технологических ограничений. Прохождение электронов через молекулу и прилегающие к ней области контактов описывается методами квантовой механики. Измерения в квантовой системе разрушают ее когерентные состояния. Иначе говоря, нельзя просто подключить вольтметр к отдельным частям квантовой системы без изменения ее состояния. Другой проблемой является неопределенность в количестве молекул — не всегда возможно прямое наблюдение молекул в зазоре между контактами. По этим причинам квант проводимости играет важную роль для контроля результата измерений.

Существуют технологии, которые позволяют закрепить одиночную органическую молекулу или группу молекул между золотыми наноконтактами [4], представляющими собой наночастицы золота размерами 30–50 нм или специальным образом протравленный разрыв в напыленном проводнике. Молекулы прикрепляются к наноконтактам золота через атомы серы (рис. 11.5)¹⁾. Надежное закрепление молекулы в зазоре между наноконтактами является одной из наиболее сложных проблем. При протекании тока через органические молекулы иногда наблюдаются участки с отрицательным дифференциальным сопротивлением,

¹⁾ Рис.11.5 публикуется с разрешения проф. М.А. Рид (M.A. Reed, University of Yale).

т. е. вольтамперная характеристика *N*-образной формы. Следует отметить, что, как видно из рис. 11.5, это явление существует вплоть до комнатных температур, а характерные напряжения составляют порядка 1 В. Природа отрицательного дифференциального сопротивления в молекулярных проволоках пока еще недостаточно изучена. На молекулу действует сразу несколько факторов: сильные электрические поля, приводящие к ее деформациям и изменению электронной структуры, а также связанные состояния на границе молекула–контакт.

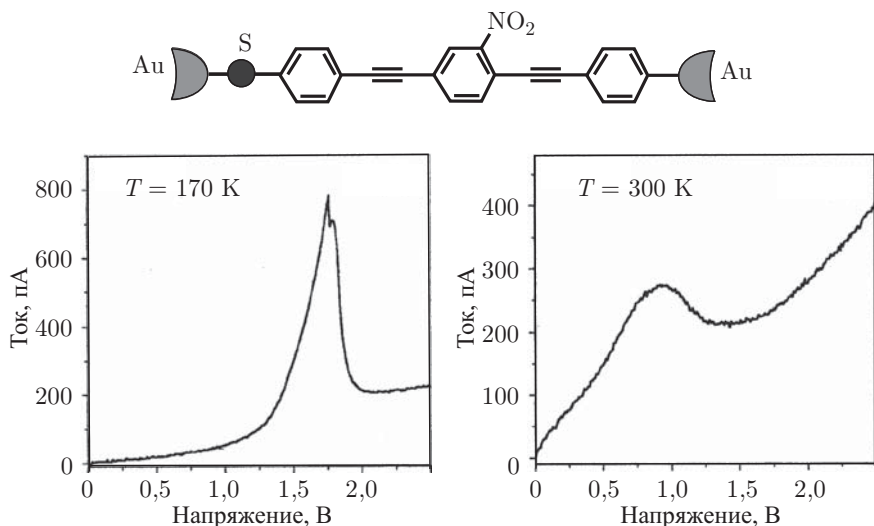


Рис. 11.5. Молекула, связанная с золотыми наноконтактами, и ее вольтамперные характеристики при температуре $T = 170 \text{ K}$ и 300 K [4]

Молекула, присоединенная наноконтактами, представляет собой частный случай резонансного туннельного диода [5]. В полупроводниковой микро- и наноэлектронике их изготавливают путем формирования квантовой ямы в туннельном контакте. В потенциальной квантовой яме малых размеров непрерывный электронный спектр полупроводника разбивается на дискретные уровни, т. е. квантовая яма в этом смысле аналогична молекулярному проводнику. Нелинейные элементы с *N*-образной вольтамперной характеристикой могут быть основой для разработки молекулярных транзисторов, элементов памяти и т. д. Поэтому в настоящее время проводятся интенсивные экспериментальные и теоретические исследования отрицательного дифференциального сопротивления в молекулярных проволоках.

При слабой связи молекулы или квантовой точки с контактами возникают своеобразные вольтамперные характеристики [4]. Впервые их наблюдали в туннельных контактах металл–оксидный слой–металл, причем оксидный слой содержал металлические гранулы малого размера. При низких температурах и малых напряжениях на туннельном

переходе происходило подавление тока. Причина этого явления заключается в том, что ток переносится дискретными частицами — электронами. В обычных макроскопических устройствах это обстоятельство не существенно, поскольку число частиц велико и ток можно считать непрерывным. Но при уменьшении размера гранулы уменьшаются и ее собственная емкость $C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R$, где R — радиус сферической гранулы, ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, в которую гранула погружена. Таким образом, электрон, попадая в гранулу, увеличивает кулоновский потенциал гранулы на величину e/C . При этом собственная энергия электрона возрастает на величину e^2/C . Приведем простую оценку. Пусть $R = 100 \text{ \AA}$, $\epsilon = 10$. Отсюда получаем кулоновскую энергию электрона в грануле $\approx 190 \text{ К}$. При малых напряжениях и низких температурах электроны не могут преодолеть этот барьер, поэтому ток через гранулу блокирован. Этот эффект называется *кулоновской блокадой* туннельного тока [5]. Он проявляется в режиме слабой связи гранулы (молекулы, кластера) с контактом. Когда характерная энергия связи с контактом превышает кулоновский барьер, электроны начинают «просачиваться» через него.

Применение в качестве контактов частиц золота неслучайно. Наноконтакты должны быть достаточно химически пассивными, чтобы на их поверхности не образовывались пленки оксидов и других соединений. В случае мостиков золота использовалась высокая пластичность золота. И, наконец, золото имеет постоянную плотность состояний в широком диапазоне по энергии вблизи уровня Ферми. Поэтому особенности, наблюдаемые на вольтамперных характеристиках, связаны именно со свойствами молекулярной проволоки, а не материала контакта.

11.3. Магнитные сверхрешетки

Магнитными сверхрешетками называют слоистые структуры, состоящие из чередующихся магнитных и немагнитных металлических слоев (рис. 11.6). Подбор пары металлов осуществляется в первую очередь из соображений совместимости их кристаллических решеток. Так, например, в сверхрешетке Fe/V железо и ванадий имеют ОЦК-решетку с постоянными 0,287 нм и 0,302 нм. Хорошее совпадение параметров решетки позволяет добиться высокого качества интерфейса между слоями [21]. Толщина слоев в сверхрешетках составляет всего несколько монослоев. При этом сохраняется кристаллическая структура пленки.

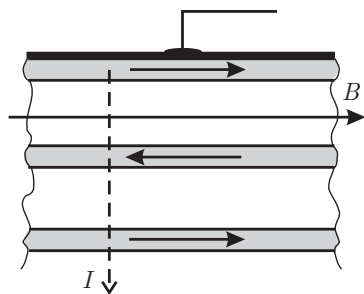


Рис. 11.6. Магнитная сверхрешетка

Напыление сверхрешеток, в которых толщины слоев составляют величины порядка нескольких монослоев, представляет сложную техническую задачу. Напыление производится обычно в сверхвысоком вакууме ($\sim 10^{-10}$ Тор), для повышения равномерности распределения вещества по поверхности подложка совершает периодические движения в процессе напыления. Основным средством контроля качества сверхрешетки является дифракция рентгеновского излучения. В работе [60] на поверхности $\text{MgO}(001)$ были напылены 50 периодов решетки $\text{V}_{13}/\text{Fe}_3$, где индексы обозначают число монослоев в каждом слое. Вся структура была покрыта защитным слоем палладия. На рис. 11.7¹⁾ показаны результаты измерения малоуглового рассеяния рентгеновского излучения на сверхрешетке $\text{Pd}/[\text{V}_{13}/\text{Fe}_3]_{50}/\text{MgO}(001)$.

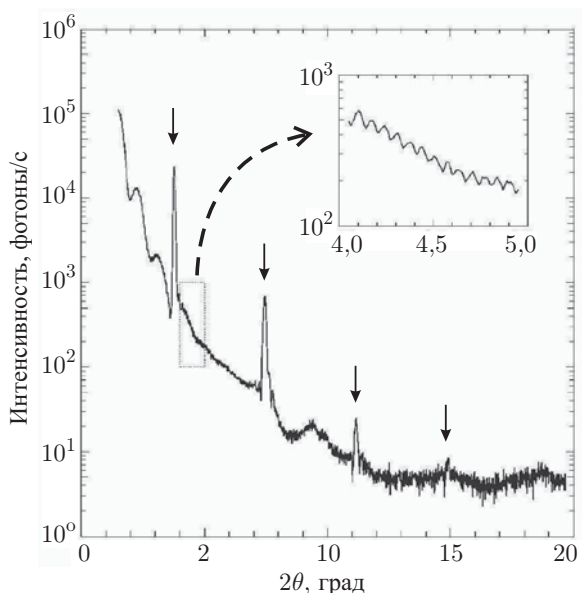


Рис. 11.7. Интенсивность малоуглового рассеяния рентгеновского излучения на сверхрешетке $\text{Pd}/[\text{V}_{13}/\text{Fe}_3]_{50}/\text{MgO}(001)$ [60]

Стрелками обозначены пики, связанные с периодом структуры $\text{V}_{13}/\text{Fe}_3$ (2,39 нм). Увеличенный фрагмент на вставке показывает осцилляции, происходящие от полной толщины структуры. Полученные результаты показывают, что сверхрешетка имеет хорошо определенный период и полную толщину структуры. Существует лишь незначительное перемешивание атомов на границах слоев.

¹⁾ Рис. 11.7 и 11.8 предоставил проф. В.Нjörvarsson (Университет Уппсала, Швеция).

В тонких магнитных слоях намагниченность, как правило, ориентирована вдоль поверхности. Магнитные слои сверхрешетки вызывают появление слабой намагниченности в немагнитных слоях, осциллирующую с расстоянием и спадающую по степенному закону. Она приводит к взаимодействию ближайших магнитных слоев. Этот механизм дальнего действующего взаимодействия магнитных атомов в металлах называется *взаимодействием РККИ (Рудермана–Киттеля–Коси–Иосиды)* [59]. Интенсивность взаимодействия как функция толщины немагнитной прокладки представляет собой затухающую осциллирующую функцию, поэтому моменты магнитных слоев упорядочиваются либо в ферромагнитную (ФМ), либо в антиферромагнитную (АФМ) структуры (см. рис. 11.6). Период осцилляций зависит от формы поверхности Ферми немагнитной прослойки [61]. Магнитный порядок в сверхрешетках оказывается очень чувствительным к внешнему магнитному полю. Даже очень слабое поле может перестраивать АФМ-структуру в ФМ. Этот эффект связан именно с упорядочением атомов в виде сверхрешетки, потому что в сплаве, при хаотическом распределении атомов, он не наблюдается.

Высокая чувствительность магнитной структуры к внешнему полю приводит к важному эффекту — *гигантскому магнитосопротивлению*. При протекании тока в АФМ-сверхрешетке перпендикулярно слоям происходит сильное рассеяние электронов. Действительно, электронная структура для магнитных слоев с различным направлением намагниченности заметно отличается. В слабом внешнем магнитном поле происходит переход в ФМ-фазу, рассеяние ослабевает, и проводимость резко возрастает.

Из этой качественной картины вытекает необходимое условие для наблюдения гигантского магнитосопротивления: длина свободного пробега электронов в объемном металле должна быть больше толщины слоев в сверхрешетке. Тогда рассеяние на магнитной структуре сверхрешетки будет определяющим фактором при формировании сопротивления сверхрешетки. Эффект гигантского магнитосопротивления позволяет создавать миниатюрные магниторезисторы с огромной чувствительностью в слабых магнитных полях. Сейчас он широко используется, в частности, в магнитной записи.

Магнитные сверхрешетки Fe/V обладают еще одним замечательным свойством, которое в будущем может найти применение в технике. Их магнитная структура обладает огромной чувствительностью к содержанию водорода во внешней атмосфере. Водород свободно проникает через защитную пленку палладия. В сверхрешетке происходит гидрирование только слоев ванадия, которые заметно разбухают. При этом изменяется знак магнитного взаимодействия между слоями железа. На рис. 11.8 показана зависимость динамической магнитной восприимчивости сверхрешетки на частоте 70 Гц. Появление парциального давления водорода всего 0,3 мбар приводит к заметному ее изменению.

Используя чередующиеся магнитные и немагнитные слои, можно собирать сложные искусственные сверхрешетки с разнообразными магнитными свойствами [62].

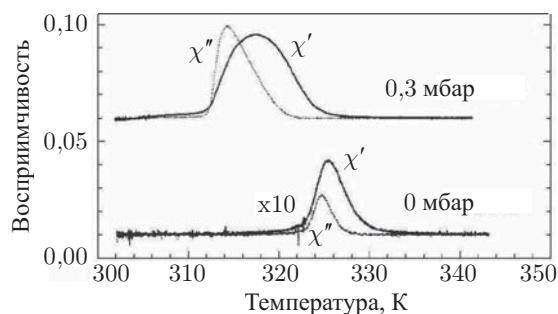


Рис. 11.8. Влияние парциального давления водорода в газовой смеси на динамическую магнитную восприимчивость сверхрешетки $\text{Pd}/[\text{V}_{13}/\text{Fe}_3]_{50}/\text{MgO}(001)$ [60]: χ' и χ'' — вещественная и мнимая части динамической магнитной восприимчивости

11.4. Упражнения

Упражнение 1. В рамках одномерного уравнения Шредингера оценить зависимость тока через туннельный контакт от расстояния между контактами (при постоянном напряжении). Какое изменение расстояния между контактами можно зарегистрировать, если чувствительность по туннельному току составляет 10%.

Глава 12

ШУМЫ И ПОМЕХИ В ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ. ЗАЗЕМЛЕНИЕ

12.1. Классификация и основные источники электромагнитных шумов и помех

В электрофизическом эксперименте наряду с полезными электрическими сигналами всегда присутствуют *паразитные* сигналы, затрудняющие обработку результатов. Если такие сигналы вызываются внешними электромагнитными воздействиями, то мы будем их называть электромагнитными *помехами*. Принято разделять помехи на *внешние*, *внутренние* и *индустриальные*. Внешние помехи возникают под действием внешних по отношению к данному устройству электрических и магнитных полей, токов или электромагнитного излучения. Измерительное устройство может содержать одновременно слаботочные и силовые блоки. Последние могут сами по себе служить источниками помех для слаботочных и высокочувствительных цепей устройства. В таком случае помеха называется внутренней. Под индустриальными понимают помехи на частотах кратных частоте электрической сети (50, 100 и 150 Гц). Помехи проникают внутрь устройств тремя основными путями: посредством электрических и магнитных полей, электромагнитного излучения, а также по связям через общие сопротивления, т. е. через общие шины питания, заземления и т. д. Следует помнить, что очень чувствительны к помехам электрические каналы связи между устройствами.

В настоящее время при проведении исследований лаборатории насыщены разнообразным электрофизическим оборудованием, работающим в различных диапазонах частот и с различными уровнями мощности. Взаимное влияние устройств друг на друга и способность нормального функционирования оборудования в условиях собственного электромагнитного фона называют проблемой *электромагнитной совместимости* [64, 65]. Ее решение требует комплексного подхода. Прежде всего, необходимо установить основные источники помех и минимизировать генерируемые ими поля и токи. Желательно максимально подавить помехи в самих источниках их возникновения. Затем проводится оптимизация взаимного размещения устройств, линий связи, анализ подключения к общим цепям (питание, заземление). И, наконец, следует принять меры по защите от помех отдельных

устройств. Решать задачу электромагнитной совместимости сложного измерительного комплекса необходимо, начиная с ранних стадий его разработки.

Паразитные сигналы, возникающие внутри самих измерительных цепей и несвязанные с внешними воздействиями, мы будем называть собственными *шумами* устройства или просто шумами. Фундаментальным источником внутреннего шума является *тепловой шум*, присутствующий в любом проводнике, независимо от природы проводимости (см. формулу Найквиста (1.11)). В активных электронных схемах при усилении и преобразовании сигналов неизбежно появляются дополнительные шумы.

В слаботочных электрических цепях с соединениями разнородных металлов возникают шумы за счет *гальванического эффекта*. Для его возникновения необходимо наличие трех элементов: пара контактов из разнородных металлов (гальваническая пара), электролит и электрическая цепь, замыкающая гальваническую пару. Электролит появляется в области контакта обычно вследствие загрязнения, даже незначительного. Замыкающая электрическая цепь существует практически всегда, по крайней мере, в виде токов утечки самой пары. Отсюда видно, что при контакте разнородных металлов, гальванический процесс будет происходить практически неизбежно. Интенсивность шумов и скорость коррозии в контакте зависит от величины ЭДС гальванической пары. Все металлы разбиты на пять групп в гальваническом ряду. I группа содержит металлы наиболее подверженные коррозии (магний и его сплавы), V группа — наиболее стойкие по отношению к ней (серебро, золото, платина, графит). Величина ЭДС зависит от того, насколько далеко находятся металлы контактов друг от друга в гальваническом ряду. Например, в типичной паре алюминий (II группа) — медь (IV группа) алюминий будет разрушаться быстрее. Уменьшить гальванические шумы и коррозию можно при помощи покрытия меди оловянно-свинцовым (III группа) или кадмиевым (II группа) припоями. Следует также помнить, что в гальванической паре анод подвержен коррозии сильнее, чем катод.

В диэлектрике кабельной линии могут накапливаться электрические заряды. Чаще всего это происходит в результате *трибоэлектрического эффекта* при изгибах кабеля. Накопленный заряд может представлять собой источник шума. Для уменьшения трибоэлектрического эффекта необходимо избегать резких перегибов кабеля и его механического перемещения. Амплитуда трибоэлектрического шума может заметно зависеть от марки кабеля.

В заключение параграфа перечислим *основные методы борьбы с шумами и помехами*: выравнивание нулевых потенциалов различных устройств или блоков внутри одного устройства (заземление), экранирование устройств и линий связи, взаимное расположение устройства и источника помех, фильтрация и симметрирование линий связи, предотвращение связей через общее сопротивление.

12.2. Основные схемы заземления

Под заземлением понимают соединение корпуса устройства, экранов и определенных точек электрической схемы с шиной земли, имеющей в идеальном случае потенциал равный потенциалу Земли. Заземление измерительного электрофизического оборудования выполняется по двум причинам: в целях безопасности, т. е. для защиты персонала от поражения электрическим током (защитное заземление), и для обеспечения опорного потенциала для сигнальных напряжений (сигнальное заземление). Разработка защитного заземления регламентируется правилами техники безопасности, и мы его затрагивать не будем. Отметим лишь, что эти две функции заземления не всегда легко согласовать между собой. Так, с точки зрения техники безопасности необходимо, чтобы на металлическом корпусе устройства находился потенциал земли. Это предотвращает появление опасных для человека потенциалов на внешних частях устройства за счет утечек. Касание проводника под высоким напряжением заземленного корпуса приводит к аварийному отключению электропитания. С другой стороны, мы увидим ниже, что привязка корпусов, являющихся частью сигнальной цепи, к потенциалу земли может способствовать проникновению помех в измерительные цепи.

При рассмотрении методов сигнального заземления следует помнить два ключевых момента [64]. Во-первых, все проводники имеют конечный импеданс, состоящий из активной и реактивной (индуктивной) частей. Индуктивное сопротивление провода диаметром 0,65 мм на расстоянии 25 мм от заземленной поверхности превышает активное сопротивление на частотах свыше всего 11 кГц. Во-вторых, точки, разнесенные в пространстве, редко имеют одинаковые потенциалы.

Существует несколько простых правил, которых необходимо придерживаться при разработке схемы заземления измерительного комплекса. Во-первых, *следует избегать образования замкнутых контуров заземления*. Предположим, что по периметру прямоугольной комнаты площадью $S = 20 \text{ м}^2$ проложена шина заземления в виде горизонтального замкнутого витка. Под полом комнаты работает мощный электромотор или трансформатор, создающий переменные магнитные поля рассеяния в комнате. Пусть средняя амплитуда вертикальной компоненты магнитного поля составляет $B = 10^{-4} \text{ Тл}$, а его частота — $f = 50 \text{ Гц}$. Тогда амплитуда ЭДС, наводимая в контуре заземления, составит $\mathcal{E} = 2\pi fSB \approx 0,6 \text{ В}$. Токи, протекающие в замкнутой шине заземления под действием такой ЭДС, будут весьма большими. Вихревое электрическое поле не создает разности потенциалов на идеально однородном витке. Однако в действительности сопротивление шины заземления неоднородно; существуют области с повышенным сопротивлением, например, сварные швы. В этих областях возникают эффективные источники переменного напряжения. Таким образом,

разность потенциалов между различными точками шины заземления может достигать 0,6 В.

Если выполняется заземление комплекса, в который на ряду со слаботочными входят силовые устройства, то следует разделить заземление силовых и слаботочных устройств. *Силовая земля не годится в качестве сигнальной.* Дело в том, что при нормальном функционировании силовых устройств напряжение на заземляющих проводниках может достигать сотен милливольт или даже нескольких вольт. С точки зрения сигнального заземления слаботочных высокочувствительных устройств такие напряжения недопустимы.

К основным схемам заземления относятся последовательное и параллельное заземления в одной точке и заземление в нескольких точках, как показано на рис. 12.1. Эквивалентная схема для последовательного заземления приведена на рис. 12.2. Здесь мы видим типичный

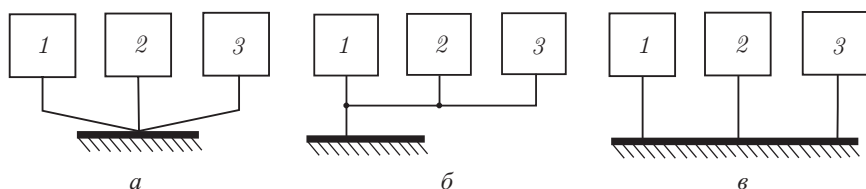


Рис. 12.1. Основные схемы заземления (устройства 1, 2, 3): а — параллельное в одной точке, б — последовательное в одной точке, в — распределенная (в нескольких точках)

пример *связи через общее сопротивление*. Потенциал заземлителя устройства 1 зависит от токов, протекающих по проводу заземления от всех трех устройств:

$$U_1 = (I_1 + I_2 + I_3)R_1. \quad (12.1)$$

Хотя, как видно из рис. 12.2, схема последовательного заземления приводит к взаимному влиянию устройств, она широко употребительна в силу своей простоты. Ее можно применять в некритических случаях, хотя следует избегать смешивания устройств с различными уровнями мощности в одной группе. Наиболее чувствительные устройства или блоки следует подключать к шине заземления как можно ближе к точке первичного заземления.

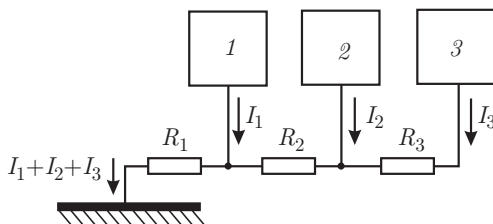


Рис. 12.2. Эквивалентная схема параллельного заземления в одной точке

Параллельное заземление в одной точке лишено перекрестных связей через общее сопротивление и является наиболее предпочтительным при заземлении на низких частотах. С другой стороны, такая схема довольно громоздкая, она требует очень большого числа заземляющих проводников. По этой причине, чаще всего используется смешанная схема: чувствительные устройства подключаются отдельно по параллельной схеме, остальные разделяются на параллельные группы в зависимости от мощности. Внутри групп устройства подключаются последовательно: силовые устройства к силовому заземлению, маломощные к сигнальному.

На высоких частотах начинает сильно сказываться импеданс (комплексное сопротивление) заземляющих проводников, и заземление в одной точке перестает быть эффективным. Для снижения индуктивности проводники изготавливают в виде широких полос. Следует помнить, что на высоких частотах эффективное активное сопротивление шины возрастает за счет скин-эффекта. Для его снижения проводники покрывают серебром. Когда длина заземляющего проводника становится соизмеримой с длиной электромагнитной волны, заземление практически перестает функционировать. Считается, что проводник может иметь низкий импеданс и не создает излучения, если его длина меньше $1/20$ длины волны. По этой причине, начиная с частот порядка 10 МГц, приходится переходить к распределенной схеме заземления (см. рис. 12.1 в). При заземлении в нескольких точках на высоких частотах необходима заземляющая поверхность с низким импедансом, например, шасси устройства, на котором смонтированы отдельные блоки. Заземление блоков производится к ближайшей точке заземляющей поверхности.

12.3. Заземление усилителей и экранов кабелей

Типичной проблемой, которая возникает при выполнении электрических измерений, является выбор опорной земли. На рис. 12.3 а показан источник сигнала, генерирующий напряжение U_G . Он подключен по двухпроводной линии к измерительному прибору А. Подключение к заземлению может быть произведено в двух точках 1 и 2, которые разнесены в пространстве и имеют отличающиеся потенциалы. Можно считать переменную разность потенциалов U_{12} между точками заземления источником паразитного сигнала. Очевидно, что подключение к заземлению должно быть произведено только в одной точке, безразлично в точке 1 или 2. В противном случае на сопротивлении провода R_2 возникнет разность потенциалов U_{12} , а входное напряжение на измерительном приборе А будет состоять из суммы полезного и паразитного сигналов. Фактически заземлением в двух точках мы создаем контур заземления, который, к тому же, включает часть сигнальной цепи.

Задача усложняется, если двухпроводная линия имеет экран (рис. 12.3 б). Кроме заземления источника и прибора теперь еще

необходимо решить, к какой точке подсоединить экран. Здесь следует иметь в виду емкостные и индуктивные связи между экраном и двухпроводной линией. Если заземлить экран в двух точках, то образуется контур заземления, в котором будет протекать ток из-за разности потенциалов U_{12} и ЭДС, наводимой в нем внешними магнитными полями. Индуктивная связь будет приводить к возникновению токов в сигнальных проводниках. Таким образом, экраны низкочастотных линий связи следует заземлять в одной точке. Если схема заземлена в одной точке 2, то оптимальным подключением экрана будет общая клемма прибора 4. В случае заземленного источника и незаземленного прибора наилучшим будет подключение экрана к общей клемме источника 3.

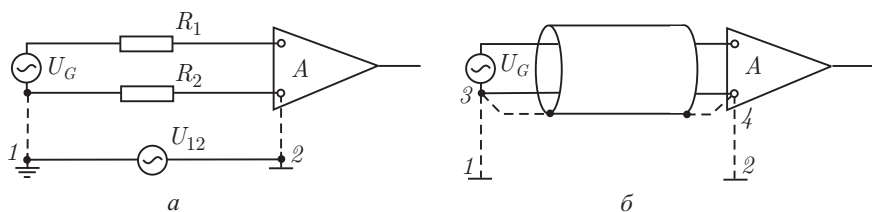


Рис. 12.3. Заземление источника и усилителя без экрана (а) и с экраном (б)

Подключение экрана непосредственно к точке заземления 1 или 2 нежелательно, поскольку заземляющие проводники имеют конечный импеданс. Это означает, что между точками 1 и 3, а также 2 и 4 может появиться разность потенциалов. Таким образом, потенциал экрана будет отличаться от потенциала общей клеммы заземленного источника (или заземленного прибора) и емкостная связь экрана с двухпроводной линией приведет к попаданию паразитного сигнала в измерительную цепь.

Высокочастотные электронные блоки часто экранируют для предотвращения их самовозбуждения. В особенности это важно для схем с большим коэффициентом усиления сигнала. На рис. 12.4 показан усилитель в экране и его эквивалентная схема. В нее входят три паразитных емкости: экран–общий провод усилителя C_1 , экран–входной провод C_2 и экран–выходной провод C_3 . Существует только одно

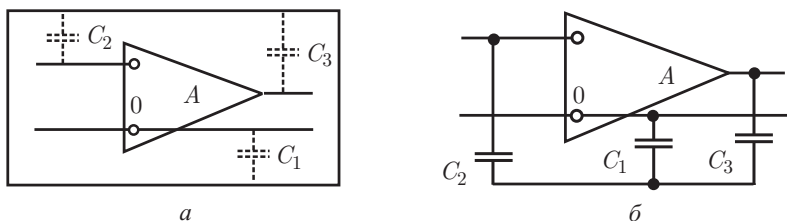


Рис. 12.4. Высокочастотный усилитель в экране (а) и его эквивалентная схема (б)

возможное подключение экрана, позволяющее устранить паразитную обратную связь через конденсаторы $C_2 - C_3$ — подключение его к общему выводу усилителя. В остальных случаях возможно возбуждение усилителя на частотах, на которых емкостная обратная связь оказывается положительной.

12.4. Изоляция и нейтрализация контуров заземления

Выше было показано, что следует стремиться к заземлению гальванически связанных устройств в одной точке. Тем не менее, часто возникает задача прокладки линии связи между двумя заземленными устройствами. Есть два способа подавления помех в этом случае: гальваническая *изоляция* источника и приемника сигналов и *нейтрализация* токов в контуре заземления. Полная гальваническая развязка источника и приемника сигнала достигается при использовании оптических линий связи. Если их применение невозможно, развязка может быть достигнута с помощью изолирующего трансформатора (см. рис. 12.5 а). Гальваническая связь устраняется полностью, однако следует помнить, что паразитная емкость между обмотками замыкает контур заземления. Применение трансформаторов специальных конструкций, в частности, с заземленным экраном между обмотками, позволяет значительно уменьшить межобмоточную емкость. Практические аспекты использования высокочастотных широкополосных трансформаторов обсуждаются в книге [66].

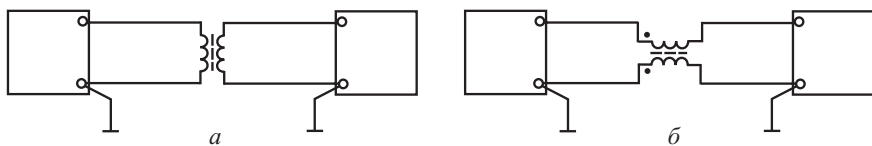


Рис. 12.5. Связь двух заземленных устройств через изолирующий (а) и нейтрализующий трансформатор (б)

Недостатком изолирующего трансформатора является ограниченность частотного диапазона снизу, т. е. есть критическая частота, ниже которой трансформаторная связь перестает работать. Этот недостаток отсутствует в схеме с нейтрализующим (или симметрирующим) трансформатором (рис. 12.5 б). Напомним, что точки обозначают направление намотки в каждой из обмоток. Если токи в обмотках трансформатора текут в направлении «от точки», то магнитный поток, создаваемый в индуктивности намагничивания (взаимной индуктивности) каждой из обмоток, имеет одинаковое направление. Принцип действия нейтрализующего трансформатора иллюстрируется на рис. 12.6. Сигнальный ток в двухпроводной линии является противофазным, т. е. имеет противоположное направление в проводниках (рис. 12.6 а). Поэтому магнитные потоки, создаваемые сигнальным током в обмотках, компенсируют

друг друга (предполагается, что обмотки идентичные). По определению индуктивность есть коэффициент, связывающий магнитный поток Φ и ток I : $\Phi = LI$. Отсюда следует, что для сигнального тока индуктивность трансформатора равна нулю, если не учитывать индуктивности рассеяния трансформатора.

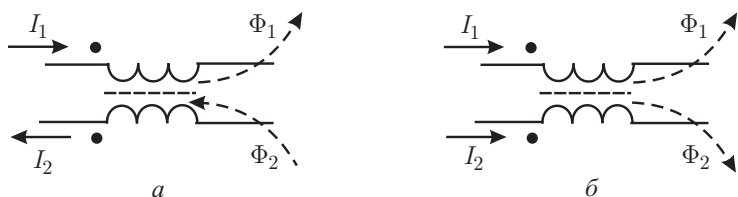


Рис. 12.6. Принцип действия нейтрализующего трансформатора: противофазный (а) и синфазный (б) ток

Рассмотрим теперь протекание паразитного тока в контуре. Разность потенциалов между точками заземления и ЭДС внешних магнитных полей можно описать как источник напряжения, включенный между точками заземления аналогично U_{12} на рис. 12.3а. Тогда источник сигнала будет смещен по напряжения на величину U_{12} , причем обе клеммы будут смещены на эту величину. Поэтому токи, создаваемые источником паразитного сигнала U_{12} , будут синфазными, т.е. направленными в обоих проводниках в одну сторону (рис. 12.3б). Магнитные потоки обеих обмоток суммируются: $\Phi = LI_1 + LI_2 = LI$, откуда видно, что нейтрализующий трансформатор представляет собой по отношению к паразитному синфазному току индуктивность L , равную индуктивности одной обмотки в режиме холостого хода (вторая обмотка разомкнута). Таким образом, индуктивное сопротивление

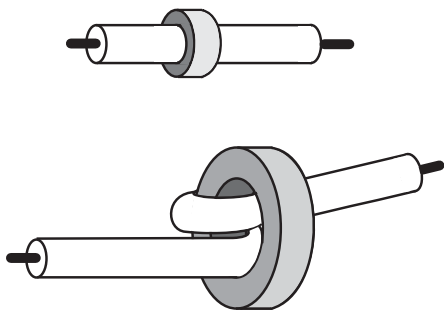


Рис. 12.7. Нейтрализующие трансформаторы для коаксиальной кабельной линии

трансформатора подавляет синфазный ток. Отметим, что связь источника с приемником через нейтрализующий трансформатор не имеет нижней граничной частоты, т.е. работоспособна вплоть до постоянного тока.

Очень простую конструкцию имеют нейтрализующие трансформаторы для коаксиальных кабелей. Достаточно надеть на кабель тороидальный ферромагнитный сердечник или сделать несколько витков кабелем на нем (см. рис. 12.7). Сигнальные

токи в кабеле противофазные. Это означает, что они не создают магнитных полей вне кабеля, и присутствие сердечника не влияет

на сигнальный ток. Синфазные токи помехи создают магнитное поле вне кабеля, поэтому ферромагнитный сердечник приводит к резкому возрастанию индуктивного сопротивления для синфазного тока и к его подавлению.

12.5. Упражнения

Упражнение 1. В комнате находится источник сигнала и осциллограф, соединенные коаксиальным кабелем, проложенным на высоте 1,25 м от уровня пола. Общие клеммы обоих приборов соединены с шиной заземления, проложенной на уровне пола. Расстояние между источником и осциллографом 4 м. В соседнем зале на расстоянии $R = 20$ м от приборов проводится эксперимент, в результате которого по длинному прямолинейному проводнику протекает импульсный ток с амплитудой $I = 100$ кА со временем нарастания $\Delta t = 1$ мс. Оценить величину напряжения помехи в измерительной цепи.

Глава 13

ЭКРАНИРОВАНИЕ ЛИНИЙ СВЯЗИ И УСТРОЙСТВ

Структура электромагнитного поля зависит от соотношения между расстоянием от источника и длиной волны излучения. Вблизи источника, на расстояниях существенно меньших $1/6$ длины волны, находится *ближнее или индуктивное поле*. В этой области характер электромагнитного поля полностью определяется источником. В ближней области можно рассматривать отдельно электрическое и магнитное поле источника. Часто в этой области можно пренебрегать одной из компонент. Например, на сравнительно низких частотах можно рассматривать виток с током (магнитный диполь) как источник переменного магнитного поля, пренебрегая вихревым электрическим полем. Таким образом, в ближней зоне мы можем говорить отдельно о *емкостной* и *индуктивной* связи источника помехи и сигнальной цепи.

На расстояниях значительно превышающих $1/6$ длины волны соотношение между амплитудой электрического E и магнитного полей H не зависит от источника и определяется только импедансом среды. Для вакуума он равен $Z_0 = E/H = 377 \text{ Ом}$. В этой области говорят о *дальнем поле или поле излучения*. Поскольку в дальней зоне вихревое электрическое поле порождается вихревым магнитным полем и наоборот, здесь необходимо рассматривать электромагнитное излучение как единое целое. В последующих параграфах этой главы мы рассмотрим ключевые идеи экранирования линий связи и устройств в ближнем и дальнем поле.

13.1. Емкостная связь

На рис. 13.1*а* схематически изображена емкостная связь между проводниками. Ее основным элементом является паразитная емкость C_{12} между проводниками 1 и 2. Источник напряжения на проводнике 1 представляет собой источник помехи. Напряжение U_2 на нагрузке R_2 , которая включена между проводником 2 и землей, представляет собой емкостную помеху, возникающую на проводнике 2 под действием источника U_1 . Важным элементом здесь также является емкость между проводником 2 и землей C_2 . Заметим, что аналогичная емкость должна существовать также между проводником 1 и землей, но она

не участвует в емкостной связи, поскольку мы представили источник помехи как источник напряжения.

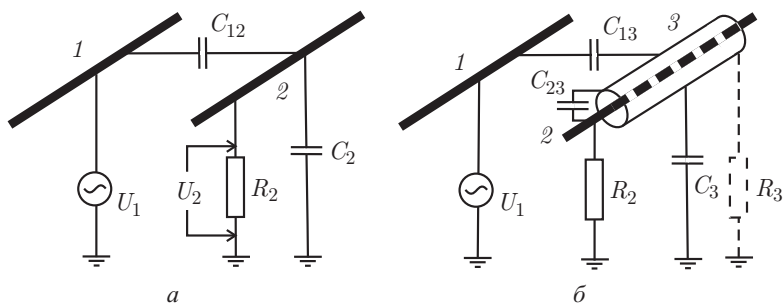


Рис. 13.1. Емкостная связь между проводниками 1 и 2 без экрана (а) и с экраном 3 (б)

В общем виде комплексное напряжение помехи может быть представлено в следующем виде:

$$U_2 = \frac{i\omega C_{12}}{i\omega(C_2 + C_{12}) + R_2^{-1}} U_1, \quad (13.1)$$

где ω — круговая частота. Возможны два предельных случая. На практике сопротивление нагрузки, как правило, много меньше, чем суммарное емкостное сопротивление: $R_2 \ll [i\omega(C_{12} + C_2)]^{-1}$. Тогда уравнение (13.1) упрощается:

$$U_2 = i\omega R_2 C_{12} U_1. \quad (13.2)$$

Это выражение наиболее важно для описания емкостной помехи. Видно, что амплитуда помехи пропорциональна частоте и сопротивлению нагрузки. Таким образом, *емкостная помеха существенна для устройств с большим входным сопротивлением, в особенности, в сочетании с высокими напряжениями источника помехи.*

В формулу (13.2) входит емкость между проводниками. Если отношение расстояния D между двумя параллельными проводниками круглого сечения много больше их диаметра d , то емкость между ними может быть представлена как $C_{12} = \pi\epsilon_0[\ln(2D/d)]^{-1}$, где ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума. Видно, паразитная емкость довольно медленно падает с увеличением расстояния между проводниками.

На очень высоких частотах суммарное емкостное сопротивление может быть меньше сопротивления нагрузки: $R_2 \gg [i\omega(C_{12} + C_2)]^{-1}$. В этом случае сопротивлением R можно пренебречь, а напряжение помехи определяется емкостным делителем C_{12} – C_2 :

$$U_2 = \frac{C_{12}}{C_{12} + C_2} U_1. \quad (13.3)$$

Полная зависимость амплитуды U_2 от частоты схематически изображена на рис. 13.2. На малых частотах она возрастает линейно с частотой, а при больших — стремиться к постоянному значению.

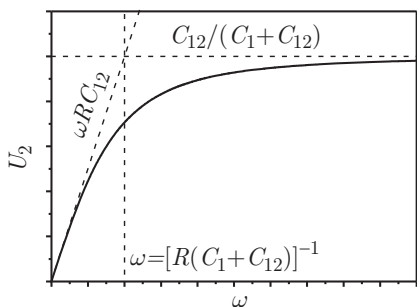


Рис. 13.2. Зависимость напряжения емкостной помехи от частоты при $U_1 = 1$. Наклонная пунктирная линия — формула (13.2), горизонтальная — выражение (13.3)

Рассмотрим теперь случай, когда сигнальная линия 2 экранирована (см. рис. 13.1 б). Паразитная связь здесь образуется вследствие емкости между проводником 1 и экраном 3. Заземление экрана в одной точке позволяет эффективно бороться с емкостной помехой. Активное и реактивное сопротивления заземляющего проводника должно быть низким. Напомним, что такое заземление теряет эффективность на высоких частотах, когда длина проводника с экраном превышает $1/20$ волны.

13.2. Индуктивная связь

Электрический ток I , протекающий по замкнутому контуру, создает магнитный поток Φ , пропорциональный этому току,

$$\Phi = LI, \quad (13.4)$$

где коэффициент L , зависящий от геометрии контура и свойств среды, называется индуктивностью контура. На рис. 13.3 изображены два проводника 1 и 2, к первому из которых подключен источник тока, выступающий в качестве источника помехи. Магнитный поток, возникающий при протекании тока в контуре проводника 1, можно условно разделить на две части $\Phi = \Phi_{11} + \Phi_{12}$. Силовые линии первой

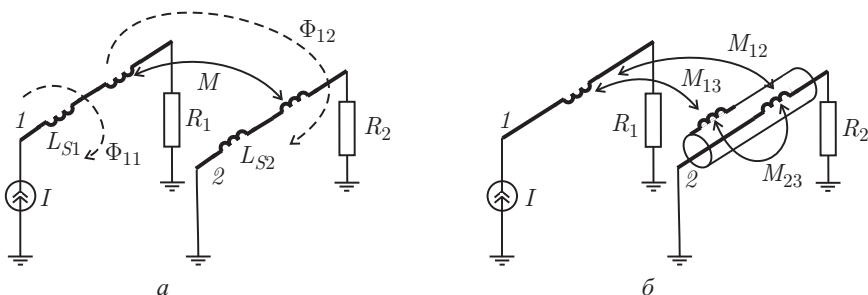


Рис. 13.3. Индуктивная связь между проводниками 1 и 2 без экрана (а) и с экраном 3 (б)

составляющей, Φ_{11} , не пересекают сигнальный контур, охватываемый проводником 2, а второй — пересекают. Соответственно, на две части распадается и индуктивность $L = L_S + M$, где L_S — индуктивность рассеяния и M — взаимная индуктивность. Согласно закону электромагнитной индукции ЭДС, наводимая в контуре второго проводника, может быть представлена в виде

$$\mathcal{E} = -\dot{\Phi}_{12} = MI. \quad (13.5)$$

Таким образом, индуктивная связь между проводниками обеспечивается взаимной индуктивностью M . Из выражения (13.5) видно, что *индуктивные помехи могут оказываться серьезной проблемой в системах с сильными импульсными или высокочастотными токами*.

Если отвлечься от источника магнитного поля, то напряжение индуктивной помехи, возникающей в замкнутом сигнальном контуре S , может быть представлено в виде

$$U = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S}, \quad (13.6)$$

где $\mathbf{B}$ — внешнее магнитное поле, силовые линии которого пересекают контур. Если магнитное поле однородно в пространстве и изменяется во времени по гармоническому закону, то напряжение помехи удобно представить в комплексном виде как

$$U = i\omega BS \cos \varphi. \quad (13.7)$$

Здесь S — площадь контура, φ — угол между направлением магнитного поля B и нормалью к плоскости контура, B — амплитуда магнитного поля, ω — круговая частота. Из выражения (13.6) видно, что напряжение индуктивной помехи пропорционально площади контура, поэтому *уменьшение площади сигнального контура является основным методом борьбы с индуктивной помехой*.

На рис. 13.4 условно показаны источник R_1 и нагрузка R_2 , соединенные однопроводной линией, когда обратный токопроводом является заземляющая поверхность. В этом случае сигнальный контур оказывается очень большим, и следует ожидать появления сильных

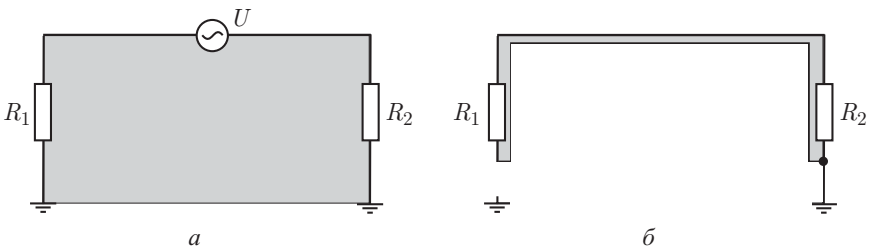


Рис. 13.4. Снижение ЭДС индуктивной помехи при уменьшении площади сигнального контура

индукционных помех. Если источник сигнала не соединять с заземляющей поверхностью, а обратный токопровод проложить так, чтобы площадь контура была минимальной, можно радикально уменьшить уровень индуктивных помех.

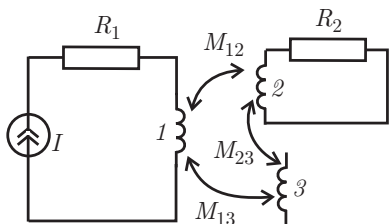


Рис. 13.5. Эквивалентная схема индуктивной связи: 1 и 2 — проводники, 3 — экран

Остановимся на роли экрана при подавлении индукционной помехи на проводник (рис. 13.3 б). Полезно перейти от физического представления к эквивалентной схеме рис. 13.5. По сути дела мы имеем трансформатор с тремя обмотками. Допустим мы заземлили один из концов экрана. Однако при этом ток в экране протекать не будет. Отсюда видно, что в отличие от емкостной помехи *заземление экрана или подключение*

его к любому другому элементу цепи в одной точке не оказывает влияние на индуктивную помеху! Чтобы экран оказывал влияние на индуктивную связь, по нему должен протекать ток, и он должен иметь как минимум две точки подключения.

13.3. Влияние индуктивной помехи на различные типы линий связи

Рассмотрим связь между центральной жилой и экраном в коаксиальном кабеле. Нетрудно доказать следующее утверждение: *взаимная индуктивность экрана и центральной жилы коаксиального кабеля равняется индуктивности экрана*: $M = L_0$ (см. Упражнение 2). Погонная (на единицу длины, м) индуктивность тонкого цилиндрического экрана радиуса r , находящегося на расстоянии h от заземляющей поверхности, составляет [68]

$$L_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h}{r}, \quad (13.8)$$

где μ_0 — магнитная проницаемость вакуума. При изменении отношения h/r от 5 до 1000 величина $\ln 2h/r$ изменяется всего от 2,7 до 6,9. Поэтому для оценок можно принять погонную взаимную индуктивность коаксиального кабеля равной

$$M = \frac{A\mu_0}{2\pi}, \quad (13.9)$$

где $A \sim 5$.

Упрощенная схема протекания токов, индуцированных помехами, по экрану представлена на рис. 13.6. Источник помехи представляет собой источник переменного напряжения U_1 , активное сопротивление экрана — R_1 . Экран связан с центральной жилой кабеля взаимной

индуктивностью M . Напряжение помехи, возникающее на центральной жиле U_2 , определяется RL -цепочкой. На частотах значительно ниже частоты среза $\omega_C = R/M$ напряжение U_2 оказывается значительно меньше U_1 , а при $\omega \gg \omega_C$ мы получаем $U_2 = U_1$. Характерные частоты среза для коаксиальных кабелей лежат вблизи 1 кГц. Отсюда следует, что на частотах свыше 10 кГц напряжение, создаваемое паразитными токами на экране коаксиального кабеля, полностью переносится на центральный проводник.

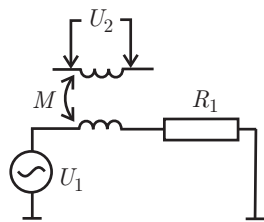


Рис. 13.6. Источник помехи, подключенный к экрану коаксиального кабеля

Другим типом линий связи, которые широко используются в измерительной технике, является *витая пара*. Она представляет собой скрученные изолированные проводники (рис. 13.7). При изготовлении витой пары следует следить за однородностью и симметричностью скрутки. При правильном соединении источника U и приемника R витой парой ток в одном из проводников пары I_1 должен быть точно равен току в другом проводнике I_2 , текущем в обратном направлении. Тогда пара будет представлять собой цепочку одинаковых магнитных диполей с противоположной ориентацией ближайших соседей. Схематично магнитные диполи показаны на рис. 13.7 стрелками. Поле такой цепочки

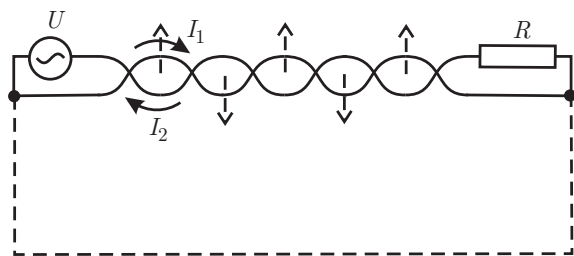


Рис. 13.7. Связь витой парой

диполей при удалении от витой пары быстро спадает, поэтому при протекании тока по паре не возникает заметного электромагнитного излучения. По этой же причине она оказывается мало восприимчива к внешнему излучению или индукционной помехе. В самом деле внешнее магнитное поле наводит в каждом витке ЭДС, которые одинаковы по величине, но имеют чередующиеся знаки. Таким образом, ЭДС каждого последующего витка компенсирует ЭДС предыдущего. Если витая пара подключена так, что часть тока протекает по внешнему обратному токопроводу (пунктирная линия), появляется большой контур, который резко повышает чувствительность пары к помехам.

В работе [64] был проведен экспериментальный сравнительный анализ чувствительности различных типов линий связи к индуктивной помехе. Мощный генератор тока создавал в соленоиде магнитное поле частотой 50 кГц. В области магнитного поля располагалась исследуемая линия (коаксиальный радиочастотный кабель или витая пара, имеющая 20 витков на метр). Нагрузкой линии было сопротивление 100 Ом со стороны источника сигнала и 1 МОм со стороны нагрузки. Некоторые результаты измерений показаны на рис. 13.8. Качество помехозащитности линии характеризовалось ослаблением напряжения помехи, выражаемой в децибелах: $K = -20 \lg(U/U_0)$, где U_0 — нулевой уровень. В качестве U_0 было взято напряжение помехи в схеме рис. 13.8 а,

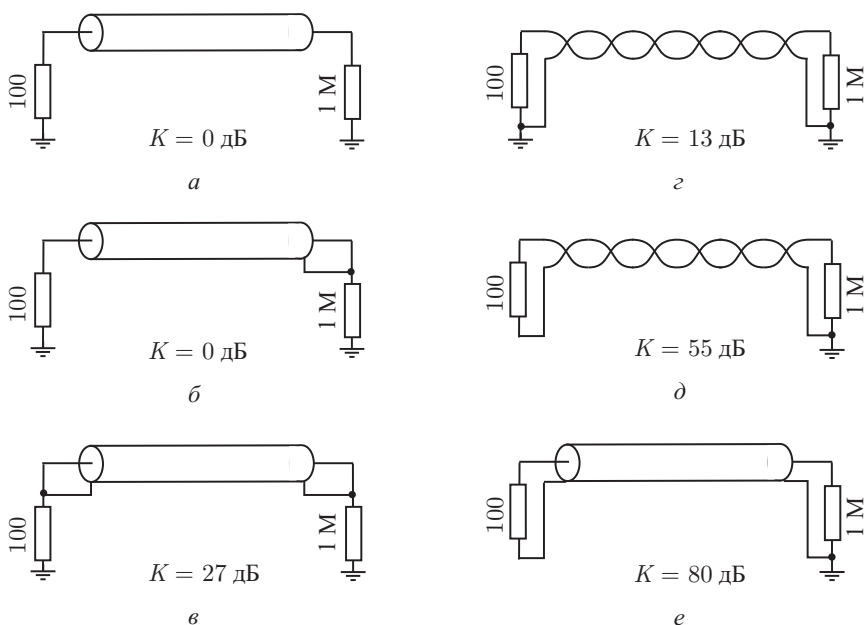


Рис. 13.8. Зависимость коэффициента ослабления помехи для различных типов линий связи и их подключения

потому что неподключенный экран не оказывает влияния на индуктивную помеху. Подключение экрана в одной точке (рис. 13.8 б) не улучшает ситуации. Одновременное заземление источника и приемника (рис. 13.8 в и г) приводит к некоторому снижению уровня индуктивных помех, поскольку часть прямого тока возвращается по экрану кабеля, и эффективность контура заземления снижается. *Заземление сигнальной цепи в одной точке является наиболее предпочтительным*, как видно из схем рис. 13.8 д и е. Обратим внимание на то, правильная организация линии связи позволяет радикально снизить уровень индуктивных помех, до 80 дБ или в 10^4 раз по напряжению.

13.4. Защита от электромагнитного излучения

Основным средством защиты устройств от электромагнитного излучения является экран, т. е. металлическая перегородка, кожух или корпус, препятствующие проникновению излучения из одной области пространства в другую. Сначала полезно исследовать проникновение электромагнитной волны через плоскую металлическую пластину [64]. Эффективность экранирования принято выражать через коэффициенты экранирования электрического

$$K_E = 20 \lg \frac{E_0}{E_1} \quad (13.10)$$

и магнитного поля

$$K_H = 20 \lg \frac{H_0}{H_1}, \quad (13.11)$$

которые выражаются в децибелах. Здесь E_0 и H_0 — напряженности электрического и магнитного поля падающей волны, а E_1 и H_1 — прошедшей волны. Использование двух коэффициентов K_E и K_H имеет смысл в ближнем поле; в дальней зоне они совпадают, поэтому можно использовать коэффициент экранирования излучения $K = K_E = K_H$.

Существует несколько механизмов ослабления волны при прохождении ее через экран, поэтому коэффициент эффективности можно представить в виде

$$K = K_a + K_r + K_m. \quad (13.12)$$

Коэффициенты, входящие в эту сумму, отвечают за потери на поглощение (K_a), отражение (K_r) и многократное отражение внутри экрана (K_m). Ниже мы приведем некоторые формулы, которые используются для проведения инженерных расчетов эффективности экрана [64]. Потери на поглощение определяются как

$$K = 20 \ln(e) \frac{t}{\delta} = 8,69 \frac{t}{\delta}, \quad (13.13)$$

где t — толщина экрана, а

$$\delta = \frac{0,066}{\sqrt{f \mu \sigma_r}} \quad (13.14)$$

— глубина скин-слоя (м). Здесь f — частота (Гц), μ — относительная магнитная проницаемость экрана, σ_r — относительная проводимость экрана (за единицу принимается проводимость меди при комнатной температуре). Потери на поглощение растут с увеличением частоты, магнитной проницаемости и проводимости. На низких частотах можно достичь очень высоких значений магнитной проницаемости, поэтому здесь широко используются экраны из магнитомягких металлов. На высоких частотах свыше 10 МГц, магнитная проницаемость, как правило, падает, поэтому эффективность поглощения в немагнитных экранах с высокой проводимостью, например в меди, становится более высокой.

Потери на отражение на границе раздела двух сред связаны с разницей их импедансов, как видно из выражения (9.7). В ближнем и дальнем поле эти потери могут сильно отличаться. *Для потерь на отражение в дальнем поле, т. е. для излучения, можно использовать выражение*

$$K_r = 168 - 10 \lg \frac{\mu f}{\sigma_r} . \quad (13.15)$$

Это выражение справедливо для нормального падения плоских волн на плоский экран. В случае падения волны под углом эффективность отражения увеличивается. При выводе формулы (13.15) предполагалось, что толщина экрана много больше глубины проникновения электрического поля. Это условие выполняется, в том числе, для очень тонких экранов. Отметим также, что для эффективного отражения излучения желательно иметь высокую проводимость и малую магнитную проницаемость.

В ближнем поле экран взаимодействует с электрическим или магнитным полем. Электрическое поле проникает в металл на глубину порядка нескольких атомных слоев, т. е. его отражение происходит практически на первой границе раздела экрана. *Потери на отражение электрического поля в ближней зоне можно оценить по формуле*

$$K_{rE} = 322 - 20 \lg \frac{R f^{3/2} \sqrt{\mu}}{\sqrt{\sigma_r}} , \quad (13.16)$$

где R — расстояние от экрана до источника электрического поля. Видно, что отражение электрического поля в ближней зоне происходит очень эффективно и усиливается с уменьшением частоты. *Потери на отражение магнитного поля в ближней зоне можно оценить как*

$$K_{rH} = 14,6 + 10 \lg \frac{R^2 f \sigma_r}{\mu} . \quad (13.17)$$

С частотой коэффициент отражения магнитного поля падает. Это легко понять, поскольку при нулевой частоте магнитное поле проникает вглубь металла.

Полезно сравнить три выражения для коэффициента отражения. На границе ближней и дальней зоны $K_{rE} \approx K_r \approx K_{rH}$. В дальней зоне следует использовать K_r . В ближней зоне $K_{rE} > K_{rH}$ и выбор коэффициента потерь на отражение зависит от типа источника поля.

Для тонких экранов приходится учитывать многократное отражение, которое снижает эффективность экранирования, т. е. $K_m < 0$. *Коэффициент многократного отражения определяется как*

$$K_m = 20 \lg(1 - e^{-2t/\delta}) . \quad (13.18)$$

Формулы (13.12)–(13.18) позволяют проводить инженерные расчеты экранов. В практических расчетах, как правило, неизвестно, где находится источник помехи, под каким углом падает электромагнитная

волна на экран, тип источника помехи и другие подробности. Следует помнить, что экран с толщиной много большей глубины скин-слоя в любом случае обеспечивает высокоэффективную защиту от внешних полей. Такой экран удастся легко изготовить в большинстве случаев. Оценку глубины скин-слоя выполняют, исходя из полосы рабочих частот, где устройство наиболее восприимчиво к помехам.

Выше мы обсуждали свойства экрана, предполагая его сплошным. В действительности, экраны и кожухи устройств всегда имеют крышки, дверцы, отверстия для ввода кабелей, вентиляции и т.д. Неправильная конструкция этих элементов может полностью разрушить экранировку устройства. На рис. 13.9 схематически показаны линии электрического тока на поверхности экрана вблизи узкой щели и цепочки круглых отверстий. Общая площадь круглых отверстий равна площади щели. Однако видно, что узкая щель создает очень сильную неоднородность линий тока и приводит к появлению источника сильного переменного магнитного поля не только на внешней, но и на внутренней

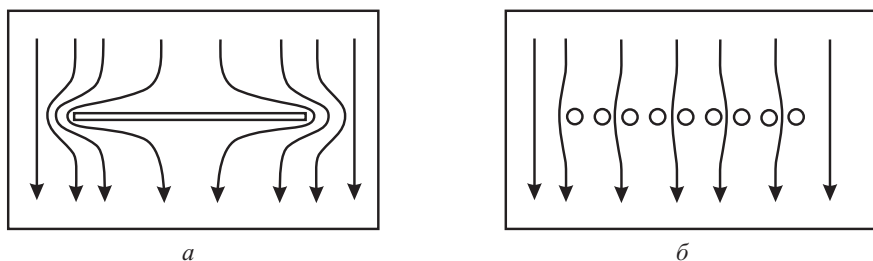


Рис. 13.9. Линии тока на поверхности экрана вблизи отверстий разной формы

поверхности экрана. Искажение линий тока вблизи цепочки круглых отверстий оказывается гораздо слабее. Отсюда следует важный вывод: *при проникновении помехи внутрь экрана через щели и отверстия основную роль играет их максимальный линейный размер, а не площадь!* Таким образом, вентиляционные отверстия лучше выполнять в виде большого количества мелких отверстий в экране или закрывать их металлической сеткой, хорошо контактирующей с экраном. Крышка корпуса или дверца стойки имеют линейный размер, сравнимый с размерами самого корпуса, поэтому их плохой контакт с корпусом приводит к катастрофическим последствиям для экранировки устройства. Для предотвращения этого прокладывают упругие металлические элементы, обеспечивающие контакт по всему периметру крышки. Для дверей стоек используют скользящие контакты по периметру дверцы.

Существует еще один прием для ослабления помехи, проникающей через отверстия в экране. Он полезен в случае, если размеры отверстия нельзя уменьшить. Отверстие выполняется в виде отрезка волновода, например, в виде трубки круглого сечения. Если частота помехи ниже

частоты среза, которая для круглого волновода составляет

$$f_c = \frac{175}{d} \text{ (МГц)}, \quad (13.19)$$

где d — диаметр волновода, то коэффициент ослабления при проникновении помехи через отверстие составляет

$$K_h = 32 \frac{l}{d} \text{ (дБ)}, \quad (13.20)$$

где l — длина волновода. Отсюда видно, что *волновод длиной, равной трем диаметрам, обеспечивает ослабление свыше 100 дБ на частотах ниже критической.*

13.5. Упражнения

Упражнение 1. Чему равна амплитуда емкостной помехи при наличии экрана (рис. 13.1 б), если сопротивление заземления экрана R_3 мало?

Упражнение 2. Доказать, что взаимная индуктивность экрана и центральной жилы коаксиального кабеля равняется индуктивности экрана. Останется ли этот результат справедливым, если центральная жила и экран расположены некоаксиально?

Глава 14

СХЕМОТЕХНИКА ПОМЕХОЗАЩИЩЕННЫХ И МАЛОШУМЯЩИХ УСТРОЙСТВ

В предыдущих главах мы обсуждали методы предотвращения попадания помех внутрь устройства. Тем не менее, помехи частично проникают в линии связи и во внутренние цепи устройств. Далее борьба с помехами продолжается уже на схемотехническом уровне. Если ко входу устройства подключена двухпроводная кабельная линия, то, как обсуждалось в предыдущей главе, сигнальные токи в проводнике 1 и 2 (экран–центральный проводник, два проводника витой пары и т.д.) одинаковы и текут в противоположных направлениях (противофазный ток; см., например, рис. 13.7). Помеха может быть двух типов: противофазная и синфазная. Синфазный ток появляется, например, вследствие заземления экрана коаксиального кабеля в двух точках. Способы подавления противофазных и синфазных помех принципиально различны.

14.1. Противофазная помеха: фильтрация сигнала, синхронное детектирование

Противофазная помеха имеет ту же «моду», что и сигнал. Это затрудняет отделение сигнала от помехи. Полезно провести спектральный анализ сигнала и помехи. Когда их спектры разнесены по частоте, фильтрация позволяет эффективно подавлять противофазную помеху. В примере, изображенном на рис. 14.1, амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) полосового фильтра полностью охватывает полезный сигнал 2, а помехи 1 остаются вне полосы пропускания и эффективно подавляются. Из этого примера видно, что спектр полезного сигнала должен полностью попадать в полосу пропускания фильтра. В противном случае фильтр начинает

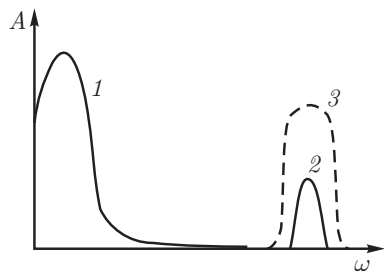


Рис. 14.1. Спектры противофазной помехи (линия 1), полезного сигнала (линия 2) и АЧХ-фильтра (штриховая линия 3)

искажать спектр полезного сигнала. Пассивные фильтры в области частоты от 1 кГц до 1 ГГц дешевы и могут быть легко изготовлены практически в любой лаборатории. Сейчас в литературе имеются таблицы готовых фильтров практически любых типов (нормированные номиналы элементов, АЧХ и другие характеристики), например, см. справочник [63]. Все что требуется для расчета фильтра — это перевод нормированных значений номиналов элементов схемы в абсолютные значения с учетом входного (выходного) сопротивления фильтра и частот среза.

При выборе типа фильтра часто стремятся достигнуть максимального затухания в полосе подавления и как можно более крутого спада АЧХ вблизи частоты среза. Фильтры характеризуют числом звеньев — порядком. При одном и том же порядке наибольшей крутизной обладают фильтры Кауэра, наименьшей — Баттерворта и Гаусса [63]. Фильтры Чебышева имеют промежуточную крутизну. Здесь следует однако иметь в виду, что в случае импульсных сигналов фильтры с большой крутизной АЧХ обладают сравнительно плохой переходной характеристикой, что проявляется в характерных затухающих колебаниях после крутого фронта импульса — «звоне». По этой причине часто приходится искать компромисс между крутой АЧХ (сильное подавление помех) и хорошей переходной характеристикой (малые искажения формы импульса) [42]. Строгое изложение теории оптимальных фильтров можно найти в книге [67].

Задача выделения сигнала усложняется, если спектр противофазных помех перекрывается со спектром полезного сигнала. Для подавления помех в этом случае иногда оказывается полезным *синхронное детектирование* сигнала. Предположим, мы имеем источник опорного гармонического сигнала напряжением

$$U_0 = A \cos(\omega t), \quad (14.1)$$

где ω — круговая частота, A — амплитуда. При прохождении опорного сигнала через измеряемый объект произошел сдвиг фазы на величину ϕ :

$$U_1 = A \cos(\omega t + \phi). \quad (14.2)$$

Сдвиг фазы можно выделить при помощи смесителя, подавая на один его вход U_1 , а на другой U_0 . Идеальный смеситель выполняет операцию перемножения этих двух сигналов. Если затем выполнить усреднение полученного сигнала по времени, то окажется, что результат пропорционален $\cos(\phi)$. Таким образом, выделяется сдвиг фазы в исследуемом объекте. Предположим теперь, что в объекте возникают помехи, спектр которых перекрывается с частотой опорного сигнала ω . Паразитный сигнал представляет собой набор гармонических сигналов с частотами, очень близкими к ω со случайными фазами. В результате их усреднения по времени мы получаем ноль. Этот факт определяет высокую помехоустойчивость метода синхронного детектирования. Его подробное описание можно найти, например, в учебнике [67].

14.2. Синфазная помеха: нейтрализация и симметрирование

Синфазные помехи являются довольно типичным явлением. Они возникают в основном в системах с контурами заземления. На высоких частотах избавиться полностью от контуров заземления крайне сложно, поскольку здесь становятся существенными паразитные емкостные связи. Идея симметрирования линий связи заключается в том, чтобы привести импеданс каждого из проводников двухпроводной линии относительно земли к одинаковому значению (см. рис. 14.2). Тогда внешний источник емкостной или индуктивной помехи (линия 3 на рис. 14.2а) создает в каждом из проводников одинаковое паразитное напряжение (ток), т. е. помеха становится чисто синфазной.

На рис. 14.2б показана идеально сбалансированная симметричная линия. В каждом проводнике имеется источник ЭДС помехи одинаковой величины (U_3). Выходное напряжение U_2 не зависит от U_3 ,

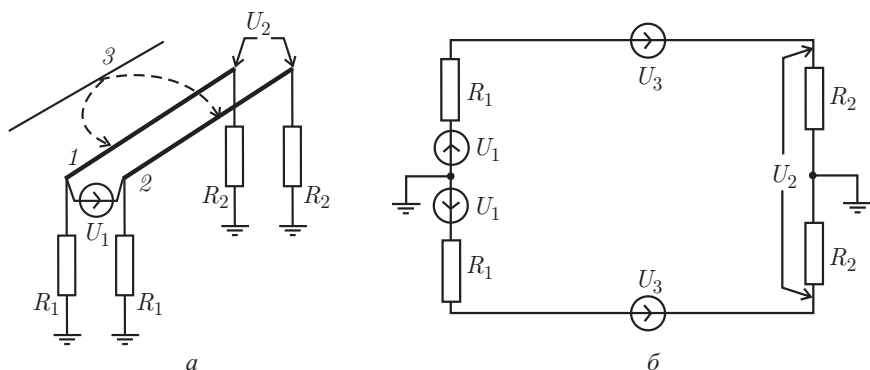


Рис. 14.2. Физическое представление (а) и эквивалентная схема (б) симметричной линии

поскольку два источника помехи в обоих плечах линии компенсируют друг друга. Затем синфазную помеху можно эффективно отделить от полезного сигнала, который представляет собой разность напряжений (токов) на двух проводниках. Причем синфазная помеха подавляется даже, если спектры помехи и полезного сигнала совпадают. Если же линия несимметричная, т. е. импедансы проводников на землю различны, происходит формирование как синфазной, так и противофазной помехи, что является нежелательным. Степень симметрии системы, включающей источник сигнала, симметричную линию связи и устройство выделения разностного напряжения U_2 характеризуется коэффициентом ослабления синфазного сигнала

$$K_S = 20 \lg \frac{U_3}{U_2}, \quad (14.3)$$

где U_2' — величина выходного (противофазного) напряжения, индуцируемого помехой U_3 за счет неидеальности симметричной линии.

В качестве симметричных линий чаще всего используют витые пары или экранированные витые пары. Отметим, что эффекты симметризации и экранирования аддитивны. Например, если $K_S = 40$ дБ, и коэффициент ослабления за счет экранирования 30 дБ, то суммарное ослабление сигнала помехи составит 70 дБ. Коаксиальный кабель представляет собой несимметричную линию, поэтому для организации симметричной линии необходима пара коаксиальных кабелей (оплетки кабелей заземляются) или симметрирующие устройства. Простейшим устройством такого рода является симметрирующий трансформатор, рассмотренный в гл. 12. Выделение разностного сигнала U_2 на выходе линии чаще всего производится дифференциальным усилителем.

Нетрудно заметить, что два одинаковых источника синфазной помехи в симметричной линии не создают тока в контуре (рис. 14.2 б). Это обстоятельство используется для подавления синфазной помехи нейтрализующим трансформатором (см. рис. 12.6). Нейтрализующий трансформатор дает возможность сильного подавления синфазной помехи, но, с другой стороны, его невозможно использовать, если необходима связь по постоянному току. Отметим, что коэффициент ослабления синфазного сигнала K_S в нейтрализующем трансформаторе определяется, в первую очередь, паразитной емкостью между первичной и вторичной обмотками.

Следует обратить внимание на важную особенность. Поскольку вторичная цепь, как правило, несимметрична — одна из клемм вторичной обмотки часто соединена с общим проводом (или землей), синфазная помеха частично преобразуется в противофазную [65]. Это оказывается существенным в системах с комбинированным подавлением синфазной и противофазной помехи. В качестве пример можно использовать ВЧ-методику измерения проводимости, обсуждавшуюся в гл. 8 (см. рис. 8.3). Входной фильтр состоит из нейтрализующего трансформатора на входе и последовательно включенного пассивного полосового фильтра. Если поменять местами полосовой фильтр и нейтрализующий трансформатор, то помехозащищенность устройства снизится, потому что в схеме, изображенной на рис. 8.3, противофазные помехи, возникающие в результате преобразования синфазной помехи в нейтрализующем трансформаторе, подавляются полосовым фильтром.

14.3. Устранение связей через общее сопротивление

В гл. 12 мы уже изучали проникновение внутренней помехи в маломощные чувствительные блоки через общее сопротивление заземлителя. На печатной плате невозможно организовать раздельное заземление большого числа активных элементов (микросхем, транзисторов и т. д.), поэтому их заземление оказывается последовательным или последовательно-параллельным. Для снижения индуктивности зазем-

ляющего проводника или общего провода на двухсторонней печатной плате одну ее сторону оставляют полностью металлизированной, за исключением отверстий под выводы элементов. Эта сторона и является заземляющим проводником. На многослойных печатных платах также оставляют один из слоев (обычно центральный) под заземление.

В электронных устройствах обычно осуществляется питание большого количества блоков, плат, элементов одним источником постоянного напряжения. *Источник питания всегда имеет конечное внутреннее сопротивление, а шины питания — активное и реактивное сопротивление.* Это приводит к возникновению связей между различными элементами по питанию, которые играют существенную роль в распространении внутренних помех и самовозбуждении электронных схем.

Рассмотри простой пример усилительного каскада в схеме с общим коллектором (эмиттерный повторитель), показанного на схеме рис. 14.3. Переменная составляющая коллекторного тока I_C приводит к появлению переменного напряжения на коллекторе U_C , причем это напряжение опережает ток по фазе на $\pi/2$. Переменное напряжение на паразитной емкости база–коллектор создает ток в базу. Ток емкости опережает напряжение на $\pi/2$. Таким образом, полный сдвиг фазы между паразитными сигналами на коллекторе и на базе может достигнуть π . Наши рассуждения являются лишь качественными (для количественного анализа необходимо исследовать эквивалентную схему транзистора внешними и паразитными элементами), однако они показывают, что индуктивность в цепи коллектора совместно с паразитными емкостями может приводить к положительной обратной связи и возбуждению эмиттерного повторителя.

Паразитная связь между каскадами становится серьезной проблемой в системах с большими коэффициентами усиления, поскольку даже слабой обратной связи между мощным входным и чувствительным входным каскадами достаточно для возбуждения всей схемы. Для устранения паразитных связей используют два основных метода: снижение импеданса шин питания и развязку при помощи пассивных фильтров. В первом случае стараются выполнить шины питания в виде широких полос, расположенных близко к заземляющей поверхности. Импеданс шины можно резко снизить при помощи блокирующей емкости C (рис. 14.4). Здесь следует обращать внимание на два важных момента. Во-первых, блокирующий конденсатор на плате следует располагать как можно ближе к активному элементу. Во-вторых, часто

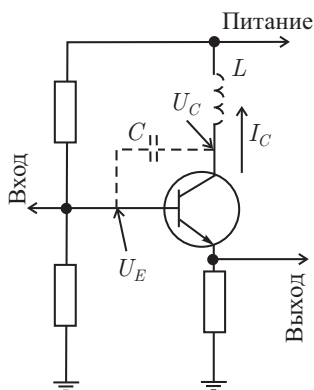


Рис. 14.3. Эмиттерный повторитель с паразитной индуктивностью питания L , и паразитной емкостью база–коллектор C

приходится обеспечивать развязку по питанию в широком диапазоне частот, от очень низких до высоких. Для обеспечения эффективной работы на низких частотах применяют электролитические конденсаторы большой емкости. Однако они оказываются неработоспособными на высоких частотах, поэтому параллельно с электролитическими устанавливают керамические конденсаторы малой емкости, но с широкой полосой рабочих частот. Другой вариант, показанный на том же рисунке, — фильтр нижних частот в цепи питания.

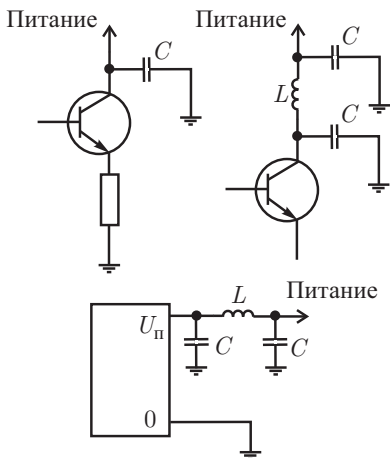


Рис. 14.4. Развязка цепи питания транзисторного каскада или микросхемы при помощи блокирующей емкости или фильтра

Частота среза фильтра должна выбираться много ниже рабочих частот каскада. Блокирующие емкости и фильтры лучше устанавливать на каждый каскад. Они препятствуют распространению сигнала помехи по шине питания и попаданию его внутрь высокочувствительных каскадов из мощных каскадов.

14.4. Собственные шумы в электронном оборудовании

Собственные шумы в электронном оборудовании имеют различное происхождение и поэтому отличаются по спектральным характеристикам. В разд. 4.1 мы упоминали тепловой шум, который является следствием броуновского движения электронов. Действующее напряжение шума определяется формулой Найквиста (1.11). Мощность тепловых шумов равномерно распределена по частоте. Это видно из (1.11): действующее напряжение зависит только от ширины полосы частот и не зависит от ее центральной частоты. *Шум с такой спектральной характеристикой называют белым шумом.* Плотность вероятности $p(U)$ мгновенного напряжения U для теплового шума определяется гауссовым или нормальным распределением

$$p(U) = \frac{\exp(-U^2/2U_{\text{ef}})}{\sqrt{2\pi} U_{\text{ef}}}, \quad (14.4)$$

где U_{ef} — определяется выражением (1.11).

Дробовый шум возникает в результате флуктуаций при прохождении заряженных частиц через потенциальный барьер. Электрический ток по своей природе является потоком дискретных частиц. При падении на потенциальный барьер часть частиц отражается, а другая часть проникает за барьер. Это — случайный процесс, который приводит к

флуктуациям, когда ток становится слабым. В полупроводниковых приборах дробовый шум, кроме преодоления потенциального барьера, обусловлен генерацией и рекомбинацией носителей заряда. Впервые анализ дробовых шумов был проведен Шоттки. Им было получено выражение для эффективного значения тока дробовых шумов

$$I_{\text{ef}} = \overline{2q_0 I_0 \Delta f}, \quad (14.5)$$

где q_0 — заряд подвижного носителя (электрона), I_0 — средний ток, Δf — ширина полосы частот (Гц). Так же, как и тепловой шум, дробовый шум является белым по своему спектральному составу, а мгновенное значение тока определяется гауссовым распределением. При измерении шумовых характеристик приборов часто необходимо иметь перестраиваемый источник белого шума. В качестве такого источника можно использовать полупроводниковый диод (*шумовой диод*). Когда преобладающим источником шума в диоде является дробовый шум, эффективное значение шумового тока определяется просто полным током через него согласно формуле (14.5).

В электронном оборудовании часто наблюдаются шумы, у которых плотность распределения мощности по спектру изменяется обратно пропорционально частоте. Такие шумы называют *фликкер-шумами* или *1/f-шумами*. Считается, что одной из основных причин фликкер-шума являются флуктуации при контакте двух различных материалов. Кроме того, они могут возникать в керамике, композиционных материалах, в которых имеются многочисленные контакты между гранулами, а также в областях накопления объемного заряда. В низкочастотных цепях фликкер-шум представляет собой наиболее важный источник шума.

В полупроводниковых диодах и интегральных схемах наблюдаются импульсные шумы, представляющие хаотические импульсы напряжения длительностью от микросекунд до нескольких секунд. Плотность распределения мощности шума по спектру имеет зависимость вида $1/f^n$, где $n \sim 2$. Было показано, что импульсные шумы зависят от плотности дефектов в p - n -переходах, и их можно ослабить, улучшив технологию производства.

Обычно в устройствах имеется несколько источников собственных шумов. Сложение шумов некоррелированных источников выполняется по следующей формуле:

$$U = \overline{U_1^2 + U_2^2}, \quad (14.6)$$

где U_1 и U_2 — действующие напряжения источников. Когда источники связанные, используют формулу

$$U = \overline{U_1^2 + U_2^2 + 2\gamma U_1 U_2}, \quad (14.7)$$

где γ — коэффициент корреляции.

Чтобы определить качество электронной схемы по отношению к собственным шумам, используется понятие *коэффициент шума* K_S . Он равен отношению мощности шума на выходе реального устройства P к мощности шума на выходе идеального устройства $P_0 = P_T K_P$, где P_T — мощность теплового шума на входе и K_P — коэффициент усиления по мощности:

$$K_S = \frac{P}{P_0}. \quad (14.8)$$

Часто его удобно выражать в логарифмической форме. Тогда его называют *шум-фактором*:

$$F = 10 \lg K_S, \quad (14.9)$$

и измеряют в децибелах.

Видно, что P_0 обусловлено только тепловым шумом входного сопротивления. Например, усилитель имеет входное сопротивление 100 Ом, полосу пропускания 1 МГц, рабочую температуру 300 К, коэффициент усиления 10^6 . Тогда тепловой шум на согласованной входной нагрузке (100 Ом) составляет 1,28 мкВ. На выходе идеального устройства мы получили бы шум с действующим напряжением 1,28 В, т.е. просто усиленный тепловой шум входной нагрузки. Реальное устройство вносит дополнительно свои шумы, и на его выходе имеем 2,5 В. Тогда шум-фактор устройства составит 5,8 дБ. Напомним, что мощность пропорциональна квадрату напряжения.

Коэффициент шума и шум-фактор являются удобными инструментами для сравнения характеристик различных приборов. Однако следует иметь в виду следующие ограничения. Во-первых, уменьшение коэффициента шума не обязательно связано с уменьшением суммарного шумового сигнала на выходе устройства. Например, если мы увеличим сопротивление источника R_S , коэффициент шума может уменьшиться за счет увеличения тепловых шумов источника $U_T \propto R_S$, а суммарный шум на выходе устройства увеличиться опять же из-за U_T . Во-вторых, при чисто реактивном сопротивлении источника понятие коэффициента шума теряет смысл, так как $U_T = 0$ и $K_S \rightarrow \infty$. Наконец, когда собственные шумы устройства малы по сравнению с тепловыми шумами источника, в выражение (14.8) входит отношение двух почти равных чисел, что может быть причиной неточностей. *Прямое сравнение коэффициентов шума имеет смысл только в том случае, когда они измерены при одном и том же сопротивлении источника.* Коэффициент шума многокаскадных систем обсуждается в Упражнении 1.

Собственные шумы биполярного транзистора определяются тепловыми шумами в цепи базы и дробовыми шумами эмиттера и коллектора, где протекают большие токи. Спектр шумов имеет область средних частот, где шум-фактор постоянен и минимален. На низких частотах мощность шумов возрастает пропорционально $1/f$ (фликкер-шум), при этом шум-фактор увеличивается линейно с наклоном 3 дБ за октаву. На высоких также происходит возрастание мощности шумов $\propto f^2$ из-за

уменьшения коэффициента усиления и эффективного усиления дробовых шумов. При этом шум-фактор возрастает линейно с наклоном 6 дБ за октаву. Минимизация шумов биполярного транзистора является довольно сложной задачей. Относительный вклад тепловых шумов базы и источника, с одной стороны, и дробовых шумов, с другой, зависит от коэффициента усиления транзистора в схеме с общим эмиттером β , сопротивления источника, тока эмиттера и т.д. В частности, существует оптимальное значение сопротивления источника R_{opt} сигнала, при котором шумы минимальные. В схеме с общим эмиттером можно получить простую оценку

$$R_{\text{opt}} = r_e \bar{\beta}. \quad (14.10)$$

Здесь $r_e = k_B T / (e_0 I_e)$ Ом — дифференциальное сопротивление эмиттера, при комнатной температуре $r_e \approx 26(I_e)^{-1}$, где I_e — ток эмиттера (мА). Выражение (14.10) справедливо при следующих предположениях: $\beta \gg 1$, транзистор работает на частотах значительно более низких, чем граничная частота в схеме с общей базой f_α , что всегда выполняется в схеме с общим эмиттером. При выводе (14.10) пренебрегалось также сопротивлением базы, что не всегда допустимо. Пусть $I_e = 0,1$ мА и $\beta = 400$. Тогда $R_{\text{opt}} = 5,2$ кОм. Часто минимальные шумы малоомного биполярного транзистора достигаются в режиме *микротоков*, когда токи эмиттера и коллектора составляют величины порядка 100 мкА. Это связано с относительным ослаблением дробовых шумов, пропорциональных эмиттерному (коллекторному) току.

Основными механизмами генерации шума в полевом транзисторе с p - n -переходом являются тепловые шумы канала (исток-сток), дробовые шумы в обратном смещенном p - n -переходе, и $1/f$ -шумы, возникающие в области пространственного заряда между затвором и каналом. В транзисторах с изолированным затвором (МОП-транзисторы) дробовые шумы отсутствуют, поскольку нет самого p - n -перехода, но $1/f$ -шум, как правило, намного больше, чем в полевом транзисторе с p - n -переходом.

Основой интегральных операционных усилителей является дифференциальный усилитель. Следует помнить, что при равных условиях уровень шумов дифференциального усилителя выше, чем каскада на одиночном транзисторе. Поэтому шумы операционных усилителей часто оказываются сильнее, чем схемы на дискретных транзисторах.

Пассивные элементы, такие как резисторы, также представляют собой источники шумов. Постоянные резисторы разделяются на три группы: проволочные, пленочные и композиционные. Наиболее малошумящими из них являются проволочные. Их шум практически равен тепловому. Наихудшими с точки зрения шумов оказываются композитные резисторы. Их токонесущая часть образована проводящими плотно упакованными гранулами, на границах которых возникают контактные низкочастотные шумы. Они могут на несколько порядков превышать

величину теплового шума. Следует также отметить, что в однотипных композитных резисторах при одинаковых условиях уровень шума понижается с увеличением номинальной мощности резистора.

Измерение шумовых характеристик приборов имеет ряд особенностей. Во-первых, на выходе прибора должны выполняться измерения мощности шума (или действующего напряжения). Шумовой сигнал имеет негармоническую форму, поэтому измеритель должен иметь амплитудный фактор не менее 4 (соответствует погрешности 0,5% для белого шума). Амплитудным фактором называют отношение пикового напряжения к действующему значению. Во-вторых, рабочая полоса частот измерителя должна быть значительно шире полосы пропускания прибора. Для узкополосных систем их отношение должно составлять не менее 10. Это условие связано со следующим обстоятельством. В определение действующего значения теплового или дробового шума входит ширина полосы. В формулах (1.11) и (14.5) спектр полосы частот предполагается идеальной прямоугольной формы. На самом деле всегда существует конечный наклон амплитудно-частотной характеристики в на краю полосы. Поэтому для приборов определяют эффективную ширину полосы частот, т.е. такую идеальную полосу частот, действующее напряжение шумов которой соответствует действующему значению шумов реального устройства [64]. Отсюда следует, что необходимо учитывать шумы в «хвостах» прилегающих к полосе пропускания. И, наконец, измерения шумов происходят при малых уровнях входных сигналов, поэтому следует убедиться в том, что производятся именно измерения шумов, а не электромагнитных внешних помех. Это может быть важным, например, при анализе низкочастотных устройств, в полосу которых входят промышленные помехи (50 Гц, 100 Гц и т.д.).

14.5. Упражнения

Упражнение 1. Вычислить коэффициент шума N -каскадного усилителя K_S , если известны коэффициенты усиления по напряжению и коэффициенты шума каждого каскада (K_{U_i} и K_{S_i} для i -го каскада). Каскады имеют одинаковые полосы частот. Их входные и выходные сопротивления также одинаковы и равны R .

Глава 15

РЕШЕНИЯ К УПРАЖНЕНИЯМ

Глава 1

1. Теоретически с любой точностью, так как при сужении полосы частот $\Delta f \rightarrow 0$, в которой проводятся измерения, эффективный шум согласно формуле (1.11) стремится к нулю. Постоянное напряжение соответствует нулевой ширине полосы. Однако надо иметь в виду то, что время измерения составляет величину $\Delta t \sim (\Delta f)^{-1}$. Поэтому для идеального измерения необходимо «усреднение» результата в течение бесконечного промежутка времени, т. е. на практике эффективный тепловой шум устранить полностью невозможно хотя бы из-за конечного времени измерения.

2. Согласно обобщенному соотношению неопределенностей в квантовой механике неопределенность при совместном измерении наблюдаемых A и B может быть оценена из неравенства [9]

$$\Delta A \Delta B \geq \frac{i}{2} [A, B], \quad (15.1)$$

где A и B — операторы, соответствующие наблюдаемым, $[A, B] = AB - BA$. Оператор импульса имеет вид $p = -i\hbar \nabla$, а оператор энергии — гамильтониан H . Совместные измерения импульса и энергии частицы можно выполнить с произвольной точностью, если

$$[p, H] = -i\hbar [\nabla, H] = 0. \quad (15.2)$$

Это условие выполняется, когда *гамильтониан системы не зависит от координаты* ($\nabla H = 0$), поскольку в этом случае для любого вектора состояния φ мы можем записать $\nabla(H\varphi) = H(\nabla\varphi)$.

Глава 2

1. Эквивалентная электротехническая схема, соответствующая рис. 2.9, приведена на рис. 15.1а. ЭДС источника составляет $\mathcal{E} = -\dot{\Phi}$. Источник ЭДС на эквивалентной схеме должен входить в контур, который охватывает область A . Значения сопротивлений $R_1 = 2/3R$ и $R_2 = 1/3R$, где R — сопротивление оброча. Таким образом, напряжение на вольтметре V будет равно $U_V = \mathcal{E}/3$. Интересно, что этот результат зависит от того, как проложены проводники, соединяющие оброч и вольтметр, хотя они находятся в области, где магнитное поле отсутствует. Для измерительной

системы на рис. 15.1 б эквивалентная схема имеет вид, показанный на рис. 15.1 в. Тогда оба контура охватывают область A , и напряжение на вольтметре составит $U_V = 2\varepsilon/3$.

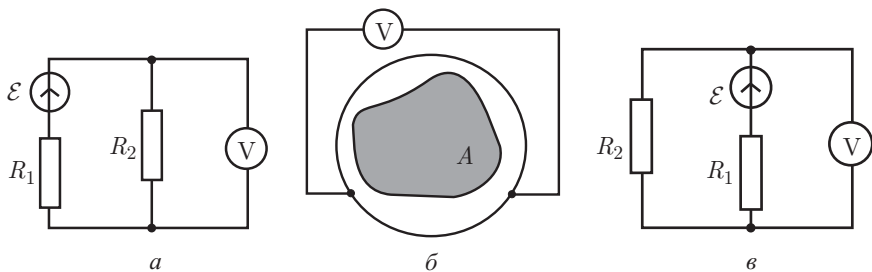


Рис. 15.1. Эквивалентная схема, соответствующая рис. 2.9 (а), прокладка проводов с охватом области A (б) и эквивалентная схема для рис. 15.1 б (в)

2. ЭДС, возникающая на поясе Роговского, пропорциональна полному току (2.7), т. е. сумме токов проводимости и смещения. Поэтому датчик будет показывать величину тока в цепи (полный ток непрерывен, поэтому ток смещения в промежутке между пластинами равен току проводимости в цепи).

3. Измеряемый ток создает переменное азимутальное магнитное поле. Если сечение экрана имеет разрез, как показано на рис. 2.10 а, то магнитное поле свободно проникает внутрь экрана (ЭДС азимутального магнитного поля не создает токов в тонком экране с разрезом), т. е. он не оказывает влияния на работу пояса Роговского. Экран на рис. 2.10 б препятствует проникновению магнитного поля внутрь экрана, поэтому величина сигнала на датчике будет сильно занижена. Экран на рис. 2.10 в не препятствует проникновению азимутального магнитного поля (предполагается заземление в одной точке), поэтому он также не влияет на датчик. Однако в последнем случае экран обладает высокой собственной индуктивностью, поэтому следует ожидать низкой эффективности экранирования помех. Таким образом, схема экранирования на рис. 2.10 а предпочтительна.

Глава 3

1. Подставим выражение (3.15) и (3.17) в уравнения (3.1) и (3.2). Тогда оператор дифференцирования по времени сводится к умножению на $i\omega$. При помощи выражений (3.3) и (3.4) исключим из уравнений (3.1) и (3.2) величины $\mathbf{D}$ и $\mathbf{H}$:

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = i\omega \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \mathbf{E}, \quad (15.3)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{B}. \quad (15.4)$$

Выразим $\mathbf{B}$ из уравнения (15.4) и подставим его в (15.3). При отсутствии свободных зарядов $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$. Тогда из известного правила

векторного анализа получаем [69]

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = \nabla \operatorname{div} \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E} = -\Delta \mathbf{E}. \quad (15.5)$$

Теперь система уравнений (3.1)–(3.4) сводится к волновому уравнению относительно $\mathbf{E}$:

$$\Delta \mathbf{E} + \omega^2 \mu \mu_0 \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E} = 0. \quad (15.6)$$

2. Разложим линейно поляризованную волну (3.5) на две составляющие с противоположными круговыми поляризациями:

$$E_+(z, t) = \frac{1}{2} \mathbf{i} A_x \cos(\omega t - kz) + \mathbf{j} A_x \cos \omega t - kz + \frac{\pi}{2}, \quad (15.7)$$

$$E_-(z, t) = \frac{1}{2} \mathbf{i} A_x \cos(\omega t - kz) - \mathbf{j} A_x \cos \omega t - kz + \frac{\pi}{2}, \quad (15.8)$$

где $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — единичные векторы вдоль осей x и y . Сдвиг фаз на $\pi/2$ между двумя компонентами одинаковой амплитуды дает волны с круговой поляризацией. Разность показателей преломления для волн E_+ и E_- приводит к сдвигу фаз Φ между ними на выходе из образца, т.е. волны трансформируются к виду

$$E_+(z, t) = \frac{1}{2} \mathbf{i} A_x \cos(\omega t - kz) + \mathbf{j} A_x \cos \omega t - kz + \frac{\pi}{2}, \quad (15.9)$$

$$E_-(z, t) = \frac{1}{2} \mathbf{i} A_x \cos(\omega t - kz - \Phi) - \mathbf{j} A_x \cos \omega t - kz + \frac{\pi}{2} - \Phi. \quad (15.10)$$

Преобразуем их к линейно поляризованным компонентам:

$$E_x(z, t) = A_x \cos \omega t - kz - \frac{\Phi}{2} \cos \frac{\Phi}{2}, \quad (15.11)$$

$$E_y(z, t) = A_x \cos \omega t - kz - \frac{\Phi}{2} \sin \frac{\Phi}{2}. \quad (15.12)$$

Из выражений (15.11) и (15.12) видно, что исходная волна (3.5), во-первых, сдвинулась по фазе на $\Phi/2$, что для нас не существенно, и, во-вторых, произошел поворот плоскости поляризации на угол $\Phi/2$. Волна осталась линейно поляризованной.

3. Это упражнение посвящено типичной практической задаче, возникающей при проведении измерений. Магнитное поле согласно выражению (3.18) изменяется от 0 Тл до 209,4 Тл при 10 мкс. Угол поворота плоскости поляризации определяется выражением (3.8). Тогда интенсивность излучения на фотоприемнике может быть найдена из закона Малюса (3.11). При повороте плоскостей поляризации анализатора и поляризатора на $\pi/4$ начальная интенсивность излучения составляет половину от максимального значения. В результате преобразований получаем зависимость относительной интенсивности от магнитного поля в виде

$$I = \frac{1}{2} [1 \pm \sin(2lVB)]. \quad (15.13)$$

Здесь знак $\pm$ связан с поворотом плоскости поляризации анализатора относительно поляризатора на $\pm\pi/4$, и для дальнейшего он несущественен. Изменение угла наклона плоскости поляризации определяется временной зависимостью магнитного поля. Величина t_0 определяет просто временной сдвиг, а b — начальную фазу. Таким образом, зависимость интенсивности света на фотоприемнике имеет вид

$$I = \frac{1}{2} [1 \pm \sin(\omega(t)t + \varphi_0)], \quad (15.14)$$

где $\omega(t) = 2Vlat$ — частота, зависящая от времени. Форма магнитного поля и интенсивность света на фотоприемнике показаны на рис. 15.2. Так как производная магнитного поля по времени изменяется, колебания интенсивности имеют переменную частоту.

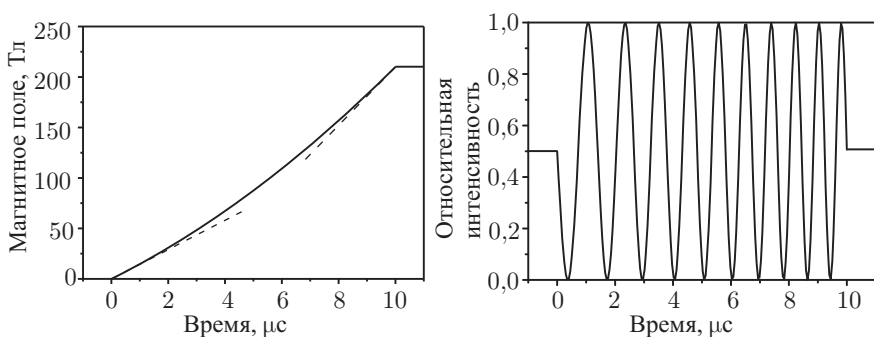


Рис. 15.2. Импульс магнитного поля и интенсивность света на фотоприемнике

Фотоприемник регистрирует интенсивность света, поэтому амплитуда электрического сигнала в измерительном тракте будет пропорциональна интенсивности. Тогда мы должны найти спектр сигнала, чтобы решить вопрос о полосе пропускания измерителя.

Определение спектра частотно-модулированного сигнала является сложной задачей [67]. Однако, в случае, когда его частота изменяется медленно (изменение частоты за один период колебания много меньше самой частоты) можно *приблизительно* считать, что спектр сигнала лежит между максимальной и минимальной частотами, в нашем случае между $f_{min} = Vlat_0/\pi$ и $f_{max} = 2Vlat_0/\pi$. В действительности он будет немного шире. Таким образом, на практике, не вычисляя спектра, мы могли бы взять фотоприемник с измерительным трактом, который обеспечивает полосу пропускания от $f_{min}/2$ до $2f_{max}$. Чрезмерное расширение полосы пропускания нежелательно, потому что оно приводит к увеличению уровня шумов и помех.

Интенсивность излучения на рис. 15.2 относится к хорошо известному в радиотехнике типу сигналов с линейной частотной внутриимпульсной модуляцией. Имеется громоздкое аналитическое решение для амплитудного спектра такого сигнала (см. книгу [67]).

Из него можно убедиться, что действительно амплитудный спектр имеет форму близкую прямоугольной с границами от $f_{\min}$ до $f_{\max}$ с небольшими хвостами вне этого диапазона.

Глава 4

1. Напряженность электрического поля в первом кристалле очевидно равна $E_1 = 100$ В/см. Во втором случае внешнее поле также равно 100 В/см. Однако поле внутри второго кристалла отличается от внешнего электрического поля. Его можно оценить как

$$E_2 = E_0 - n \frac{P}{\varepsilon_0}, \quad (15.15)$$

где P — поляризация диэлектрика, n — так называемый деполяризующий коэффициент (фактор), зависящий от его формы. Выразим поляризацию P через диэлектрическую проницаемость, тогда

$$E_2 = E_0 \left(1 - n \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right). \quad (15.16)$$

Для длинного цилиндра в поперечном поле $n = 1/2$ [16]. Тогда при $\varepsilon \gg 1$ получаем $E_2 \approx E_0/2$, т.е. напряженность поля в кристалле во втором случае будет примерно в два раза меньше, чем в окружающем пространстве. Сдвиг фаз в цилиндрическом кристалле будет составлять примерно половину сдвига фазы в первом кристалле. Этот пример демонстрирует отличие оптического измерения напряжения от измерений электрического поля в свободном пространстве.

2. Оценим допустимую постоянную времени как $\tau = \omega^{-1} = (2\pi f)^{-1} = 7,96 \cdot 10^{-11}$ с. Время распространения света по кристаллу ln/c , где l — длина ребра кристалла, а c — скорость света, составляет $5 \cdot 10^{-11}$ с, что меньше допустимой постоянной времени. Время проникновения измеряемого электрического поля можно оценить как $l\sqrt{\varepsilon}/(2c) = 1,16 \cdot 10^{-10}$ с, что значительно больше допустимой постоянной времени. Таким образом, измерения выполнить невозможно из-за задержки проникновения электрического поля в кристалл.

Глава 5

1. Поскольку радиус изгиба мал по сравнению с поперечными размерами обруча ($r \ll R$), обруч эквивалентен длинному цилиндру, находящемуся в поперечном магнитном поле. Поэтому размагничивающий фактор для обруча будет равен $n = 1/2$.

2. При наличии проводимости среды σ дополним уравнение (3.1) слагаемым, отвечающим току проводимости:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (15.17)$$

В низкочастотном пределе производные по времени малы, поэтому вторым слагаемым в выражении (15.17) можно пренебречь. Далее поступаем аналогично решению упражнения 1 к гл. 3, но относительно $\mathbf{H}$:

выражаем $\mathbf{E}$ через $\mathbf{B}$ из уравнения (15.17) и подставляем в уравнение (3.1). Магнитные силовые линии всегда замкнутые, поэтому $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$. Отсюда получаем уравнение параболического типа (уравнение диффузии магнитного поля в проводящую среду):

$$\Delta \mathbf{B} = \sigma \mu_0 \dot{\mathbf{B}}. \quad (15.18)$$

3. Методика вычисления величины скачка магнитного момента заключается в следующем. Очистим сигнал с датчика от фоновой составляющей, который пропорционален производной напряженности магнитного поля по времени. Скачок удельной намагниченности вещества имеет вид

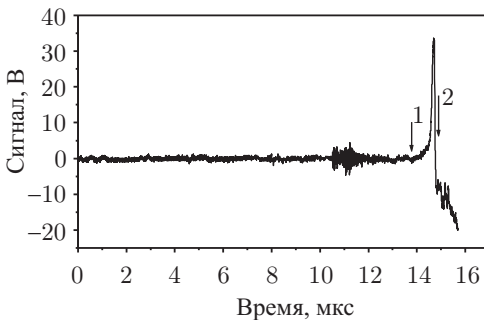


Рис. 15.3. Очищенный от фона сигнал компенсационного датчика с образцом FeSi [28]. Стрелками показан интервал интегрирования

по времени. Скачок удельной намагниченности вещества имеет вид

$$\Delta J = \frac{1}{\pi R^2 \mu_0 N} \int_{t_1}^{t_2} U(\tau) d\tau, \quad (15.19)$$

где R — радиус образца (но не катушки, в которую он вставлен!), t_1 и t_2 — моменты времени, соответствующие стрелкам на рис. 15.3, U — напряжение на том же рисунке.

Чтобы представить удельную намагниченность вещества в магнетонах Бора на формульную единицу, преобразуем это выражение к виду [28]

$$\Delta J = \frac{M_m}{\pi R^2 \mu_0 N N_A \rho \mu_B} \int_{t_1}^{t_2} U(\tau) d\tau, \quad (15.20)$$

где M_m — молярная масса FeSi, ρ — его плотность, N_A — число Авогадро, μ_B — магнетон Бора. Результат получен в предположении, что образец заполняет цилиндрическую полость радиуса R без пустот. При необходимости можно ввести коэффициент заполнения полости веществом.

Глава 6

1. Нейтральная примесь представляет собой постоянное возмущение периодического потенциала в кристалле. Разумно предположить, что сечение рассеяния нейтральных примесей пропорционально произведению концентрации примесей на сечение рассеяния отдельной примеси. Таким образом, оно не зависит от температуры. Длина свободного пробега равна среднему расстоянию между примесями и от температуры тоже не зависит. Тогда из выражений (6.3), (6.4) и (6.5) получаем выражения (6.6) и (6.7).

В простейшей модели сечение рассеяния на фононе можно считать пропорциональной квадрату амплитуды колебаний атома $S \propto \delta^2$, т.е. колеблющийся атом занимает некоторую сферу, размеры которой определяют сечение рассеяния. Будем считать, что все осцилляторы имеют одну собственную частоту ω_0 (модель Эйнштейна), которая выражается через дебаевскую температуру T_D как $k_B T_D = \hbar \omega_0$. Это приближение хорошо выполняется для оптических фононов. Для акустических фононов оно справедливо лишь при высоких температурах. Энергия колебаний E гармонического осциллятора связана с амплитудой колебаний как $E \propto \delta^2$. Отсюда следует, что сечение рассеяния зависит от температуры $S \propto k_B T$.

Степень возбуждения осцилляторов (число фононов) определяется функцией распределения Бозе–Эйнштейна:

$$W(\hbar \omega_0) = \frac{\hbar \omega_0}{\exp(\hbar \omega_0 / k_B T) - 1}. \quad (15.21)$$

В пределе высоких температур $T \gg T_D$ из выражения (15.21) следует, что $W \approx k_B T$. Тогда длина свободного пробега оказывается пропорциональной T^{-1} . Отсюда получаем выражения (6.8).

2. Наиболее правильным способом было бы измерение вольт-амперных характеристик обоих зондов и определение по ним потенциалов плазмы в местах расположения зондов. Однако такой способ довольно трудоемкий. Можно выполнить измерения разности потенциалов при помощи вольтметра, как показано на рис. 15.4а. Однако, даже незначительный ток, протекающий через вольтметр, смещает вольтамперные характеристики контактов в противоположных направлениях, что может привести к существенной ошибке, если через вольтметр V протекает небольшой ток. В варианте, представленном на рис. 15.4б, напряжение источника подбирается таким образом, чтобы ток через гальванометр был равным нулю. Поэтому измерения

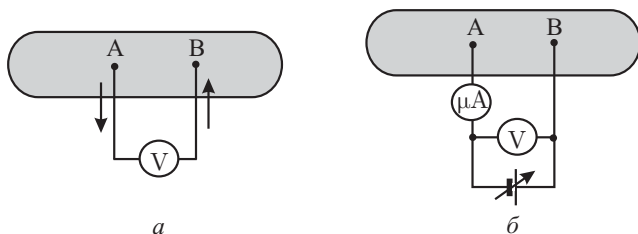


Рис. 15.4. Измерение разности потенциалов в плазме парой ленгмюровских зондов

по схеме рис. 15.4б являются более предпочтительными, чем по схеме рис. 15.4а. Однако надо иметь в виду, что в этом случае производится измерение разности плавающих потенциалов в точках А и В, а не потенциалов плазмы. Если плазма неоднородна, т.е. ее состояние

в этих точках отличается, разность плавающих потенциалов не равна разности потенциалов плазмы, что приведет к некоторой погрешности измерений.

Глава 7

1. Из уравнения (7.13) получаем, что

$$\mu = B \frac{l}{d} \frac{U_{AB}}{U_{CD}}. \quad (15.22)$$

Отсюда $\mu = 1 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

Из закона Ома

$$I = \frac{U_{CD}}{R_{CD}} = \frac{U_{CD} t d}{l} \mu n e_0. \quad (15.23)$$

Тогда концентрация подвижных носителей заряда может быть определена как

$$n = \frac{I l}{U_{CD} t d \mu e_0}, \quad (15.24)$$

откуда с учетом подвижности, вычисленной выше, получаем $n = 3,1 \times 10^{16} \text{ см}^{-3}$.

Этот пример показывает, как из статических транспортных измерений можно получить основные характеристики полупроводникового образца.

Глава 8

1. При смещении электронного облака $\mathbf{r}$ относительно остова возникает возвращающая сила

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q(r)e_0}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad (15.25)$$

где $-Q(r) = -e_0(r/a)^3$ — величина заряда электронного облака, содержащегося в сфере радиусом $r = |\mathbf{r}|$. Откуда получаем

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e_0^2}{a^3} \mathbf{r}. \quad (15.26)$$

Если смещение электронной оболочки произошло под действием внешнего электрического поля $\mathbf{E}$, то из условия равновесия

$$-e_0\mathbf{E} + \mathbf{F}(\mathbf{r}) = 0 \quad (15.27)$$

мы получаем величину смещения

$$\mathbf{r} = -\frac{4\pi\epsilon_0 a^3}{e_0} \mathbf{E}. \quad (15.28)$$

Отсюда, с учетом выражения (4.3), приходим к окончательному ответу (8.1).

2. В случае переменного электрического поля мы должны заменить условие равновесия (8.3) на уравнение движения

$$-m_0\ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{F}(\mathbf{r}) - e_0\mathbf{E} = 0. \quad (15.29)$$

Зависимость внешнего электрического поля от времени представим в виде $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$, а дипольный момент представим в виде $\mathbf{p}(t) = \varepsilon_0\alpha(\omega)\mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$, где $\alpha(\omega)$ — поляризуемость атома, зависящая от частоты. Тогда дифференциальное уравнение (15.30) становится алгебраическим

$$(\omega^2 - \omega_0^2)\mathbf{p} = \frac{e_0^2}{m_0} \mathbf{E}, \quad (15.30)$$

где $\omega_0 = e_0^2/(\varepsilon_0 m_0 \alpha)$. Отсюда зависимость поляризуемости от частоты принимает вид

$$\alpha(\omega) = \alpha \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (15.31)$$

а статическую поляризуемость (8.1) тоже можно выразить через параметр ω_0 как

$$\alpha = \frac{e_0^2}{\varepsilon_0 m_0 \omega_0^2}. \quad (15.32)$$

Частота ω_0 оказывается очень большой, так что энергия $\hbar\omega_0$ составляет приблизительно энергию ионизации атома. Отсюда следует, что *поляризуемость атома должна быстро увеличиваться с уменьшением энергии ионизации*.

3. Можно. Например, в схеме на рис. 8.7 сигнал на отрезок длинной линии можно подавать непосредственно с генератора (см. рис. 15.5), а с ее обратного конца — на вход усилителя. На выходах 1 и 2 будут получены «проекции» комплексного сигнала, прошедшего через отрезок измеряемой линии Z .

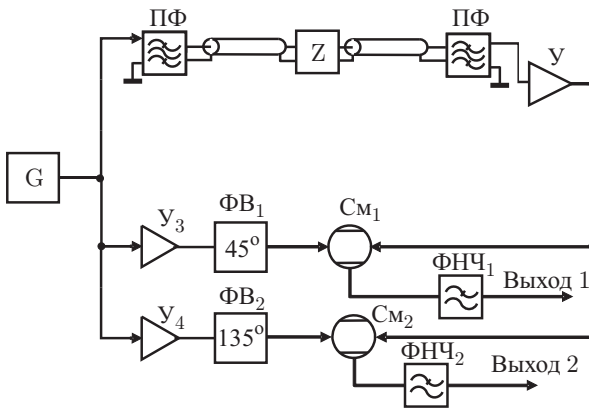


Рис. 15.5. Модификация схемы рис. 8.7 для измерений на пропускание

Глава 9

1. Из выражения (8.23) в пределе низких частот получаем комплексную диэлектрическую проницаемость металла в виде

$$\varepsilon' = \varepsilon_L - \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \omega \tau}, \quad (15.33)$$

$$\varepsilon'' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \omega}. \quad (15.34)$$

Причем мнимая часть доминирует: $|\varepsilon'| \ll |\varepsilon''|$. Рассмотрим тонкий слой в вакууме. Тогда

$$Z_1 = Z_3 = Z_0 = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0},$$

а Z_2 — импеданс слоя (см. рис. 9.2). Входной импеданс слоя 2 на границе 3–2 равен

$$Z_2^{in} = \frac{1 - i Z_2 Z_0^{-1} k_2 d_2}{Z_0^{-1} - i Z_2^{-1} k_2 d_2} \approx (Z_0^{-1} - i Z_2^{-1} k_2 d_2)^{-1} \approx (Z_0^{-1} + \sigma_0 d_2)^{-1}, \quad (15.35)$$

где мы учли, что для тонкой пленки $|k_2 d_2| \ll 1$, тогда $\text{tg}(k_2 d_2) \approx k_2 d_2$.

Подставим (15.35) в выражения (9.12) и (9.13). Отсюда получим интенсивности отраженной и прошедшей волны [31]:

$$|V|^2 = \frac{Z_0 \sigma_0 d_2}{2 + Z_0 \sigma_0 d_2}^2, \quad (15.36)$$

$$|D|^2 = \frac{2}{2 + Z_0 \sigma_0 d_2}^2. \quad (15.37)$$

Тогда интенсивность поглощения определяется как

$$I_A = 1 - |V|^2 - |D|^2 = \frac{4 Z_0 \sigma_0 d_2}{2 + Z_0 \sigma_0 d_2}. \quad (15.38)$$

Интенсивность поглощения (15.38) является немонотонной функцией толщины. Причем ее максимум достигается при толщине слоя, называемой толщиной Вольтерсдорфа [31]:

$$d_A = \frac{2}{Z_0 \sigma_0}. \quad (15.39)$$

Неожиданным на первый взгляд результатом является независимость толщины этого слоя от частоты. Оценка показывает, что d_A для меди составляет около 8 Å, а для германия 0,8 мкм. Еще одним необычным фактом оказывается то, что толщина, при которой происходит максимум поглощения, оказывается много меньше глубины скин-слоя. На частоте 30 ГГц для меди она составляет 1,1 мкм, а для германия — 37 мкм. На практике толщина Вольтерсдорфа для металлов оказывается значительно больше расчетной, потому что проводимость тонкой пленки заметно меньше объемной из-за рассеяния на поверхности пленки.

Глава 10

1. Для этого стержни ферритовых сердечников ферромагнитного зонда (см. рис. 2.6б) надо замкнуть так, чтобы они охватывали пучок. Тогда они превращаются в тороидальные сердечники (рис. 15.6). При больших значениях магнитной проницаемости материала сердечников результаты измерения не будут зависеть от положения пучка.

2. Нельзя. Магнитный поток в магнитных цепях играет роль, аналогичную электрическому току в электрических цепях. В замкнутом сердечнике магнитный поток постоянен (при больших значениях магнитной проницаемости сердечника), поэтому независимо от положения ЭДС двух катушек будут всегда одинаковы, и сигнал на выходе будет отсутствовать.

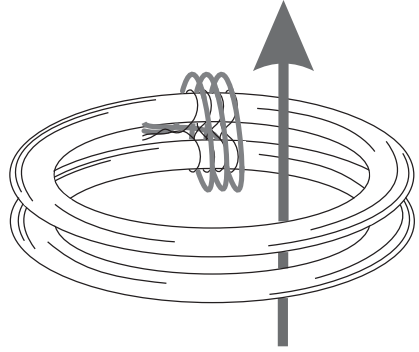


Рис. 15.6. Измеритель слабых токов аналогичный ферромагнитному зонду (рис. 2.6б). Стрелкой показано направление тока в пучке

Глава 11

1. Туннельный контакт с точки зрения квантовой механики является потенциальным барьером, поэтому будем использовать известное выражение для вероятности прохождения частицы через прямоугольный барьер высотой U_0 и шириной a [14]:

$$D = \frac{4k^2\chi^2}{(k^2 + \chi^2)^2 \operatorname{sh}(a\chi)^2 + 4k^2\chi^2}, \quad (15.40)$$

где k — волновой вектор электрона, который для простоты считается одинаковым слева и справа от барьера (потенциал слева и справа одинаковый), $\chi = \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar$, m — масса электрона, $E < U_0$ — его кинетическая энергия. Мы будем считать ширину барьера большой, т. е. $\operatorname{sh}(a\chi) \approx \exp(a\chi)/2 \gg 1$.

Ток через туннельный контакт пропорционален D . Оценим отношение токов через туннельные контакты с различной шириной барьера (различное расстояние от острия СТМ до поверхности):

$$\frac{I_1}{I_2} = \exp \frac{2\delta}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}, \quad (15.41)$$

где δ — разность между шириной барьера в первом и втором случае. Разность $U_0 - E$ по порядку величины соответствует работе выхода, поэтому для оценки можно считать ее порядка 1 эВ. Отсюда получаем, что изменению величины тока на 10% ($I_1/I_2 = 1,1$) соответствует изменение ширины барьера (или расстояния от острия СТМ до поверхности) на величину порядка 1 Å. Полученная оценка, хотя и

является весьма приближенной, показывает, что в СТМ, в принципе, можно достигнуть атомного разрешения.

Глава 12

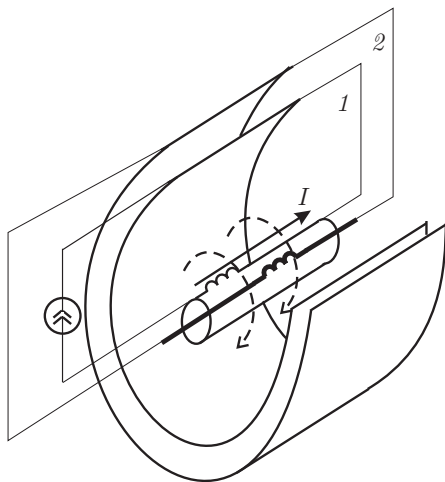
1. Когда клеммы обоих приборов присоединены к шине заземления, общая площадь контура заземления в линии оказывается $S = 5 \text{ м}^2$. ЭДС помехи зависит также от взаимной ориентации проводника с током и контура. Когда она не известна, для оценки помехи следует проводить исследование худшего варианта: силовые линии магнитного поля перпендикулярны контуру. ЭДС в этом случае составит

$$\mathcal{E} = \frac{\mu_0 S I}{R}. \quad (15.42)$$

Отсюда получаем $\mathcal{E} \approx 30 \text{ В}$. В наихудшем случае эта ЭДС полностью попадет в измерительную цепь в качестве помехи. Таким образом, оценка максимально возможной помехи составляет 30 В.

Глава 13

1. Условие малости R_3 означает, что мы можем считать его много меньшим по абсолютной величине любого другого активного или пассивного сопротивления. Если к источнику тока U_1 подключен источник тока таким образом, чтобы ток протекал вдоль по образующей цилиндра равномерно по сечению экрана, в схеме на рис. 13.1 б. Тогда



$$U_2 = \frac{R_3}{(\omega C_{13})^{-2} + R_3^2} \times \times \frac{R_2}{(\omega C_{23})^{-2} + R_2^2} U_1.$$

Рис. 15.7. Взаимная индуктивность коаксиального кабеля: сплошная стрелка — ток, протекающий по экрану, штриховые стрелки — магнитные силовые линии

2. Предположим, что к экрану коаксиального кабеля подключен источник тока таким образом, чтобы ток протекал вдоль по образующей цилиндра равномерно по сечению экрана. При этом обратный токопровод представляет собой коаксиальный металлический экран большого радиуса, как показано на рис. 15.7. Такой объемный виток 1 создает азимутальное магнитное поле. Замкнем центральный проводник коаксиального кабеля обратным

токопроводом с диаметром большим, чем обратный токопровод экрана. Из рисунка видно, что магнитный поток, созданный током источника в контуре 1, полностью перехватывается контуром 2.

Отсюда следует, что взаимная индуктивность центральной жилы и экрана равна собственной индуктивности экрана. Очевидно, что эти рассуждения справедливы и для некоаксиального положения центрального проводника по отношению к экрану.

Глава 14

1. Введем следующие обозначения: U_0 — действующее напряжение теплового шума источника и U_i ($i = 1, 2, \dots$) — действующее напряжение собственного шума i -го каскада. Считая все источники шума некоррелированными (см. (14.6)), вычислим квадрат действующего значения суммарного шума на выходе усилителя:

$$U^2 = U_0^2 \prod_{i=1}^N K_{U_i}^2 + U_1^2 \prod_{i=2}^N K_{U_i}^2 + \dots + U_N^2, \quad (15.43)$$

тогда квадрат действующего значения суммарного шума на выходе идеального усилителя составляет

$$U_0^2 = U_0^2 \prod_{i=1}^N K_{U_i}^2. \quad (15.44)$$

Все входные сопротивления и полосы частот каскадов одинаковы, поэтому шум источника для любого каскада составляет U_0 . Тогда коэффициент шума i -го каскада можно записать как

$$K_{Si} = 1 + \frac{U_i^2}{U_0 K_{U_i}}. \quad (15.45)$$

Чтобы получить коэффициент шума всего усилителя, разделим выражение (15.43) на (15.44) и используем (15.45). В результате несложных преобразований получаем

$$K_S = K_{S1} + \frac{K_{S2} - 1}{K_{U1}^2} + \frac{K_{S2} - 1}{K_{U1}^2 K_{U2}^2} + \dots + \frac{K_{SN} - 1}{K_{U1}^2 \dots K_{U(N-1)}^2}. \quad (15.46)$$

Из этого выражения следует важный вывод. При больших значениях коэффициентов усиления в каскадах коэффициент шума усилителя определяется первым каскадом.

Список литературы

1. Tatsenko O. M., Pavlovskii A. I., Druzhinin V. V., Bykov A.I., Dolotenko M.I., Kolokol'chikov N.P., Platonov V.V., Kudasov Yu.B. Investigation of magnetic properties of solids in ultrahigh pulsed magnetic fields // *Physica B*. 1996. V. 216. P. 175.
2. Spielman R.B., Deeney., Chandler G. A., Douglas M. R., Fehl D. L., Matzen M.K., McDaniel D.H., Nash T.J., Porter J.L., Sanford T.W.L., Seamen J.F., Stygar W.A., Struve K.W., Breeze S.P., McGurn J.S., Torres J.A., Zagar D.M., Gilliland T.L., Jobe D.O., McKenney J.L., Mock R.C., Vargas M., Wagoner T. Tungsten wire-array Z-pinch experiments at 200 TW and 2 MJ // *Physics of plasmas*. 1998. V. 5. P. 2105.
3. Миронов В.Л. Основы сканирующей зондовой микроскопии. — М.: Физматлит, 2004. 144 с.
4. Chen J., Wang W., Reed M. A., Rawlett A. M., Price D. W., Tour J. M. // *Appl.Phys.Lett*. 2000. V. 77. P. 1224.
5. Демиховский В.Я., Вугальтер Г.А. Физика квантовых низкоразмерных структур. — М.: Логос, 2000. 248 с.
6. Crommie M.F. // *J. Electr. Spectr. Rel. Phen*. 2000. V. 109. P. 1
7. Маркин Н.С., Еришов В.С. Метрология: введение в специальность. — М.: Изд-во стандартов, 1991. 208 с.
8. Атамалян Э.Г. Приборы и методы измерения электрических величин. — М.: Дрофа, 2005. 415 с.
9. Садбери А. Квантовая механика и физика элементарных частиц. — М.: Мир, 1989. 487 с.
10. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. — М.: Мир, 1972. 391 с.
11. Лагутин А.С., Ожогин В.И. Сильные импульсные магнитные поля в физическом эксперименте. — М.: Энергоатомиздат, 1988. 190 с.
12. Сергеев В.Г., Шихин А.Я. Магнитоизмерительные приборы и установки. Электроизмерительные приборы. Вып.24. — М.: Энергоиздат, 1982. 152 с.
13. Шмидт В.В Введение в физику сверхпроводников. — М.: МЦНМО, 2000. 402 с.
14. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 3. Квантовая механика (нерелятивистская теория). — М.: Наука. 1989. 768 с.
15. Слабая сверхпроводимость: квантовые интерферометры и их применения / Под ред. Б.Б. Шварца, С. Фонера. — М.: Мир, 1980. 256 с.
16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.8. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука. 1992. 664 с.
17. Ищенко Е.Ф., Соколов А.Л. Поляризационная оптика. — М.: Издательство МЭИ. 2005. 335 с.

18. Алексеев В.В., Кудасов Ю.Б., Шкарубский В.В. Повышение точности измерения константы Верде прозрачных образцов // ПТЭ. 1988. Вып. 4. С. 151.
19. Балаев В.И., Мишин Е.В., Пятахин В.И. Волоконно-оптические датчики параметров физических полей // Квантовая электроника. 1984. Т. 11. С. 10.
20. Pärnaste M. Dimensionality aspects of magnetic ordering in Fe/V heterostructures. Licentiate thesis // Uppsala University. Department of physics. 2005. 42 p.
21. M. Pärnaste, M. van Kampen, R. Brucas, and B. Hjörvarsson Temperature-dependent magnetization and susceptibility of Fe_n/V_7 superlattices // Phys. Rev B. 2005. V. 71. P. 104426.
22. Schutz G., Wagner W., Wilhelm W., Kienle P., Zeller R., Frahm R., Materlik G. Absorption of circularly polarized X rays in iron // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 737.
23. Чугунов С.А., Юркевич В.М. Расширение зоны измерения параметров электростатического поля зондовым методом // Измерительная техника. 1981. № 1. 33 с.
24. Horenstein M.N. Field effect transistor tracking surface field sensor // Rev. Sci. Instrum. 1984. V. 55. P. 222.
25. Най Дж. Физические свойства кристаллов. — М.: Мир, 1967. 385 с.
26. Боровик Е.С., Еременко В.В., Мильнер А.С. Лекции по магнетизму. — М.: Физматлит, 2005. 512 с.
27. Kudasov Yu.B. Megagauss magnetization measurements // Physica B. 2001. V. 294–295. P. 684.
28. Кудасов Ю. Б., Волков А. Г., Повзнер А. А., Баянкин П.В., Быков А.И., Гук В.Г., Долощенко М.И., Колокольчиков Н.П., Крюк В.В., Монахов М.П., Маркевцев И.М., Платонов В.В., Селемир В.Д., Таценко О.М., Филиппов А.В. Переход полупроводник–металл в FeSi в сверхсильном магнитном поле // ЖЭТФ. 1999. Т. 116. С. 1770.
29. Nakao K., Miura N., Tatsuhara K. Takeya H., Takei H., Magnetic Hysteresis of $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ Single Crystals in Very High Magnetic Field above 100 T // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 63. P. 97–100.
30. Быков А.И., Долощенко М.И., Фаулер К.М., Фриман Б.Л., Гетти Дж.Д., Кинг Дж.С., Колокольчиков Н.П., Кудасов Ю.Б., Левис В., Маршал Б.Р., Папатеофанис Б.Дж, Платонов В.В., Родригес П.Дж., Татценко О.М., Шенпард М.Г., Визер Л.Р. Зервех В.Д. О магнитной фазовой диаграмме $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ в магнитных полях до 500 Тл // Труды 7-й Международной конференции по генерации мегагауссных магнитных полей и родственными экспериментам (Мегагаусс-7). Саров. ВНИИЭФ. 1997. С. 811.
31. Гроссе П. Свободные электроны в твердых телах. — М. Мир, 1982. 270 с.
32. Гантмахер В.Ф. Электроны в неупорядоченных средах. — М. Физматлит, 2003. 174 с.
33. Шкловский Б.И., Эфрос А.Л. Электронные свойства легированных полупроводников. — М. Наука, 1979. 416 с.
34. Бугаев А.А., Захарченя Б.П., Чудновский Ф.А. Фазовый переход металл — полупроводник и его применение. — М. Наука, 1979. 183 с.
35. Борисова М.Э., Койков С.Н. Физика диэлектриков. — Л.: Издательство Ленинградского университета, 1979. 240 с.

36. Специальный физический практикум. Часть 2 / Под ред. А.А. Харламова. — М. Издательство Московского университета. 1977. 376 с.
37. *Rieman K.-U.* The Bohm criterion and sheath formation // J. Phys. D: Appl. Phys. 1991. V. 24. P. 493.
38. *Шенберг Д.* Магнитные осцилляции в металлах. — М. Мир, 1986. 680 с.
39. *Вайс Г.* Физика гальваномагнитных полупроводниковых приборов и их применение. — М. Энергия, 1974. 384 с.
40. *von Klitzing K., Dorda G., Pepper M.*, New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. P. 494.
41. *Ахадов Я.Ю.* Диэлектрические параметры чистых жидкостей. — М.: Издательство МАИ, 1999. 854 с.
42. *Кудасов Ю.Б.*, Высокочастотные измерения проводимости бесконтактным методом в сверхсильных магнитных полях // ПТЭ. 1999. Вып. 4. С. 52.
43. *Кудасов Ю.Б., Филиппов А.В.*, Измерение высокочастотного комплексного импеданса в быстропотекающих процессах // ПТЭ. 2007. Вып. 6. С. 95.
44. *Попов В.Н.* Основы теории цепей. — М.: Высшая школа, 2000. 375 с.
45. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. — М.: Издательство АН СССР, 1957. 502 с.
46. *Sasakibara T., Goto T., Miura N.* Contactless transport measurement of metals in pulsed high magnetic fields // Rev. Sci. Instrum. 1989. V. 60. P. 444.
47. *Трунин М.Р.* Поверхностный импеданс монокристаллов ВТСП в микроволновом диапазоне // УФН. 1998. Т.168 с.931
48. *Взятых В.Ф.* Диэлектрические волноводы. — М.: Советское радио, 1970. 216 с.
49. *Kane B. E., Dzurak A. S., Facer G. R., Clark R. G., Starrett R. P., Skougarevsky A., Lumpkin N. E., Brooks J. S., Engel L. W., Miura N., Yokoi H., Takamasu T., Nakagawa H., Goette J. D., D. G. Rickel D. G.* Measurement instrumentation for electrical transport experiments in extreme pulsed magnetic fields generated by flux compression // Rev. Sci. Instrum. 1997. V. 68. P. 3843.
50. *Голант В.Е.* Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы. — М.: Наука, 1968. 327 с.
51. *Москалев И.Н., Стефановский А.М.* Диагностика плазмы с помощью открытых цилиндрических резонаторов. — М.: Энергоатомиздат, 1985. 145 с.
52. *Москалев В.А., Сергеев Г.И.* Измерение параметров пучков заряженных частиц. — М.: Энергоатомиздат, 1991. 237 с.
53. *Герасимов А.И., Дубинов Е.Г., Кудасов Б.Г.* Спектрометр импульсного пучка электронов // ПТЭ 1971. Вып. 3. С. 31.
54. *Dubinov A.E., Minashkin N.V., Selemir V.D., Stepanov N.V., Vantrunin V.E.*, Electron spectrometer with toroidal magnetic field // In: International IEEE 9-th Pulsed Power Conference. Albuquerque, USA. 1993. Digest of technical papers. P. 708.
55. *Праттон М.* Введение в физику поверхности. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. 256 с.
56. *Ohnishi H., Kondo Y., Takayanagi K.* // Nature. 1998. V. 395. P. 780.
57. *Имри Й.* Введение в мезоскопическую физику. — М.: Физматлит, 2002. 304 с.

-
58. *Kaiser U., Schwarz, Weisendanger R.* Magnetic exchange force microscopy with atomic resolution // *Nature*. 2007. V. 446. P. 522
 59. *Куммель Ч.* Квантовая теория твердых тел. — М. Наука, 1967. 296 с.
 60. *Burkert T., Svedlindh P., Andersson G., Hjörvarsson B.* Magnetic ordering in a weakly coupled Fe/V(001) superlattice // *Phys. Rev. B*. 2002. V. 66. P. 220402.
 61. *Kübler J.* Theory of itinerant electron magnetism. — Oxford: Clarendon Press, 2000. 435 p.
 62. *Hjörvarsson B., Kudasov Yu., Wolff M., Hase T., Chacon C., van Kampen M., Nordblad P., Liebig A., Zabel H.* The influence of weak links on magnetic ordering in layered structures // *Europhys. Lett.* 2008. V. 81. P. 17008.
 63. *Ханзел Г.Е.* Справочник по расчету фильтров. — М. Советское радио, 1974. 287 с.
 64. *Отт Г.* Методы подавления шумов и помех в электронных схемах. — М.: Мир. 1979, 317 с.
 65. *Хабигер Э.* Электромагнитная совместимость, основы ее обеспечения в технике. — М.: Энергоатомиздат, 1995. 304 с.
 66. *Ред Э.* Справочное пособие по высокочастотной схемотенике. — М.: Мир, 1990. 256 с.
 67. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы. — М.: Высшая школа, 2000. 462 с.
 68. *Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А.* Расчет индуктивностей. Справочная книга. — Л.: Энергия. 1970. 415 с.
 69. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М.: Наука, 1984. 831 с.

Предметный указатель

Амплитудный фактор, 164

Бомовский слой, 74

Воспроизводимость, 11

Время диэлектрической релаксации, 91

— свободного пробега, 63, 65, 78

Гигантское магнитосопротивление, 133

Датчик Холла, 83

— компенсационный, 59

— тока волоконно-оптический, 43

Дебаевский слой, 72

Джозефсоновский контакт, 29

Динамический диапазон, 11, 97

Диод вакуумный магниточувствительный, 117

Дипольный электрический момент, 48, 87

Диск Корбино, 80

Диэлектрический волновод, 107

Длина свободного пробега, 64

Добротность резонатора, 111

Дрейфовая скорость, 63, 78

Заземление защитное, 137

— сигнальное, 137

Закон Малюса, 38

Законы электролиза Фарадея, 70

Значение физической величины действительное, 9

— — — истинное, 9, 15

Зонд Ленгмюра, 72

— индукционный, 20

— электрического поля, 47

Измерение, 9

— динамическое, 16

— инструментальное, 9

— статическое, 16

Импеданс, 98

— входной, 98, 105

— нормальный, 104

— характеристический, 103

Интервал доверительный, 15

Квант магнитного потока, 29

— проводимости, 82, 129

Комплексная диэлектрическая проницаемость, 90

Константа Верде, 34, 44

Контур заземления, 137

Коэффициент деполяризующий, 57, 89, 169

— отражения, 104, 106, 152

— многократного, 152

— поляризуемости, 48, 87

— прозрачности, 106

— пропускания, 104

— размагничивания (размагничивающий фактор), 57, 58

— шума, 162

— экранирования, 151

Критический индекс, 67

Кулоновская блокада, 131

Куперовская пара, 29

Магнитная восприимчивость, 56

— проницаемость, 56

Магнитный циркулярный дихроизм (МЦД), 45

Магнитометр вибрационный, 58

Магниторезистор, 85

Магниторезистор растровый, 85

- Метод атомной манипуляции, 127
— измерения, 11
— — в бегущей волне, 106
— — косвенный, 12
— — проводимости двухточечный, 68
— — — индукционный, 95
— — — индукционный по отражению, 95
— — — четырехточечный, 68
— — — шлейфовый, 97
— — прямой, 11
— — — непосредственной оценки, 12
— — разностный, 12
— — резонаторный, 111
— — совокупный, 12
— — совпадения, 13
— индукционный, 59
— — трансформаторный, 58
— компенсации систематических погрешностей, 10
— отсечки, 110
— Тубандта, 70
— Фарадея–Кюри, 57
Методика измерения, 11
Микроскоп сканирующий силовой, 128
— — туннельный (СТМ), 125
Микроскопическое электрическое поле, 88
Мода, 32
Модель Друде–Лоренца, 63, 78, 92, 109
— Томпсона, 87
Монитор вторичной эмиссии, 115
- Н**
Наноконтакт, 129
Нуль-метод, 12, 58
Нуль-орган, 13
- П**
Пара витая, 20, 149
Первичный преобразователь, 12
Перколяционный переход, 66
Плазма, 36, 71
Погрешность, 9
— абсолютная, 9
— грубая, 10
Погрешность относительная, 9
— систематическая, 10
— — периодическая, 10
— — постоянная, 10
— — прогрессивная, 10
— случайная, 10
Подвижность, 63
Поле ближнее (индуктивное), 144
— дальнее(излучения), 144
— Лоренца, 89
Полосковая линия, 109
Поляризационная катастрофа, 89
Поляризационный эллипс, 33
Поляризация излучения, 33
— — круговая, 33, 52
— — линейная (плоская), 33, 52
— — эллиптическая, 33
Помехи, 135
— емкостные, 145
— индуктивные, 147
— противофазные, 142, 155
— синфазные, 142, 157
Порог чувствительности, 10
Потенциал плавающий, 73
Пояс Роговского, 23
— — двухслойный, 25
— — многосекционный, 25
— — однослойный, 24
Правило Маттиссена, 64
Правильность, 11
Приближение эффективной среды, 66
Принцип измерения, 11
Профилометр, 123
Профилометр ионизационный, 123
- Р**
Распределение биномиальное, 13
— Коула–Коула, 92
— Максвелла–Больцмана, 64
— нормальное (Гаусса), 14, 160
— Стьюдента, 15
— Ферми–Дирака, 64
Резонатор Фабри–Перо, 111
Реперный сигнал, 16
- С**
Сверхпроводник, 29, 61, 95, 107
Сверхпроводящий квантовый интерферометр (СКВИД), 29

Сечение рассеяния, 64
Синхронное детектирование, 156
Случайная величина, 13
Соотношение Коула, 91
Соотношения неопределенностей
Гейзенберга, 18
Спектрометр магнитный, 120
— — с тороидальным полем, 122
— — секторный, 121
Сфера Пуанкаре, 34, 37, 52
Схема заземления параллельная,
138
— — последовательная, 138
— — распределенная, 139
Сходимость, 11

Теорема Муавра–Лапласа, 14
Точность, 11
Трансформатор изолирующий, 141
— нейтрализующий (симметриру-
ющий), 141, 158

Угол Холла, 80
Уровни Ландау, 79

Ферромагнитный зонд, 27
— — мостовой, 28
Фильтрация, фильтры, 155
Фокусировка пучка двойная, 121
— — полукруговая, 120
Формула Бернулли, 13
— Клаузиуса–Мосотти, 89
— Найквиста, 17, 136, 160
Формулы Крамерса–Кронига, 92

Цилиндр Фарадея, 114

Частота ленгмюровская, 36, 110
— столкновений, 109
— циклотронная, 36, 77

Шум-фактор, 162
Шумы, 136
— $1/f$ (фликкер-шумы), 161
— дробовые, 160
— тепловые, 136
Шунт, 23

Электролит, 75
Электромагнитная совместимость,
135
Электростатический сигнальный
электрод, 117
Эффект гальванический, 136
— геометрического магнитоспро-
тивления, 81
— де Гааза–ван Альфена, 57, 79
— Зеемана, 35
— Керра магнитооптический, 37, 44
— Керра электрооптический, 37, 49
— Коттона–Муттона, 37
— Поккельса, 37, 50
— пьезооптический (фотоупру-
гость), 50, 51
— пьезооптический обратный, 51
— трибоэлектрический, 136
— Фарадея магнитооптический, 34
— Холла, 80
— Холла аномальный, 80
— Шубникова–де Гааза, 79
Эффективная масса, 63