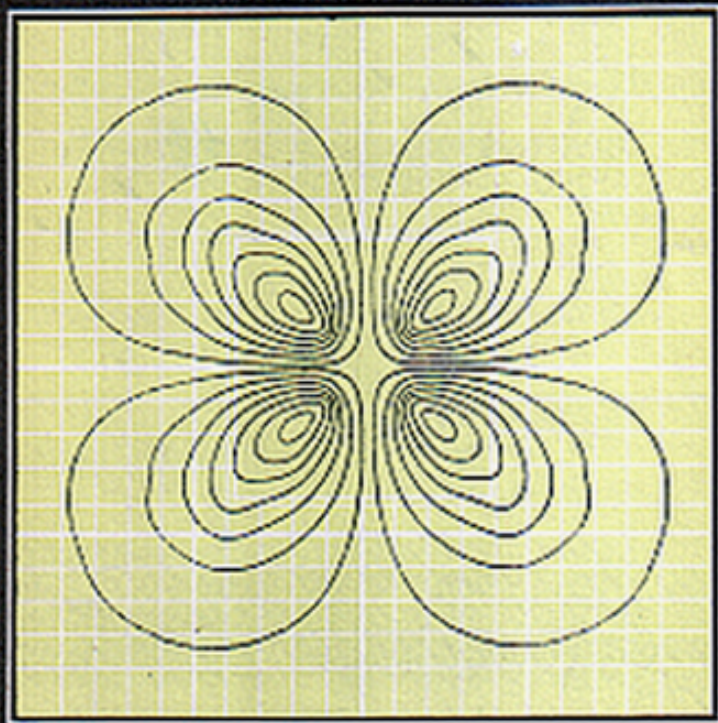


# ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОЭЛЕКТРИКИ



·НАУКА·

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
ИНСТИТУТ ЗЕМНОГО МАГНЕТИЗМА, ИОНОСФЕРЫ  
И РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН

## ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОЭЛЕКТРИКИ



МОСКВА "НАУКА" 1990

Прямые и обратные задачи геоэлектрики / Ин-т земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн АН СССР. — М.: Наука, 1990, — 101 с. ISBN 5-02-000136-8

В сборнике представлены статьи по численному моделированию электромагнитных полей в Земле, методикам приближенного решения обратных задач геоэлектрики. Рассмотрены различные аспекты интерпретации данных электромагнитных зондирований. В сборник включены также работы по обработке результатов электромагнитных наблюдений, строению и анализу трансформаций электромагнитных полей.

Сборник рассчитан на специалистов, работающих в области теоретической и прикладной геофизики, вычислительной математики.

There are given the papers on numerical modelling of the electromagnetic fields in the Earth, the methods of approximate solutions of inverse problems of geoelectrics. Different aspects of interpretation of electromagnetic sounding data are examined. The works concerning the processings of MT-data and analysis of transformations of electromagnetic fields are included into the issue too. It is intended for the specialists working in the field of theoretical and applied geophysics and computational mathematics.

Ответственный редактор  
доктор физико-математических наук *М.С. Жданов*

Рецензенты  
доктор физико-математических наук *Г.А. Фонарев*  
кандидат физико-математических наук *В.Ю. Семенов*

М.С. ЖДАНОВ, Л.Ю. ЗАСЛАВСКИЙ

## АЛГОРИТМ РАСЧЕТА МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В МОДЕЛИ, СОДЕРЖАЩЕЙ "ПАЧКУ" ГОРИЗОНТАЛЬНО-НЕОДНОРОДНЫХ СЛОЕВ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ

### ВВЕДЕНИЕ

Анализ и интерпретация данных магнитотеллурических измерений, проведенных над трехмерными геоэлектрическими неоднородностями, требуют создания эффективных методов моделирования низкочастотных электромагнитных полей в Земле. В этом направлении возможны как подходы, основанные на моделировании электромагнитных полей в полной трехмерной ситуации — методы дифференциальных уравнений, методы интегральных уравнений (см. [1]), так и подходы, связанные с учетом различных типов симметрии или использующие различного типа упрощения модели.

Среди последних наиболее популярно направление, основанное на замене уравнений Максвелла в тонком горизонтально-неоднородном проводящем слое (пленке) различного типа граничными условиями. Классическим примером таких условий являются условия Прайса—Шейнманна [2, 3]. Более точно скачок электромагнитного поля аппроксимируется условиями Тихонова—Дмитриева [4] и Бердичевского—Жданова [5].

По пленочному моделированию опубликовано множество работ [6—11]. В настоящее время этот подход совершенствуется по ряду направлений: первое связано с представлением трехмерной неоднородности несколькими слоями (пленками) [9, 12]; второе заключается в построении операторов, связывающих значения поля на нижней и верхней границах слоя конечной толщины [4, 5, 13, 14].

В настоящей работе предлагается экономичный алгоритм моделирования электромагнитной индукции в "пачке" горизонтально-неоднородных слоев конечной толщины. Построен оператор переноса, связывающий поле на верхней и нижней границах пачки слоев, обладающий более высоким порядком точности, чем операторы, построенные в [4, 13]. На верхней и нижней границах пачки используются граничные условия импедансного типа.

Для решения полученной системы линейных операторных уравнений используется трехслойный итерационный метод вариационного типа.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим геоэлектрическую модель, в которой проводящая Земля представлена горизонтально-неоднородными слоями с проводимостями  $\sigma = \sigma_j(x, y)$  ( $j = 1, 2, \dots, M$ ) и мощностями  $d_j$  ( $j = 1, 2, \dots, M$ ) соответственно, залегающими на однородном основании с нормальной электропроводностью  $\sigma_n(z)$ . При  $z = 0$  Земля граничит с однородной непроводящей

атмосферой. Магнитная проницаемость  $\mu$  повсеместно равна магнитной проницаемости вакуума  $\mu_0$ . Токами смещения пренебрегаем, т.е. рассматриваем поле в квазистационарном приближении. Зависимость от времени выразим множителем  $\exp(-i\omega\mu_0 t)$ . В этом случае уравнения Максвелла

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= i\omega\mu_0 \mathbf{H}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \sigma \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Следуя работам [13, 14], в пределах  $j$ -го слоя эти уравнения можно переписать в виде

$$\partial \mathbf{E}_\tau / \partial z = -i\omega\mu_0 (\mathbf{e}_z \times \mathbf{H}_\tau) + \nabla_\tau \mathbf{E}_z, \quad (1.2.1)$$

$$\partial \mathbf{H}_\tau / \partial z = -\mathbf{e}_z \times (\sigma_j \mathbf{E}_\tau) + \nabla_\tau \mathbf{H}_z, \quad (1.2.2)$$

$$\mathbf{H}_z = (\nabla_\tau \times \mathbf{E}_\tau) \mathbf{e}_z / (i\omega\mu_0), \quad (1.2.3)$$

$$\mathbf{E}_z = (\nabla_\tau \times \mathbf{H}_\tau) \mathbf{e}_z / \sigma, \quad (1.2.4)$$

где

$$\nabla_\tau = \frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \quad \mathbf{E}_\tau = (E_x, E_y);$$

$$\mathbf{H}_\tau = (H_x, H_y); \quad (\nabla_\tau \times \mathbf{F}_\tau) \mathbf{e}_z = \partial F_y / \partial x - \partial F_x / \partial y.$$

Выражая  $H_z$  и  $E_z$  из (1.2.3) и (1.2.4) и подставляя соответственно в (1.2.2) и (1.2.1), получаем

$$\frac{\partial \mathbf{E}_\tau}{\partial z} = -i\omega\mu_0 (\mathbf{e}_z \times \mathbf{H}_\tau) + \nabla_\tau \left( \frac{1}{\sigma} (\nabla_\tau \times \mathbf{H}_\tau) \mathbf{e}_z \right), \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}_\tau}{\partial z} = -\sigma (\mathbf{e}_z \times \mathbf{E}_\tau) + \nabla_\tau \left( \frac{1}{i\omega\mu_0} (\nabla_\tau \times \mathbf{E}_\tau) \mathbf{e}_z \right).$$

При  $z \rightarrow \infty$  выполняются условия затухания аномального поля

$$\mathbf{E}^a, \mathbf{H}^a \rightarrow 0, \quad z \rightarrow \infty, \quad (1.4)$$

где  $\mathbf{E}^a = \mathbf{E} - \mathbf{E}^n$ ;  $\mathbf{H}^a = \mathbf{H} - \mathbf{H}^n$  — компоненты аномального поля.

## 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ

Перейдем от системы уравнений с частными производными (1.3), (1.4) к аппроксимирующей ее системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

Введем равномерную по каждому направлению сетку:

$$x_l = l\Delta_x, \quad l = 1, \dots, N_x,$$

$$y_m = m\Delta_y, \quad m = 1, \dots, N_y.$$

Определим также полуцелые узлы сетки:

$$x_{l+0,5} = (l+0,5)\Delta_x, \quad l = 1, \dots, N_x - 1,$$

$$y_{m+0,5} = (m+0,5)\Delta_y, \quad m = 1, \dots, N_y - 1$$

Введем компоненты поля на сетке:

$$E_x^{ij}(z) = E_x(x_{i+0,5}, y_j, z), \quad H_y^{ij}(z) = H_y(x_{i+0,5}, y_j, z).$$

$$\begin{aligned} E_y^{ij}(z) &= E_y(x_i, y_{j+0,5}, z), & H_x^{ij}(z) &= H_x(x_i, y_{j+0,5}, z), \\ E_z^{ij}(z) &= E_z(x_i, y_j, z), & H_z^{ij}(z) &= H_z(x_{i+0,5}, y_{j+0,5}, z). \end{aligned}$$

Используем сеточные аппроксимации дифференциальных операторов:

$$\begin{aligned} ((\nabla_\tau \times \mathbf{F}_\tau) \mathbf{e}_z)(x_s, y_p, z) &= F_y(x_{s+0,5}, y_p, z) - F_y(x_{s-0,5}, y_p, z) / \Delta_x - \\ &- (F_x(x_s, y_{p+0,5}, z) - F_x(x_s, y_{p-0,5}, z)) / \Delta_y, \end{aligned}$$

$$((\nabla_\tau u) \mathbf{e}_x)(x_s, y_p, z) = (u(x_{s+0,5}, y_p, z) - u(x_{s-0,5}, y_p, z)) / \Delta_x,$$

$$((\nabla_\tau u) \mathbf{e}_y)(x_s, y_p, z) = (u(x_s, y_{p+0,5}, z) - u(x_s, y_{p-0,5}, z)) / \Delta_y.$$

По горизонтали поставим периодические граничные условия.

В результате дискретизации уравнения (1.2.1)–(1.2.4) и соответственно система (1.3) заменяются системами обыкновенных дифференциальных уравнений. Аналог (1.3) можно символически записать внутри каждого слоя в виде

$$\partial \mathbf{U} / \partial z = \hat{\mathbf{W}}_k \mathbf{U}, \quad z_k < z < z_{k+1}, \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{U}_{ij} = (E_x^{ij}, H_y^{ij})$ .

На границе раздела слоев выполняется условие непрерывности тангенциальных компонент поля, а при  $z \rightarrow \infty$  — условие затухания сеточного аномального поля.

## 3. УСЛОВИЯ НА ГРАНИЦАХ С АТМОСФЕРОЙ И ПОДСТИЛАЮЩИМ ОСНОВАНИЕМ

На границах с атмосферой и подстилающим основанием выполняются парциальные сеточные граничные условия (см., напр.: [15, 16]):

а) на границе с атмосферой адмитансное условие

$$\mathbf{H}_\tau^a = \hat{\mathbf{Y}}_{\text{атр}}^a \mathbf{E}_\tau^a; \quad (3.1)$$

б) на границе с подстилающим основанием импедансное условие

$$\mathbf{E}_\tau^a = \hat{\mathbf{Z}}_B^a \mathbf{H}_\tau^a, \quad (3.2)$$

где  $\mathbf{E}_\tau^a, \mathbf{H}_\tau^a$  — компоненты сеточного аномального поля.

Эти условия легко получаются из связи аномального электрического и магнитного полей на каждой пространственной фурье-гармонике.

Отметим, что в непрерывном виде парциальные условия использовались в ряде работ, в частности для данной задачи в [5].

Таким образом, мы получили краевую задачу для системы дифференциально-разностных уравнений (2.1) на отрезке  $0 < z < H$  с граничными условиями (3.1) и (3.2).

## 4. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

В случае  $|H\sqrt{\omega\mu_0\sigma}| \ll 1$ ,  $|\operatorname{grad}_\tau \ln \sigma| \ll 1$  МТ-поле в горизонтальном направлении можно аппроксимировать на сетке с шагом  $\Delta_x \gg H$ ,  $\Delta_y \gg H$ . При этом нормы матриц  $\hat{\mathbf{W}}_k$  по абсолютной величине не будут сильно превышать величину  $1/H$ . В этих условиях возможно применение описываемого ниже алгоритма, который использует элементы метода стрельбы.

#### 4.1. Перенос сеточного электромагнитного поля через горизонтально-неоднородный слой и "пачку" слоев

Решая в слое  $z_k \leq z \leq z_{k+1}$  задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (2.1), получаем

$$U_{k+1} = \exp(\Delta z_k \hat{W}) U_k. \quad (4.1)$$

Тем самым построен оператор переноса  $\hat{R}_{k+1,k}$ , выражающий поле на нижней границе слоя через его значения на верхней границе:

$$U_{k+1} = R_{k+1,k} U_k. \quad (4.1')$$

Ограничившись  $L$  членами тейлоровского разложения экспоненты, получаем расчетные формулы

$$x_0 = U_k, \quad x_l = \Delta z_k \hat{W}_k x_{l-1}, \quad l = 1, \dots, L; \quad U_{k+1} = \sum_{i=0}^L x_i.$$

Применяя последовательно формулу (4.1') к каждому слою пачки, осуществляем перенос сеточного поля через пачку слоев

$$U_N = \hat{R}_{N,1} U_1, \quad (4.2)$$

где  $\hat{R}_{N,1} = \hat{R}_{N,N-1} \hat{R}_{N-1,N-2} \dots \hat{R}_{2,1}$ .

#### 4.2. Система уравнений

Введем операторы

$$\hat{Q}_{1,1} = \begin{bmatrix} \hat{I} \\ \hat{Y}_{\text{air}} \end{bmatrix}, \quad P_{NN} = [\hat{I} - \hat{Z}_B].$$

Перепишем (3.1) и (3.2) в новых обозначениях:

$$U_1 = \hat{Q}_{1,1} E_{\tau,z_1}^a + U_1^n. \quad (4.3)$$

Из (4.3) и (4.2) получаем

$$\hat{P}_{N,N} (U_N - U_N^n) = 0. \quad (4.4)$$

Из уравнения (4.4), используя соотношения (4.3) и (4.2), получаем окончательно

$$\hat{A}x = f, \quad (4.5)$$

где  $x = E_{\tau,z_1}^a$ ;  $f = \hat{P}_{N,N} (U_N^n - \hat{R}_{N,1} U_1^n)$ ;  $\hat{A} = \hat{P}_{N,N} \hat{R}_{N,1} \hat{Q}_{1,1}$ .

Отметим, что нелокальность "сводится" к необходимости проводить быстрое преобразование Фурье. Все остальные используемые операторы локальны.

#### 4.3. Итерационное решение операторного уравнения

Для численного решения операторного уравнения (4.5) используем следующий трехслойный итерационный метод [17]:

$$x_{n+1} = x_n + \alpha_n (x_n - x_{n-1}) + \beta_n (\hat{A}x_n - f), \quad (4.6)$$

причем комплексные параметры  $\alpha_n$ ,  $\beta_n$  определяются из условия локаль-

ной минимизации невязки:

$$\min_{\alpha_n, \beta_n} \|\hat{A}x_{n+1} - f\|. \quad (4.7)$$

Подставляя (4.6) в (4.7), получаем

$$\min_{\alpha_n, \beta_n} \|r_n + \alpha_n y_n + \beta_n z_n\|,$$

где  $r = \hat{A}x_n - f$ ;  $y = \hat{A}(x_n - x_{n-1})$ ;  $z = \hat{A}r_n$ , откуда находим

$$\alpha_n = \frac{(r, z)(z, y) - (r, y)\|z\|^2}{\|y\|^2\|z\|^2 - |(y, z)|^2},$$

$$\beta_n = \frac{(r, y)(y, z) - \|y\|^2(r, z)}{\|y\|^2\|z\|^2 - |(y, z)|^2}.$$

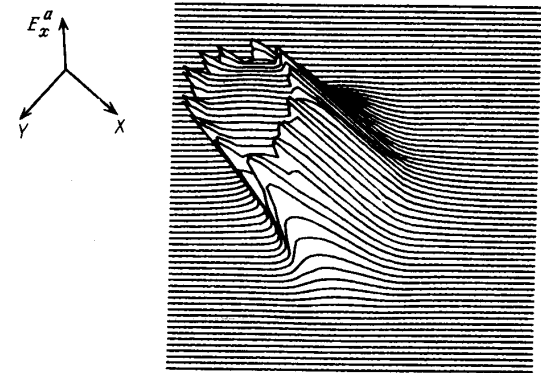
#### 5. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА

На основе описанного алгоритма создана программа численного моделирования электромагнитных полей в модели Земли, содержащей трехмерную "пачку" слоев конечной толщины. Программа написана на алгоритмическом языке Фортран-7, для ее использования требуется объем оперативной памяти ЭВМ до 128 Кбайт. Проведение одной итерации требует:

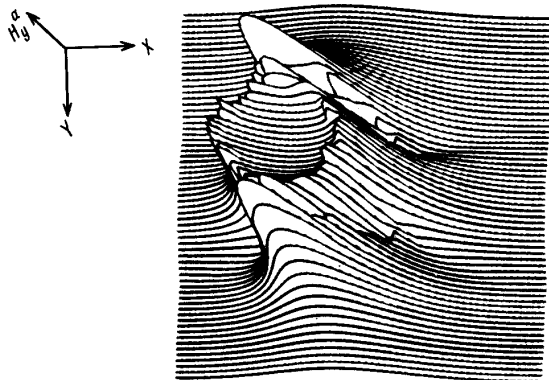
- на сетке  $32 \times 32$  — 1 мин;
- на сетке  $64 \times 64$  — 4–5 мин (на ЭВМ "Норд-500").

В благоприятной ситуации для практической сходимости достаточно 10–15 итераций.

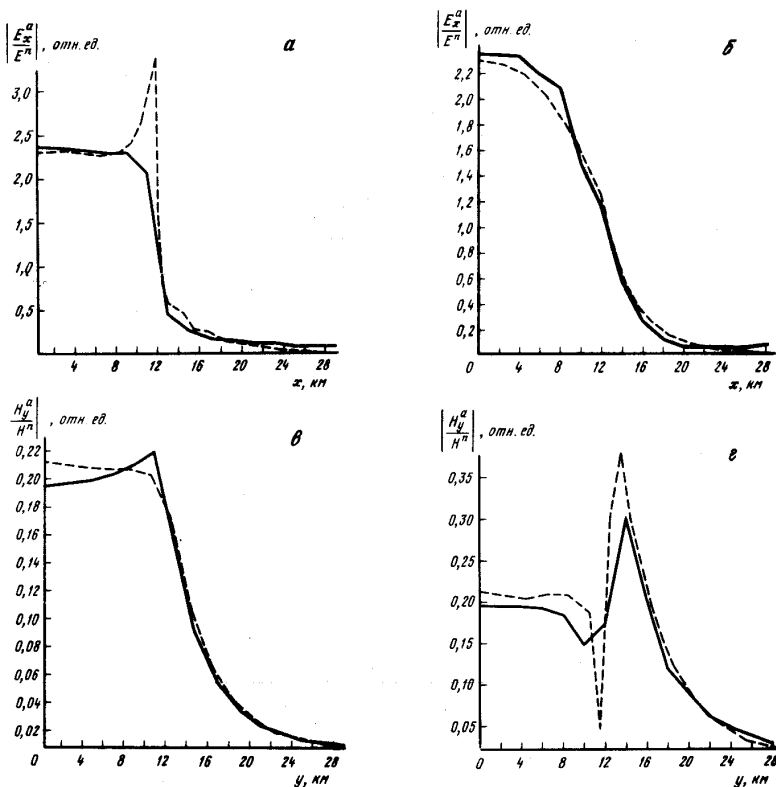
**Модель острова.** Для тестирования программы были проведены расчеты электромагнитного поля в модели осесимметричного острова. Сравнение проводилось с результатами, полученными авторами по программе FDM-S-3D [17]. В рассматриваемой модели море с проводимостью 2 См/м



Р и с. 1. Изометрическое изображение для модуля компоненты  $E_x^a$   
 $x_{\min} = 3$ ,  $x_{\max} = 65$ ,  $y_{\min} = 3$ ,  $y_{\max} = 65$  км



Р и с. 2. Изометрическое изображение для модуля компоненты  $H_y^a$   
 $x_{\min} = 3$ ,  $x_{\max} = 65$ ,  $y_{\min} = 3$ ,  $y_{\max} = 65$  км



Р и с. 3. Сравнение с результатами моделирования по программе FDM-S-3D  
 а, в — по оси абсцисс; б, г — по оси ординат

и глубиной 1 км граничит с непроводящей атмосферой и однородным подстилающим основанием с проводимостью 0,1 См/м. В море имеется остров, проводимость которого равна проводимости подстилающего основания, а верхняя кромка совпадает с дневной поверхностью. Диаметр острова 24 км. Приводятся результаты расчетов на периоде 20 с.

На рис. 1 и 2 показаны изометрические изображения для абсолютных величин компонент  $E_x^a$  и  $H_y^a$  аномального поля. На рис. 3, а, в приведены графики этих компонент вдоль оси абсцисс, на рис. 3, б, г — вдоль оси ординат (нормированных на нормальное поле). Сплошной линией изображены результаты расчетов по тестируемой программе, штриховой — по FDM-S-3D.

Сравнение результатов, полученных по тестируемой программе и FDM-S-3D, показывает, что значения полей отличаются не более чем на 5–6% по аномальному полю (кроме зоны непосредственно над краем аномалии).

Авторы выражают признательность проф. В.С. Рябенкому за обсуждение работы, способствовавшее ее улучшению, и доктору С.К. Парку (США), любезно предоставившему материалы по своей программе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Жданов М.С., Спичак В.В. Современные методы моделирования квазистационарных электромагнитных полей в трехмерно-неоднородных средах: Препр. ИЗМИРАН № 45 (519). М., 1984. 32 с.
2. Price A.T. The induction of electric currents in non-uniform thin sheets and shells // Quart. J. Mech. and Appl. Math. 1949. Vol. 2. P. 282–310.
3. Шейнманн С.М. Об установлении электромагнитных полей в Земле // Прикладная геофизика. М.: Гостоптехиздат, 1947. Вып. 3. С. 3–40.
4. Дмитриев В.И. Магнитотеллурическое поле в тонких неоднородных слоях // Вычислительные методы и программирование. М.: Изд-во МГУ, 1969. Вып. 13. С. 231–236.
5. Бердичевский М.Н., Жданов М.С. Интерпретация аномалий переменного электромагнитного поля Земли. М.: Недра, 1981. 327 с.
6. Shmucker U. Interpretation of induction anomalies above nonuniform surface layers // Geophysics. 1971. Vol. 36. P. 156–165.
7. Егоров И.В. Алгоритм метода конечных элементов для решения уравнения Прайса при низких частотах // Геомагнитные исследования. М.: Радио и связь, 1982. Вып. 29. С. 25–34.
8. Ваньян Л.Л., Дебабов А.С., Юдин М.Н. Интерпретация данных магнитотеллурических зондирований неоднородных сред. М.: Недра, 1984. 197 с.
9. Зингер Б.Ш., Файнберг Э.Б. Электромагнитная индукция в неоднородных тонких слоях. М.: ИЗМИРАН, 1985. 234 с.
10. McKirdy D.McA., Weaver J.T., Dawson T.J. Induction in a thin sheet of variable conductance at the surface of a stratified earth. II. Three-dimensional theory // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1985. Vol. 80. P. 177–194.
11. Жданов М.С., Тихомирова О.Ю. Моделирование поверхностных аномалий с помощью горизонтально-неоднородных слоев конечной толщины // Геомагнетизм и аэрономия. 1982. Т. 12, № 6. С. 996–1002.
12. Robertson R.C. The electromagnetic response of thin sheets buried in uniformly conducting half-space // Geophysics. 1987. Vol. 50. P. 108–117.
13. Park S.K. Three-dimensional magnetotelluric modelling and inversion: Ph. D. Thes. Boston, 1983. 200 p.
14. Park S.K. Distortion of magnetotelluric sounding curves by three-dimensional structures // Geophysics. 1985. Vol. 50. P. 785–797.
15. Рябенкий В.С. Метод разностей потенциалов для некоторых задач механики сплошных сред. М.: Наука, 1987. 320 с.

16. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978. 592 с.

17. Жданов М.С., Спичак В.В., Заславский Л.Ю. Численное моделирование квазистационарных электромагнитных полей в трехмерных осесимметричных средах методом баланса: Препр. ИЗМИРАН № 68 (682). М., 1986. 20 с.

УДК 550.837.21

Б.Ш. ЗИНГЕР, О.В. ПАНКРАТОВ

### АСИМПТОТИЧЕСКИЕ КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ В ЗАДАЧАХ ПЛЕНОЧНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Важным вопросом при решении задач численного моделирования электромагнитных полей с помощью конечно-разностного метода или метода конечных элементов является выбор краевых условий, которым должно удовлетворять искомое решение на границе расчетной сетки. Правильный выбор краевых условий часто оказывается не менее существен для достижения заданной точности вычислений, чем выбор конечномерного представления системы дифференциальных уравнений Максвелла. Простейшим вариантом краевых условий является требование исчезновения аномального поля на границе сетки [1, 2]. К сожалению, это условие заставляет использовать расчетные сетки с большим количеством узлов. Более того, применение подобного условия наталкивается на трудности при расчете электромагнитных полей, например в двумерных средах, имеющих различные правый и левый нормальные разрезы. Эти трудности снимаются при применении граничных условий, предложенных в работе [3] и обобщенных в [4]. По-видимому, наиболее общей формой граничных условий являются интегральные соотношения между искомыми полями и их нормальными производными на границах области, содержащей неоднородности [5]. Еще один способ учета нулевых граничных условий, которым должно удовлетворять аномальное электромагнитное поле при неограниченном удалении от неоднородности, использовался в [6, 7]. Этот способ основан на итеративном "сшивании" внутреннего и внешнего решений.

Ниже речь пойдет о применении граничных условий при расчете электромагнитных полей в классе пленочных моделей. Как известно, в этот класс включаются модели, содержащие неоднородные тонкие проводящие слои, погруженные в латерально-однородный разрез. Как показано в монографии [8], уравнения электромагнитной индукции в подобных моделях могут быть приведены к виду системы интегральных уравнений для поверхностных токов, текущих в неоднородных тонких слоях. По существу, при построении такой системы уравнений уже полностью используются свойства латерально-однородного разреза, в который погружены неоднородные слои. Таким образом, не существует проблемы сшивания получаемых в результате расчета в неоднородных слоях полей с полями в окружающем разрезе. Переход к интегральным уравнениям электромагнитной индукции в неоднородных тонких слоях от дифференциальных уравнений Максвелла в пространстве является платой за возможность не распростра-

нять расчетную сетку на вмещающий латерально-однородный разрез. При решении уравнений с помощью метода интегральных уравнений [9] снимается также вопрос о сшивании полей, рассчитанных на данной сетке с полями вне ее. К сожалению, метод интегральных уравнений приводит к системам линейных уравнений с полностью заполненной матрицей. Современные методы решения таких систем существенно ограничивают их размерность, что, в свою очередь, ограничивает размеры расчетных сеток.

В [10] был предложен итерационно-диссипативный метод расчета электромагнитных полей в латерально-неоднородных средах (ИДМ). Первоначально метод использовался для расчета полей в сферических и плоских моделях с неоднородным поверхностным слоем, изолированным от подстилающего разреза. В [8] показано, что ИДМ может быть использован и для расчетов в значительно более сложных моделях. К ним относятся модели, допускающие взаимное перетекание токов между поверхностным  $S$ -слоем и подстилающим разрезом, модели с двойным  $ST$ -слоем, модели с набором из нескольких  $S$ - и  $T$ -слоев и вообще модели с произвольным трехмерным распределением электропроводности  $\sigma(x, y, z)$ .

Для любой из указанных моделей на каждом шаге итерационного процесса ИДМ необходимо выполнять интегрирование по горизонтальным плоскостям, содержащим геоэлектрические неоднородности. При практической реализации ИДМ интегрирование может быть выполнено только в пределах ограниченного вычислительного планшета. Отбрасывание остальной части плоскости ведет к определенным ошибкам, что заставляет ограничивать количество узлов, непосредственно приходящихся на аномалию.

Ниже для учета не входящей в расчетный планшет части плоскости интегрирования предлагается простой подход, основанный на представлении электромагнитного поля в этой области в виде поля совокупности электрических диполей. Применение этого подхода позволяет увеличить точность расчетов благодаря повышению качества интегрирования, а также увеличить полезную часть расчетного планшета. Все приводимые рассуждения в равной степени справедливы для любой модели Земли. Для упрощения изложения мы рассмотрим только модель, состоящую из неоднородного поверхностного  $S$ -слоя, находящегося в гальваническом контакте с подстилающим разрезом. Будет использоваться система координат, плоскость  $XOY$  которой совпадает с земной поверхностью, а ось  $OZ$  направлена в глубь Земли. В области  $z < 0$  среда полагается непроводящей. Через  $S(x, y) \equiv S(\mathbf{r})$  будет обозначаться интегральная проводимость поверхностного слоя, через  $\sigma(z)$  — электропроводность подстилающего разреза ( $z > 0$ ). Здесь и ниже  $\mathbf{r}$  — горизонтальный радиус-вектор. Будет предполагаться также, что источники поля расположены в непроводящей атмосфере. Для моделирования полей искусственных источников необходимо рассматривать также источники стороннего тока, расположенные в поверхностном слое. Включение подобных источников в рассматриваемую модель не приводит к каким-либо осложнениям. По этой причине и в целях упрощения выражений сторонние токи в поверхностном слое предполагаются отсутствующими. Относительно распределения проводимости поверхностного слоя будет предполагаться, что  $S(\mathbf{r})$  стано-



вдётся постоянной вне некоторой ограниченной области А:

$$S(\mathbf{r}) = S_n = \text{const}, \quad \mathbf{r} \notin A. \quad (1)$$

Величину  $S_n$  интегральной проводимости вне аномальной области А мы будем называть нормальной интегральной проводимостью, а модель  $\{S_n, \sigma(z)\}$ , состоящую из однородного поверхностного слоя с проводимостью  $S_n$  и латерально-однородного подстилающего разреза  $\sigma(z)$ , — нормальной моделью.

Следуя [9], нетрудно показать, что плотность аномального поверхностного тока  $\mathbf{j}^a$ , индуцируемого в рассматриваемой модели сторонними источниками поля, удовлетворяет интегральному уравнению

$$\mathbf{j}^a(\mathbf{r}) = - \int_A \hat{\mathbf{G}}(S_n, \mathbf{r} - \mathbf{r}') \frac{R_a(\mathbf{r}')}{R_0} \{ \mathbf{j}^n(\mathbf{r}') + \mathbf{j}^a(\mathbf{r}') \} ds'. \quad (2)$$

Здесь  $R_n = 1/S_n$ ;  $\mathbf{j}^n$  — нормальная плотность поверхностного тока, т.е. распределение токов, которое индуцировалось бы в нормальной модели заданными сторонними источниками;

$$R_a(\mathbf{r}) = S^{-1}(\mathbf{r}) - R_n \quad (3)$$

— аномальная обратная проводимость поверхностного слоя. Эта функция обращается в ноль при  $\mathbf{r} \notin A$ , вследствие чего интегрирование в (2) выполняется лишь в пределах аномальной области. Ядром генерального уравнения является функция Грина нормальной модели, имеющая простой физический смысл: если в точке  $\mathbf{r}'$  земной поверхности расположен горизонтальный электрический диполь с моментом  $\mathbf{p}$ , то в точке  $\mathbf{r}$  течет поверхностный ток, равный  $\hat{\mathbf{G}}(S_n, \mathbf{r} - \mathbf{r}')\mathbf{p}$ . Функция Грина для латерально-однородного разреза  $\{S_0 = \text{const}, \sigma(z)\}$  может быть представлена в виде

$$\hat{\mathbf{G}}(S_0, \mathbf{r}) = (\mathbf{n} \times \nabla_{\mathbf{r}}) \circ (\mathbf{n} \times \nabla_{\mathbf{r}}) Q^i(S_0, \mathbf{r}) + \nabla_{\mathbf{r}} \circ \nabla_{\mathbf{r}} Q^g(S_0, \mathbf{r}), \quad (4)$$

где  $\mathbf{n}$  — вектор единичной нормали к земной поверхности, направленный в сторону непроводящей атмосферы;  $\nabla_{\mathbf{r}}$  — оператор пространственного дифференцирования по горизонтальным координатам; знак  $\circ$  означает операцию тензорного умножения:  $(\mathbf{a} \circ \mathbf{b})_{ij} = a_i b_j$ ;  $i, j = 1, 2$ . Функции

$$Q^i(S_0, \mathbf{r}) = \int_0^{\infty} \frac{1 + k\lambda_k}{1 + k\lambda_k + S_0 Z_k^i} J_1(kr) \frac{dk}{2\pi}, \quad Z_k^i = -i\omega\mu_0\lambda_k(\omega), \quad (5)$$

$$Q^g(S_0, \mathbf{r}) = \int_0^{\infty} \frac{J_1(kr)}{1 + S_0 Z_k^g} \frac{dk}{2\pi} \quad (6)$$

определяются проводимостью однородного поверхностного слоя и спектральными импедансами подстилающего разреза  $Z_k^i(\omega)$ ,  $Z_k^g(\omega)$  для индукционной и гальванической мод соответственно;  $J_1(z)$  — функция Бесселя первого порядка.

Интегральное уравнение (2) приводит к системе линейных уравнений относительно значений поверхностного тока в пределах аномальной области А. Как указывалось, все элементы матрицы этой системы отличны от нуля, вследствие чего система может быть решена лишь для ограниченного числа узлов, что ограничивает детальность моделирования и его частотный диапазон.

Итерационно-диссипативный метод расчета электромагнитных полей в неоднородных средах исходит из интегрального уравнения для аномальных токов

$$\mathbf{j}^a(\mathbf{r}) = \mathbf{j}_0^a(\mathbf{r}) - \int_{\mathbf{R}^2} \hat{\mathbf{G}}(S_0, \mathbf{r} - \mathbf{r}') \frac{R^*(\mathbf{r}')}{R_0} \mathbf{j}^a(\mathbf{r}') ds'. \quad (7)$$

Здесь  $\hat{\mathbf{G}}(S_0, \mathbf{r})$  — функция Грина опорного разреза  $\{S_0, \sigma(z)\}$ . Под опорным разрезом мы будем понимать латерально-однородный разрез, состоящий из однородного поверхностного слоя с интегральной проводимостью  $S_0 = R_0^{-1} = \text{const}$  и заданного подстилающего разреза  $\sigma(z)$ . Конкретный вид функции Грина опорного разреза определяется соотношениями (3)–(6), в которых в качестве проводимости поверхностного слоя должна фигурировать величина  $S_0$ . Функция

$$R^*(\mathbf{r}) = S^{-1}(\mathbf{r}) - R_0. \quad (8)$$

Ниже мы остановимся на вопросе о выборе величины  $R_0$ . Неоднородный член уравнения (7) имеет вид

$$\mathbf{j}_0^a(\mathbf{r}) = - \int_A \hat{\mathbf{G}}(S_0, \mathbf{r} - \mathbf{r}') \frac{R_a(\mathbf{r}')}{R_0} \mathbf{j}^n(\mathbf{r}') ds'. \quad (9)$$

В [8] показано, что интегральный оператор, стоящий в правой части (7), имеет ограниченную норму в пространстве  $L_2$ . Это означает, что для произвольной векторной функции  $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ :

$$\left\| \int_{\mathbf{R}^2} \hat{\mathbf{G}}(S_0, \mathbf{r} - \mathbf{r}') \frac{R^*(\mathbf{r}')}{R_0} \mathbf{u}(\mathbf{r}') ds' \right\| \leq \sup_{\mathbf{r} \in \mathbf{R}^2} \left| \frac{R^*(\mathbf{r})}{R_0} \right| \circ \|\mathbf{u}\|. \quad (10)$$

Нетрудно убедиться, что вследствие положительной определенности интегральной проводимости  $S(\mathbf{r}) > 0$  величина  $R_0$  всегда может быть выбрана такой, что

$$\sup_{\mathbf{r} \in \mathbf{R}^2} \left| \frac{R^*(\mathbf{r})}{R_0} \right| < 1. \quad (11)$$

При этом интегральный оператор в (7) является сжимающим и решение уравнения может быть найдено с помощью метода простой итерации. При практической реализации ядро  $\hat{\mathbf{G}}(S_0, \mathbf{r})$  рассчитывается и затем используется при построении итерационной последовательности  $\{\mathbf{j}_k^a\}_{k=1}^{\infty}$ :

$$\mathbf{j}_k^a(\mathbf{r}) = \mathbf{j}_0^a(\mathbf{r}) - \int_{S^*} \hat{\mathbf{G}}(S_0, \mathbf{r} - \mathbf{r}') \frac{R^*(\mathbf{r}')}{R_0} \mathbf{j}_{k-1}^a(\mathbf{r}') ds' - \int_{S_{\infty}} \hat{\mathbf{G}}(S_0, \mathbf{r} - \mathbf{r}') \frac{R^*(\mathbf{r}')}{R_0} \mathbf{j}_{k-1}^a(\mathbf{r}') ds', \quad k = 1, 2, \dots \quad (12)$$

Здесь  $S^*$  — пространственная область, охватываемая расчетной сеткой;  $S_{\infty} = \mathbf{R}^2 \setminus S^*$  — дополнение этой области до полной плоскости. В (7) в отличие от (2) интегрирование должно выполняться по всей плоскости, поскольку выбор опорного уровня  $R_0$  определяется условием (11), которому нормальное значение  $R_n$  может не удовлетворять. В существующих

реализациях ИДМ расчетная сетка выбирается таким образом, чтобы она содержала аномальную область  $A$  и ту часть земной поверхности, в пределах которой аномальный ток  $j^a(r)$  существенно отличен от нуля. Второй интегральный член в (12) при этом отбрасывается.

Для того чтобы снять требование о малости вклада второго интегрального члена в правую часть (12), не прибегая при этом к численному определению аномальных токов в области  $S_\infty$ , необходимо сделать некоторые разумные предположения о поведении  $j^a(r)$  при  $r \in S_\infty$ . Это может быть сделано с помощью уравнения (2). Действительно, из него следует, что вне аномальной области индуцированное поле может рассматриваться как поле некоторой совокупности эффективных горизонтальных электрических диполей, расположенных в  $A$ . Разделим поэтому аномальную область на  $M$  частей  $\{S_m\}_{m=1}^M$ , размер каждой из которых мал по сравнению с расстоянием до границы расчетной сетки:

$$A = \bigcup_{m=1}^M S_m, \quad \sup_{r-r' \in S_m} |r-r'| \ll \inf_{r \in S_m, r' \in S_\infty} |r-r'|. \quad (13)$$

В этом случае, при вычислении токов, индуцированных в  $S_\infty$ , можно пренебречь изменением функции Грина в пределах каждой из ячеек. В результате из (2) найдем, что при  $r \in S_\infty$ :

$$j^a(r) = \sum_{m=1}^M \hat{G}(S_m, r - r_m) p_m, \quad (14)$$

где

$$r_m \in S_m, \quad p_m = - \int_{S_m} \frac{R_a(r)}{R_0} \{ j^n(r) + j^a(r) \} ds \quad (15)$$

— радиус-вектор и момент  $m$ -го эффективного диполя. С учетом представления (14) алгоритм построения итерационной последовательности может быть преобразован к виду

$$j_k^a(r) = j_0^a(r) - \int_{S_0} \hat{G}(S_0, r - r') \frac{R^*(r')}{R_0} j_{k-1}^a(r') ds' + \sum_{m=1}^M \hat{Q}_m(r) p_m^{k-2}, \quad (16)$$

где  $k = 2, 3, \dots$ ;

$$\hat{Q}_m(r) = - \int_{S_\infty} \hat{G}(S_0, r - r') \frac{R^*(r')}{R_0} \hat{G}(S_m, r' - r_m) ds'; \quad (17)$$

$$p_m^k = - \int_{S_m} \frac{R_a(r)}{R_0} \{ j^n(r) + j_k^a(r) \} ds. \quad (18)$$

При вычислении ядер  $\hat{Q}_m(r)$  интегрирование выполняется по области  $S_\infty$ , т.е. вне расчетной сетки. Это ядро также вычисляется однократно вместе с основным ядром  $\hat{G}(S_0, r)$ . На каждом шаге итерационного процесса, кроме вычисления свертки, определяемой вторым членом в правой части (16), необходимо вычислить еще и дополнительный член, отсутствующий в обычной схеме ИДМ. Кроме того, необходимо вычислить очередное значение моментов диполей  $\{p_m^k\}_{m=1}^M$ . Нетрудно оценить дополнительное время, необходимое для выполнения указанной процедуры. При любой из

схем ИДМ необходимое для моделирования время определяется при заданной величине контраста  $K = \max S / \min S$  временем выполнения отдельной итерации. При применении быстрых алгоритмов вычисления свертки время выполнения одной итерации оценивается как  $N \log N$ , где  $N$  — полное число узлов расчетного планшета. Внесение поправочного члена, учитывающего влияние аномальных токов, индуцированных в  $S_\infty$ , потребует  $MN$  дополнительных операций. Таким образом, учет дополнительного члена в (16) не приведет к значительным потерям времени, если число ячеек, на которые разбивается аномальная область, определяется неравенством

$$M \ll \log N. \quad (19)$$

Это условие может быть легко выполнено, поскольку обычно число узлов  $N \sim 10^4$ . Нетрудно получить также качественную оценку погрешностей, допускаемых при использовании как обычной схемы ИДМ, так и для схемы, учитывающей предложенные модификации. Поскольку электрическое поле горизонтального электрического диполя убывает с расстоянием примерно по закону  $r^{-\nu}$ , где показатель  $\nu$  лежит обычно в диапазоне  $2 \leq \nu \leq 3$  [11, 12], то погрешность, допускаемая при пренебрежении аномальными токами, может быть оценена как  $(L_A/L^*)^\nu$ , где  $L_A$  — размер аномальной области;  $L^*$  — размер планшета. В то же время замена токового распределения в пределах элемента  $S_m$  аномальной зоны на эквивалентный электрический диполь означает пренебрежение полями квадрупольного характера, что приводит к погрешностям порядка

$$\left( \frac{L_A}{\sqrt{M} L^*} \right)^{\nu+1} = M^{\frac{-\nu+1}{2}} L_A \left( \frac{L_A}{L^*} \right)^\nu. \quad (20)$$

Полученная качественная оценка позволяет ожидать снижения погрешностей, связанных с конечностью размера расчетного планшета, на порядок и более.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Pascoe L.J., Jones F.W. Boundary condition and calculation of surface values for the general two-dimensional electromagnetic induction problem // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1972. Vol. 27. P. 179–193.
2. Дмитриев В.И., Барашков И.С. О вычислении Н-поляризованного магнитотеллурического поля в двумерной неоднородной среде // Численные методы в геофизических исследованиях. М.: Изд-во МГУ, 1979. С. 38–46.
3. Weaver J.T., Brewitt-Taylor C.R. Improved boundary conditions for the numerical solution of E-polarization problems in geomagnetic induction // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1978. Vol. 54. P. 309–317.
4. Zhdanov M.S., Golubev N.G., Spichak V.V. et al. The construction of effective methods for electromagnetic modelling // Ibid. 1982. Vol. 68. P. 589–607.
5. Weidelt P. Electromagnetic induction in three-dimensional structure // J. Geophys. 1975. Vol. 41. P. 85–109.
6. Юдин М.Н. Альтернирующий метод решения прямых задач геоэлектрики // Математические методы в геоэлектрике. М.: Недра, 1986. С. 47–52.
7. Егоров И.В. Алгоритм метода конечных элементов для решения уравнения Прайса на низких частотах // Геомагнитные исследования. М.: Радио и связь, 1982. Т. 29. С. 25–34.
8. Зингер Б.Ш., Файнберг Э.Б. Электромагнитная индукция в неоднородных тонких слоях. М.: ИЗМИРАН, 1985. 234 с.



9. Vasseur G., Weidelt P. Bimodal electromagnetic induction in non-uniform thin sheets with an application to the Northern Purenean induction anomaly // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1977. Vol. 51. P. 669–690.

10. Зингер Б.Ш., Файнберг Э.Б. Электромагнитная индукция в неоднородной тонкой пленке: Препр. ИЗМИРАН № 13 (242). М., 1979. 26 с.

11. Велихов Е.П., Дрейзин Ю.А., Шамраев И.М. Об электромагнитном зондировании осадочного чехла искусственными источниками // Докл. АН СССР. 1983. Т. 268, № 5. С. 281–287.

12. Зингер Б.Ш., Файнберг Э.Б. О различной чувствительности методов МТЗ и пространственных производных к влиянию приповерхностных неоднородностей // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. № 6. С. 107–112.

УДК 550.8.013

Б.С. СВЕТОВ

### ЭФФЕКТЫ ЭКРАНИРОВАНИЯ В ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Геофизику-электроразведчику, изучающему медленно изменяющиеся электромагнитные поля, приходится для математического и физического объяснения наблюдаемых явлений прибегать к разного рода абстракциям, имеющим асимптотический характер. К числу таких абстракций относятся понятия: постоянное и квазистационарное поля, проводник ( $\sigma$ -,  $\mu$ -среда) и диэлектрик ( $\epsilon$ -,  $\mu$ -среда). Несмотря на обширную литературу, посвященную таким полям и средам, не всегда следствия из таких абстракций истолковываются правильно, особенно в тех случаях, когда приходится учитывать одновременное присутствие обоих типов сред. Этот вопрос приобрел в последнее время особо важное значение в связи с недавними работами в области вызванной поляризации, для феноменологического описания которой в некоторых случаях потребовались гигантские значения диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ . В связи с этим представляется небесполезным проанализировать следствия, вытекающие из применения таких абстракций. В этой статье ограничимся рассмотрением только постоянного электромагнитного поля.

Если рассматриваемая область пространства включает в себя в качестве подобластей  $\sigma$ -,  $\mu$ - и  $\epsilon$ -,  $\mu$ -среду (рис. 1), то постоянное электромагнитное поле может быть найдено в результате последовательного решения трех самостоятельных краевых задач.

**I. Определение стационарного электрического поля  $E$  в проводнике ( $\sigma$ -,  $\mu$ -среде).** В каждой из изолированных друг от друга  $\sigma$ -,  $\mu$ -подобластей может быть сформулирована отдельная краевая задача для определения электрического поля:

$$\operatorname{rot} E = 0, \quad \operatorname{div} \sigma E = -\operatorname{div} j^{\text{CT}}, \quad (1)$$

$$j_n = \sigma E_n = 0 \text{ на } S, \quad (2)$$

где  $j_n$  и  $j^{\text{CT}}$  — плотности токов проводимости и стороннего;  $S$  — поверхность, отделяющая проводник от диэлектрика;  $n$  — нормаль к этой поверхности. Такая задача всегда может быть скаляризована соотношением

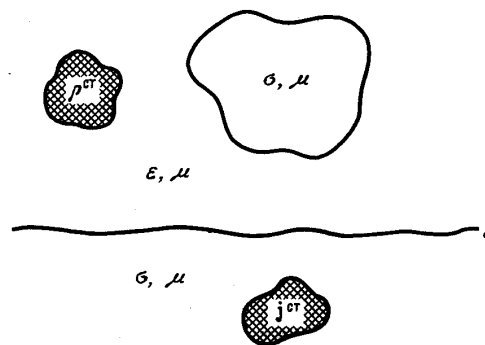


Рис. 1. Общая модель среды

$E = -\operatorname{grad} \varphi$  и переформулирована через скалярный потенциал  $\varphi$ :

$$\operatorname{div} \sigma \operatorname{grad} \varphi = \operatorname{div} j^{\text{CT}}, \quad (1')$$

$$\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \text{ на } S. \quad (2')$$

Если проводник ограничен, то краевая задача Неймана (1'), (2') имеет решение, определенное с точностью до  $\varphi_0 = \text{const}$ ; если  $S$  простирается в бесконечность, то  $\varphi_0 = 0$ . В обоих случаях задача (1), (2) относительно  $E$  имеет единственное решение. Из единственности решения этой краевой задачи следуют важные практические выводы: 1) электрическое поле в любой из изолированных друг от друга проводящих подобластей не зависит от строения диэлектрических областей пространства по  $\epsilon$  и других проводящих областей по  $\sigma$ , а также от того, каково электрическое поле во всех этих областях; 2) если в данной подобласти  $\operatorname{div} j^{\text{CT}} = 0$ , то в ней  $E \equiv 0$  независимо от существования электрического поля во всем остальном пространстве. В этих свойствах проявляются экранирующие свойства диэлектрика в постоянном электрическом поле.

**II. Определение электростатического поля  $E$  в диэлектрике ( $\epsilon$ -,  $\mu$ -среде).** Векторные уравнения для электрического поля  $E$ :

$$\operatorname{rot} E = 0, \quad \operatorname{div} \epsilon E = \rho^{\text{CT}} \quad (3)$$

скаляризуются также, как и в задаче I:  $\bar{E} = -\operatorname{grad} \varphi$ , и приводятся к скалярному уравнению

$$\operatorname{div} \epsilon \operatorname{grad} \varphi = -\rho^{\text{CT}}. \quad (3')$$

Если в прилегающих к диэлектрику проводящих областях  $\bar{E} \equiv 0$ , то на его поверхности  $S$  имеет место краевое условие

$$\varphi = \varphi_0 = \text{const}. \quad (4)$$

Если  $S$  простирается в бесконечность, то  $\varphi_0 = 0$  и краевая задача Дирихле (3), (4) имеет единственное решение. Если  $\epsilon$ -,  $\mu$ -подобласти ограни-

ченны, то задача определения электростатического поля также остается единственной с учетом того, что в дополнение к (4) должно выполняться интегральное краевое условие [1]

$$\int_S \epsilon \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds = -4\pi \int_V \rho^{ct} dV. \quad (4')$$

При наличии возбудителей в прилегающих к  $\epsilon$ -,  $\mu$ -подобласти проводниках на основе решения задачи I на поверхности  $S$  может быть записано другое краевое условие:

$$\varphi = \varphi_S + \varphi_0 \text{ на } S, \quad (5)$$

где  $\varphi_0$  — неопределенная константа, а функция распределения потенциала  $\varphi_S$  на поверхности раздела проводника и изолятора находится из решения задачи I. При  $S$ , уходящем в бесконечность,  $\varphi_0 = 0$  и решение задачи II единственно. В случае ограниченной  $\epsilon$ -,  $\mu$ -подобласти константа  $\varphi_0$  может быть найдена путем минимизации по  $\varphi_0$  энергии поля в диэлектрической подобласти. Из условий единственности задачи (4), (4'), (5) следует: 1) электростатическое поле в диэлектрике зависит от его строения по  $\epsilon$  и (через распределение  $\varphi_S$ ) от распределения  $\sigma$  в тех из прилегающих к нему проводящих областей, в которых токи проводимости  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \neq 0$  ( $\text{div } \mathbf{j}^{ct} \neq 0$ ). Таким образом, электростатическое поле в диэлектрике может нести информацию о строении прилегающих к нему проводников по  $\sigma$ , но только в тех случаях, когда оно само порождается токами, текущими в этих проводниках; 2) электростатическое поле в любой из подобластей, окруженных проводящей средой, не зависит от строения других диэлектрических подобластей и от электрического поля в них. Если окружающий проводник обесточен, а заряды внутри подобласти отсутствуют, то в этой подобласти  $\mathbf{E} \equiv 0$ . В этом заключается эффект экранирования проводником диэлектрической подобласти в постоянном поле.

Отметим дополнительно важное обстоятельство.

Из полноты уравнений и краевых условий задач I и II одна из них не может быть дополнена еще какими-либо независимыми уравнениями или условиями, поскольку это приведет к их несовместимости. Отсюда, в частности, следует, что в постоянном электромагнитном поле среда не может одновременно характеризоваться проводимостью и диэлектрической проницаемостью.

**III. Определение постоянного магнитного поля во всем пространстве.** После того как токи проводимости  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$  в проводящих подобластях найдены, уравнения постоянного магнитного поля

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \mathbf{j}^{ct}, \quad \text{div } \mu \mathbf{H} = 0 \quad (6)$$

при определенных требованиях на убывание поля в бесконечности единственным образом определяют магнитное поле  $\mathbf{H}$  во всем пространстве. Магнитное поле — не потенциально, но оно представимо в виде суперпозиции, "первичного" соленоидального  $\mathbf{H}^0$ - и "вторичного" потенциального  $\mathbf{H}'$ -поля. Первое из них удовлетворяет уравнениям

$$\text{rot } \mathbf{H}^0 = \mathbf{j} + \mathbf{j}^{ct} = \mathbf{j}^{\Sigma}, \quad \text{div } \mu_0 \mathbf{H} = 0 \quad (7)$$

и выражается интегралом

$$\mathbf{H}^0(P) = \frac{1}{4\pi} \text{rot}_{P'} \int_V \mathbf{j}^{\Sigma}(Q) \frac{1}{R_{P'Q}} dV_Q, \quad (8)$$

где  $\mu_0$  — произвольная константа;  $R_{P'Q}$  — расстояние между точкой наблюдения  $P$  и точками расположения возбуждающих токов  $Q$ . Вторичное поле  $\mathbf{H}'$ , удовлетворяющее уравнениям

$$\text{rot } \mathbf{H}' = 0, \quad \text{div } \mu \mathbf{H}' = -\text{div } \mu \mathbf{H}^0, \quad (9)$$

скаляризуется  $\mathbf{H}' = -\text{grad } \varphi^*$  и его определение сводится к решению скалярного уравнения относительно потенциала  $\varphi^*$ :

$$\text{div } \mu \text{ grad } \varphi^* = \text{div } \mu \mathbf{H}^0 \quad (10)$$

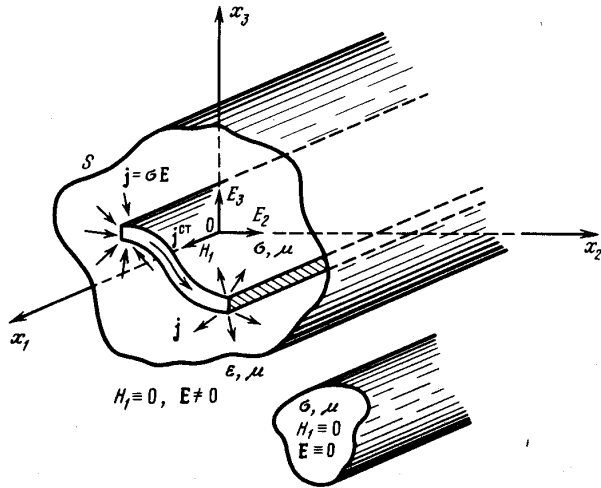
При некоторых условиях, накладываемых на сторонние токи (их локализация в ограниченной области) или свойства среды ( $\mu = \text{const}$  вне некоторой области), от  $\varphi^*$  можно потребовать такого убывания в бесконечности, которое обеспечивает существование и единственность задачи III.

Таким образом, в общем случае постоянное магнитное поле зависит от распределения  $\mu$  во всем пространстве и распределения  $\sigma$  в тех из проводящих областей, в которых текут токи проводимости ( $\text{div } \mathbf{j}^{ct} \neq 0$ ). Так же как и электростатическое поле в диэлектриках, оно несет информацию о строении проводящих подобластей пространства только в тех случаях, когда оно само порождается токами, текущими именно в этих подобластях. Естественно, что оно не зависит от строения диэлектрических подобластей по  $\epsilon$ , но может содержать информацию о наличии таких подобластей, их форме, размерах и т.п., если эти подобласти влияют на распределение токов в прилегающих к ним проводниках. Поскольку из физических особенностей рассматриваемых сред (если абстрагироваться от существования идеальных ферромагнетиков) не вытекает существование каких-либо краевых условий для магнитного поля, никакое экранирование постоянного магнитного поля диэлектриками или проводниками в общем случае не имеет места. Однако в некоторых конкретных случаях симметрия токов, порождающих магнитное поле, может приводить к ситуациям, внешне напоминающим эффекты экранирования. Рассмотрим такие ситуации.

**Плоское H-поляризованное поле.** Будем полагать, что константы среды, возбудители поля и само поле не зависят от координаты  $x_1$ , декартовой ортогональной системы координат  $Ox_1x_2x_3$  и поле определяется компонентами  $H_1, E_2, E_3$  (рис. 2). Электрическое поле в проводящих и диэлектрических областях может быть найдено, так же как и в общем случае (задачи I и II), на основе несколько упрощенных в двумерном случае уравнений (1) и (3). Уравнения магнитного поля (6) преобразуются более сильно. Второе из этих уравнений в силу сделанных предположений будет выполняться тождественно и может не приниматься во внимание, соответственно исчезает потенциальная часть магнитного поля и его зависимость от магнитной проницаемости. Первое уравнение приобретает вид

$$\text{rot}_S H_1 \mathbf{e}_1 = \sigma \mathbf{E}_S + \mathbf{j}_S^{ct} = \mathbf{j}_S^{\Sigma}, \quad (11)$$

где  $\bar{\mathbf{e}}_1$  — орт в направлении  $Ox_1$ , а индексом  $S$  отмечены проекции компонент поля и оператора на плоскость  $Ox_1x_2$ . С помощью векторных преоб-



Р и с. 2. Модель двумерной среды в  $H$ -поляризованном поле

разований оно может быть записано в форме

$$\text{grad}_S H_1 \times e_1 = j_S^{\Sigma} \quad (11')$$

или

$$\text{grad}_S H_1 = e_1 \times j_S^{\Sigma} \quad (11'')$$

При найденном электрическом поле (известном  $j_S^{\Sigma}$ ) магнитное поле  $H_1$  может быть найдено простым интегрированием вдоль линий, идущих из бесконечности (где в случае локализованных возбудителей  $H_1 = 0$ ) в заданную точку. В любой токнесодержащей области пространства  $H_1 = \text{const}$ . Если линия интегрирования в эту область может быть проведена из бесконечности, минуя все токосодержащие области, то в ней  $H_1 = 0$ . В частности,  $H_1 = 0$  в диэлектрических или не содержащих возбудителей проводящих областях, простирающихся в бесконечность. Таким образом, в любой проводящей области токи проводимости распределяются так, что непременно компенсируют внешнее магнитное поле, возбужденное сторонними токами, в совокупности эти токи  $j_S^{\Sigma}$  создают токовые структуры, подобные прямолинейным соленоидам, не имеющим внешнего магнитного поля. Это явление в своем внешнем проявлении можно трактовать как эффект экранирования магнитного поля слоем диэлектрика, окружающим токосодержащую область. В плоских постоянных  $H$ -поляризованных полях такой диэлектрик ведет себя как идеальный ферромагнетик. Если слой диэлектрика с внешней стороны дополнить проводящим слоем, то вне такой двухслойной оболочки все постоянное электромагнитное поле внутренних по отношению к ней возбудителей будет заэкранировано.

Отметим, что в ограниченных диэлектрических подобластях, целиком помещенных в токосодержащую проводящую область, магнитное поле

в общем случае равно константе, отличной от нуля. Такая же ситуация может иметь место и в неограниченных диэлектрических подобластях, если распределение сторонних токов в плоскости  $Ox_1x_2$  не имеет локального характера.

**Поле электрического типа.** Пусть в некоторой ортогональной системе координат  $Ox_1x_2x_3$  равна нулю компонента магнитного поля в направлении координатной линии  $x_1$ :  $H_1 = 0$ . Как следует из рассмотрения полей электрического типа в общем случае [2], в постоянных полях остаются неизменными условия их существования, налагающие определенные ограничения на зависимость свойств среды от координат и структуру сторонних токов, и несколько модифицируются связи напряженностей поля с однокомпонентным векторным потенциалом  $A^e = A^e h_1 e_1$ :

$$\mu H = \text{rot } A^e h_1 e_1 = \frac{1}{h_1} \text{grad } A^e \times e_1, \quad (12)$$

$$E = \text{grad} \left[ \frac{1}{\sigma h_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{1}{\mu h_1} A^e \right) + \xi^e \right] \quad (13)$$

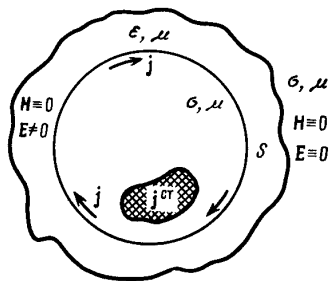
и уравнение относительно  $A^e$ :

$$\frac{\partial}{\partial_1} \left[ \frac{1}{\sigma h_1} \frac{\partial}{\partial_1} \left( \frac{1}{\mu h_1} A^e \right) \right] + \frac{h_1}{\sigma h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial_2} \left( \frac{h_3}{\mu h_1 h_2} \frac{\partial A^e}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial_3} \left( \frac{h}{\mu h_1 h_3} \frac{\partial A^e}{\partial x_3} \right) \right] = -Q^e. \quad (14)$$

Здесь  $E^{\text{ст}} \doteq Q^e e_1 - \text{grad } \xi^e$  — возможная для поля электрического типа структура стороннего электрического поля. На поверхности проводника  $x_1 = \text{const}$ , отделяющей его от диэлектрика, выполняется краевое условие [2]

$$A^e = 0, \quad (15)$$

вытекающее из равенства нулю на этой поверхности нормальной компоненты электрического поля  $E_1$  (внутри проводящей области) и приводящее в соответствии с (12) к такому же равенству для тангенциальных компонент магнитного поля:  $H_2 = H_3 = 0$ . Поскольку и нормальная компонента магнитного поля на этой поверхности в соответствии с определением поля электрического типа равна нулю  $H_1 = 0$ , то в силу условий сопряжения на поверхностях раздела сред все магнитное поле как на внутренней, так и на внешней стороне поверхности  $x_1 = \text{const}$  равно нулю. Вследствие этого во всем прилегающем к проводнику и не содержащем сторонних возбудителей диэлектрике магнитное поле оказывается равным нулю. Как и в  $H$ -поляризованном плоском поле в полях электрического типа структура токов проводимости такова, что они полностью компенсируют внешнее магнитное поле сторонних токов. Первопричиной такого явления в обоих случаях является равенство нулю нормальной компоненты плотности тока на границе проводника с диэлектриком. Однако к эффекту экранирования магнитного поля диэлектриком это приводит только при определенной структуре сторонних токов и токов проводимости внутри токосодержащей области. Заметим, что ограничения на свойства среды и форму поверхности раздела, вытекающие из условий существования полей электрического типа, действуют только в пределах



Р и с. 3. Экранирование  $H$ -поляризованного поля

этой области, вне ее среда может быть совершенно произвольной. В частности, если в окружающей токосодержащую область диэлектрик поместить вполне произвольную проводящую оболочку, то в ней и во всем остальном пространстве все электромагнитное поле будет равно нулю (рис. 3). Заметим, что отмеченные

эффекты экранирования, проявляющиеся в  $H$ -поляризованных полях и полях электрического типа, имеют место не только в постоянных полях, но и в квазистационарном приближении переменных полей. Остается выяснить два вопроса: 1) на основе какого критерия среду можно отнести к диэлектрической или проводящей? 2) при каких условиях в этих случаях можно считать справедливыми уравнения постоянного электромагнитного поля (1), (3), (6)? Поскольку все эти понятия, как уже отмечалось в начале статьи, носят асимптотический приближенный характер, то и ответы на эти вопросы могут быть даны лишь в приближенном смысле. Уравнения постоянного электромагнитного поля являются асимптотическими следствиями общих уравнений Максвелла и закона сохранения заряда, которые для гармонически изменяющихся полей ( $e^{-i\omega t}$ ) записываются в виде

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} - i\omega \epsilon \mathbf{E} + \mathbf{j}^{\text{ct}}, \quad (16)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = i\omega \mu \mathbf{H}, \quad (17)$$

$$\operatorname{div}(\sigma \mathbf{E} + \mathbf{j}^{\text{ct}}) = i\omega \rho^{\text{ct}}. \quad (18)$$

Для таких полей ответ на первый вопрос дается в зависимости от величины локального критерия, характеризующего соотношение токов проводимости и смещения. Те среды, для которых отношение

$$\operatorname{tg} \delta = \sigma / \epsilon \omega \gg 1 \quad (19)$$

выполняется с необходимой точностью (скажем,  $\operatorname{tg} \delta \geq 100$ ) на частотах  $\omega \leq \omega_{\text{np}}$ , считаются в этом диапазоне частот проводниками. Если к тому же для представляющих интерес расстояний и на частотах  $\omega \leq \omega_{\text{ст}}$  выполняется с необходимой точностью интегральный критерий

$$\lambda = 2\pi \sqrt{2} \sqrt{\omega \mu \sigma} \gg 1 \quad (20)$$

(скажем,  $\lambda/R \geq 100$ ), гарантирующий малость фазовых сдвигов и поглощения поля, то при выполнении обоих неравенств:  $\omega \leq \omega_{\text{np}}$  и  $\omega \leq \omega_{\text{ст}}$  — от уравнений (16)–(18) можно перейти к уравнениям стационарного электрического (1) и постоянного магнитного (6) полей. Условия (19) и (20) всегда могут быть реализованы на достаточно низких частотах.

Сложнее обстоит дело с переходом к электростатическому полю в диэлектриках. Для того чтобы среду считать диэлектрической, необходимо,

чтобы

$$\operatorname{tg} \delta = \sigma / \omega \epsilon \ll 1 \quad (21)$$

(скажем,  $\operatorname{tg} \delta \leq 0,01$ ). Это условие может выполняться лишь на частотах  $\omega$  выше некоторой  $\omega_g$ :  $\omega \geq \omega_g$ . С другой стороны, в соответствии с интегральным критерием

$$\lambda = 2\pi / \omega \sqrt{\mu \epsilon} \gg R \quad (22)$$

переход к электростатическому приближению с необходимой точностью (скажем,  $\lambda/R \geq 100$ ) допустим лишь на достаточно низких частотах  $\omega \leq \omega_{\text{ст}}$ . Таким образом, уравнения электростатического поля (3) оказываются справедливыми лишь в ограниченном слева и справа диапазоне частот:  $\omega_g \leq \omega \leq \omega_{\text{ст}}$ , который не допускает строгого перехода к постоянному полю, а с другой стороны, во многих представляющих интерес случаях может вообще оказаться равным нулю (при  $\omega_g > \omega_{\text{ст}}$ ). Даже если снять второе ограничение (22) (рассматривать малые области пространства), все равно обнаружится, что реальные макроскопически однородные и гомогенные среды могут считаться диэлектриками лишь на относительно высоких частотах. Для металлов условие (21) выполняется на столь высоких частотах, на которых уравнения электродинамики сплошных сред (16)–(18) оказываются уже неприменимыми [1]. В случае достаточно высокочастотных в геофизическом понимании сред ( $\sigma \sim 10^{-3} \div 10^{-4}$  См/м) оно имеет место на частотах в сотни мегагерц. Только для тех сред, которые практически считаются идеальными диэлектриками (кварц, слюда, атмосферный воздух), но у которых тем не менее удельная проводимость имеет отличное от нуля значение ( $10^{-12} \div 10^{-14}$  См/м), условие (22) выполняется на частотах, составляющих доли герца. Расширить области существования электростатического приближения для электромагнитного поля можно, лишь допустив в каком-то диапазоне частот дисперсию электрических свойств. Такая дисперсия представляется физически обоснованной особенно для гетерогенных двухфазных сред, которыми являются горные породы. Многочисленные эксперименты, проведенные за последнее время, подтвердили ее существование [3]. Критерии электростатического приближения (21), (22) допускают снижение частоты при росте  $\epsilon$  по закону  $\epsilon \sim \omega^{-\beta}$ ,  $\beta < 2$ , и изменение  $\sigma \sim \omega^{\alpha-\beta}$ ,  $\alpha > 1$ . Строгий переход к постоянному электростатическому полю ( $\omega \rightarrow 0$ ) в диэлектрической среде оказывается допустимым лишь при условии  $\epsilon \rightarrow \epsilon_0 = \text{const}$ ,  $\sigma \sim \omega^{\alpha}$ ,  $\alpha > 1$ . Переход к стационарному полю в проводящей среде также допускает дисперсию свойств. Из критериев (19), (20) вытекают допустимые законы изменения  $\sigma$  и  $\epsilon$  при  $\omega \rightarrow 0$ :  $\sigma \rightarrow \sigma_0 = \text{const}$ ,  $\epsilon \sim \omega^{-\alpha}$ ,  $\alpha < 1$ . Конечно, во всех случаях законы дисперсии должны дополнительно удовлетворять требованиям, вытекающим из принципа причинности [1]. Не все из предложенных в настоящее время функциональных зависимостей  $\sigma$  или  $\epsilon$  от частоты этим требованиям удовлетворяют. Кроме того, при асимптотическом переходе к постоянному полю следует учитывать сделанное замечание о том, что в постоянных полях вещество не может одновременно характеризоваться проводимостью и диэлектрической проницаемостью.

Возвращаясь к вопросу об экранировании постоянного электромагнитного поля диэлектрическими средами в связи с отмеченными сложностями

перехода к диэлектрическому приближению, следует заметить, что сделанные выводы качественно не изменяются при замене диэлектрических областей высокоомными проводящими средами, сильноконтрастными по отношению к основным проводящим областям.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1987. 620 с.
2. Светов Б.С., Губатенко В.П. Аналитические решения электродинамических задач. М.: Наука, 1988. 343 с.
3. Куликов А.В., Шемякин Е.А. Электроразведка фазовым методом вызванной поляризации. М.: Наука, 1978. 157 с.

УДК 550.837

С.Г. АСЛИБЕКЯН

### ВЫДЕЛЕНИЕ ИНДУКЦИОННОЙ ЧАСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ КОНТРОЛИРУЕМОГО ИСТОЧНИКА

Применение в геоэлектрике мощных контролируемых источников тока (МГД-генераторов, ЛЭП и др.) сделало возможным проведение синхронных измерений электромагнитного поля на значительной территории (до  $10^5$  км<sup>2</sup>). Наиболее полно выявить преимущества метода электромагнитных зондирований с мощными источниками можно лишь при одновременном анализе всей пространственно-временной картины наблюдаемого на поверхности Земли электромагнитного поля. С этой целью известные из теории анализа естественного электромагнитного поля Земли методы Гаусса—Шмидта и Кертца—Зиберта [1, 2], позволяющие проводить разделение поля на внешнюю и внутреннюю, нормальную и аномальную, поверхностную и глубинную части и предусматривающие синхронные наблюдения и анализ всей пространственной картины поля, были обобщены для анализа искусственного электромагнитного поля [3–5].

При этом использовались модели, характерные для анализа естественного электромагнитного поля, возбуждаемого ионосферными и магнитосферными токами. Возникает вопрос о правомерности применения этих методов к анализу искусственных полей, создаваемых источниками, находящимися на земной поверхности.

Естественное электромагнитное поле состоит из двух мод [1]. Первая мода — индукционная (трансферсально-электрическая, ТЕ-мода) — содержит компоненты  $H_{x,y,z}$ ;  $E_{x,y}$ . Отсутствие вертикального электрического поля свидетельствует о том, что эта мода возникает благодаря электромагнитной индукции и связана с замкнутыми вихревыми токами, индуцированными в Земле внешним магнитным полем. Другая мода — гальваническая (трансверсально-магнитная, ТМ-мода) — состоит из компонент  $E_{x,y,z}$ ;  $H_{x,y}$ . Она связана с утечками из ионосферы в Землю и, следовательно, имеет гальванический характер. Как показано в работах [6–8], из-за малой электропроводности воздуха теллурические токи, текущие в Земле, имеют индукционный, а не гальванический характер. Поэтому в теории магнито-

вариационного и магнитотеллурического методов рассматривается только ТЕ-мода.

Искусственные электромагнитные поля, применяемые в геоэлектрике, как правило, создаются с помощью вертикального магнитного диполя и горизонтального электрического диполя.

Вертикальный магнитный диполь характеризуется магнитным моментом  $\mathbf{M} = \mathbf{J}Q$ , где  $\mathbf{J}$  — ток, текущий в рамке;  $Q$  — ее площадь. Такой диполь возбуждает поле благодаря электромагнитной индукции в Земле, и в случае горизонтально-слоистой Земли (а именно такая модель обычно рассматривается в теории электромагнитных зондирований) вертикальное электрическое поле отсутствует. Следовательно, мы имеем дело только с ТЕ-модой. Это обеспечивает возможность непосредственного применения пространственных методов анализа.

В случае же горизонтального электрического диполя электромагнитное поле создается не только индукционным, но и гальваническим путем, т.е. наряду с ТЕ- существует и ТМ-мода. Следовательно, для применения указанных методов необходимо предварительно исключить ТМ-моду.

Для разделения естественного электромагнитного поля на индукционную и гальваническую части можно воспользоваться следующими формулами [1]:

$$\begin{aligned} h_{x,y}^{\text{TM}} &= \frac{k_{x,y}}{\eta_0^2} (k_x h_x + k_y h_y), \quad h_z^{\text{TE}} = h_z, \\ e_{x,y}^{\text{TE}} &= \frac{k_{y,x}}{\eta_0^2} (k_{y,x} e_{x,y} - k_{x,y} e_{y,x}), \quad e_z^{\text{TE}} = 0, \\ h_{x,y}^{\text{TM}} &= \frac{k_{y,x}}{\eta_0^2} (k_{y,x} h_{x,y} - k_{x,y} h_{y,x}), \quad h_z^{\text{TM}} = 0, \\ e_{x,y}^{\text{TM}} &= \frac{k_{x,y}}{\eta_0^2} (k_x e_x + k_y e_y), \quad e_z^{\text{TM}} = e_z, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $h_{x,y,z}$ ;  $e_{x,y,z}$  могут быть как пространственно-временными, так и мгновенными спектрами магнитного и электрического полей, наблюдаемых на поверхности Земли [4];  $k_{x,y}$  — пространственные частоты по осям  $x$  и  $y$ ;  $\eta_0^2 = k_x^2 + k_y^2$ ;

$$\{h(k_x, k_y); e(k_x, k_y)\} = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \{H(x, y); E(x, y)\} e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy. \quad (2)$$

Рассмотрим возможность применения соотношений (1) для разделения поля горизонтального электрического диполя.

Выделение ТЕ- и ТМ-моды проведем для простейшего случая, когда горизонтальный электрический диполь, питаемый гармоническим во времени током  $\mathbf{J}$ , расположен на поверхности однородного полупространства с электропроводностью  $\sigma_n = \text{const}$  и ориентирован по оси  $x$ . В этом случае компоненты нормального электромагнитного поля имеют следующий вид [9]:

$$\begin{aligned}
H_x &= \frac{J}{2\pi} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_0^\infty \left( \frac{\eta_n}{\eta_0(\eta_n + \eta_0)} - \frac{1}{\eta_0} \right) J_0(\eta_0 r) d\eta_0, \\
H_y &= -\frac{J}{2\pi} \left\{ \int_0^\infty \frac{\eta_n \eta_0}{\eta_0 + \eta_n} J_0(\eta_0 r) d\eta_0 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^\infty \left[ \frac{\eta_n}{\eta_0(\eta_n + \eta_0)} - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{1}{\eta_0} \right] J_0(\eta_0 r) d\eta_0 \right\}, \\
H_x &= -\frac{J}{2\pi} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty \frac{\eta_0}{\eta_0 + \eta_n} J_0(\eta_0 r) d\eta_0, \\
E_x &= \frac{i\omega J \mu_0}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\eta_0}{\eta_0 + \eta_n} J_0(\eta_0 r) d\eta_0 + \frac{J}{2\pi\sigma} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^\infty \frac{1}{\eta_0} + \\
&\quad + \frac{i\mu_0 \omega \sigma}{\eta_0(\eta_0 + \eta_n)} J_0(\eta_0 r) d\eta_0, \\
E_y &= \frac{J}{2\pi\sigma} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_0^\infty \left( \frac{1}{\eta_0} + \frac{i\omega \mu_0 \sigma}{\eta_0(\eta_0 + \eta_n)} \right) J_0(\eta_0 r) d\eta_0,
\end{aligned} \tag{3}$$

где  $\eta_n = \sqrt{\eta_0^2 - i\omega\mu_0\sigma}$ ,  $J_0$  – функция Бесселя;  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $\omega$  – циклическая частота;  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума.

Используя известное соотношение между интегралами Ханкеля и Фурье, имеющее вид

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \eta_0 f(\eta_0) J_0(\eta_0 r) d\eta_0 = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^\infty f(\eta_0) \exp(\cdot) dk_x dk_y, \tag{4}$$

где  $\exp(\cdot) = e^{-i(k_x x + k_y y)}$ , можем записать

$$\begin{aligned}
H_x &= \frac{J}{4\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[ \iint_{-\infty}^\infty \frac{\eta_n}{\eta_0^2(\eta_n + \eta_0)} \exp(\cdot) dk_x dk_y - \iint_{-\infty}^\infty \frac{\exp(\cdot)}{\eta_0^2} dk_x dk_y \right], \\
H_y &= -\frac{J}{4\pi^2} \left[ \iint_{-\infty}^\infty \frac{\eta_n}{\eta_0 + \eta_n} \exp(\cdot) dk_x dk_y + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \iint_{-\infty}^\infty \frac{\eta_n}{\eta_0^2(\eta_n + \eta_0)} \exp(\cdot) dk_x dk_y - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \iint_{-\infty}^\infty \frac{\exp(\cdot)}{\eta_0^2} dk_x dk_y \right], \\
H_z &= -\frac{J}{4\pi^2} \frac{\partial}{\partial y} \iint_{-\infty}^\infty \frac{\exp(\cdot)}{\eta_0 + \eta_n} dk_x dk_y, \\
E_x &= \frac{i\omega J}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^\infty \frac{\exp(\cdot)}{\eta_0 + \eta_n} dk_x dk_y + \frac{J}{4\pi^2 \sigma} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \iint_{-\infty}^\infty \frac{\exp(\cdot)}{\eta_0^2} dk_x dk_y + \right. \\
&\quad \left. + \iint_{-\infty}^\infty \frac{i\omega \mu_0 \sigma}{\eta_0^2(\eta_0 + \eta_n)} \exp(\cdot) dk_x dk_y \right], \\
E_y &= \frac{J}{4\pi^2 \sigma} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[ \iint_{-\infty}^\infty \frac{\exp(\cdot)}{\eta_0^2} dk_x dk_y + \iint_{-\infty}^\infty \frac{i\omega \mu_0 \sigma}{\eta_0^2(\eta_0 + \eta_n)} \exp(\cdot) dk_x dk_y \right].
\end{aligned} \tag{5}$$

После дифференцирования и некоторых простых преобразований для фурье-спектров получаем

$$\begin{aligned}
h_x &= -\frac{J \eta_n k_x k_y}{\eta_0^2(\eta_n + \eta_0)} + \frac{J k_x k_y}{\eta_0^2}, \\
h_y &= -\frac{J \eta_n}{\eta_0 + \eta_n} + \frac{J k_x^2 \eta_n}{\eta_0^2(\eta_0 + \eta_n)} - \frac{J k_x^2}{\eta_0^2}, \\
h_z &= \frac{i k_y J}{\eta_0 + \eta_n}, \\
e_x &= \frac{i \omega J}{\eta_0 + \eta_n} - \frac{J k_x^2}{\sigma \eta_0^2} - \frac{i J \omega \mu_0 k_x^2}{\eta_0^2(\eta_0 + \eta_n)}, \\
e_y &= -\frac{J k_x k_y}{\sigma \eta_0^2} - \frac{i \omega \mu_0 J k_x k_y}{\eta_0^2(\eta_0 + \eta_n)}.
\end{aligned} \tag{6}$$

Применяя соотношения (1) к (6), получаем следующий вид спектров, определяющих вид ТЕ- и ТМ-моды:

$$\begin{aligned}
h_x^{\text{TE}} &= -\frac{J \eta_n k_x k_y}{\eta_0^2(\eta_n + \eta_0)}, & h_x^{\text{TM}} &= \frac{k_x k_y J}{\eta_0^2}, \\
h_y^{\text{TE}} &= -\frac{J \eta_n k_y^2}{\eta_0^2(\eta_0 + \eta_n)}, & h_y^{\text{TM}} &= -\frac{J k_x^2}{\eta_0^2}, \\
h_z^{\text{TE}} &= \frac{i k_y J}{\eta_0 + \eta_n}, & h_z^{\text{TM}} &= 0, \\
e_x^{\text{TE}} &= \frac{k_y^2 i \omega J \mu_0}{\eta_0^2(\eta_0 + \eta_n)}, & e_x^{\text{TM}} &= -\frac{k_x^2 J}{\sigma \eta_0^2}, \\
e_y^{\text{TE}} &= -\frac{i \omega J k_x k_y \mu_0}{\eta_0^2(\eta_0 + \eta_n)}, & e_y^{\text{TM}} &= -\frac{k_x k_y J}{\sigma \eta_0^2}.
\end{aligned} \tag{7}$$

Синтезируя (7), получаем

$$\begin{aligned}
H_x^{\text{TE}} &= -\frac{J}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^\infty \frac{\eta_n k_x k_y}{\eta_0^2(\eta_n + \eta_0)} \exp(\cdot) dk_x dk_y = \\
&= \frac{J}{4\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \iint_{-\infty}^\infty \frac{\eta_n}{\eta_0(\eta_n + \eta_0)} \exp(\cdot) dk_x dk_y, \\
H_x^{\text{TM}} &= \frac{J}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^\infty \frac{k_x k_y \exp(\cdot)}{\eta_0^2} dk_x dk_y = -\frac{J}{4\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \iint_{-\infty}^\infty \frac{\exp(\cdot)}{\eta_0^2} dk_x dk_y, \\
H_y^{\text{TE}} &= -\frac{J}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^\infty \frac{\eta_n k_y^2}{\eta_0^2(\eta_0 + \eta_n)} \exp(\cdot) dk_x dk_y = \\
&= \frac{J}{4\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \iint_{-\infty}^\infty \frac{\eta_n}{\eta_0^2(\eta_0 + \eta_n)} \exp(\cdot) dk_x dk_y,
\end{aligned}$$



$$H_y^{TM} = -\frac{J}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{k_x^2}{\eta_0^2} \exp(\cdot) dk_x dk_y = \frac{J}{4\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(\cdot)}{\eta_0^2} dk_x dk_y, \quad (8)$$

$$H_z^{TE} = \frac{iJ}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{k_y \exp(\cdot)}{\eta_0 + \eta_n} dk_x dk_y = -\frac{J}{4\pi^2} \frac{\partial}{\partial y} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(\cdot)}{\eta_0 + \eta_n} dk_x dk_y,$$

$$E_x^{TE} = \frac{i\omega J \mu_0}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{k_y^2}{\eta_0^2 (\eta_0 + \eta_n)} \exp(\cdot) dk_x dk_y =$$

$$= -\frac{\omega J \mu_0}{4\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{i \exp(\cdot)}{\eta_0^2 (\eta_0 + \eta_n)} dk_x dk_y,$$

$$E_x^{TM} = -\frac{J}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{k_x^2}{\sigma \eta_0^2} \exp(\cdot) dk_x dk_y = -\frac{J}{4\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(\cdot)}{\sigma \eta_0^2} dk_x dk_y,$$

$$E_y^{TE} = -\frac{J i \omega}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{k_y k_x}{\eta_0^2 (\eta_0 + \eta_n)} \exp(\cdot) dk_x dk_y =$$

$$= \frac{\mu_0 J \omega}{4\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{i \exp(\cdot)}{\eta_0^2 (\eta_0 + \eta_n)} dk_x dk_y,$$

$$E_y^{TM} = -\frac{J}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{k_x k_y}{\sigma \eta_0^2} \exp(\cdot) dk_x dk_y = \frac{J}{4\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(\cdot)}{\sigma \eta_0^2} dk_x dk_y.$$

Синтезируя (8) и возвращаясь к интегралам Ханкеля, записываем последние простые, но довольно громоздких преобразований:

$$H_x^{TE} = \frac{J}{2\pi} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_0^{\infty} \frac{\eta_n}{\eta_0 (\eta_n + \eta_0)} J_0(\eta_0 r) d\eta_0,$$

$$H_x^{TM} = -\frac{J}{2\pi} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_0^{\infty} \frac{J_0(\eta_0 r)}{\eta_0} d\eta_0,$$

$$H_y^{TE} = -\frac{J}{2\pi} \left[ \int_0^{\infty} \frac{\eta_n \eta_0 J_0}{\eta_0 + \eta_n} (\eta_0 r) d\eta_0 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^{\infty} \frac{\eta_n}{\eta_0 (\eta_n + \eta_0)} J_0(\eta_0 r) d\eta_0 \right],$$

$$H_y^{TM} = \frac{J}{2\pi} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^{\infty} \frac{J_0(\eta_0 r)}{\eta_0} d\eta_0,$$

$$H_z^{TE} = -\frac{J}{2\pi} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^{\infty} \frac{\eta_0}{\eta_0 + \eta_n} J_0(\eta_0 r) d\eta_0, \quad (9)$$

$$E_x^{TE} = -\frac{J}{2\pi} \left[ \int_0^{\infty} \frac{i\omega \mu_0 \eta_0}{\eta_0 + \eta_n} J_0(\eta_0 r) d\eta_0 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^{\infty} \frac{i\omega \mu_0 J_0}{\eta_0 (\eta_0 + \eta_n)} (\eta_0 r) d\eta_0 \right],$$

$$E_x^{TM} = \frac{J}{2\pi \sigma} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^{\infty} \frac{J_0(\eta_0 r)}{\eta_0} d\eta_0,$$

$$E_y^{TE} = \frac{J}{2\pi} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_0^{\infty} \frac{i\omega \mu_0 J_0}{\eta_0 (\eta_0 + \eta_n)} (\eta_0 r) d\eta_0,$$

$$E_y^{TM} = \frac{J}{2\pi \sigma} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_0^{\infty} \frac{J_0(\eta_0 r)}{\eta_0} d\eta_0.$$

что совпадает с выражениями для ТЕ- и ТМ-моды, которые выводятся непосредственно из (3).

Как видим, формулы (1) вполне применимы для разделения поля горизонтального электрического диполя, т.е. поля, имеющего особенность на земной поверхности, на ТЕ- и ТМ-моду. Далее, выделив таким образом индукционную часть электромагнитного поля, мы можем применить к ней разработанные методы пространственного анализа — Гаусса—Шмидта и Кертца—Зиберта.

Отметим два частных случая, в которых поля заземленных линий состоят в основном из ТЕ-моды. Первый случай связан с волновой зоной электрического диполя. Как известно, здесь индукционная мода намного больше гальванической и поле может быть отнесено к ТЕ-моду. Таким образом, если измерения выполняются в пределах волновой зоны, то мы можем проводить анализ поля без предварительного выделения ТЕ-моды.

Второй случай касается длинной заземленной линии, применяемой в методе бесконечно длинного кабеля (БДК). Здесь, вблизи центра заземленной линии влияние ТМ-моды мало и наблюдаемое поле может быть рассмотрено как ТЕ-мода.

Подводя итог, мы можем сказать следующее. Методы Гаусса—Шмидта и Кертца—Зиберта являются универсальными и могут быть применены не только для пространственного анализа полей внешних источников, но и источников, расположенных на поверхности Земли (в последнем случае необходимо предварительно исключить в случае необходимости гальваническую ТМ-моду).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бердичевский М.Н., Жданов М.С. Интерпретация аномалий переменного электромагнитного поля Земли. М.: Недра, 1981. 327 с.
2. Жданов М.С. Аналоги интеграла типа Коши в теории геофизических полей. М.: Наука, 1984. 326 с.
3. Аслибекян С.Г. Спектральные методы анализа нестационарных электромагнитных полей мощных контролируемых источников: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 1985. 16 с.
4. Френкель М.А. Метод миграции электромагнитных полей при решении обратных задач геоэлектрики: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 1984. 16 с.
5. Аслибекян С.Г., Бердичевский М.Н., Жданов М.С., Френкель М.А. Анализ электромагнитных полей во временной области: Препр. ИЗМИРАН № 44 (658). М., 1986. 28 с.
6. Бердичевский М.Н., Ваньян Л.Л., Дмитриев В.М. О возможности пренебрежения вертикальными токами при магнитотеллурическом зондировании // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1971. № 5. С. 69—78.
7. Ваньян Л.Л., Бердичевский М.Н. О роли двух типов возбуждения в теории МТ-зондирования // Электромагнитные зондирования. М.: Изд-во МГУ, 1976. С. 14—19.
8. Бердичевский М.Н., Файнберг Э.Б. О возможности экспериментального разделения переменного геомагнитного поля на полоидальную и тороидальную части // Геомагнетизм и аэронавигация. 1972. Т. 12, № 5. С. 950—954.
9. Ваньян Л.Л. Основы электромагнитных зондирований. М.: Недра, 1965. 109 с.

### МОДЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ПРОСТРАНСТВЕННОГО АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Одна из важнейших проблем геоэлектрики – решение обратной задачи, т.е. нахождение распределения электропроводности в неоднородной Земле по известному электромагнитному полю, измеренному, как правило, на земной поверхности. В результате эксперимента и первичной обработки получают пространственное распределение поля, являющееся суперпозицией полей, обусловленных как сторонними токами в ионосфере и магнитосфере Земли, так и теллурическими токами, индуцированными в неоднородной Земле, в том числе связанными с интересующими нас геологическими объектами. Таким образом, на первом этапе интерпретации необходимо выделить из наблюдаемого поля составляющую, соответствующую изучаемым геоэлектрическим структурам, что можно осуществить с помощью пространственного анализа электромагнитных полей.

Общая стратегия анализа электромагнитных полей сформулирована в [1]. Основными задачами анализа являются разделение поля на внешнее и внутреннее, нормальное и аномальное, поверхностное и глубинное.

В случае плоской однородно-слоистой модели Земли, осложненной локальными неоднородностями и возбуждаемой некоторым сторонним током, отделенным от поверхности Земли непроводящей атмосферой, разделение квазистационарных гармонических полей сводится к линейной трансформации пространственных спектров геомагнитного поля и поверхностных избыточных токов [1]:

$$\mathbf{h} = \iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{H}(x, y) e^{i(k_x x + k_y y)} dx dy, \quad \mathbf{H} = (H_x, H_y, H_z),$$

$$\mathbf{j}^s = \iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{J}^s(x, y) e^{i(k_x x + k_y y)} dx dy, \quad \mathbf{J}^s = (J_x^s, J_y^s),$$

$$\mathbf{J}^s = \begin{cases} \Delta S(x, y) \mathbf{E}(x, y), \\ \Delta \sigma_s(x, y) \mathbf{E}(x, y), \end{cases}$$

где  $\Delta S$  – аномальная проводимость приповерхностного слоя в модели Прайса–Шейнманна;  $\Delta \sigma_s$  – аномальная электропроводность в модели тонкого слоя. Спектральные характеристики трансформаций разделения полей приведены в [2], а в случае двумерной модели, возбуждаемой  $E$ -поляризованной плоской волной, – в [1] (в этой модели двумерное преобразование Фурье заменяется одномерным – только по оси  $x$ ).

Алгоритмы пространственного анализа геомагнитных полей реализованы в многофункциональных программах ТЭМП-2М (двумерная модель) и ТЭМП-3 (трехмерная модель). С помощью этих программ проведено исследование алгоритмов разделения полей, направленное на изучение их работоспособности, в том числе и в более широком, чем принято, клас-

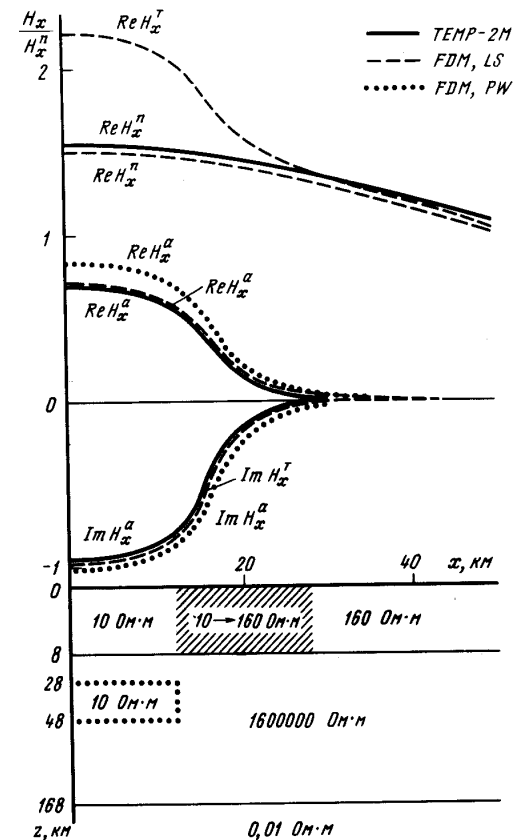


Рис. 1. Разделение геомагнитного поля на нормальное и аномальное

Модель симметрична относительно плоскости  $yoz$ .  $\text{Im } H_x^T = \text{Im } H_x^a(LS, FDM)$ ,  $\text{Im } H_x^n = 0$ ,  $T = 256$  с, где  $T$  – полное поле;  $a$  – аномальное;  $n$  – нормальное. TEMP-2M – результат разделения, FDM – результат моделирования, PW – плоская волна, LS – линейный источник

се моделей, и их устойчивости к ошибкам в задании исходной информации. Ниже будут приведены только результаты, полученные для двумерных моделей ввиду значительной сложности визуализации результатов анализа трехмерных полей. Двумерные модели, на которых изучались алгоритмы разделения полей, рассчитывались с помощью пакета программ конечно-разностного моделирования электромагнитных полей FDM2D [3].

Одна из таких моделей показана на рис. 1, причем моделировалось возбуждение как плоской волной PW, так и линейным источником в атмосфере LS с координатами  $x = 0$ ,  $z = -75$  км. На этом же рисунке приведены результаты разделения полного  $T$  поля на нормальное  $n$  и аномальное  $a$  для горизонтальной компоненты  $H_x$  при LS-возбуждении на периоде  $T =$

= 256 с. Мнимая часть полного поля практически совпадает с мнимой частью аномального, а мнимая часть нормального поля отсутствует. Как нетрудно заметить, результаты анализа хорошо согласуются с данными моделирования.

Для разделения поля на поверхностное и глубинное необходимо знать распределение не только магнитного, но и электрического поля на поверхности Земли и аномальную поверхностную электропроводность ( $\Delta S$  или  $\Delta \sigma_s$ ). При отсутствии электрических измерений электрическое поле может быть получено интегрированием вертикальной компоненты магнитного поля:

$$E_y(x) = i\omega\mu_0 \int_{-\infty}^x H_z(x) dx + E_y(-\infty),$$

где  $\omega$  — циклическая частота,  $\omega = 2\pi/T$ ;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

Для определения аномальной поверхностной проводимости могут быть привлечены различные геолого-геофизические данные. Более того, при наличии наблюдений на достаточно высокой частоте (когда влияние глубинной неоднородности уже пренебрежимо мало, а приближение пленки или тонкого слоя еще корректно) можно непосредственно определить проводимость, трансформируя аномальное магнитное поле:

$$\left. \begin{aligned} \Delta S(x) \\ \Delta \sigma_s(x) \end{aligned} \right\} = J^s / E_y(x),$$

$$j^s = \varphi_{P,D} h_x^a = -i \operatorname{sign} k_x \varphi_{P,D} h_x^a,$$

$$\varphi_P = - \frac{|k_x| + \eta_2 / R_2^* - i\omega\mu_0 S_1}{|k_x|},$$

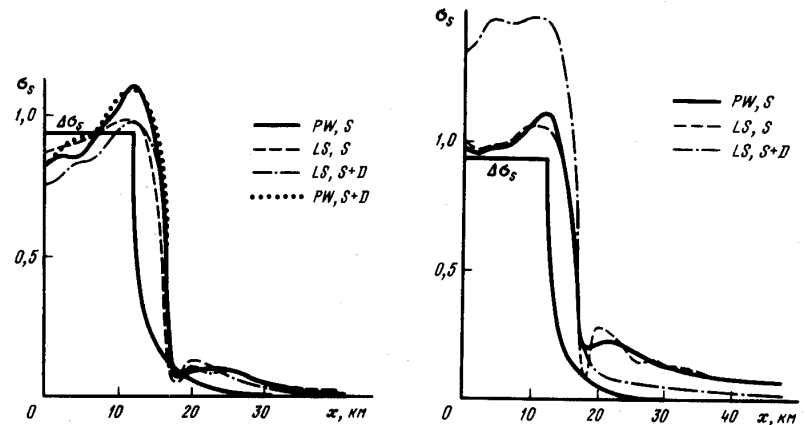
$$\varphi_D = - \frac{\eta_1 \eta_2}{|k_x| R_2^*} \left[ \frac{|k_x|}{\eta_1} + \frac{\eta_1 R_2^*}{\eta_2} + \left( 1 + \frac{|k_x| R_2^*}{\eta_2} \right) \operatorname{cth} \eta_1 d_1 \right].$$

Здесь  $\varphi_P$ ,  $\varphi_D$  — спектральные характеристики трансформаций при интерпретации поверхностных аномалий в приближении пленки и тонкого слоя;  $S_1 = \sigma_1 d_1$  — нормальная проводимость приповерхностного слоя;  $\eta_i = \sqrt{k_x^2 - i\omega\mu_0 \sigma_i}$ ,  $\operatorname{Re} \eta_i > 0$ ;

$$R_2^* = \frac{\operatorname{cth} \left( \eta_2 d_2 + \operatorname{arth} \frac{\eta_2}{\eta_3} \operatorname{cth} \left( \eta_3 d_3 + \dots + \operatorname{arth} \frac{\eta_{N-1}}{\eta_N} \right) \dots \right)}{\operatorname{arth} \frac{\eta_2}{\eta_3} \operatorname{th} \left( \eta_3 d_3 + \dots + \operatorname{arth} \frac{\eta_{N-1}}{\eta_N} \right) \dots},$$

где  $\sigma_i$ ,  $d_i$ ,  $i = 1, N$  — параметры принятого нормального однородно-слоистого разреза.

Рис. 2 и 3 иллюстрируют указанную возможность определения  $\Delta \sigma_s$  (модель с рис. 1). На рис. 2 видно, что на периоде  $T = 16$  с аномальная электропроводность, полученная в присутствии глубинной аномалии (кривые на рисунке обозначены  $S + D$ ), практически не отличается от  $\Delta \sigma_s$ , полученной для модели, содержащей только поверхностную неоднородность (обозначение  $S$ ). Для  $T = 256$  с (рис. 3) соответствующие полученные электропроводности существенно различаются, заметно влияние глубинной неоднородности. На рисунках точное значение распределения избыточной электропроводности обозначено  $\Delta \sigma_s$ . Поля поверхностных и глу-

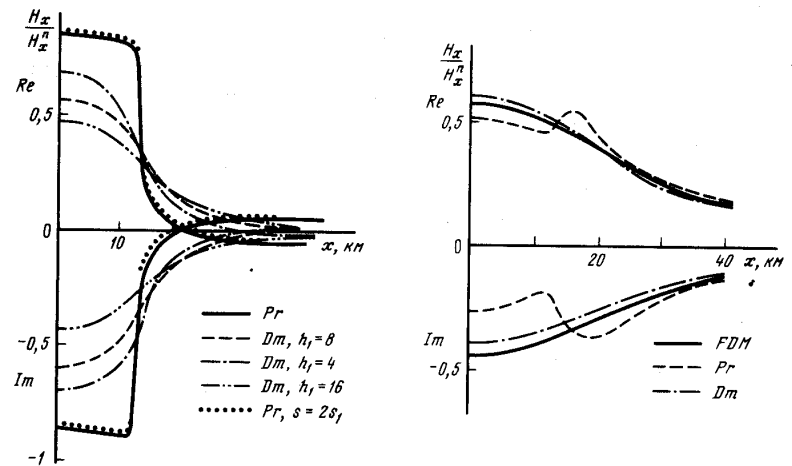


Р и с. 2. Интерпретация поверхностной аномалии

$S$  — в модели присутствует только поверхностная неоднородность,  $S + D$  — как поверхностная, так и глубинная,  $T = 16$  с

Р и с. 3. Интерпретация поверхностной аномалии

Обозначения см. рис. 2,  $T = 256$  с

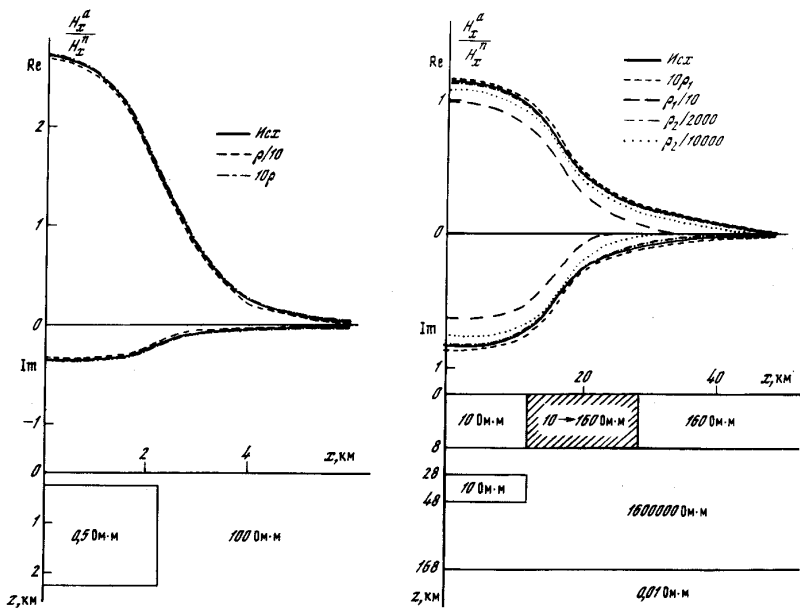


Р и с. 4. Выделение поверхностной аномалии

Изучение влияния ошибок в задании нормального разреза на моделирование поверхностных аномалий,  $T = 256$  с.  $Pr$  — модель пленки,  $Dm$  — модель тонкого слоя

Р и с. 5. Выделение глубинной аномалии

$T = 256$  с



Р и с. 6. Влияние ошибок при задании нормального разреза на результат разделения поля на нормальное и anomальное  
 Модель 1 симметрична относительно плоскости  $уoz$ ,  $T = 256$  с

Р и с. 7. Влияние ошибок при задании нормального разреза на результаты разделения поля на нормальное и anomальное  
 Модель 2,  $T = 256$  с

бинных аномалий, полученные при разделении поля в модели с рис. 1 для  $T = 256$  с представлены соответственно на рис. 4 и 5, при этом обозначение  $Pt$  на рисунках означает аппроксимацию приповерхностного слоя пленкой Прайса-Шейнманна, обозначение  $Dm$  соответствует модели тонкого слоя, а FDM означает результат конечно-разностного моделирования.

В практике геофизических исследований нормальный геоэлектрический разрез далеко не всегда точно известен, поэтому необходимо знать, как реагируют алгоритмы разделения полей на ошибки в задании нормальной модели. Теоретическое исследование этого вопроса весьма затруднительно, в связи с этим единственным достаточно простым путем является численное исследование на моделях.

На рис. 6 показана простая модель (назовем ее модель 1) и соответствующие anomальные поля, полученные при анализе с исходным разрезом и с ошибками в задании удельного сопротивления  $\rho$  полупространства. На рис. 7 представлены результаты выделения anomального поля в более сложной модели (модель 2 совпадает с моделью рис. 1), причем с погрешностями задавались сопротивления как первого  $\rho_1$ , так и второго  $\rho_2$  слоя. Значения неправильно заданных параметров нормального разреза и соот-

ветствующие относительные ошибки разделения  $\delta$  (в норме  $L_2$ ) сведены в табл. 1 и 2.

Результаты демонстрируют, что даже значительные погрешности в задании нормального разреза при разделении поля на нормальное и anomальное приводят, как правило, к ошибкам в пределах единиц процентов, что характеризует хорошую устойчивость алгоритмов.

Поля поверхностных аномалий, полученных при разделении поля с неправильно заданной проводимостью первого слоя ( $S = 2S_1$ ) в приближении пленки и с неправильно заданным положением границы между первым и вторым слоем нормального разреза в модели тонкого слоя, представлены на рис. 4. На графиках видно, что результат во втором случае ощутимо изменился, однако качественная картина осталась той же.

В реальных геофизических условиях довольно распространенной является ситуация, когда нормальный разрез меняется вдоль профиля наблюдений. На рис. 8 показана одна из моделей, на которых изучалась работоспособность алгоритмов пространственного анализа в условиях различных

Таблица 1. Модель 1

$\rho$ , Ом·м	$\delta$ , %
100	—
10	5,4
1000	2,4

нормальных разрезов слева и справа. На графиках представлены действительные части горизонтальной компоненты  $H_x$  полей — модельных и полученных с помощью алгоритмов разделения, при этом за нормальный принимался правый разрез. Видно, что anomальное поле выделяется хорошо. Поле глубинной аномалии выделяется ненамного хуже, чем в симметричной модели. Можно видеть, что анализ поля в моделях с различными нормальными разрезами на краях профиля может давать достаточно хорошие для дальнейшей интерпретации результаты.

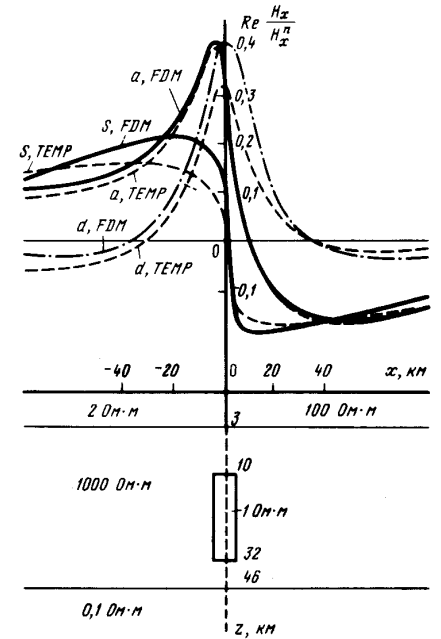


Таблица 2. Модель 2

$\rho_1$ , Ом·м	$\rho_2$ , Ом·м	$\delta$ , %	$\rho_1$ , Ом·м	$\rho_2$ , Ом·м	$\delta$ , %
160	1 600 000	—	16	1 600 000	44,3
240	1 600 000	1,9	160	800 000	0,0
320	1 600 000	2,9	160	16 000	0,2
1600	1 600 000	5,1	160	1600	2,3
16 000	1 600 000	5,7	160	800	4,5
80	1 600 000	5,7	160	160	20,0

Таким образом, проведенные модельные исследования алгоритмов пространственного анализа электромагнитных полей продемонстрировали их хорошую работоспособность в стандартных ситуациях, хорошую устойчивость к ошибкам в задании параметров нормального разреза, а также дают основание для их применения в случае несимметричной исходной нормальной модели.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бердичевский М.Н., Жданов М.С. Интерпретация аномалий переменного электромагнитного поля Земли. М.: Недра, 1981. 327 с.
2. Шабелянский С.В. Пространственный анализ трехмерных электромагнитных полей // Электромагнитные зондирования Земли. М.: ИЗМИРАН, 1985. С. 88–95.
3. Варенцов И.М., Голубев Н.Г. Конечно-разностная технология решения двумерных прямых задач геоэлектрики в классе региональных моделей // Там же. С. 23–28.

УДК 550.837

М.А. ФРЕНКЕЛЬ, А.И. КАЦЕВИЧ

## КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ЛОКАЛИЗАЦИИ ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Решение обратной задачи электроразведки можно условно разделить на два этапа [1]: 1) локализация геоэлектрической неоднородности; 2) определение ее формы и аномальной электропроводности. Для решения задач первого этапа в последнее время разработан ряд методов: миграции, аналитического продолжения, моментов [1–4].

Метод аналитического продолжения является неустойчивым и позволяет надежно выделять лишь верхнюю кромку неоднородности. Для локализации геоэлектрических неоднородностей по методу моментов необходимо использовать главную часть аномального поля.

Метод электромагнитной миграции позволяет осуществлять визуализацию геоэлектрического разреза, в частности выделять квазигоризонтальные границы раздела слоев с различными электропроводностями, а также определять положение локальных аномальных объектов [2]. В последнем случае при осуществлении процедуры миграции (в  $t$ -области) нормальный горизонтально-слоистый разрез заменяется эффективным и миграция вы-

полняется в однородный разрез, проводимость которого в каждый момент времени  $t$  своя:  $\sigma_k(t)$ .

В настоящей работе предлагается метод, отличающийся от перечисленных возможностью устойчивого решения задачи локализации геоэлектрических неоднородностей, погруженных в горизонтально-слоистый разрез, и использующий для этой цели данные электромагнитных (ЭМ) зондирований лишь на одной или нескольких частотах. Этот метод может быть использован как для решения глубинных задач геоэлектрики, так и в прикладной электроразведке.

## 2. ЛОКАЛИЗАЦИЯ ОДНОЙ ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ

Опишем геоэлектрическую модель среды, которая используется в дальнейшем. Нормальный горизонтально-слоистый разрез осложнен одной локальной неоднородностью  $D_a$ . Параметры разреза ( $\sigma_i, h_i, i = 1, 2, \dots, M$ ) считаются известными. Среда возбуждается произвольным сторонним источником. Зависимость поля от времени выражается множителем  $\exp(-i\omega t)$ , токами смещения пренебрегаем, магнитная проницаемость повсеместно равна проницаемости вакуума  $\mu_0$ . Везде используется правая система координат с вертикальной осью  $Z$ , направленной в нижнее полупространство. Предполагается, что поле и среда однородны вдоль оси  $Y$ , при этом рассматривается только случай  $E$ -поляризации.

Пусть на поверхности Земли вдоль некоторого профиля известна аномальная часть произвольной компоненты поля, например  $E_y^a$ , которая, как известно, может быть представлена формулой [1]

$$E_y^a(x', z' = 0) = i\omega\mu_0 \iint_{D_a} \sigma_a E_y G^n(x' - x, z' = 0 | z) dx dz, \quad (1)$$

где  $\sigma_a(x, z)$  — аномальная электропроводность;  $E_y$  — полное поле внутри аномалии;  $G^n$  — функция Грина нормального разреза.

Предположим, что аномалия  $D_a$  не слишком велика, подразумевая под этим, что при фиксированных  $x'$  и  $z' = 0$  функция Грина  $G^n$  не сильно меняется при различных положениях точки интегрирования  $(x, z) \in D_a$  в (1):

$$G^n(x' - x, z' = 0 | z) \approx \text{const}(x, z), \quad (x, z) \in D_a. \quad (2)$$

Формула (1) с учетом (2) преобразуется к виду

$$E_y^a(x', z' = 0) \approx i\omega\mu_0 G^n(x' - x_0, z' = 0 | z_0) \iint_{D_a} \sigma_a E_y dx dz, \quad (3)$$

$(x_0, z_0) \in D_a$ .

Из (3) следует, что для некоторой точки  $(x_0, z_0)$  внутри аномалии аномальное поле  $E_y^a(x', z' = 0)$  и функция Грина  $G^n(x' - x_0, z' = 0 | z_0)$  как функции точки наблюдения  $x'$  пропорциональны. Вычислим квадрат корреляции между аномальным полем и функцией Грина для точек  $(x, z)$  нижнего полупространства

$$U(x, z) = \frac{|\int_{-\infty}^{+\infty} E_y^a(x', z' = 0) \bar{G}^n(x' - x, z' = 0 | z) dx'|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} |E_y^a(x', z' = 0)|^2 dx' \int_{-\infty}^{+\infty} |G^n(x' - x, z' = 0 | z)|^2 dx'}, \quad (4)$$

где черта означает взятие комплексно-сопряженной величины.

На основании неравенства Коши-Буняковского  $U(x, z) \leq 1$ , и только когда  $(x, z) = (x_0, z_0) \in D_a$ , в силу (3)  $U(x, z) = 1$ .

Предположим, что аномальное поле возбуждается током  $J^a$ , сосредоточенным в одной точке  $(x_0, z_0)$ , тогда (1) переписывается в виде

$$E_y^a(x', z'=0) = i\omega\mu_0 J^a G^n(x'-x_0, z'=0|z_0). \quad (1a)$$

Очевидно, что в этом случае  $U(x_0, z_0) = 1$ , а во всех точках  $(x, z) \neq (x_0, z_0)$   $U(x, z) < 1$ .

Теперь можно сформулировать алгоритм локализации отдельной геоэлектрической неоднородности (случай, когда ищется положение нескольких неоднородностей, будет рассмотрен в разд. 3): положение максимума  $U^M(x_0, z_0)$  функции  $U(x, z)$ , вычисленной с помощью формулы (4) в точках  $(x, z)$  нижнего полупространства, определяет положение центра аномальных токов, текущих в геоэлектрической неоднородности. Чем ближе значение  $U^M$  к единице, тем точнее аномальное поле может быть аппроксимировано одной токовой нитью, сосредоточенной в точке  $(x_0, z_0)$ .

Перейдем в (3) к преобразованию Фурье по переменной  $x'$ :

$$e_y^a(k_x, z'=0) \approx i\omega\mu_0 g^n(k_x, z'=0|z_0) e^{ik_x x_0} \iint_{D_a} \sigma_a E_y^a dx dz, \quad (5)$$

где  $e_y^a$  и  $g^n$  — пространственные спектры соответственно  $E_y^a$  и  $G^n$ .

Из (5) следует, что корреляцию между аномальным полем и функцией Грина можно осуществлять в частотной области по формуле

$$U(x, z) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} e_y^a(k_x, z'=0) \bar{g}^n(k_x, z'=0|z) e^{-ik_x x} dk_x}{\int_{-\infty}^{+\infty} |e_y^a(k_x, z'=0)|^2 dk_x \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |g^n(k_x, z'=0|z)|^2 dk_x}. \quad (6)$$

Расчет функции  $U$  по формуле (6) по сравнению с формулой (4) приведет к существенному уменьшению времени счета, так как функция Грина нормального разреза в  $(k_x, \omega)$ -области выражается в элементарных функциях.

Заметим, что, после того как положение неоднородности  $D_a$  найдено, из (3) можно определить суммарный аномальный ток, текущий в неоднородности на фиксированной частоте  $\omega$ :

$$J^a(\omega) = \iint_{D_a} \sigma_a E_y^a dx dz = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} E_y^a(x', z'=0) \bar{G}^n(x'-x_0, z'=0|z_0) dx'}{\int_{-\infty}^{+\infty} |G^n(x'-x_0, z'=0|z_0)|^2 dx'} = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} e_y^a(k_x, z'=0) \bar{g}^n(k_x, z'=0|z_0) e^{-ik_x x_0} dk_x}{\int_{-\infty}^{+\infty} |g^n(k_x, z'=0|z_0)|^2 dk_x}. \quad (7)$$

Формулы типа (7) являются стандартными в математической статистике для определения коэффициента линейной связи между некоторыми двумя процессами [5].

## 2.1. Окно корреляции

Предположим, что нормальный разрез осложнен несколькими аномалиями. Для повышения разрешающей способности корреляционного метода воспользуемся следующим приемом. Возвращаясь к равенству (3) мы видим, что корреляцию между аномальным полем и функцией Грина при различных положениях точки  $(x_0, z_0)$  можно вычислять не по всему профилю, а по его некоторой части. Введем функцию  $U_A(x, z)$  по следующему правилу:

$$U_A(x, z) = \frac{\sum_k |E_y^a(x'_k, z'=0) \bar{G}^n(x'_k - x, z'=0|z)|^2}{\sum_k |E_y^a(x'_k, z'=0)|^2 \cdot \sum_k |G^n(x'_k - x, z'=0|z)|^2}, \quad (8)$$

$|x'_k - x| < A/2$        $|x'_k - x| < A/2$

где  $A$  — некоторый параметр, имеющий смысл окна корреляции.

Из (3) и (8) следует, что функция  $U_A$  для любого  $A > 0$  (на участок профиля длины  $A$  должно попадать как минимум две точки регистрации поля) обладает теми же экстремальными свойствами, что и функция  $U$ , определенная по формуле (4). Вместе с тем, варьируя значение параметра  $A$ , очевидно, можно уменьшать искажающее влияние боковых неоднородностей, повышая тем самым разрешающую способность метода.

## 3. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ПРИ НАЛИЧИИ ДВУХ И БОЛЕЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Метод, описанный в разд. 1, дает хорошие результаты при наличии одной локальной аномалии. Вместе с тем весьма распространенной является ситуация, когда имеются две и более аномалии. В этом случае данный метод может не дать хорошего результата, например при достаточно близком расположении аномалий. Для надежного решения таких задач обобщим корреляционный метод на случай, когда в разрезе имеется несколько геоэлектрических неоднородностей, положение которых необходимо определить.

Предположим, что на поверхности Земли известно аномальное поле, возбуждаемое избыточными токами, текущими в областях  $D_a^k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , с аномальной электропроводностью. Запишем выражение для аномального поля  $E_y^a$ :

$$E_y^a(x', z'=0) = \sum_{k=1}^N i\omega\mu_0 \iint_{D_a^k} \sigma_a^k G^n(x'-x, z'=0|z) E_y^k(x, z) dx dz, \quad (9)$$

где  $\sigma_a^k$ ,  $E_y^k$  — аномальная электропроводность и полное поле в пределах области  $D_a^k$  соответственно.

Предположим, что функция Грина  $G^n$  примерно постоянна в пределах



каждой области  $D_a^k$ :

$$G^n(x'-x, z'=0|z) \approx \text{const}(x, z), (x, z) \in D_a^k, \quad (10)$$

тогда вместо (9) можно записать приближенное равенство

$$E_y^a(x', z'=0) \approx \sum_{k=1}^N G^n(x'-x_k^0, z'=0|z_k^0) [i\omega\mu_0 \iint_{D_a} \sigma_a^k E_y^k(x, z) dx dz], \quad (11)$$

$$(x_k^0, z_k^0) \in D_a^k.$$

Из (11) следует, что аномальное поле  $E_y^a$  представимо в виде

$$E_y^a(x', z'=0) = \sum_{k=1}^N c_k G^n(x'-x_k^0, z'=0|z_k^0), \quad (12)$$

где  $c_k$  — некоторые константы.

Для определения положения аномалий  $(x_k^0, z_k^0)$  рассмотрим следующий алгоритм. Зафиксируем в нижнем полупространстве  $z \geq 0$   $N$  различных точек  $(x_k, z_k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ ;  $(x_k, z_k) \neq (x_j, z_j)$  при  $k \neq j$ . Определим функцию  $\hat{E}_y^a(x')$ :

$$\hat{E}_y^a(x') = \sum_{k=1}^N c_k G^n(x'-x_k, z'=0|z_k), \quad (13)$$

а коэффициенты  $c_k$  определим из решения системы уравнений

$$\begin{aligned} (E_y^a, G_1) &= c_1(G_1, G_1) + c_2(G_2, G_1) + \dots + c_N(G_N, G_1), \\ (E_y^a, G_2) &= c_1(G_1, G_2) + c_2(G_2, G_2) + \dots + c_N(G_N, G_2), \\ &\dots \dots \dots \\ (E_y^a, G_N) &= c_1(G_1, G_N) + c_2(G_2, G_N) + \dots + c_N(G_N, G_N), \end{aligned} \quad (14)$$

где  $G_k = G^n(x'-x_k, z'=0|z_k)$ .

В (14) символом  $(\alpha, \beta)$  обозначено скалярное произведение двух функций в пространстве  $L_2(-\infty, +\infty)$ :

$$(\alpha, \beta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x)\overline{\beta(x)} dx. \quad (15)$$

Легко видеть, что, во-первых, система уравнений (14) имеет решение (матрицей системы (14) является матрица Грамма) и, во-вторых, функция  $\hat{E}_y^a$ , определяемая (13), (14), является элементом наилучшего приближения функции  $E_y^a$  элементами из линейного пространства, "натянутого" на функции  $G_k$ .

Решив систему (14), мы можем вычислить квадрат корреляции между функциями  $\hat{E}_y^a$  и  $E_y^a$ :

$$U((x_1, z_1), (x_2, z_2), \dots, (x_N, z_N)) = \frac{|(E_y^a, \mathbf{E}_y^a)|^2}{\|E_y^a\|^2 \|\mathbf{E}_y^a\|^2}. \quad (16)$$

Из (12) и (16) следует, что значения аргументов функции  $U$ , при которых она имеет абсолютный максимум (равный или близкий к 1), соответствуют искомым положениям аномальных объектов  $(x_k^0, z_k^0)$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ .

Оценим вычислительные затраты, требуемые для реализации алгоритма. Подставим (13) в (16):

$$U = \frac{|\sum_{k=1}^N c_k (E_y^a, G_k)|^2}{\|E_y^a\|^2 |\sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N c_k \overline{c_j} (G_k, G_j)|}. \quad (17)$$

Предположим, что на первом этапе интерпретации для сокращения области поиска была осуществлена корреляция с одним источником. Следовательно, величины  $(E_y^a, G_k)$ ,  $(G_k, G_k) = \|G_k\|^2$  и  $\|E_y^a\|^2$  уже вычислены. Вычисление коэффициентов  $(G_k, G_j)$  можно осуществлять по формуле

$$\begin{aligned} (G_k, G_j) &= \int_{-\infty}^{+\infty} G^n(x'-x_k, z'=0|z_k) \overline{G^n(x'-x_j, z'=0|z_j)} dx' = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g^n(k_x, z'=0|z_k) e^{ik_x x_k} \overline{g^n(k_x, z'=0|z_j)} e^{-ik_x x_j} dk_x = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [g^n(k_x, z'=0|z_k) \overline{g^n(k_x, z'=0|z_j)}] e^{-ik_x(x_j-x_k)} dk_x. \end{aligned} \quad (18)$$

Из (18) следует, что если уровни  $z_k$  и  $z_j$  зафиксированы, то для вычисления скалярных произведений  $(G_k, G_j)$ , соответствующих всевозможным парам  $x_k$  и  $x_j$ , достаточно вычислить обратное преобразование Фурье от произведения  $g^n(k_x, z'=0|z_k) \overline{g^n(k_x, z'=0|z_j)}$ .

Если для этого вычисления использовать быстрое преобразование Фурье (БПФ), тогда для определения всех коэффициентов  $(G_k, G_j)$ ,  $k, j = 1, 2, \dots, N$ , потребуется

$$O(N_z^2 N_{k_x} \log_2(N_{k_x})) \quad (19)$$

операций, где  $N_z$  — число уровней по оси  $Z$ ;  $N_{k_x}$  — число дискретов по пространственной частоте.

Для решения системы уравнений (14) требуется  $O(N^3)$  операций, эту систему надо решать  $C_N^{N_x N_z} = (N_x N_z)! / (N_x N_z - N)! N!$  раз ( $N_x$  — число уровней по оси  $X$ ), что в итоге дает

$$O\left(N^3 \frac{(N_x N_z)!}{(N_x N_z - N)! N!}\right) \quad (20)$$

операций. Для вычисления функции  $U$  по формуле (17) для всех значений аргумента требуется

$$O\left(N^2 \frac{(N_x N_z)!}{(N_x N_z - N)! N!}\right) \quad (21)$$

операций. Суммируя (19), (20) и (21) получаем результирующее число операций

$$O\left(N_z^2 N_{k_x} \log_2(N_{k_x}) + N^3 \frac{(N_x N_z)!}{(N_x N_z - N)! N!}\right). \quad (22)$$

Отметим, что если при вычислении корреляции с двумя источниками ( $N = 2$ ) все коэффициенты ( $G_k, G_j$ ) были определены, то для последующих  $N \geq 3$  их вычислять уже не надо.

#### 4. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ КОРРЕЛЯЦИОННОГО МЕТОДА

##### 4.1. Использование данных скважинной электроразведки

Корреляционный метод локализации геоэлектрических аномалий может быть модифицирован для интерпретации данных как наземной, так и скважинной электроразведки. Для решения этой задачи предположим, что источник закреплен, а регистрация ЭМ-поля осуществляется вдоль некоторого профиля  $\Gamma$ , который состоит из трех частей:  $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3$ , где  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_3$  — наклонные плоскости,  $\Gamma_2$  — часть поверхности  $z = 0$ . Рассмотрим вначале случай локализации одной аномалии. Запишем формулу (1) для произвольной точки профиля  $\Gamma$ :

$$E_y^a(x'_k, z'_k) = i\omega\mu_0 \iint_{D_a} \sigma_a E_y G^n(x'_k - x, z'_k | z) dx dz, \quad (23)$$

$$(x'_k, z'_k) \in \Gamma.$$

Воспользовавшись предположением о том, что при фиксированных  $(x'_k, z'_k) \in \Gamma$  функция Грина  $G^n$  не сильно меняется при различных положениях точки интегрирования  $(x, z) \in D_a$  в (23)

$$G^n(x'_k - x, z'_k | z) \approx \text{const}(x, z), \quad (x, z) \in D_a, \quad (x'_k, z'_k) \in \Gamma, \quad (24)$$

преобразуем (23) к виду

$$E_y^a(x'_k, z'_k) \approx i\omega\mu_0 G^n(x'_k - x_0, z'_k | z_0) \iint_{D_a} \sigma_a E_y dx dz. \quad (25)$$

Из (25) следует, что положение геоэлектрической аномалии можно определять по максимуму функции  $U$ , вычисляемой по формуле, аналогичной (4):

$$U(x, z) = \frac{|\sum_k E_y^a(x'_k, z'_k) \bar{G}^n(x'_k - x, z'_k | z)|^2}{\sum_k |E_y^a(x'_k, z'_k)|^2 \sum_k |G^n(x'_k - x, z'_k | z)|^2}, \quad (x'_k, z'_k) \in \Gamma. \quad (26)$$

Для суммарного аномального тока, текущего в неоднородности, имеем формулу, аналогичную (7):

$$J^a(\omega) = \iint_{D_a} \sigma_a E_y dx dz = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\sum_k E_y^a(x'_k, z'_k) \bar{G}^n(x'_k - x_0, z'_k | z_0)}{\sum_k |G^n(x'_k - x_0, z'_k | z_0)|^2}, \quad (27)$$

$$(x'_k, z'_k) \in \Gamma,$$

где  $(x_0, z_0)$  — положение максимума функции  $U$ .

Сравнивая формулы (4), (7) с (26), (27), мы видим, что две последние получаются из первых путем замены переменных  $(x'_k, z'_k = 0)$  на  $(x'_k, z'_k) \in \Gamma$ . Легко видеть, что и другие формулы, полученные в разд. 2 и 3, могут

быть обобщены на случай произвольного профиля наблюдений  $\Gamma$  путем такой же замены переменных.

В заключение отметим, что профиль  $\Gamma$  не обязательно должен состоять из трех частей, в частности для расчетов можно иметь данные на одной наклонной плоскости (в одной скважине).

##### 4.2. Рудная задача

Для рудной электроразведки наиболее типичным является случай, когда вмещающая среда считается изолятором. При наличии одной аномалии выражение для аномального поля на поверхности Земли во временной области имеет вид

$$E_y^a(x', z' = 0, t) = \iint_{D_a} \sigma_a \frac{\partial}{\partial t} E_y(x, z, t) G_L(x' - x, z' = 0 | z) dx dz, \quad (28)$$

где  $G_L$  — функция Грина для двумерного уравнения Лапласа:

$$G_L(x, z) = \ln \sqrt{x^2 + z^2}. \quad (29)$$

Предположив, что аномальная область не очень велика, т.е.

$$G_L(x' - x, z' = 0 | z) \approx \text{const}(x, z), \quad (x, z) \in D_a,$$

заменим уравнение (28) его приближенным аналогом:

$$E_y^a(x', z' = 0, t) = G_L(x' - x_0, z' = 0 | z_0) \iint_{D_a} \sigma_a \frac{\partial}{\partial t} E_y^a(x, z, t) dx dz, \quad (30)$$

$$(x_0, z_0) \in D_a.$$

Из равенства (30) следует, что положение максимума функции  $U_L$ , вычисляемой по формуле

$$U_L(x, z, t) = \frac{(\int_{-\infty}^{+\infty} E_y^a(x', z' = 0, t) G_L(x' - x, z' = 0 | z) dx)^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} (E_y^a(x', z' = 0, t))^2 dx \int_{-\infty}^{+\infty} (G_L(x' - x, z' = 0 | z))^2 dx}, \quad (31)$$

соответствует положению точки, в которой аномальные токи для данного момента времени  $t$  максимальны.

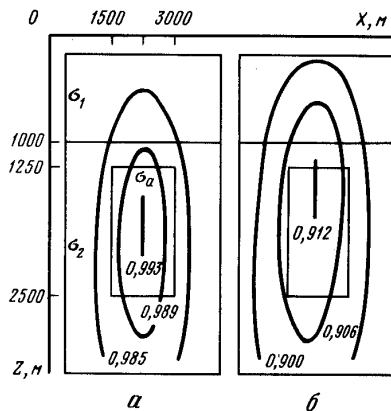
Сравнивая (4) и (31), мы видим, что формула (31) получается из (4) путем следующих замен:

$$U(x, z) \rightarrow U_L(x, z, t), \quad E_y^a(x, z) \rightarrow E_y^a(x, z, t), \quad G \rightarrow G_L. \quad (32)$$

Легко видеть, что все остальные формулы, полученные в разд. 2 и 3, а также в разд. 4.1, обобщаются на случай рудной задачи путем замены (32). Для формул разд. 3 дополнительно к (32) используется замена  $c_k \rightarrow c_k(t)$ .

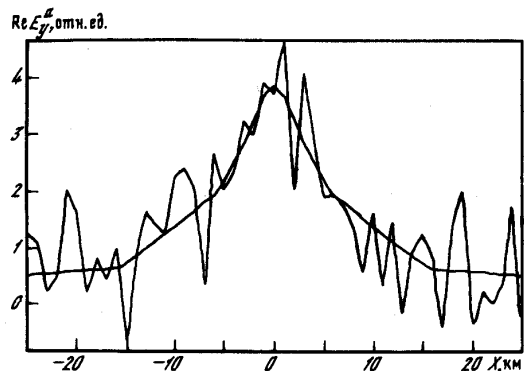
#### 5. ТЕСТИРОВАНИЕ МЕТОДА

Корреляционный метод локализации геоэлектрических аномалий тестировался на серии модельных и теоретических примеров. На рис. 1, а приведена карта изолиний функции  $U$ . Вычисления выполнены в  $k_x$ -области. Аномалия представлена прямоугольной вставкой, погруженной во второй слой двухслойного нормального разреза. Среда возбуждается плоской



Р и с. 1. Карта изолиний функции  $U$ , построенная по спектру точного поля (а) и по спектру зашумленного поля (б)  
 $T = 5$  с;  $\sigma_1 = 0,25$  См/м;  $\sigma_2 = 0,01$  См/м;  $\sigma_a = 1$  См/м

Р и с. 2. Графики точного и зашумленного полей

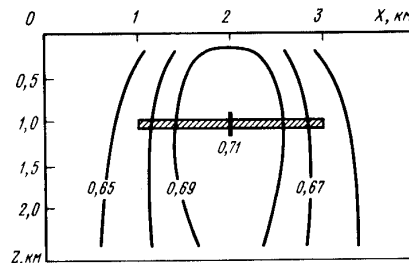


монохроматической  $E$ -поляризованной волной. Параметры модели приведены на рисунке. На рис. 1, б приведены результаты локализации аномалии в той же модели по полю с наложенной 50%-ной случайной помехой. Точное и зашумленное поля приведены на рис. 2.

На рис. 3 приведена карта изолиний функции  $U$ , вычисленная для модельного примера, в котором аномалия представляет собой длинную тонкую вставку повышенного сопротивления.

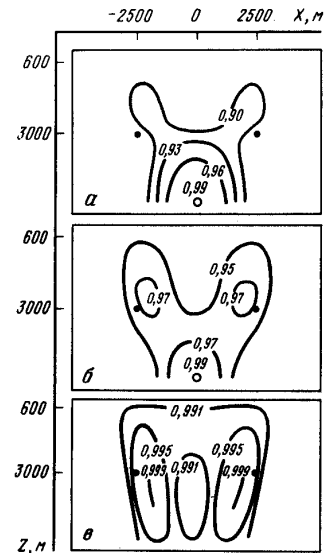
На рис. 4 показано влияние окна корреляции на разрешающую способность метода. Аномальное поле в данном примере создавалось двумя бесконечно длинными токовыми нитями, параллельными оси  $Y$  и погруженными в изолятор. На рис. 4, а-в окно корреляции равно  $A/z = 1,5; 1; 0,5$  соответственно;  $z$  — исследуемая глубина.

Приведенные примеры показывают, что корреляционный метод позволяет устойчиво локализовать геоэлектрические неоднородности даже при наличии значительной помехи в исходных данных, используя для этого данные ЭМ-зондирования на одной частоте.



Р и с. 3. Результат локализации плохо проводящей пластины, погруженной в однородное полупространство  
 $T = 4$  с;  $\sigma_n = 0,2$  См/м;  $\sigma_a = 0,0033$  См/м

Р и с. 4. Иллюстрация влияния фокусирующего параметра — окна корреляции — на теоретическом примере  
 а —  $\alpha = 1,5$ ; б —  $1,0$ ; в —  $0,5$



## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены следующие результаты:

1. Предложен устойчивый метод локализации одной или нескольких геоэлектрических неоднородностей, погруженных в произвольный горизонтально-слоистый нормальный разрез. Этот метод может использоваться как при решении глубинных задач, так и при поисках месторождений полезных ископаемых (задачи скважинной, рудной и других электроразведок). Использование фокусирующего параметра — окна корреляции — позволяет повысить разрешающую способность метода.
2. Метод работает с одной компонентой ЭМ-поля как в  $x$ -, так и в  $k_x$ -области. В последнем случае достигается существенное ускорение решения задачи локализации неоднородностей.
3. Получено выражение для суммарного аномального тока, текущего внутри неоднородности на фиксированной частоте. Величина суммарного аномального тока может использоваться как дополнительная информация об аномалии при решении обратной задачи, например для ее регуляризации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бердичевский М.Н., Жданов М.С. Интерпретация аномалий переменного электромагнитного поля Земли. М.: Недра, 1981. 327 с.
2. Жданов М.С., Матусевич В.Ю., Френкель М.А. Сейсмическая и электромагнитная миграция. М.: Наука, 1988. 376 с.
3. Крылов В.А. Интерпретация электромагнитных аномалий по методу моментов в случае двумерной модели среды // Математические методы в геоэлектрике. М.: ИЗМИРАН, 1982. С. 121–128.
4. Макагонов П.П., Бугаева Е.С. Применение мультипольной аппроксимации для интерпретации данных метода переходных процессов на ЭВМ. ВИНТИ 17.06.81, № 2908–81. Изв. вузов. Геология и разведка.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1978. 832 с.

В.Н. ШУМАН

ПОЛУГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ  
В ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЗОНДИРОВАНИЙ  
С КОНТРОЛИРУЕМЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ПОЛЯ

Наиболее сложным вопросом в теории электромагнитных методов остается исследование особенностей распределения электромагнитных полей различного происхождения в горизонтально-неоднородных средах. До настоящего времени теоретических расчетов здесь все еще мало, что препятствует выработке соответствующей методики электромагнитных исследований. Существующий аппарат интерпретации электромагнитных наблюдений с контролируруемыми источниками поля разработан на основе горизонтально-слоистых моделей разреза.

Очевидно, перенос соответствующих приемов интерпретации на горизонтально-неоднородные среды может быть осуществлен лишь в том случае, если изменения параметров разреза в тангенциальном направлении достаточно медленны, а пространственная разрешающая способность зондирующих установок достаточно велика, так как только в этом случае будет сказываться незначительно. При этом предполагается, что полученные результаты могут быть отнесены и характеризуют разрез в так называемой точке записи, или точке отнесения информации. Заметим, что пространственная разрешающая способность электромагнитной зондирующей системы определяется тем минимальным объемом исследуемой среды, который эта система различает в качестве отдельного элемента.

Как уже отмечалось [1], часть проблем электромагнитных зондирований сред с нарушенной слоистостью можно понять, используя некоторые элементы лучевой теории к описанию распространения электромагнитных возмущений в проводящей среде. С геометрической оптикой обычно ассоциируется простая гидромагнитная модель распространения энергии, полностью характеризующаяся вещественной скалярной функцией  $L(x, y, z)$ , являющейся решением уравнения эйконала. Геометрические лучи определяются как траектории, ортогональные к волновым поверхностям  $L(x, y, z)$ , направление которых совпадает в каждой точке изотропной среды с направлением усредненного вектора Пойнтинга [2].

Известно, что для доказательства применимости законов геометрической оптики необходимо установить, что амплитудный коэффициент  $A$  рассматриваемого процесса удовлетворяет уравнению переноса

$$2 \nabla A \nabla \varphi + A \nabla^2 \varphi = 0, \quad (1)$$

а некоторая величина  $\varphi$  (фаза) — уравнению эйконала

$$(\nabla \varphi)^2 = \epsilon(r), \quad (2)$$

где  $\epsilon(r)$  — диэлектрическая проницаемость среды [2].

Традиционно лучевые представления относятся к слабопоглощающим

в данной области частот средам, для которых мнимой частью комплексной диэлектрической проницаемости  $\epsilon_1 = \epsilon + i\sigma/\omega$ , где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $\sigma$  — удельная проводимость изотропной среды, можно пренебречь. Для сильнопоглощающих сред, с которыми в большинстве случаев имеют дело при выполнении электромагнитных зондирований, введение лучевых представлений существенно затруднено и не является традиционным, хотя именно в этом случае особенно важно было бы сохранить их.

Один из подходов по обобщению метода геометрической оптики для сред с поглощением основан на введении комплексных лучей [3]. При этом уравнения для комплексных лучей выводятся тем же путем, что и уравнения вещественных лучей в непоглощающей среде, — как комплексные решения гамильтоновых уравнений характеристик [4].

Другой подход, в определенном смысле дополняющий предыдущий, рассмотрен в работе [5], в которой получено описание класса всех решений системы уравнений Максвелла для изотропной среды:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = i\omega \mu \mathbf{H}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = -i\omega \epsilon_1 \mathbf{E}, \quad (3)$$

связывающих между собой комплексные амплитуды напряженностей электрического  $\mathbf{E}$  и магнитного  $\mathbf{H}$  полей, удовлетворяющих условию ортогональности

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (4)$$

где  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H}$  — симметричное скалярное произведение комплексных векторов.

Показано, что условие ортогональности (4) необходимо и достаточно для существования комплекснозначных функций  $\varphi_1, \varphi_2, \chi_1, \chi_2$  точки  $\mathcal{M}(x, y, z)$  и частоты  $\omega$ , что всякое решение системы (3), удовлетворяющее (4), имеет вид

$$\mathbf{E} = \operatorname{grad} \chi_1 e^{i\omega \varphi_1}, \quad \mathbf{H} = \operatorname{grad} \chi_2 e^{i\omega \varphi_2}. \quad (5)$$

При этом фазовые функции  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  определяют структуру электромагнитного поля (5), так как, если считать их заданными гладкими функциями точки  $\mathcal{M}(x, y, z)$ , система (3) становится эквивалентной системе линейных алгебраических уравнений относительно векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 \times \mathbf{E} &= \mu \mathbf{H}, & \mathbf{k}_2 \times \mathbf{H} &= -\epsilon_1 \mathbf{E}, \\ \mathbf{k}_1 &= \operatorname{grad} \varphi_1, & \mathbf{k}_2 &= \operatorname{grad} \varphi_2. \end{aligned} \quad (6)$$

Функции  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  будут фазовыми для решения (5) системы (3), если они удовлетворяют обобщенному условию эйконала

$$\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 = \mu(\epsilon + i\sigma/\omega) = \mu \epsilon_1, \quad (7)$$

которое превращается в классическое уравнение эйконала при  $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}$ , где  $\mathbf{k}$  — вещественный волновой вектор.

Другими словами, для изотропной среды условие ортогональности является необходимым и достаточным для представления гармонического во времени электромагнитного поля в точке  $\mathcal{M}(x, y, z)$  в виде распространяющейся локально-плоской неоднородной волны.

Как известно, лучевые методы основаны на асимптотическом представлении поля именно локально-плоской волной. Причем в случае локально-

плоской однородной волны мы имеем дело с обычными лучами геометрической оптики, а локально-плоской неоднородной — с комплексными лучами. Таким образом, в поглощающей среде (при выполнении условия (6)) геометрические лучи становятся комплексными. Исключение составляют лишь частные вырожденные случаи с определенной симметрией — плоская и сферическая волны в однородной изотропной поглощающей среде.

К сожалению, правила обращения с комплексными лучами практически не разработаны, что существенно затрудняет их использование. Значительное усложнение теории, связанное с использованием комплексных лучей, вытекает уже из рассмотрения законов отражения и преломления этих волн на плоской границе раздела двух изотропных сред.

Как известно, отражение и преломление однородных плоских волн существенно зависит от их поляризации, причем поляризация падающей, отраженной и преломленной волн будет различной. Однако падающую однородную плоскую волну любой поляризации всегда можно представить в виде суммы двух специально выбранных линейно-поляризованных базисных волн, отражение и преломление которых происходит без изменения их поляризации. Этот факт представляется особенно важным, так как дает возможность отражение любой волны свести к рассмотрению отражения только этих двух волн, причем отражение и преломление каждой из них характеризовать одним скалярным параметром — коэффициентом отражения. При таком рассмотрении исключительно важную роль играет понятие плоскости падения, к которой осуществляется привязка базисных волн [2]. Напомним, что плоскостью падения считается плоскость, содержащая векторы фазовой нормали и нормали к границе раздела сред.

При переходе к неоднородным волнам, когда векторы волновой и амплитудной нормалей и нормали к границе раздела некомпланарны, обычное понятие плоскости падения теряет смысл [6]. В этом случае отражение и преломление электромагнитных волн на плоской границе раздела, как правило, связаны с изменением их поляризаций. Для описания такого явления двух обычных коэффициентов отражения Френеля уже недостаточно и необходимо введение матрицы отражения и пропускания. На этом примере особенно рельефно видны трудности оперирования с комплексными лучами.

Отметим еще одно важное обстоятельство: в общем случае система уравнений Максвелла, описывающая распределение электромагнитного поля в пространстве и электрического тока в проводящей среде, приводится к симметричной гиперболической системе дифференциальных уравнений относительно компонент электромагнитного поля  $E$  и  $H$ . Распределение электрического тока в проводнике обусловлено как волновым характером распространения электромагнитной энергии, так и диффузией электромагнитного поля в проводник. Если мы пренебрегаем действительной частью комплексной диэлектрической проницаемости (квазистационарное приближение), то остается чисто диффузионное распространение и электромагнитные волны будут полностью исключены из основной системы уравнений. В этом случае принято говорить о "диффузионной, нераспространяющейся или экспоненциально затухающей волне".

Один из возможных путей использования элементов геометрооптических представлений в теории электромагнитных зондирований с искусственным возбуждением поля основан на разделении наблюдаемого электромагнитного отклика на несколько компонент с различными свойствами [1]. Этот подход предусматривает систематическое использование представления электромагнитного отклика над горизонтально-слоистой средой с помощью горизонтально-распространяющихся волн. Адекватным математическим приемом, позволяющим осуществить такое разделение, является контурное интегрирование на комплексной плоскости продольного волнового числа и выделение из наблюдаемого отклика вклада, соответствующего полюсам. Тот факт, что только отдельные точки (полюса) в интегральном представлении дают вклад в волноводную часть электромагнитного отклика, отождествляемую с вычетами вокруг полюсов, указывает на локальный характер процесса. Именно это свойство и используется при описании с помощью оптических лучей, когда рассматривается поведение поля на больших расстояниях от источника возбуждения, где соответствующие интегральные представления поддаются асимптотической оценке методом перевала (седловой точки).

В данной работе сосредоточим внимание на другой возможности применения некоторых элементов лучевого метода к описанию распространения электромагнитных возмущений в квазистационарном приближении, основанной на использовании гибридно-лучевой аппроксимации, существо которой состоит в разделении наблюдаемого отклика над слоистой средой на две компоненты, интерпретируемые с физической точки зрения как отраженная (квазилучевая) и полупространственная (волновая). В отличие от предыдущего подхода этот путь носит более ограниченный характер и в значительной степени ориентирован на использование тех вырожденных случаев, о которых упоминалось ранее.

Пусть на поверхности двухслойной структуры с горизонтальными границами раздела расположен горизонтальный электрический либо вертикальный магнитный диполь. Модель состоит из однородного слоя мощности  $h$  и проводимости  $\sigma_1$ , подстилаемого полупространством с проводимостью  $\sigma_2$ . Магнитная проницаемость всех слоев структуры  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. Как известно [7, 8], для гармонического режима электромагнитное поле электрического диполя может быть найдено с помощью векторного потенциала  $A$ , удовлетворяющего равенству  $\nabla = \mu H = \text{rot } A$ , и скалярного потенциала  $u = i\omega/k^2 \text{div } A$ , причем  $E = i\omega A - \text{grad } u$  и для данного источника в декартовой системе координат (ось  $z$  направлена вниз, ось диполя ориентирована вдоль оси  $x$ ) существуют лишь две компоненты вектор-потенциала  $A_x$  и  $A_z$ :

$$A_x = \frac{J\mu}{4\pi} \int_0^\infty [1 + \alpha_0^{(2)}(\mu)] J_0(mr) dm, \quad (8)$$

$$A_z = \frac{J\mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \frac{1}{m} [\alpha_0^{(2)}(\mu) + \alpha_0^{(2)}(\sigma)] J_0(mr) dm, \quad (9)$$

где  $J = J_0 l$  — момент диполя, равный произведению силы тока на длину

диполя  $l$ ;

$$\alpha_0^{(2)}(\mu) = \frac{n_{01} + n_{12}e^{-2n_1h}}{1 + n_{01}n_{12}e^{-2n_1h}}, \quad n_{ij} = \frac{n_i - n_j}{n_i + n_j};$$

$$\alpha_0^{(2)}(\sigma) = \frac{\bar{n}_{01} + \bar{n}_{12}e^{-2n_1h}}{1 + \bar{n}_{01}\bar{n}_{12}e^{-2n_1h}}, \quad \bar{n}_{ij} = \frac{n_i\sigma_j - n_j\sigma_i}{n_i\sigma_j + n_j\sigma_i};$$

$n_i^2 = m^2 + k_i^2$ ;  $k_i^2 = -i\omega\mu\sigma_i$  – волновое число  $i$ -го слоя;  $J_0(mr)$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка;  $r^2 = x^2 + y^2$ .

Коэффициенты отражения  $\alpha_0^{(2)}(\mu)$  и  $\alpha_0^{(2)}(\sigma)$  могут быть представлены в виде следующих идентичных сумм:

$$\alpha_0^{(2)}(\mu) = n_{01} + (1 - n_{01}^2) \sum_{q=1}^{\infty} (-1)^{q-1} n_{01}^{q-1} e^{-2n_1hq}, \quad (10)$$

$$\alpha_0^{(2)}(\sigma) = \bar{n}_{01} + (1 - \bar{n}_{01}^2) \sum_{q=1}^{\infty} (-1)^{q-1} \bar{n}_{01}^{q-1} e^{-2n_1hq}.$$

Для решения задачи о вертикальном магнитном диполе, расположенном на поверхности рассматриваемой двуслойной структуры, вводится магнитный вектор-потенциал  $A^*$ , связанный с напряженностью электрического поля соотношением  $E = i\omega \text{rot} A^*$ . Вектор-потенциал в этом случае имеет только одну вертикальную компоненту  $A_z^*$ :

$$A_z^* = \frac{M\mu}{4\pi} \int_0^{\infty} [1 + \alpha_0^{(2)}(\mu)] J_0(mr) dm, \quad (11)$$

где  $M = J_0g$  – момент магнитного диполя, равный произведению силы тока на площадь рамки  $g = n\pi r^2$ .

В цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$  с началом в центре диполя компоненты электромагнитного поля определяются формулами

$$E_{\varphi}^* = -i\omega \frac{\partial A_z^*}{\partial r}, \quad B_z^* = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{A_z^*}{\partial r}, \quad B_r^* = \frac{\partial^2 A_z^*}{\partial r \partial z}. \quad (12)$$

Подставляя значения коэффициентов отражения  $\alpha_0^{(2)}(\mu)$  и  $\alpha_0^{(2)}(\sigma)$  (10) в соответствующие выражения для вектор-потенциалов (8), (9), (11), мы обнаруживаем, что они состоят из двух частей. Первая часть, обусловленная коэффициентами отражения от верхней границы раздела  $n_{01}$  и  $\bar{n}_{01}$ , может быть вычислена в явном виде и хорошо известна [7, 8]. Она равна вектор-потенциалу однородного полупространства с проводимостью верхнего слоя  $\sigma_1$ . Что касается второй части вектор-потенциала, то она существует только при наличии нижней границы раздела и представляет собой "добавку за слоистость".

Если покрывающий слой обладает высокой проводимостью, то в силу экспоненциального характера поглощения в нем в формулах для коэффициентов отражения  $\alpha_0^{(2)}(\mu)$  и  $\alpha_0^{(2)}(\sigma)$  (10) достаточно ограничиться толь-

ко двумя членами ряда:

$$\alpha_0^{(2)}(\mu) \approx n_{01} + (1 - n_{01}^2)n_{12}e^{-2n_1h},$$

$$\alpha_0^{(2)}(\sigma) \approx \bar{n}_{01} + (1 - \bar{n}_{01}^2)\bar{n}_{12}e^{-2n_1h}. \quad (13)$$

Так как вычисление отклика от однородного проводящего полупространства принципиальных затруднений не вызывает, в дальнейшем рассмотрим только "отраженную" его часть, определяемую вторым членом приближенного равенства (13).

Для вертикального магнитного диполя отраженные части компонент отклика с учетом (12) примут вид

$$E_{\varphi}^{* \text{отр}} \approx -\frac{i\omega\mu M}{4\pi} \int_0^{\infty} m(1 - n_{01}^2)n_{12}e^{-2n_1h} J_1(mr) dm,$$

$$B_z^{* \text{отр}} \approx \frac{\mu M}{4\pi} \int_0^{\infty} m^2(1 - n_{01}^2)n_{12}e^{-2n_1h} J_0(mr) dm, \quad (14)$$

$$B_r^{* \text{отр}} \approx \frac{\mu M}{4\pi} \int_0^{\infty} m^2(1 - n_{01}^2)n_{12}e^{-2n_1h} J_1(mr) dm.$$

Однако несмотря на относительно простую структуру, эти интегралы в явном виде не вычисляются. В связи с этим предположим, что регистрация компонент электромагнитного поля осуществляется в так называемой зоне индукции, когда расстояния между источником и приемником меньше длины волны во всех слоях рассматриваемой структуры ( $k_1r \ll 1, k_2r \ll 1$ ). В этом случае коэффициент  $(1 - n_{01}^2)n_{12}$ , входящий в интегральные выражения (14), может быть разложен в ряд по возрастающим степеням  $k/m$ . Ограничиваясь квадратичным приближением, получаем

$$n_{01}^2 \approx -\frac{k_1^2}{4m^2}, \quad n_{12} \approx \frac{k_1^2 - k_2^2}{4m^2}, \quad (15)$$

с учетом которых можно записать

$$(1 - n_{01}^2)n_{12} \approx 1 + \frac{k_1^2}{4m^2} (k_1^2 - k_2^2) \frac{1 - \frac{k_1^2}{4m^2} - \frac{k_1^2}{4m^2} + \frac{k_1^2}{4m^2}}{4m^2} \approx$$

$$\approx \frac{k_1^2 - k_2^2}{4mn_1}. \quad (16)$$

Приближенное равенство (16) дает возможность относительно просто оценить соответствующие вклады "отраженных" частей в компонентах электромагнитного отклика для индукционной зоны в следующей элементарной форме:

$$B_z^{* \text{отр}} \approx \frac{k_1^2 \mu M}{16\pi} \left( 1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \frac{e^{-k_1 \sqrt{r^2 + 4h^2}}}{\sqrt{r^2 + 4h^2}} \right),$$

$$E_{\varphi}^{* \text{отр}} \approx -\frac{i\omega\mu M}{16\pi} \frac{k_1}{r} \left( 1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \left( e^{-2k_1h} - e^{-k_1 \sqrt{r^2 + 4h^2}} \right), \quad (17)$$



$$B_r^{*отр} \approx \frac{k_1^2 M \mu}{16\pi} \left(1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \left(-\frac{\partial N}{\partial r}\right),$$

где функция  $N$  задается равенством

$$N = \int_0^\infty \frac{e^{-n_1 z}}{n_1} J_0(mr) dm = I_0\left(k_1 \frac{R-z}{2}\right) K_0\left(k_1 \frac{R+z}{2}\right);$$

$I_0(\cdot)$  и  $K_0(\cdot)$  — модифицированные функции Бесселя;  $R^2 = r^2 + z^2$ .

Примечательно, что конфигурация  $B_z^{*отр}$  в зоне индукции близка к полю сферической волны. Определим теперь геометрические лучи (эффективные траектории) как пространственные кривые, ортогональные к геометрическим волновым фронтам (эквифазовым поверхностям  $B_z^{*отр}$ ). Но так как поверхности равных амплитуд и фаз в данном случае практически параллельны, то эффективные (диффузионные) траектории в этом диапазоне разносов (зоне индукции) для  $B_z^{*отр}$  действительны, т.е. фактически совпадают с обычными лучевыми.

Что касается отраженной части в других компонентах электромагнитного отклика, возбуждаемых вертикальным магнитным диполем, то поверхности равных фаз и равных амплитуд имеют более сложный характер. В результате эффективные траектории будут существенно отличаться от лучевых.

К сожалению, структура отраженных частей в компонентах электромагнитного поля, возбуждаемых горизонтальным электрическим диполем, значительно более громоздка и более сложна для анализа. По этой причине ограничимся лишь кратким рассмотрением наиболее интересных с точки зрения приложений вертикальной компонентой магнитной индукции  $B_z^{отр}$  и горизонтальной компонентой электрического поля  $E_x^{отр}$ .

Ограничиваясь в коэффициентах отражения  $\alpha_0^{(2)}(\mu)$  и  $\alpha_0^{(2)}(\sigma)$  двумя членами ряда, находим

$$B_z^{отр} \approx -\frac{J\mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty \frac{m}{n_0} (1 - n_{01}^2) n_{12} e^{-2n_1 h} J_0(mr) dm, \quad (18)$$

$$E_x^{отр} \approx \frac{J\mu}{4\pi} \frac{i\omega}{k_0^2} \left\{ k_0^2 \int_0^\infty \frac{m}{n_0} [1 + \alpha_0^{(2)}(\mu)] J_0(mr) dm - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^\infty \frac{m}{n_0} [1 + \alpha_0^{(2)}(\mu)] J_0(mr) dm + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^\infty \frac{n_0}{m} [\alpha_0^{(2)}(\mu) + \alpha_0^{(2)}(\sigma)] J_0(mr) dm \right\}, \quad (19)$$

где  $n_0^2 = m^2 + k_0^2$ ;  $k_0^2 = -\omega^2 \mu \epsilon_0$ ;  $\epsilon_0 = 10^{-9}/36\pi$  Ф/м.

Очевидно, что интеграл в формуле (18) описывает достаточно сложную структуру волнового фронта, существенно отличающуюся от структуры сферической волны даже в зоне индукции. Что касается отраженной части в компоненте  $E_x$ , задаваемой равенством (19), то вопрос о структуре волнового фронта решается значительно сложнее, так как в этом случае

мы имеем дело с двухмодовым — индукционным и гальваническим — возбуждением данной модели.

Задача определения структуры волнового фронта может быть несколько упрощена, если воспользоваться идеей метода гибридно-лучевой аппроксимации [9], согласно которой при некоторых ограничениях геометрия волнового фронта (эквифазовых поверхностей)  $E_x^{отр}$  приблизительно соответствует геометрии фронта  $E_x$  в однородном полупространстве с проводимостью верхнего слоя  $\sigma_1$  на удвоенной глубине залегания границы раздела, т.е. при  $z = 2h$ . Иначе говоря, будем полагать, что отраженная часть отклика  $E_x^{отр}$  распространяется по нормали к фронту возмущения, идентифицируемому с поверхностями равных фаз в однородном полупространстве с проводимостью  $\sigma_1$ .

Хотя значение компоненты электрического поля  $E_x$ , возбуждаемой приземленным электрическим диполем, в однородном проводящем полупространстве на глубине  $z = 2h$  и может быть вычислено в явном виде, однако определение поверхностей равных фаз и амплитуд  $E_x$  в нем представляет собой достаточно громоздкую задачу, требующую численных расчетов. Для некоторых сечений, в частности для экваториальной ( $r = y$ ,  $x = 0$ ,  $z > 0$ ) и осевой ( $r = x$ ,  $y = 0$ ,  $z > 0$ ) плоскостей, расчет амплитудных и фазовых контуров выполнен в работе [9].

Как следует из расчетов, фазовые и амплитудные контуры в экваториальной плоскости диполя близки по конфигурации в диапазоне разносов  $y/\delta < 4$ , где  $\delta = \sqrt{2/(\omega\mu\sigma_1)}$  — мощность скин-слоя. На больших удалениях фазовые контуры резко выгибаются и поле  $E_x$  приобретает характер плоской волны с горизонтальными фазовыми поверхностями.

Осевое поле дает более сложную картину контуров равных фаз и амплитуд, тем не менее и здесь на небольших горизонтальных удалениях амплитудные и фазовые контуры различаются несущественно.

Таким образом, в соответствии с нашей концепцией падающее на границу раздела первичное поле (т.е. поле в однородном полупространстве) на небольших горизонтальных удалениях ( $y/\delta < 3-4$ ) можно аппроксимировать локально-плоской неоднородной волной с довольно близкой ориентацией фазовой и амплитудной нормалей. В результате угол неоднородности  $\gamma$  (угол между фазовой и амплитудной нормальями) оказывается малым и эффективные (диффузионные) траектории становятся близкими к обычным лучевым. Физически это можно интерпретировать существованием некоего "размытого" луча (угол неоднородности  $\gamma$  все же не равен нулю) и возможностью определения для него среднего угла падения и отражения. В этом смысле можно говорить о квазилучевом (полугеометрическом) приближении, когда определяются только средний угол падения и точка отражения и не ставится задача определения интенсивности отражения.

Возможно, предлагаемая полугеометрическая аппроксимация может показаться слишком интуитивной и формальной, что требует ее экспериментального подтверждения. Задача экспериментального обоснования квазилучевого (полугеометрического) приближения в первую очередь состоит в обнаружении электромагнитных возмущений, отраженных от локальных геоэлектрических неоднородностей, и изучении смещения максимума отраженной части отклика вдоль профиля наблюдений на

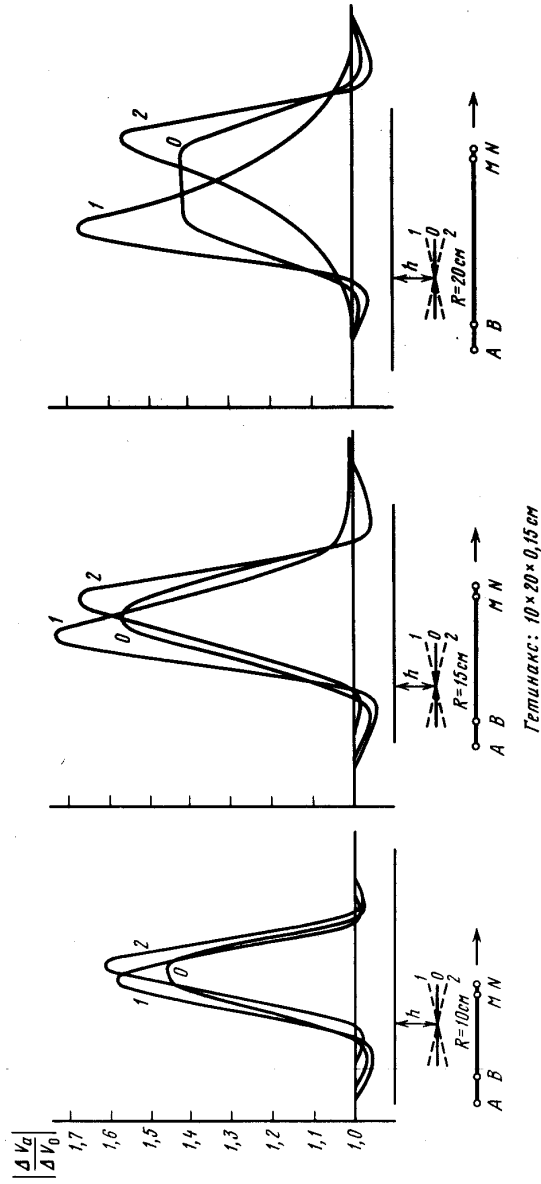


Рис. 1. Графики профилирования  $|\Delta V_g|/|\Delta V_0|$  для горизонтальной и наклонной пластин дипольной осевой установкой  $h = 5$  см;  $f = 0,2$  МГц;  $\alpha = +15^\circ$  (1),  $\alpha = 0^\circ$  (0),  $\alpha = -15^\circ$  (2)

верхней границе раздела, что позволяет на качественном уровне устанавливать пространственное положение эффективной (диффузионной) траектории.

Физический эксперимент по обоснованию квазилучевого приближения был выполнен на моделирующей установке ЦГЭ Мингео УССР (г. Днепропетровск) для ряда простейших моделей реальных сред. Вмещающей средой, как обычно, являлся близкий к насыщению раствор NaCl мощностью  $H = 0,5$  м с удельным сопротивлением  $\rho_0 = 0,05$  Ом·м. В качестве моделей неоднородностей разреза служили тонкая непроводящая пластинка из гетинакса размером  $10 \times 20 \times 0,05$  см или хорошо проводящая медная пластинка  $10 \times 20 \times 0,03$  см, погружаемые в раствор горизонтально или с наклоном  $\pm 15^\circ$ .

На рис. 1 приведены графики профилирования  $|\Delta V_g|/|\Delta V_0|$  над непроводящей горизонтальной и наклонной ( $\pm 15^\circ$ ) пластинками для дипольной осевой установки на частоте  $f = 0,2$  МГц для разностей  $R = 10, 15, 20$  см при глубине погружения пластинки  $h = 5$  см. Скин-глубина  $\delta_0$  для однородного вмещающего полупространства с удельным сопротивлением  $\rho_0 = 0,05$  Ом·м на этой частоте составляет  $0,25$  м. Так как отражающая пластинка конечна, отраженный импульс, очевидно, тоже будет ограниченным.

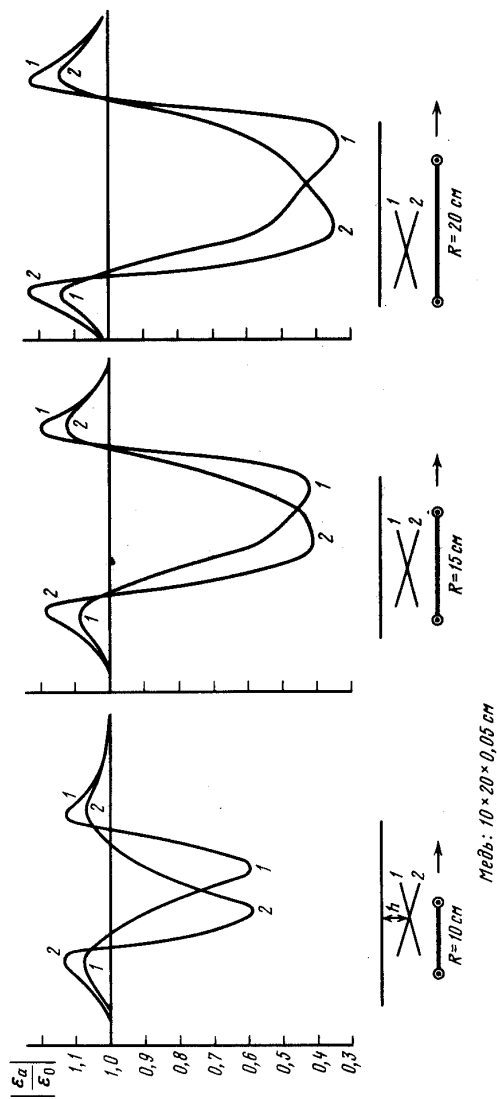
Как видно из приведенных графиков, пространственное положение максимума отраженной части отклика близко к положению, получаемому в рамках обычных лучевых представлений, и также закономерно смещается при наклоне пластинки на  $\pm 15^\circ$ . Этот факт свидетельствует о том, что в формировании отраженного импульса наибольшую роль играют те волны, направление распространения которых близко к направлению падающей на пластинку обычной плоской волны. Однако границы этого импульса довольно размыты, что может свидетельствовать о некомпланарности векторов амплитудной и фазовой нормалей падающей "диффузионной" волны и нормали к верхней грани пластинки в этом диапазоне разностей между питающим и приемным диполями. Тем не менее можно установить наличие некоего "размытого" луча (диффузионной траектории) и найти средний угол падения и отражения.

Примеры графиков профилирования над хорошо проводящей наклонной ( $\pm 15^\circ$ ) пластинкой с установкой "петля-петля" на частоте  $1,2$  МГц показаны на рис. 2. Как и в случае изолирующей пластинки, пространственное положение минимума также соответствует диффузионной траектории, близкой к обычной лучевой, однако его смещение при наклоне пластинки с учетом противофазного отражения становится обратным.

Сопоставляя графики профилирования для дипольных установок (источник и приемник — электрические диполи, источник и приемник — магнитные диполи) над изолирующей и хорошо проводящей пластинками на разных частотах и при разных разностях, можно сделать некоторые выводы, существо которых сводится к следующему.

1. Вид графиков профилирования над непроводящей пластинкой имеет более простой характер, чем над проводящей, что, возможно, связано с особенностями выбранных моделей.

2. Квазилучевое (полугеометрическое) приближение более успешно работает с понижением частоты над изолирующей пластинкой и с ее возрастанием над проводящей.



Р и с. 2. Графики профилирования  $|\epsilon_z|/|\epsilon_0|$  над хорошо проводящей наклонной пластиной установкой "петля-петля",  $h = 3$  см;  $f = 1,2$  МГц;  $\alpha = +15^\circ$  (1);  $\alpha = -15^\circ$  (2)

3. Эффективные (диффузионные) траектории достаточно хорошо аппроксимируют реальную физическую картину, когда локальная неоднородность находится на горизонтальном удалении в 2–3 скин-глубины, если источник возбуждения электрический диполь, и 1–2 скин-глубины – при магнитном возбуждении, что хорошо согласуется с ранее приведенными теоретическими оценками.

Разумеется, мы не утверждаем, что квазилучевое приближение окажется успешным во всех случаях, однако при тех ограничениях, которые приведены выше, оно не противоречит более формальной теории и, возможно, значительно облегчит понимание ряда проблем электромагнитных зондирований неоднородных сред. Заметим, что в последнее время развитие теории электромагнитных исследований в очень большой степени было связано скорее с математическими, а не с физическими аспектами. В этом контексте, как мы надеемся, квазилучевой подход может послужить полезным интуитивным руководством при постановке электромагнитных зондирований над горизонтально-неоднородными средами. В частности, он может оказаться особенно перспективным при выявлении и зондировании зон литолого-фациальных изменений разреза, а также при детальном изучении его неоднородностей.

В заключение напомним, что поведение компонент электромагнитного поля, возбуждаемого приземленным электрическим диполем или линией конечной длины в однородном проводящем полупространстве, изучалось в ряде работ советских и зарубежных исследователей [10]. Было установлено, что модуль составляющих  $|E_z|$  и  $|E_y|$  для некоторой фиксированной точки наблюдения при  $z > 0$  в зависимости от частоты монотонно убывает с ее повышением. В то же время зависимость модуля  $|E_x|$  от частоты имеет совершенно иной характер – существует частота, при которой  $|E_x|$  в точке наблюдения при  $z > 0$  достигает максимума. Одно из неожиданных следствий, вытекающих из этого факта, состоит в том, что глубина проникновения, определяемая расстоянием вдоль оси  $z$ , на котором амплитуда поля уменьшается в  $e$  раз, оказывается значительно больше глубины проникновения плоской волны. По оценкам Габийера и др. [11], для однородной среды, т.е. без учета границы раздела, глубина проникновения оказывается примерно в 3,85 раза больше глубины проникновения плоской волны. Последнее обстоятельство представляется особенно интересным с точки зрения повышения глубинности электромагнитных зондирований с локальным возбуждением поля.

Автор выражает благодарность Н.А. Щитову за помощь в проведении физического эксперимента.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шуман В.Н. Эффективные траектории в электромагнитных методах с искусственным возбуждением поля: Частотная область: Вопросы теории // Геофиз. журн. 1986. Т. 8, № 6. С. 49–55.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 718 с.
3. Крацов Ю.А. Комплексные лучи и комплексные каустики // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10, № 9/10. С. 1283–1304.
4. Крацов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.

5. Худак Ю.И. О локальной структуре однородной системы уравнений Максвелла для изотропной среды // Докл. АН СССР. 1985. Т. 282, № 1. С. 61–65.
6. Кириленко А.И., Хапалюк А.П. Коэффициенты отражения и пропускания для плоских неоднородных волн общего вида // Журн. прикл. спектроскопии. 1977. Т. 26, вып. 3. С. 532–537.
7. Ваньян Л.Л. Основы электромагнитных зондирований. М.: Недра, 1965. 108 с.
8. Светов Б.С. Теория, методика и интерпретация материалов низкочастотной индуктивной электроразведки. М.: Недра, 1973. 254 с.
9. Kan The-Kong, Clay C.S. Hybrid-ray approximation in electromagnetic sounding // Geophysics. 1979. Vol. 44, N 11. P. 1846–1861.
10. Корчагин Ю.А. Приземные антенны очень низких частот // Зарубеж. радиоэлектрон. 1987. № 5. С. 71–80.
11. Gabillard R., Degauque P., Wait J.R. Subsurface electromagnetic telecommunication: A review // IEEE Trans. Commun. Technol. 1971. Vol. 19. P. 1217–1228.

УДК 550.837.6

А.С. ЛИСИН, Ф.А. МЕДВЕДЕВ, В.Н. ШУМАН

### ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ДАННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЗОНДИРОВАНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТРАНСФОРМАЦИИ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ К ВОЛНОВОМУ

В работах [1, 2] предложен подход к интерпретации электромагнитных наблюдений в переходном режиме, основанный на возможности трансформации исходного уравнения теплопроводности, которому в квазистационарном приближении удовлетворяют компоненты поля в проводящей Земле, к волновому с дальнейшим использованием принципа распространения разрывов его решений. Возможность такой трансформации вытекает из существования взаимоднозначного соответствия между решениями уравнений параболического  $V(r, t)$  и гиперболического  $U(r, \tau)$  типов, задаваемого формулой

$$V(r, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \int_0^{\infty} e^{-r^2/4t} U(r, \tau) d\tau. \quad (1)$$

Соотношение (1) позволяет по известному решению граничной задачи для уравнения гиперболического типа найти решение соответствующей граничной задачи параболического типа [3].

Согласно известному факту эквивалентности теории характеристик и геометрической оптики, распространение разрывов функции  $U(r, \tau)$  происходит в соответствии с принципом Ферма, т.е. по законам геометрической оптики.

Основное достоинство предложенного способа – значительное расширение класса интерпретируемых моделей, включая и некоторые горизонтально-неоднородные среды, для которых решения прямых задач на данном этапе развития метода становления поля практически отсутствуют. Однако

переход в гиперболическую область с целью изучения характера распространения разрывов функций  $U(r, \tau)$  на плоскости  $(r, \tau)$  связан с необходимостью решения численным путем сингулярного интегрального уравнения первого рода (1). Как известно, эта задача относится к классу сильно-некорректных. Однако решение его единственно, что указывает на принципиальную возможность локализации искомого разрыва функции  $U(r, \tau)$ . Аналогично [2] мы остановимся здесь на "аппроксимационном" подходе к решению этого уравнения. Его суть состоит в том, что если функцию  $V(t)$  вещественной переменной на промежутке  $[0, T]$  можно заменить частичной суммой ее ряда Фурье

$$S_n(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n \left( a_k \cos \left( k \frac{2\pi t}{T} \right) + b_k \sin \left( k \frac{2\pi t}{T} \right) \right),$$

где

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T V(t) \cos \left( k \frac{2\pi t}{T} \right) dt, \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T V(t) \sin \left( k \frac{2\pi t}{T} \right) dt,$$

то сразу же можно записать выражение для  $U(\tau)$ .

$$U(\tau) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n a_k \operatorname{ch} \left( \sqrt{\frac{k\pi}{T}} \tau \right) \cos \left( \sqrt{\frac{k\pi}{T}} \tau \right) + \sum_{k=1}^n b_k \operatorname{sh} \left( \sqrt{\frac{k\pi}{T}} \tau \right) \sin \left( \sqrt{\frac{k\pi}{T}} \tau \right),$$

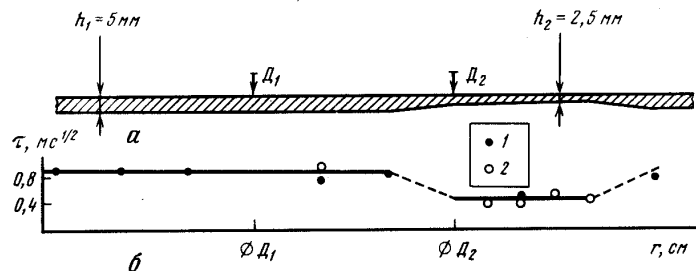
где  $\tau \in [0, T]$ .

Регуляризация в данном случае состоит в том, чтобы число членов разложения брать ограниченным и согласованным с погрешностью задания функции  $V(t)$  [4].

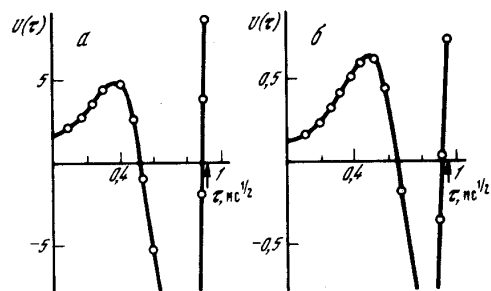
Данный алгоритм был опробован на моделях однородного проводящего полупространства и проводящего слоя, подстилаемого изолятором. Положение точки разрыва на оси  $0\tau$  при этом идентифицировалось с максимальным градиентом функции  $U(r, \tau)$ , следующим за ее выходом из минимума [2].

В рамках настоящей статьи мы ограничимся рассмотрением простейшего варианта этой методики применительно к обработке данных физического моделирования на свинцовой пластине с вырезом, полученных в ИАЭ им. И.В. Курчатова. Толщина свинцовой пластины 0,5 см, форма выреза показана на рис. 1. Координаты источника возбуждения (электрический диполь длиной  $l = 2$  см, вытянутый перпендикулярно плоскости чертежа) обозначены через  $D_1$  и  $D_2$ . Электромагнитный отклик измерялся катушкой диаметром 0,5 см. Внизу под пластиной показано положение точек разрыва функции  $U(\tau)$ , установленных по описанной методике (точками – в соответствующих пунктах наблюдения отклика на верхней поверхности пластины при источнике возбуждения в  $D_1$ , крестиками – в  $D_2$ ).

Примеры определения положения точек разрыва функции  $U(\tau)$  для одной и той же точки регистрации отклика, смещенной от  $D_1$  в сторону выреза на 2,5 см ( $D_1, r = +2,5$  см) или в противоположную сторону ( $D_2, r = -5$  см), приведены на рис. 2.



Р и с. 1. Осевой разрез модели с выемкой в виде усеченного конуса (а) и временной годограф, построенный по точкам разрыва функции  $U(r)$  (б)  
Стрелками обозначены положения питающего диполя; 1 —  $D_1$ ; 2 —  $D_2$

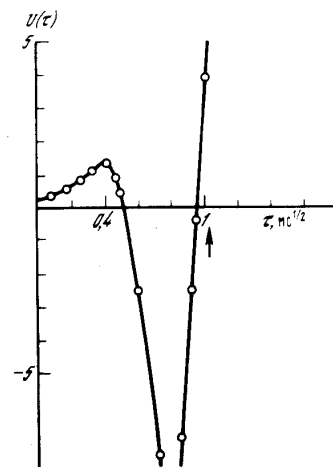


Р и с. 2. Примеры определения положения точек разрыва функции  $U(r)$  в модели рис. 1, а для различных положений питающего диполя и точек наблюдения  
а —  $D_1$ ,  $r = +2,5$  см; б —  $D_2$ ,  $r = -5$  см. Расстояние отсчитывается от питающего диполя

По полученному годографу распространения разрыва, показанному на рис. 1, можно сделать вывод, что он определяется той частью электромагнитного отклика, которая распространяется до точек наблюдения по воздуху и создает в проводящем слое экспоненциально затухающее возбуждение. Физически это соответствует падению на поверхность проводящей пластины импульса плоской неоднородной волны с убывающей вдоль  $r$  амплитудой. Так как "скорость" распространения разрыва в проводящей пластине  $v = 1/\sqrt{\sigma\mu_0}$  постоянна, то годограф, соответствующий компоненте отклика  $\tau_1 = 2h\sqrt{\sigma\mu_0}$ , опишет рельеф нижней ее границы [2]. Здесь  $\sigma$  — удельная электропроводность пластины,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

Представляет интерес получить уравнение годографа, соответствующего той части наблюдаемого отклика, которая распространяется в самой проводящей пластине. Легко установить [2], что для удалений от источника пластины (при  $r < 2h$ ) первым будет наблюдаться разрыв, обусловленный "прямой" волной с  $\tau_2 = r\sqrt{\sigma\mu_0}$ . К сожалению, выполнить наблюдения отклика на расстояниях, меньших удвоенной мощности пластины в точке регистрации отклика, т.е. при  $r < 1$  см, при  $h = 2$  см не представлялось

Р и с. 3. Пример определения точки разрыва функции  $U(r)$  для свинцовой модели толщиной 15 мм на расстоянии 15 мм от питающего диполя



возможным. С учетом этого факта нами был выполнен специальный эксперимент по регистрации отклика на свинцовой пластине утроенной мощности  $h = 1,5$  см при  $r = 1,5$  см, позволяющий определить положение искомого разрыва на оси  $Or$ . В результате появляется возможность только по электромагнитным наблюдениям оценить удельную электропроводность пластины, а затем из уравнения годографа  $\tau_1 = 2h\sqrt{\sigma\mu_0}$  определить и ее мощность в каждой точке регистрации электромагнитного отклика.

Из рис. 3 следует, что положение разрыва оценивается диапазоном  $\tau \approx 1 \div 1,03$   $ms^{1/2}$ . Теоретически вычисленное значение  $\tau$  для  $r = 1,5$  см при удельной электропроводности свинца  $\sigma = 5 \cdot 10^6$  См/м, взятой из справочной литературы, равно  $1,069$   $ms^{1/2}$ .

Полученные результаты по оценке  $h$  и  $\sigma$  можно считать вполне удовлетворительными, хотя с увеличением расстояния  $r$  от источника возбуждения трудности с установлением разрыва значительно возрастали. По этой причине была выполнена серия наблюдений с источником возбуждения  $D_2$ , расположенным на меньшем удалении от выреза в проводящей пластине что позволило более надежно определить параметры неоднородности.

Таким образом, выполненный эксперимент свидетельствует о перспективности данной методики интерпретации электромагнитных наблюдений при исследовании горизонтально-неоднородных разрезов, не имеющей аналога в классической электроразведке.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шуман В.Н. О возможности использования гиперболического уравнения в интерпретации наблюдений по методу становления поля // Докл. АН УССР. Сер. Б. 1979. № 9. С. 730–733.
2. Шуман В.Н. Электромагнитные зондирования в переходном режиме: геометрический подход // Геофиз. журн. 1982. Т. 4, № 6. С. 56–65.
3. Резницкая К.Г. Связь между решениями задачи Коши для управления различного типа и обратные задачи // Мат. пробл. геофизики. 1974. Вып. 5, № 1. С. 55–62.
4. Тыхонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 285 с.

**ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ  
ЛОКАЛЬНЫХ ИСКАЖЕНИЙ  
МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОГО ПОЛЯ**

Метод магнитотеллурического зондирования опирается, как известно, на возможность определения параметров разреза с помощью соотношения

$$n \times H_r(r) = E_r(r) / Z_0(r), \quad (1)$$

связывающего горизонтальные компоненты  $E_r$ ,  $H_r$  электрического и магнитного полей в точке наблюдения  $r$ . Здесь  $n$  — вектор единичной наружной нормали к земной поверхности;  $Z_0(r)$  — локальный импеданс. В основе магнитотеллурического метода лежит фундаментальная модель зондирования Тихонова—Каньяра, в рамках которой рассматривается плоская модель Земли с удельной электропроводностью, зависящей от единственной координаты — глубины. Модель возбуждается вертикально падающей плоско-однородной волной. В рамках модели Тихонова—Каньяра поля  $E_r$ ,  $H_r$  и импеданс  $Z_0$  от  $r$  не зависят. Известная теорема А.Н. Тихонова гарантирует единственность определения разреза  $\sigma(z)$  по импедансу  $Z_0$ , заданному во всем диапазоне частот.

На практике, однако, приходится иметь дело с горизонтально-неоднородными разрезами, удельная электропроводность которых  $\sigma(r, z)$  зависит как от глубины  $z$ , так и от горизонтального радиус-вектора  $r$ . Электромагнитное поле при этом, вообще говоря, неоднородно, что делает неизбежным применение профильных и площадных наблюдений, привлечение сложных математических алгоритмов для извлечения информации о разрезе из результатов наблюдений. Вместе с тем модель Тихонова—Каньяра по-прежнему привлекает геофизиков своей простотой. В связи с этим принципиальную значимость приобретает вопрос о том, когда взаимосвязь между компонентами электромагнитного поля действительно может быть представлена в виде (1) с некоторой разумной погрешностью.

Ответ на этот вопрос естественно искать с помощью двух дополняющих друг друга подходов. Во-первых, можно выполнить анализ типичных геологических ситуаций, воспользовавшись численным моделированием электромагнитных полей в неоднородных средах. Подобные исследования выполнялись многими авторами для разнообразных двумерных, пленочных и трехмерных моделей. Отметим здесь лишь известные результаты [1]. Другой путь заключается в качественном исследовании точной взаимосвязи между компонентами электромагнитного поля и нахождении условий, при которых соответствующие, вообще говоря, нелокальные соотношения могут быть заменены на (1).

Широко применяется в геоэлектрике класс горизонтально-неоднородных моделей, для которых точная взаимосвязь между  $E_r$  и  $H_r$  может быть получена непосредственно из соответствующего соотношения для горизонтально-однородной среды, — класс пленочных моделей. В моделях этого класса геоэлектрические неоднородности включаются в тонкий неоднород-

ный  $S$ -слой, лежащий непосредственно под земной поверхностью. Ниже мы ограничимся рассмотрением таких моделей. Вопрос об условиях практической применимости пленочных моделей подробно рассмотрен в работе [2].

Поверхностный неоднородный слой встречается практически повсеместно, его влияние на поверхностное электромагнитное поле, как правило, значительно. Это влияние приводит к нарушению условия (1), или, как говорят, к искажениям кривых МТЗ. Для того чтобы уменьшить эффект этих искажений, прибегают к усреднению кажущегося удельного сопротивления, или импеданса. При этом отбираются кривые, полученные в пределах района, имеющего предположительно одинаковое глубинное строение. Далее кривые усредняются и интерпретируется средняя кривая [3, 4].

Существуют также схемы, ориентированные на непосредственное определение средних полей по данным профильных измерений электрического поля [5]. Ниже мы обсудим вопрос о размерах пространственной области, в пределах которой должно выполняться усреднение, а также о том, в какой степени операция усреднения позволяет нивелировать влияние поверхностных неоднородностей. С этой целью будет рассматриваться модель Земли, состоящая из неоднородного поверхностного  $S$ -слоя, подстилаемого горизонтально-однородным разрезом. Модель возбуждается произвольным внешним полем. Как известно, тангенциальная компонента электрического поля  $E_r(r)$  остается непрерывной при переходе через  $S$ -слой, в то время как тангенциальная компонента магнитного поля испытывает скачок, определяемый плотностью тока.

$$n \times H_r(r) - n \times H_r^-(r) = S(r) E_r(r), \quad (2)$$

где  $H_r^-$  — тангенциальная компонента магнитного поля на кровле подстилающего  $S$ -слоя горизонтально-однородного разреза. Согласно работе [6], тангенциальные компоненты магнитотеллурического поля связаны на поверхности горизонтально-однородного разреза соотношением

$$n \times H_r^-(r) = \hat{Y} * E_r(r) = E_r(r) / Z_0^- + \int \hat{Y}(r-r') \{ E_r(r') - E_r(r) \} ds', \quad (3)$$

где  $Z_0^-$  — импеданс Тихонова—Каньяра; знак "\*" означает вычисление свертки тангенциального электрического поля с тензорным ядром

$$\hat{Y}(r) = (n \times e_r) \otimes (n \times e_r) \left\{ \frac{dG^i}{dr} + \frac{G^g(r)}{r} \right\} + (e_r \otimes e_r) \left\{ \frac{G^i(r)}{r} + \frac{dG^g}{dr} \right\}, \quad (4)$$

которое ниже будет называться адмитансным. Здесь  $e_r = r/r$ ; через  $a \otimes b$  обозначено тензорное произведение векторов:  $a = a_1 e_1 + a_2 e_2$ ,  $b = b_1 e_1 + b_2 e_2$ ,  $e_1, e_2$  — горизонтальные орты декартовой системы координат:  $(a \otimes b)_{\alpha\beta} = a_\alpha b_\beta$ . Функции

$$G^i(r) = \int_0^\infty \frac{d}{dk} \frac{1}{Z_k^i} J_0(kr) \frac{dk}{2\pi r}, \quad (5)$$

$$G^g(r) = \int_0^\infty \frac{d}{dk} \frac{1}{Z_k^g} J_0(kr) \frac{dk}{2\pi r} \quad (6)$$

определяются с помощью преобразования Фурье—Бесселя через спектральные импедансы  $Z_k^i, Z_k^g$  разреза для индукционной и гальванической мод



соответственно. В соотношении (3) интегрирование выполняется вдоль наружной поверхности горизонтально-однородного разреза, интеграл понимается в смысле главного значения по Коши. Тот факт, что выражение свертки через интеграл имеет в (3) более сложный, чем обычно, вид, связан с характером особенности адмитансного фильтра при  $r \rightarrow 0$ . Действительно:

$$\begin{aligned} -2\pi i \omega \mu_0 G^i(r) &\underset{r \rightarrow 0}{\approx} \frac{1}{r^2} e^{-\kappa_0 r}, \\ -2\pi i \omega \mu_0 G^g(r) &\underset{r \rightarrow 0}{\approx} -\frac{\kappa_0}{r} e^{-\kappa_0 r}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\kappa_0 = \{-i\omega\mu_0\sigma(+0)\}^{1/2}$ ;  $\sigma(+0)$  — удельная электропроводность разреза на его кровле. Следовательно:  $\hat{Y}(r) \sim 1/r^3$  при  $r \rightarrow 0$ . В случае, если электрическое поле постоянно вдоль земной поверхности либо разность  $E_r(r') - E_r(r)$  является нечетной функцией  $r' - r$ , интегральный член в (3) обращается в ноль, поскольку  $\hat{Y}(-r) = Y(r)$ , и (3) сводится к

$$n \times H_r(r) = E_r(r)/Z_0. \quad (8)$$

На практике, однако, ни то ни другое предположение не выполняются.

Воспользовавшись (2), (3), нетрудно получить соотношение, связывающее тангенциальные компоненты электромагнитного поля на поверхности Земли:

$$n \times H_r(r) = E_r(r)/Z_0(r) + \int_s \hat{Y}(r-r') \{E_r(r') - E_r(r)\} ds', \quad (9)$$

где

$$\frac{1}{Z_0(r)} = \frac{1}{Z_0} + S(r) \quad (10)$$

— локальный адмитанс Тихонова—Каньяра. Таким образом, вопрос о применимости модели Тихонова—Каньяра при зондировании неоднородной среды сводится к вопросу о том, можно ли пренебречь в (3), и следовательно в (9), интегральным членом по сравнению с неинтегральным. Последнее, очевидно, зависит от характера поведения как электрического поля, так и адмитансного фильтра. Согласно [6], индукционная часть адмитансного фильтра (т.е. часть, связанная с ядром  $G^i$ ) затухает экспоненциально на расстояниях порядка эффективной глубины проникновения поля в подстилающий разрез  $|\lambda_0|$ . Последняя величина непосредственно связана с импедансом подстилающего разреза:

$$Z_0 = -i\omega\mu_0\lambda_0. \quad (11)$$

В то же время для подстилающего разреза, имеющего в верхней своей части высокоомный слой, экспоненциальное затухание гальванической (связанной с  $G^g$ ) части адмитансного фильтра характеризуется параметром

$$\lambda_g = \sqrt{\frac{\tau}{Z_0}}. \quad (12)$$

Нетрудно убедиться, что параметр  $|\lambda_g|$  в типичных геоэлектрических ситуациях существенно превосходит  $|\lambda_0|$ .

Воспользовавшись перечисленными результатами, можно ограничить интегрирование в (3), (9) областью  $|r-r'| \leq A$ , где

$$A \geq \max\{|\lambda_0|, |\lambda_g|\}. \quad (13)$$

Соотношение (3) при этом остается справедливым независимо от того, каким образом возбуждается горизонтально-однородная модель. В диапазоне периодов, используемом для зондирования, первичное поле может считаться чисто индукционным. Наличие неоднородного поверхностного слоя приводит тем не менее к возникновению гальванической моды поля в проводящей Земле. В работе [7] показано, что аномальные гальванические поля, возбуждаемые неоднородностями поверхностного слоя, становятся пренебрежимо малыми по сравнению с аномальными индукционными полями при удалении от неоднородности на расстояния порядка  $|\lambda_L|$ , где

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{\tau}{S^{-1} + Z_0}}. \quad (14)$$

Отсюда следует, что область интегрирования в (3), (9) может быть ограничена до  $|r-r'| \leq A$ , где

$$A \geq \max\{|\lambda_0|, |\lambda_L|\}. \quad (15)$$

Точное представление о поведении поля вдоль поверхности неоднородной Земли может быть зачастую получено лишь в результате нетривиальных численных расчетов. Для того чтобы качественно охарактеризовать изменение электрического поля вдоль поверхности неоднородной Земли, используется  $L_f$  — "пространственный масштаб изменения поля", определяемый соотношением

$$\max_{\alpha, \beta := 1, 2} \left| \frac{\partial^2 E_r}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \right| = |E_r|/L_f^2. \quad (16)$$

Согласно определению,  $L_f$  характеризует скорее кривизну распределения поля, чем скорость его изменения в пространстве. В случае, если поле изменяется вдоль земной поверхности настолько плавно, что

$$L_f \geq \max\{|\lambda_0|, |\lambda_L|\}, \quad (17)$$

можно опустить интегральные члены в (3), (9). При этом (3) сводится к (8), соотношение (9) — к (1), и, следовательно, зондирование как подстилающего разреза, так и разреза, включающего поверхностный неоднородный слой, может быть выполнено с помощью модели Тихонова—Каньяра.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда неравенство (17) не выполняется. Подобная ситуация не является, по-видимому, исключительной. Действительно, неоднородности поверхностного слоя приводят к тому, что кривые кажущегося удельного сопротивления, полученные в точках с одинаковым глубинным строением и отстоящих друг от друга на 10–15 км, отличаются нередко на один-два порядка. Рассмотрим сначала влияние процедуры пространственного усреднения на взаимосвязь тангенциальных компонент электромагнитного поля на поверхности подстилающего горизонтально-однородного разреза. При этом под усреднением может пони-

маться любая процедура низкочастотной пространственной фильтрации. Обозначая через  $\langle f \rangle_{\mathbf{r}}$  результат усреднения компоненты  $f(\mathbf{r})$  в пределах круга  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \leq W$  с центром в точке  $\mathbf{r}$  и учитывая, что результат усреднения представляет свертку фильтруемой функции с пространственным фильтром, а также коммутативность свертки, нетрудно убедиться, что из (3) следует соотношение

$$\mathbf{n} \times \langle \mathbf{H}_{\tau}^{-} \rangle_{\mathbf{r}} = \langle \mathbf{E}_{\tau} \rangle_{\mathbf{r}} / Z_0 + \int_s \hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \{ \langle \mathbf{E}_{\tau} \rangle_{\mathbf{r}'} - \langle \mathbf{E}_{\tau} \rangle_{\mathbf{r}} \} ds'. \quad (18)$$

Если размер области пространственного усреднения

$$W \gg \max \{ |\lambda_0|, |\lambda_L| \}, \quad (19)$$

то условие (17) оказывается, очевидно, выполненным для отфильтрованного поля  $\langle \mathbf{E}_{\tau} \rangle_{\mathbf{r}}$ , а (18) сводится к

$$\mathbf{n} \times \langle \mathbf{H}_{\tau}^{-} \rangle_{\mathbf{r}} = \langle \mathbf{E}_{\tau} \rangle_{\mathbf{r}} / Z_0. \quad (20)$$

Таким образом, усреднение по области с размером  $W$ , удовлетворяющей условию (19), гарантирует возможность выполнения зондирования подстилающего горизонтально-однородного разреза методом Тихонова-Каньяра по усредненным полям. Условие (19) не является, вообще говоря, необходимым. Так, в случае, если электромагнитное поле изменяется в пространстве квазипериодическим образом, для справедливости (20) достаточно обеспечить выполнение условия  $W \gg L_p$ , где  $L_p$  — пространственный период.

Усредняя обе части выражения (2) для скачка тангенциальной компоненты магнитного поля на  $S$ -слое, найдем после сложения с (20), что усредненные тангенциальные компоненты электромагнитного поля удовлетворяют на земной поверхности соотношению

$$\mathbf{n} \times \langle \mathbf{H}_{\tau} \rangle_{\mathbf{r}} = \langle \mathbf{E}_{\tau} \rangle_{\mathbf{r}} \left\langle \frac{1}{Z_0} \right\rangle_{\mathbf{r}} + \mathbf{Q}(\mathbf{r}), \quad (21)$$

где

$$\left\langle \frac{1}{Z_0} \right\rangle_{\mathbf{r}} = \frac{1}{Z_0} + \langle S \rangle_{\mathbf{r}}; \quad (22)$$

$$\mathbf{Q}(\mathbf{r}) = \langle S \mathbf{E}_{\tau} \rangle_{\mathbf{r}} - \langle S \rangle_{\mathbf{r}} \langle \mathbf{E}_{\tau} \rangle_{\mathbf{r}}. \quad (23)$$

Функция  $\mathbf{Q}(\mathbf{r})$ , описывающая корреляцию между  $\mathbf{E}_{\tau}(\mathbf{r})$  и  $S(\mathbf{r})$ , может быть определена экспериментально. В случае, если  $\mathbf{Q}(\mathbf{r})$  мала по сравнению с  $\langle \mathbf{E}_{\tau} \rangle_{\mathbf{r}} \langle 1/Z_0 \rangle_{\mathbf{r}}$ , второй член в правой части (21) может быть опущен и зондирование методом Тихонова-Каньяра по усредненным полям приводит к правильной оценке среднего адмитанса разреза. В противном случае этого, вообще говоря, не происходит.

Как следует из сказанного, относительный вклад функции  $\mathbf{Q}(\mathbf{r})$  в правую часть (21) может быть мажорирован относительным вкладом поверхностного тока в наблюдаемое на поверхности Земли магнитное поле. Это означает, в частности, что относительная величина  $\mathbf{Q}$  уменьшается по мере продвижения в длиннопериодную область частотно-временного спектра. Действительно, если в пределах всей области усреднения

$$S(\mathbf{r}) \ll 1/|Z_0|,$$

то тем более  $S(\mathbf{r}) \ll 1/|Z_k^i|$  для индукционной моды. Если для существенной части пространственного спектра ( $k \lesssim L_f^{-1}$ ) аналогичное соотношение справедливо и для гальванической моды  $S(\mathbf{r}) \ll 1/|Z_k^g|$ , то скачок тангенциальной компоненты магнитного поля на  $S$ -слое мал и, следовательно, из (20) следует справедливость аналогичного соотношения для  $\langle \mathbf{H}_{\tau} \rangle_{\mathbf{r}}$  и  $\langle \mathbf{E}_{\tau} \rangle_{\mathbf{r}}$  на поверхности Земли. При этом  $\langle 1/Z_0 \rangle_{\mathbf{r}} \approx 1/Z_0$ .

Таким образом, усреднение тангенциальных компонент электромагнитного поля по пространственной области размером  $W$ , удовлетворяющим условию (19), позволяет "нормализовать" электромагнитное поле на поверхности подстилающего разреза. Аналогичная процедура, примененная к поверхностным полям, приводит к частичной "нормализации" поля. Относительная величина возникающего при этом смещения уменьшается при продвижении в длиннопериодную часть частотно-временного спектра.

Прежде чем перейти к числовому примеру, сделаем одно замечание. Как уже подчеркивалось, под усреднением понималась любая процедура низкочастотной пространственной фильтрации. В частности, может использоваться усреднение в буквальном смысле слова:

$$\langle f \rangle_{\mathbf{r}} = \int_{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| < W} f(\mathbf{r}') ds' / \int_{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| < W} ds'.$$

В качестве иллюстрации нормализации электромагнитного поля в результате усреднения приведем результаты расчета для двумерной модели, приведенной на рис. 1,а. Неоднородный верхний слой в модели состоит из чередующихся полос шириной 48 и 32 км с проводимостями 250 и 1500 См. Высокоомный промежуточный слой удельной электропроводностью  $10^{-3}$  См/м и мощностью 40 км опирается на "идеальный" проводник. Расчет выполнялся для  $H$ -поляризованного поля с помощью программы Варенцова и Голубева [8] на периодах  $T = 40, 80, 320, 1000, 3600$  с. На рис. 1,б приведена типичная для всех указанных периодов картина распределения нормированного электрического поля вдоль земной поверхности, демонстрирующая проявление  $S$ -эффекта: электрическое поле изменяется обратно пропорционально локальному значению  $S$ . На рис. 2,а приведена оценка нормированного на  $|Z_0|$  импеданса подстилающего разреза, вычисленного по усредненным электрическому и магнитному полям в зависимости от  $W$ . Зависимость относительной величины смещения  $Q$  от  $W$  демонстрируется на рис. 2,б. Как видно, по мере увеличения периодов смещение уменьшается с 36% на периоде  $T = 40$  с до 3,5% на периоде 3600 с. Кривая  $\rho_{\tau}$ , полученная по усредненным полям, показана пунктиром на рис. 3 одновременно с "нормальной" кривой  $\rho_{\tau}$ , отвечающей среднему значению  $\langle S \rangle = 750$  См. Как видно, нисходящие ветви обеих кривых асимптотически сближаются при увеличении  $T$ ; в  $S$ -диапазоне наблюдается существенное смещение кривой  $\rho_{\tau}$ .

В заключение отметим, что величина смещения зависит и от используемого определения усредненного импеданса. В работе [9] предлагается определение

$$\left\langle \frac{1}{Z_0} \right\rangle_{\mathbf{r}} = \frac{1}{Z_0} + \left\langle \frac{1}{S} \right\rangle_{\mathbf{r}} \quad (22')$$

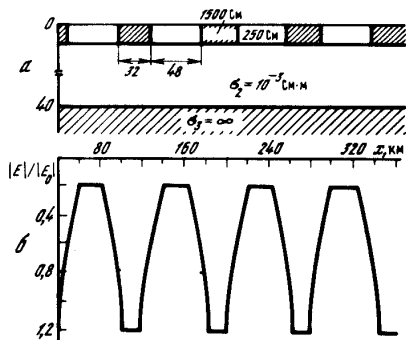


Рис. 1

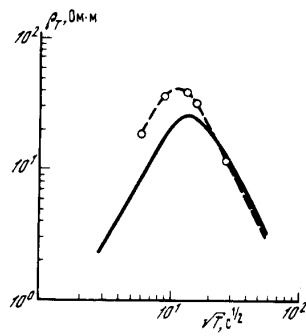


Рис. 3

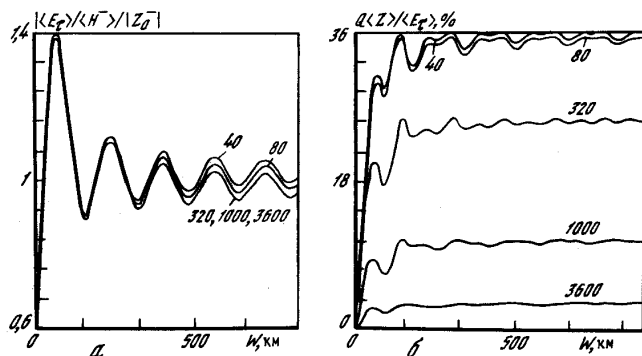


Рис. 2

Рис. 1. Модель распределения проводимости (а) и распределение вдоль земной поверхности электрического поля (б)

Рис. 2. Зависимость среднего импеданса подстилающего разреза от ширины области усреднения (а) и относительная величина смещения в зависимости от ширины области усреднения (б)

Рис. 3. Нормальная и усредненная (пунктир) кривые

вместо (22). Несложные преобразования позволяют показать, что в этом случае усредненные поля удовлетворяют соотношению, совпадающему с (21), но с величиной смещения равной

$$Q = \langle SE_r \rangle_T - \langle 1/S \rangle_T^{-1} \langle E_r \rangle_T. \quad (23')$$

Это смещение обращается в ноль в случае, если поверхностный ток не изменяется в пределах области усреднения, т.е. если можно пренебречь эффектами утечки тока из поверхностного слоя, а также эффектами обтекания поверхностных неоднородностей.

## ВЫВОДЫ

Низкочастотная пространственная фильтрация является эффективным средством подавления искажений магнитотеллурического поля, обусловленных локальными геоэлектрическими неоднородностями. Размер области пространственного усреднения  $W$ , обеспечивающего нормализацию поля, определяется условием  $W \gg \max \{ |\lambda_0|, |\lambda_L| \}$ , где  $\lambda_L = \{ \tau / (S^{-1} + Z_0) \}^{1/2}$ ;  $\tau$  — поперечное сопротивление и  $Z_0 = -i\omega\mu_0\lambda_0$  — импеданс Тихонова-Каньяра подстилающего разреза;  $S$  — интегральная проводимость поверхностного слоя. Смещение "нормированных" МТ-кривых минимально в диапазоне нисходящих асимптот и максимально в области восходящих.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дмитриев В.И., Бердичевский М.Н., Кокотушкин Г.А. Альбом палеток для магнитотеллурического зондирования в неоднородных средах. М.: Изд-во МГУ, 1975. Ч. 4. 100 с.
2. Зингер Б.Ш., Файнберг Э.Б. Электромагнитная индукция в неоднородных тонких слоях. М.: ИЗМИРАН, 1985. 234 с.
3. Berdichevsky M.N., Vanyan L.L., Kuznetsov V.A. et al. Geoelectrical model of the Baikal region // Phys. Earth and Planet. Inter. 1980. Vol. 22. P. 1-11.
4. Keller G.V. Magnetotelluric survey of the Basin and Range Province in Western United States // Proc. VIII Workshop Electromagnetic Induction Earth and Moon, Neuchatel: Univ. Neuchatel, 1986. P. 1-14.
5. Bostik F.X.J. Electromagnetic array profiling // Proc. 56th Annu. SEG Meet. Huston: Tex. Univ., 1986. P. 60-61.
6. Аадеев Д.Б., Зингер Б.Ш., Файнберг Э.Б. Пространственное поведение магнитотеллурического адмитансного фильтра: Препр. ИЗМИРАН № 19 (633). М., 1986. 22 с.
7. Зингер Б.Ш., Файнберг Э.Б. О различной чувствительности методов МТЗ и пространственных производных к влиянию приповерхностных неоднородностей // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. № 6. С. 107-112.
8. Варенцов И.М., Голубев Н.Г. Прямые и итерационные методы решения систем линейных уравнений в двумерных задачах моделирования электромагнитных полей // Математические методы в геоэлектрике. М.: ИЗМИРАН, 1980. С. 27-46.
9. Dmitriev V.I., Berdichevsky M.N. The statical model of the S-effect // IX Workshop Electromagnetic Induction Earth and Moon: Abstracts, Dagomys. Moscow: IZMIRAN, 1988. P. 35.

УДК 550.37  
550.8

В.В. СПИЧАК

## ТРАНСФОРМАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ГЕОЭЛЕКТРИКЕ

Неединственность и математическая некорректность решения обратной задачи геоэлектрики, связанные с недостаточно хорошим качеством и количеством исходных электромагнитных данных, по-видимому, послужили основной причиной появления большой группы методов, методик, подходов и, наконец, эвристических приемов, предназначенных для интерпретации измеренных электромагнитных данных. Одним из основных средств, применяемых с этой целью, является их преобразование (трансформация) в формы, более удобные для анализа. Из сказанного

ясно, что довольно трудно перечислить все применяющиеся на практике методы трансформации электромагнитных полей и тем более привести многочисленные примеры основанной на них интерпретации. Многие из них можно найти в монографиях Бердичевского и Жданова [1], Кауфмана и Келлера [2], Жданова [3], Рокитянского [4], Ваньяна и Шиловского [5], Зингера и Файнберга [6] и др.

В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением двух больших групп методов трансформации электромагнитных полей, наиболее часто применяемых для интерпретации.

1. Методы, основанные на линейных связях между компонентами магнитотеллурического поля, измеренного в одной или нескольких точках на поверхности Земли (разд. 1).

2. Методы, в которых преобразованиям подвергаются данные, измеренные, как правило, синхронно и на регулярной сети точек (разд. 2).

При этом мы приведем лишь некоторые примеры интерпретации, ограничившись главным образом работами, появившимися в последние годы.

И наконец, отметим, что всюду (если это не оговорено специально) мы будем считать, что электромагнитные поля в Земле возбуждаются плоской электромагнитной волной, токи смещения пренебрежимо малы, магнитная проницаемость равна магнитной проницаемости вакуума  $\mu = \mu_0$ , а зависимость полей от времени выражается множителем  $\exp(-i\omega t)$ .

### 1. ЛИНЕЙНЫЕ ТРАНСФОРМАЦИИ КОМПОНЕНТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Согласно теории линейных связей между компонентами магнитотеллурического поля, разработанной Бердичевским и Ждановым [1], для достаточно широкого класса геомагнитных вариаций (пульсаций, бухтообразных возмущений, спокойных солнечно-суточных вариаций и мировых магнитных бурь) можно записать:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{Z}}\mathbf{H}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{Y}}\mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (2)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{T}}\mathbf{E}(\mathbf{r}_0), \quad (3)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{M}}\mathbf{H}(\mathbf{r}_0), \quad (4)$$

где

$$\hat{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix}; \quad \hat{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} Y_{xx} & Y_{xy} \\ Y_{yx} & Y_{yy} \end{bmatrix};$$

$$\hat{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} t_{xx} & t_{xy} \\ t_{yx} & t_{yy} \end{bmatrix}; \quad \hat{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} m_{xx} & m_{xy} \\ m_{yx} & m_{yy} \end{bmatrix}$$

— магнитотеллурические операторы (соответственно импеданс, адмитанс, теллурический и магнитный), осуществляющие линейную трансформацию компонент поля;  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}_0$  — радиус-векторы точек наблюдения на земной поверхности.

В работе [1] рассматриваются также так называемые индукционные

операторы  $\hat{\mathbf{J}}$ , которые осуществляют трансформацию полного магнитного поля и его частей друг в друга:

$$\mathbf{H}^u(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{J}}^{uv}\mathbf{H}^v(\mathbf{r}), \quad (5)$$

$$\text{где } \hat{\mathbf{J}}^{uv} = \begin{bmatrix} J_{xx}^{uv} & J_{xy}^{uv} \\ J_{yx}^{uv} & J_{yy}^{uv} \\ J_{zx}^{uv} & J_{zy}^{uv} \end{bmatrix}; \quad u, v = t, n, a, e, i \quad (t \text{ соответствует полному полю,}$$

$n$  — нормальному,  $a$  — аномальному,  $e$  — внешнему,  $i$  — внутреннему).

В этих обозначениях вектор Шмукера [7] имеет вид

$$\mathbf{S}^{an} = J_{zx}^{an} d_x + J_{zy}^{an} d_y. \quad (6)$$

При  $u = v$  мы получаем вектор индукции, введенный в работах [8, 9]:

$$\mathbf{W}^{uu} = J_{zx}^{uu} d_x + J_{zy}^{uu} d_y \quad (7a)$$

и векторы возмущения [7]

$$\mathbf{p} = J_{xx}^{uu} d_x + J_{yx}^{uu} d_y, \quad (7b)$$

$$\mathbf{q} = J_{xy}^{uu} d_x + J_{yy}^{uu} d_y.$$

Соотношения (1)–(7) называют также передаточными функциями.

Условия, при которых справедливы приведенные линейные трансформации, перечислены в монографии [1] и обзоре Гафа и Ингэма [10]. Изменению этих связей во времени посвящены работы Бимшиша [11] и Харина [12]. В обзоре Монвьеля и Шарки [13] рассмотрены различные причины, приводящие к ошибкам при их вычислении, а Чейв и Букер [14] сделали обзор методов оценки передаточных функций, уменьшающих систематические и случайные помехи.

Применение линейных магнитотеллурических трансформаций для интерпретации электромагнитных данных в последние годы развивалось в двух основных направлениях.

1. Определение кажущихся параметров геоэлектрического разреза в каждой точке, основанное на частотных (временных) характеристиках трансформаций.

2. Исследование особенностей структуры, размерности, границ и даже электропроводности аномальной зоны, основанное на теоретическом анализе свойств тех или иных трансформаций, а чаще — на эвристических формулах.

Преобразования компонент электромагнитного поля, измеренных в какой-либо одной точке поверхности (отметим, что методика измерений с помощью еще одной, базовой точки, предложенная в работе [15], позволяет повысить качество оценки рассматриваемых нами трансформаций), дают возможность оценить параметры функции электропроводности, соответствующие некоторой окрестности этой точки на поверхности Земли. В дальнейшем мы будем называть такие трансформации поля точечными.

Очевидно, что данное определение рассматриваемого класса трансформаций достаточно условно, так как включает в себя не имеющее ясного физического смысла понятие "окрестность точки". Действительно, электро-

магнитное поле, измеренное в точке, может нести в себе информацию о более или менее отдаленных областях земных недр. Вопрос о ее извлечении из характеристик поля или его точечных трансформаций (или по крайней мере определение степени их "локальности") требует проведения специальных исследований (см., напр. [16]). Отметим здесь только, что интерпретация измеренных данных по точечным трансформациям поля традиционно проводится по схеме, включающей в себя:

- а) вычисление трансформации в отдельных точках поверхности на различных периодах (или в некотором промежутке времени);
- б) графическое представление в виде карт изолиний, векторов или псевдосечений;
- в) анализ (собственно, интерпретация).

Ниже мы рассмотрим наиболее часто встречающиеся на практике точечные трансформации (импеданс, кажущееся сопротивление, индукционные операторы), а также приведем примеры их применения при интерпретации данных.

### 1.1. Импедансные трансформации

В тех регионах, где распределение удельной электропроводности в Земле достаточно хорошо аппроксимируется функцией  $\sigma(z)$ , горизонтальное электрическое поле в любой точке поверхности можно, как известно, найти по магнитному, просто умножив последнее на некоторый коэффициент  $Z$ :

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Z \\ -Z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} \quad (8)$$

Здесь  $Z = Z_{xy} = -Z_{yx}$  — импеданс Тихонова—Каньяра [17, 18].

В работе [19] была доказана единственность определения параметров одномерного горизонтально-слоистого разреза по параметрической зависимости  $Z(\omega)$ , однако очевидно, что по конечному множеству значений  $Z_1(\omega_1)$  удельная электропроводность на некоторой глубине  $Z_0$  определяется неоднозначно. Вайделт [20] построил множества экстремальных моделей  $\sigma(z)$  (в виде последовательности тонких слоев с различной электропроводностью), ограничивающих искомую функцию сверху и снизу в зависимости от количества имеющихся импедансных данных.

Иногда вместо (8) целесообразно использовать другие формы импедансной трансформации. Так, Фискина, Зингер и Файнберг [21] для интерпретации данных глубинных электромагнитных исследований успешно использовали трансформацию магнитного поля  $Z = -i\omega\mu_0 [H_z / \text{div}_s H] = i\omega\mu_0 \left[ H_z / \frac{\partial H_z}{\partial z} \right]$ , (здесь  $\text{div}_s H$  — поверхностная дивергенция), предложенную ранее Бердичевским, Ваньяном и Файнбергом [22]. В работе [23] с помощью модельных расчетов показано, что трансформация, учитывающая экспоненциальный характер изменения магнитного поля в слое воды [24], позволяет получить более хорошие результаты, чем те, которые основаны на традиционных способах.

Если геоэлектрический разрез в рассматриваемой точке отличается от

одномерного, трансформация (8) позволяет тем не менее получать приближенное представление о функции  $\sigma(z)$ , что служит основой так называемой формальной интерпретации (см., напр. [25, 26]).

В случае, когда распределение электропроводности в окрестности точки наблюдения носит двумерный характер, тензор импеданса вращением системы координат вокруг вертикальной оси редуцируется к виду [27]

$$\hat{Z} = \begin{bmatrix} 0 & Z_{xy} \\ Z_{yx} & 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

причем  $Z_{xy} + Z_{yx} \neq 0$  (в отличие от (8)). К такому же результату приводит анализ максимальной когерентности взаимно ортогональных компонент магнитного и электрического полей [28].

Четырем степеням свободы трансформации (9) (два комплексных числа  $Z_{xy}$  и  $Z_{yx}$ ) соответствуют четыре физически значимые величины: два главных значения импеданса и соответственно два главных направления структуры, одно из которых совпадает с локальной осью двумерности. Однако это не исключает возможности интерпретации таких ситуаций по другим параметрам. Так, например, Ковтун и Варданянц [29] предложили для интерпретации двумерных аномалий использовать частотную характеристику относительной величины модуля импеданса

$$\alpha_{E,H} = \frac{|Z_1^{E,H} - Z_2^{E,H}|}{|Z_2^{E,H}|},$$

где  $Z_1^{E,H}$  и  $Z_2^{E,H}$  — импедансы при  $E$ - и  $H$ -поляризации поля в двух точках над аномалией (1 — ближе к центру). Оказалось, что для рассматриваемой модели положение максимума  $T_{\max}$  частотной характеристики  $\alpha_E$  не зависит от параметров нормального разреза и положения точек 1 и 2, а определяется в основном интегральной проводимостью  $G$  поперечного сечения вставки  $G^{\alpha_E} \sim 1,2 \cdot 10^6 T_{\max}$  (в См·м) при  $0,3 \leq L(d_s + d_c) \leq 3$ . Величина  $\alpha_H$  характеризует степень кондуктивной связи осадочного чехла с проводящим телом и позволяет уточнить строение проводящей зоны. Интересно отметить, что в работе получена связь  $\alpha_H$  с параметрами разреза и вставки с помощью модели постоянного тока, когда вставку можно заменить эквивалентным параллельным соединением сопротивлений.

В случае, когда среда локально-трехмерна, импеданс не редуцируется к форме (9). Одна из возможностей интерпретации в такой ситуации состоит в использовании форм импедансной трансформации, инвариантных к вращению системы координат вокруг вертикальной оси [30]:

$$Z_{\text{inv}}^2 = 0,5 (Z_{xy} - Z_{yx}), \quad (10)$$

$$Z_{\text{inv}}^1 = (Z_{xx} Z_{yy} - Z_{xy} Z_{yx})^{1/2}. \quad (11)$$

Их применение на практике позволяет получать "усредненные" параметры локального одномерного разреза. Ингэм [31] на примере трехмерной модели показал, что интерпретация хорошо проводящей аномалии (в частности, определение глубины ее верхней кромки) с помощью трансформации (10) позволяет уменьшить ошибки по сравнению с обычной одномерной интерпретацией. Херманс [32], Суле и Хаттон [33], Ранга-

найки [34] применяли трансформацию (11). В частности, в последней работе псевдосечение  $|\varphi_{\text{Det}}| = |\arg Z_{\text{inv}}^1|$ , построенное вдоль рассматриваемого профиля, практически совпадает с геологическим разрезом.

Для оценки горизонтальных характеристик среды в точке наблюдения с помощью тензора импеданса рядом авторов развивался другой подход, основанный на выделении из компонентов тензора импеданса физически значимых характеристик локального геоэлектрического разреза в количестве, равном числу его степеней свободы (в частности, в случае локально-трехмерной среды это число равно восьми).

Так, Эггерс [35], применив с этой целью биортогональный анализ на плоскости, нашел собственные значения и собственные векторы матрицы  $\hat{Z}$  в предположении, что  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H} = 0$ . Поскольку в действительности электромагнитные поля в трехмерных средах не всегда удовлетворяют этому предположению, такая постановка задачи не всегда гарантирует получение действительно экстремальных значений импеданса.

Спитц [36] с помощью метода факторизации построил две внутренние системы координат для  $\hat{Z}$ , которые определяются двумя углами вращения. Однако, как отметил сам автор, с математической точки зрения неясно, какой из двух найденных систем координат следует отдавать предпочтение при интерпретации.

Каунил и др. [37], кроме исходного базиса, в котором заданы измеренные данные, ввели еще два действительных базиса — "электрический" и "магнитный", в которых соответственно электрическое и магнитное поля являются линейно-поляризованными. Линейно-поляризованному электрическому полю соответствует импеданс электрического типа, а направление, в котором он достигает максимума, авторы назвали направлением максимального тока. Аналогично линейной поляризации магнитного поля соответствует импеданс магнитного типа, а направление, в котором он достигает максимума, авторы назвали направлением максимальной индукции.

Ля Торрака и др. [38] в результате анализа собственных значений тензора импеданса, основанного на методике сингулярного разложения (SVD), получили восемь параметров, определяющих его единственным образом (два комплексных собственных значения и четыре угла).

В наиболее общем виде анализ трансформаций  $\hat{Z}$ , а также  $\hat{Y}$  в трехмерном пространстве сделан Уи и Паулсоном [39] и Цанисом [40]. Авторами первой работы он назван канонической декомпозицией, а второй — обобщенным методом вращений. Несмотря на некоторые различия в деталях, оба метода очень близки по используемому математическому аппарату, адекватному рассматриваемой задаче. Он основан на применении группы вращений, определенной на множестве унитарных матриц  $(2 \times 2)$  в трехмерном пространстве. В результате исходная система координат трансформируется в две внутренние, определяемые направлениями (углами вращения)  $\theta_E, \varphi_E, \theta_H$  и  $\varphi_H$  (причем они не обязательно взаимно ортогональны и горизонтальны). Компоненты полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  в этих системах связаны друг с другом и образуют две моды электромагнитного поля внутри Земли. В обоих рассматриваемых работах проведено детальное сравнение методов анализа тензора  $\hat{Z}$ , разработанных авторами и их предшественниками [35–38], и показано, что полученные последними резуль-

таты при соответствующих предположениях могут быть выведены из обобщенного "канонического" подхода.

В работе [41] метод канонической декомбинации применен для анализа теллурического оператора (3), а в работе [42] обобщенный метод вращений использован для интерпретации магнитотеллурических данных, полученных в Северной Англии и Южной Шотландии [43].

В разд. 1.4 мы вернемся к рассмотрению импедансной трансформации в контексте ее применения (наряду с другими трансформациями поля) для решения некоторых методических вопросов интерпретации.

## 1.2. Кажущееся сопротивление

Как правило, при интерпретации реальных данных используются трансформации второго и даже третьего уровня, полученных из основных (например, (1)–(4)) с помощью некоторых алгебраических, дифференциальных или интегральных преобразований. Такие трансформации предназначены для возможно более точного определения параметров локального одномерного разреза в точке наблюдения. Желательно также, чтобы они повышали разрешающую способность исходных данных по глубине и были наглядными.

По-видимому, первая трансформация такого рода была предложена в работе [18]:

$$\rho_{k,|Z|} = \frac{1}{\mu_0 \omega} |Z|^2. \quad (12)$$

В результате применения (12) к реальным данным в одной точке мы находим величину кажущегося сопротивления  $\rho_a$  на глубине, соответствующей скин-слою  $h_k = \left[ \frac{2\rho_k}{\mu_0 \omega} \right]^{1/2}$ .

Трансформация (12) стала основой интерпретации с помощью метода магнитотеллурического зондирования.

В дальнейшем были предложены модификации преобразования (12), а также его трансформации [7, 44–52], обеспечивающие более высокое разрешение параметров геоэлектрического разреза в том или ином диапазоне периодов. Сравнительный анализ этих трансформаций дан в работе [53–56]. В частности, в последней из них авторы рассмотрели поведение кривых кажущегося сопротивления, вычисленного по формуле (12), а также с помощью следующих трансформаций импеданса:

$$\begin{aligned} \rho_{k, \text{Re}Z} &= \frac{2}{\mu_0 \omega} (\text{Re}Z)^2, \quad \rho_{k, \text{Im}(Z^2)} = \frac{1}{\mu_0 \omega} \text{Im}(Z)^2, \\ \rho_{k, \text{Im}Z} &= \frac{2}{\mu_0 \omega} (\text{Im}Z)^2, \quad \rho_{k, |Z^2|} = \frac{1}{\mu_0 \omega} |Z^2|. \end{aligned} \quad (13)$$

На примере двух двуслойных моделей с контрастами сопротивления 100 и 0,01 показано, что кривая, рассчитанная по действительной части импеданса, "ведет себя" лучше других (меньше осцилляций в переходной зоне, максимальная скорость сходимости к сопротивлению подстилающего основания), а кривая, вычисленная по мнимой части импеданса,

"ведет себя" хуже всех. Однако, как подчеркнули авторы, не следует переоценивать полученные результаты и делать выводы о разрешающей способности тех или иных методов зондирования Земли лишь по кривым кажущегося сопротивления.

Вместе с тем необходимо отметить, что анализ кривых  $\rho_k$  одновременно с данными о поведении фазы импеданса, несущими в себе дополнительную информацию о локальной геоэлектрической структуре (см., напр. [57]), позволяют повысить эффективность локально-одномерной интерпретации дву- и трехмерных структур [34, 58–61 и др.]. Общие принципы такого подхода, а также многочисленные примеры интерпретации приведены в работе [30].

Как отмечалось в разд. 1.1, наиболее полную информацию о распределении удельной электропроводности по горизонтали в окрестности точки наблюдения можно получить анализируя все элементы тензора импеданса (адмитанса или других линейных трансформаций компонент электромагнитного поля). Для того чтобы одновременно получить лучшее разрешение геоэлектрического разреза по глубине, к каждой компоненте тензора  $\hat{Z}$  применяют трансформацию (12). В результате получается тензор кажущегося сопротивления

$$\hat{R}_k = \begin{bmatrix} \rho_{k_{xx}} & \rho_{k_{xy}} \\ \rho_{k_{yx}} & \rho_{k_{yy}} \end{bmatrix}.$$

Возможность интерпретации магнитотеллурических данных с помощью трансформации (13) обсуждалась еще в работе Возоффа [62]. Аналогичную трансформацию для методов постоянного тока можно найти в работе Бибби [63]. Методы интерпретации переходных процессов с помощью различных форм кажущегося сопротивления подробно рассмотрены в монографиях [2, 64] (см. там же список литературы). Различные вопросы, связанные с такой интерпретацией, анализировались в работах [56, 65–68]. Агеев [69] применил для одномерной интерпретации переходных процессов метод фокусирующих преобразований, предложенный ранее в работах Светова и др. [70, 71]. Процедура интерпретации состоит из последовательности так называемых фокусирующих трансформаций импедансных кривых на основе анализа вкладов в значения импеданса от участков разреза, находящихся на различной глубине.

Отметим здесь же, что по аналогии с трансформацией "кажущегося сопротивления" можно использовать трансформацию "кажущейся электропроводности"  $\sigma_k$ . В работе Крюковой [72] предложена приближенная трансформация переходной характеристики  $\sigma_k$  в зависимость удельной электропроводности от той же глубины. Результаты, полученные авторами, сравниваются с теоретическими кривыми на примере двухслойной модели ( $\sigma_2/\sigma_1 > 1$ ). При этом кривые  $\sigma_2$  дают существенно лучше приближающийся к истинному одномерный разрез, чем кривые  $\sigma_1$ .

Методика интерпретации кривых кажущегося сопротивления (13), построенных для разреза, осложненного двумерными и трехмерными аномалиями электропроводности, зависит от цели исследований. Если необходимо найти усредненный одномерный разрез (например, при глобальном магнитотеллурическом зондировании [5, 6]), отличия реальных

кривых  $\rho_k$  от тех, которые соответствуют локально-одномерному разрезу, трактуются как их искажения. Анализ таких искажений методами численного и физического моделирования электромагнитных полей в дву- и трехмерных средах дан в работах [73–79] и др. Альтернативный подход к интерпретации реальных данных может быть основан на применении трансформации вида (12) к главным значениям импеданса, получаемых с помощью, например, канонической декомпозиции [39]. В локально-трехмерных средах такой подход позволяет избежать ошибок, которые могут возникать при одномерной и даже двумерной интерпретации кривых кажущегося сопротивления.

### 1.3. Индукционные операторы

Горизонтальные градиенты электропроводности в окрестности точки наблюдения можно оценивать с помощью трансформаций горизонтальных компонент магнитного поля (5). В работах [7–9] были введены удобные формы графического представления индукционных операторов (6) и (7) в виде "векторов", или "стрелок". В обзорах [10, 80, 81] подробно рассмотрены различные способы представления индукционных операторов, их взаимосвязь, а также применение для интерпретации электромагнитных полей.

За последние годы было опубликовано много работ, посвященных этой тематике. Так, например, Лабсон и Бекер [82] рассмотрели поведение индукционных стрелок в двумерных моделях контактов (в НЧ-диапазоне), а Фишер и Вивер [83] с их помощью изучили сравнительную толщину континентальной и океанической литосферы. Ингэм и др. [84] исследовали геоэлектрическую структуру под Кордильерами, Паюнпаа [85] и Корья и др. [86] — на Балтийском щите, а Монвьель и Тариц [87] изучили аномалию электропроводности Рейнского грабена.

В работах [7, 88] для интерпретации данных был предложен "анализ гипотетических ситуаций". Суть этого метода, как известно, состоит в том, чтобы, используя трансформацию (6), прогнозировать вертикальную компоненту магнитного поля, задавая нормальное магнитное поле фиксированной поляризации и интенсивности. Бимиш и Бэнкс [89] с помощью такого подхода построили карты изолиний трех компонент аномального магнитного поля, изучая аномалию элегтропроводности на севере Англии, а Чамалаун и др. [90] определили направление двумерного простираения геоэлектрической структуры на северо-западе Индии.

Эффективность интерпретации электромагнитных данных можно повысить, изучая пространственно-частотные характеристики трансформаций (в частности, индукционных операторов) на различных двумерных и особенно трехмерных моделях. Лам и др. [91] и Воннамейкер и др. [74] исследовали поведение индукционных стрелок в случае, когда горизонтально-слоистый разрез содержит трехмерную аномалию электропроводности. Нинабер и др. [92] и Чен и Фун [93] изучали поведение действительной и мнимой индукционных стрелок над краем проводящей пластины, а в работе [94] с помощью двумерного численного моделирования исследовалась зависимость мнимых стрелок от частоты индуцирующего поля. В частности, было обнаружено существование характеристического периода  $T_c$ , при котором разность фаз между компонентами  $H_z$  и  $H_x$  равна

нулю. К такому же выводу пришел Бимиш [95], анализируя частотную зависимость аномального вертикального поля на Британских островах. Анализ зависимости азимутов индукционных векторов от периода проводился также в работах [43, 96, 97].

Джоунс [98] с помощью двумерного численного моделирования исследовали частотную зависимость магнитных передаточных функций  $J_{zx}^{uv}$  и  $J_{zy}^{uv}$  (5). Автор показал, что на достаточно высоких частотах индукционные стрелки, составленные из этих компонент при  $u = t, v = t, n$ , могут вести себя "аномально", указывая в направлении от хорошо проводящих зон. Поэтому для интерпретации лучше использовать передаточные функции  $J_{zx}^{aa}$  и  $J_{zy}^{aa}$ , вычисленные только по аномальным компонентам магнитного поля, что подтверждает вывод Саммерса [99]. Параметр  $R = H_z^a / H_x^a$  использовался для интерпретации двумерных структур в работах [100–102], а также [96]. В последней работе на модельном и практическом примерах показано, что с помощью отношения  $R$  можно определять горизонтальные границы аномалии, а также ее верхнюю кромку по пересечению лучей, проведенных из каждой точки наблюдения вниз под углом, определяемым равенством  $\text{ctg } \theta = R$ .

Индукционные операторы используются, как отмечалось, и для интерпретации площадных электромагнитных данных (например, с помощью анализа гипотетических ситуаций). При этом точность оценки, вообще говоря, трехмерной функции электропроводности ограничена тем, что рассматриваемые трансформации поля являются точечными. Однако переход к интегральным трансформациям, естественно учитывающим взаимосвязь компонент электромагнитного поля, измеренных в разных точках поверхности (см. разд. 2), требует синхронности наблюдений, которую трудно осуществить на практике. Для преодоления этой трудности Бимиш и Бэнкс [89] предложили использовать при регистрации данных общую базовую точку. Ограниченность такого решения вопроса состоит в том, что наличие аномальных горизонтальных полей в базовых точках приводит к смещениям в результатах. Этот подход был затем усовершенствован в работе Бэнкса [103], который для приведения компонент вертикального магнитного поля к одному моменту времени использовал связи между компонентами тензоров  $M$  и  $\hat{J}$ . Другое решение этой проблемы недавно предложил Паркинсон [104]. Оно основано на последовательном уточнении оценок вертикального магнитного поля на поверхности с помощью трансформации Гильберта (при известных на массиве точек магнитных передаточных функциях). Для двумерной модели ( $E$ -поляризация) графики магнитного поля, полученные путем непосредственных расчетов, а также с помощью предложенной автором итерационной процедуры (после шести итераций), хорошо согласуются друг с другом.

#### 1.4. Некоторые вопросы интерпретации

При интерпретации электромагнитных данных, измеренных в одной точке или на площади, синхронно или нет, часто пытаются оценить доминирующую размерность исследуемой аномалии электропроводности, а также разделить наблюдаемое поле на части в соответствии с различными механизмами их образования. На некоторые вопросы можно ответить, используя точечные трансформации поля, рассмотренные в разд. 1.1–1.3.

Бимиш [105] на примере данных магнитотеллурического зондирования, полученных в Южной Шотландии и Северной Англии, исследовал возможность разделения наблюдаемого в одной точке отклика на одно-, дву- и трехмерную части с помощью традиционных индикаторов размерности, а также предложенных в работе Као и Орра [106]. Анализ показал, что параметр *скью* (*skew*), а также индикаторы размерности, предложенные в этой работе, дают достаточно надежные оценки. Ранганаяки [34] исследовал с этой целью еще несколько параметров и установил, что их карты изолиний на поверхности Земли позволяют оценить доминирующую размерность геоэлектрической структуры в точках измерений. В то же время Херманс [32] с помощью численных расчетов на пленочной модели показал, что не всегда есть четкая корреляция между аномалиями электромагнитных полей и таким индикатором трехмерности, как *скью*. Уи и Паулсон, применив к теллурическому оператору  $\hat{T}$  каноническую декомпозицию [41], показали, что в двумерных геоэлектрических структурах информация, содержащаяся в этом операторе, описывается пятью параметрами (а не восемью, как в трехмерном случае). На этом факте основана предложенная этими авторами процедура разделения двумерного и трехмерного вкладов, а Илисето и др. [107] предложили использовать в качестве индикатора дву- и трехмерности параметр

$$R = \frac{|\epsilon_{xy} + \epsilon_{yx}|}{|\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}|}, \text{ где } \epsilon_{\alpha\beta} (\alpha, \beta = x, y) - \text{элементы тензора } \hat{T}.$$

Для иллюстрации авторы провели численные расчеты для ряда характерных двумерных моделей. Результаты показывают, что псевдосечение этого параметра дает хорошее приближение структуры электропроводности.

Другим важным вопросом, который успешно решается с помощью точечных трансформаций поля, является определение направления регионального простирания структуры и выделение на его фоне локального возмущения. Бэнкс и Бимиш [43] с этой целью использовали частотную зависимость азимутов действительных индукционных векторов в различных точках поверхности. Это позволило определить диапазоны периодов (и соответственно пространственных координат), в которых индуцированные в Земле токи определяются локальной и региональной структурами электропроводности. Занг и др. [108] на двумерной модели, состоявшей из приповерхностной локальной неоднородности и региональной структуры, исследовали свойства трансформации  $\hat{Z}$  в длинноволновом приближении. Авторы утверждают, что региональное простирание характеризуется направлением, при котором элементы столбцов  $\hat{Z}$  пропорциональны, причем их отношения  $\beta = Z_{xx}/Z_{yx}$  и  $\gamma = Z_{yy}/Z_{xy}$  действительны и не зависят от периода. Локальное простирание характеризуется направлением, при котором пропорциональны диагональные элементы импеданса, причем параметр  $\alpha = Z_{xx}/Z_{yy}$  действителен, отрицателен и тоже не зависит от периода  $T$ .

Моньвель и Тариц [87], исследуя модель электропроводности Рейнского грабена, по существу, выбирали между двумя способами объяснения аномалии магнитного поля — локальной индукцией в двумерной структуре и статическим отклонением теллурических токов плохо проводящи-



ми кристаллическими массивами (региональной структурой). Для ответа на этот вопрос авторы использовали понятие *радиус действия (adjustment distance) индукционного механизма*: при  $\lambda^2/S > 20$  ( $\lambda = 2/(\mu\omega\sigma)$ ,  $S$  — площадь поперечного сечения аномалии) выбирают второй механизм, а при  $\lambda^2/S < 20$  — первый. Эти теоретические соображения подтверждались экспериментально — кривые модуля и фазы индукционных векторов в двух разных точках при  $T > 1000$  с совпадают с точностью до постоянного множителя.

Бар [109] для разделения эффектов локального возмущения и региональной индукции разработал метод теллурических векторов, использующий информацию о фазах всех элементов импеданса. На этом, в свою очередь, основан метод определения регионального простирания, состоящий в том, что выбирают систему координат, соответствующую  $\alpha_1$ , и переходят от четырех фаз импеданса к двум фазам теллурических векторов:

$$\operatorname{tg}\varphi_x = \left[ \frac{(\operatorname{Im}Z_{xx})^2 + (\operatorname{Im}Z_{yx})^2}{(\operatorname{Re}Z_{xx})^2 + (\operatorname{Re}Z_{yx})^2} \right]^{1/2},$$

$$\operatorname{tg}\varphi_y = \left[ \frac{(\operatorname{Im}Z_{xy})^2 + (\operatorname{Im}Z_{yy})^2}{(\operatorname{Re}Z_{xy})^2 + (\operatorname{Re}Z_{yy})^2} \right]^{1/2},$$

которые затем анализируют.

В этом разделе мы рассмотрели лишь некоторые точечные трансформации электромагнитного поля, а также примеры их использования при интерпретации реальных данных. Если при анализе несинхронных регистраций поля точечные трансформации, по-видимому, незаменимы, то при наличии синхронной записи электромагнитных данных в нескольких точках (или даже массиве точек) можно воспользоваться методами интерпретации, основанными на точных интегральных преобразованиях поля.

## 2. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ТРАНСФОРМАЦИИ

Решение многих задач геоэлектрики основано на интегральных преобразованиях поля (прямые задачи, обработка сигналов и т.д.), однако мы будем рассматривать в этом разделе лишь такие трансформации электромагнитных полей, которые имеют непосредственное отношение к интерпретации. К ним обычно относят разделение и продолжение поля, зарегистрированного синхронно на некотором массиве точек.

В монографии [1] подробно описываются методы трансформации, в которых операторы разделения и продолжения поля могут быть рассмотрены как линейные фильтры, осуществляющие следующие интегральные трансформации:

- а) разделение магнитного поля на внешнюю и внутреннюю части;
- б) разделение магнитного поля на нормальную и аномальную части;
- в) разделение магнитного поля на поверхностную и глубинную части;
- г) выделение главной части глубинной аномалии;
- д) аналитическое продолжение магнитного поля;
- е) аналитическое продолжение глубинной магнитной аномалии;
- ж) аналитическое продолжение главной части глубинной магнитной аномалии.

В двумерном случае, например, в это семейство операторов входят матричные операторы  $\hat{B}$  и  $\hat{C}$  двух типов.

1. Оператор  $\hat{B}$  действует на магнитное поле:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^T(x', z') &= \hat{B}\mathbf{H}(x, 0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{B}(k_x, z') \mathbf{h}(k_x) e^{-ik_x x'} dk_x = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}^b(x' - x, z') \mathbf{H}(x, 0) dx, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{h}$  — магнитное поле и соответственно его спектр на земной поверхности:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_x \\ H_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{h} = \begin{bmatrix} h_x \\ h_z \end{bmatrix} = \int_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} H_x \\ H_z \end{bmatrix} e^{ik_x x} dx;$$

$\hat{G}^b$  и  $\hat{b}$  — ядро интегральной трансформации и соответственно его характеристика:

$$\hat{G}^b = \begin{bmatrix} G_{xx}^b & G_{xz}^b \\ G_{zx}^b & G_{zz}^b \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} b_{xx} & b_{xz} \\ b_{zx} & b_{zz} \end{bmatrix} e^{-ik_x x} dk_x;$$

$\mathbf{H}^T$  — трансформированное поле:

$$\mathbf{H}^T = \begin{bmatrix} H_x^T \\ H_z^T \end{bmatrix}.$$

2. Оператор  $\hat{C}$  действует на суммарный вектор магнитного поля и избыточного тока, а трансформация имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^T(x', z') &= \hat{C}\mathbf{F}(x, 0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{C}(k_x, z') \mathbf{f}(k_x) e^{-ik_x x'} dk_x = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}^c(x' - x, z') \mathbf{F}(x, 0) dx, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{f}$  — соответственно суммарный вектор и его спектр:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} H_x \\ I_y^s \\ H_z \end{bmatrix}; \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} h_x \\ i_y^s \\ h_z \end{bmatrix} = \int_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} H_x \\ I_y^s \\ H_z \end{bmatrix} e^{ik_x x} dx;$$

$\hat{G}^c$  и  $\hat{C}$  — соответственно ядро интегральной трансформации и его спектральная характеристика:

$$\hat{G}^c = \begin{bmatrix} G_{xx}^c & G_{xy}^c & G_{xz}^c \\ G_{zx}^c & G_{zy}^c & G_{zz}^c \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zy} & c_{zz} \end{bmatrix} e^{-ik_x x} dk_x.$$

Таким образом, операторы разделения и продолжения действуют как линейные фильтры со спектральными характеристиками  $\hat{b}$ ,  $\hat{c}$  и пространственными характеристиками  $\hat{G}^b$ ,  $\hat{G}^c$ .

Другой тип интегральных трансформаций поля основан на использовании аппарата интегралов типа Стрэттона—Чу, развитого в монографии Жданова [3]. При таком подходе электрическое и магнитное поля в общем

случае представляются в виде интегралов по поверхности [110]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}') = \iint_S (i\omega\mu_0 \hat{\mathbf{G}}_0^e(\mathbf{r}'/r) [\mathbf{n} \times \mathbf{H}] + [\text{rot} \hat{\mathbf{G}}_0^e(\mathbf{r}'/r)] [\mathbf{n} \times \mathbf{E}]) ds, \quad (16)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}') = \iint_S (i\omega\mu_0 \hat{\mathbf{G}}_0^m(\mathbf{r}'/r) [\mathbf{n} \times \mathbf{H}] + [\text{rot} \hat{\mathbf{G}}_0^m(\mathbf{r}'/r)] [\mathbf{n} \times \mathbf{E}]) ds,$$

где  $\hat{\mathbf{G}}_0^e$  и  $\hat{\mathbf{G}}_0^m$  — тензорные функции Грина неоднородной среды соответственно электрического и магнитного типа.

### 2.1. Разделение поля на внешнее и внутреннее, нормальное и аномальное, поверхностное и глубинное

Шабелянский [111] с помощью линейных трансформаций пространственных спектров поля построил операторы, осуществляющие эти трансформации в трехмерной среде. В работе [112] с помощью таких операторов было проведено разделение магнитного поля, наблюдаемого на Воронежском кристаллическом массиве, на нормальное и аномальное, поверхностное и глубинное. Аналогичное разделение полей, измеренных на дне моря (в рамках двумерных океанических моделей, возбуждаемых  $H$ -поляризованным полем), было проведено Ждановой [113]. Жданов и Шабелянский [114] для плоской модели Земли решили задачу разделения электромагнитного поля, измеренного на дне моря, на нормальное и аномальное при наличии в толще воды стороннего источника поля. Аслибекян и др. [115] обобщили методы разделения поля (спектральный и пространственный), развитые для естественных электромагнитных полей, на нестационарный случай, а Френкель [116] предложил алгоритм интерполяции нестационарных полей на основе решения интегралов типа Стрэттона—Чу. В работе Бердичевского и Яковлева [117] была получена пара интегральных преобразований, связывающих электрические и магнитные компоненты аномального поля, наблюдаемого на земной поверхности. Авторы обсудили также возможность применения таких трансформаций для решения ряда задач интерпретации.

### 2.2. Электромагнитные аналоги сейсмических методов

Подход к интерпретации сейсмических данных, известный под названием "сейсмологография", основан на идее обращенного продолжения волновых полей в нижнее полупространство. Аналогичный подход к интерпретации электромагнитных данных, нацеленный на получение "геоэлектрического изображения" среды, был предложен Ждановым [118]. В дальнейшем Ждановым и Френкелем был разработан метод миграции электромагнитных полей и исследованы свойства миграционного поля во временной и частотной областях [119, 120].

В работе [121] была предложена система миграционных трансформаций нестационарных электромагнитных полей, основанных на интегралах типа Стрэттона—Чу, записанных в обращенном времени; изучены свойства этих трансформаций в двумерном случае, в частности определены оптимальные значения "констант миграции"; продемонстрированы возможности метода на модельном примере, а также на примере интерпре-

тации данных МГД-зондирования Имандро-Варзугской зоны Кольского полуострова.

Необходимо отметить, что метод электромагнитной миграции — не единственный аналог подходов, применяющихся в сейсмике. Ли и др. [122] предложили конечно-разностный алгоритм аналитического продолжения электромагнитных полей, или метод миграции волнового уравнения. Область его применения для интерпретации ограничена, как указывают сами авторы, плавными изменениями электропроводности.

Связь между электромагнитными и сейсмическими методами не ограничивается лишь аналогиями. Так, например, непосредственный переход от параболического уравнения к гиперболическому (с помощью известной интегральной трансформации) оказывается плодотворным при решении прямых и обратных задач геоэлектрики [123], а также при интерпретации электромагнитных данных [124, 125]. В частности, в последних работах Шуман развил метод "эффективных траекторий", идея которого состоит в трансформации исходного уравнения теплопроводности к волновому с дальнейшим использованием принципа распространения разрывов решений получаемого уравнения. Автором предложена также методика численной реализации такого подхода, которая иллюстрирована на модельных примерах.

Таким образом, при синхронных электромагнитных наблюдениях имеется достаточный арсенал методов, позволяющих проводить их эффективную интерпретацию (как в случае естественного, так и в случае искусственного источника возбуждения).

### ВЫВОДЫ

Анализ различных трансформаций поля и соответствующих методов интерпретации позволяет обозначить определенные тенденции развития этой области исследований.

Во-первых, налицо тенденция к "гибридизации" методов интерпретации и их комплексированию; во-вторых, все отчетливее проявляется стремление геофизиков опираться при интерпретации на математические методы и приемы, адекватные поставленной задаче (это особенно относится к точечным трансформациям); в-третьих, с переходом от одномерной (формальной) интерпретации к двумерной и трехмерной становится все более очевидной необходимость расширения наших знаний о поведении электромагнитных полей и их трансформаций в типичных двумерных и особенно трехмерных средах; и наконец, применение компьютерной технологии анализа данных позволяет перейти к автоматизированным системам их интерпретации.

В заключение автор благодарит проф. М.С. Жданова, книги которого оказали на него большое влияние и, кроме того, существенно облегчили труд по написанию настоящей работы. Автор также признателен Л.В. Васильевой за помощь при подготовке рукописи к публикации.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Бердичевский М.Н., Жданов М.С. Интерпретация аномалий переменного электромагнитного поля Земли. М.: Недра, 1981. 328 с.

2. Kaufman A.A., Keller G.V. Frequency and transient soundings. Amsterdam: Elsevier, 1983. 685 с.
3. Жданов М.С. Аналоги интеграла типа Коши в теории геофизических полей. М.: Наука, 1984. 324 с.
4. Рокитянский И.И. Индукционные зондирования Земли. Киев: Наук. думка, 1981. 296 с.
5. Ваньян Л.Л., Шиловский П.П. Глубинная электропроводность океанов и континентов. М.: Наука, 1983. 86 с.
6. Зингер Б.Ш., Файнберг Э.Б. Электромагнитная индукция в неоднородных тонких слоях. М.: ИЗМИРАН, 1985. 234 с.
7. Schmucker U. Anomalies of geomagnetic variations in the South-Western United States // Bull. Scripps Inst. Oceanogr. 1970. Vol. 13. P. 1-165.
8. Parkinson W.D. Direction of rapid geomagnetic fluctuations // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1959. Vol. 2. P. 1-14.
9. Wiese H. Geomagnetische Tiefentellurik // Geophys. Pura e appl. 1962. Vol. 52. P. 83-103.
10. Gough D.I., Ingham M.R. Interpretation methods for magnetometer arrays // Rev. Geophys. and Space Phys. 1983. Vol. 21. P. 805-827.
11. Beamish D. The time-dependence of electromagnetic response functions // Geophys. Surv. 1982. Vol. 4. P. 405-434.
12. Kharin E.P. Changes in transfer functions with time // Ibid. P. 455-466.
13. Menville M., Szarka L. Distortions of electromagnetic fields: Topographic and Man-Made: (Rev. pap.) // Proc. VIII IAGA Workshop Electromagnetic Induction Earth and Moon, Switzerland. Newchâtel Univ. Neuchâtel, 1986.
14. Chave A.D., Booker J.R. Electromagnetic induction studies // Rev. Geophys. 1987. Vol. 25. P. 989-1003.
15. Goubau W.M., Gamble T.D., Clarke J. Magnetotelluric data analysis removal of bias // Geophysics. 1978. Vol. 43. P. 1157-1166.
16. Дмитриев В.И., Бердичевский М.Н. Фундаментальная модель магнитотеллурического зондирования // ТИИЭР. 1979. Т. 67, № 7. С. 69-79.
17. Тихонов А.Н. Об определении электрических характеристик глубоких слоев земной коры // Докл. АН СССР. 1950. Т. 73, № 2. С. 295.
18. Cagniard L. Basic theory of the magnetotelluric method of geophysical prospecting // Geophysics. 1953. Vol. 18. P. 605-635.
19. Тихонов А.Н. К математическому обоснованию теории электромагнитных зондирований // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1965. Т. 5, № 3. С. 545-548.
20. Weidelt P. Construction of conductance bounds from magnetotelluric impedances // J. Geophys. 1985. Vol. 57. P. 191-206.
21. Фискина М.В., Зингер Б.Ш., Файнберг Э.Б. О возможности применения метода пространственных производных при глубинных электромагнитных исследованиях с помощью контролируемых источников поля // Электромагнитные зондирования Земли. М.: ИЗМИРАН СССР, 1985. С. 105-112.
22. Бердичевский М.Н., Ваньян Л.Л., Файнберг Э.Б. Магнитовариационное зондирование с использованием пространственных производных поля // Геоматнезизм и аэрономия. 1969. Т. 9, № 2. С. 369-371.
23. Бердичевский М.Н., Жданова О.Н., Яковлев А.Г. Электромагнитные аномалии на дне океана // Пробл. исследования электромагнитных полей на акваториях. М.: ИЗМИРАН, 1983. С. 16-25.
24. Бердичевский М.Н., Ваньян Л.Л. Перспективы глубинных магнитотеллурических зондирований на акваториях // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1969. № 11. С. 51-56.
25. Ваньян Л.Л. Основы электромагнитных зондирований. М.: Недра, 1965. 109 с.
26. Бердичевский М.Н. Электрическая разведка методом магнитотеллурического профилирования. М.: Недра, 1968. 225 с.
27. Word D.R., Smith H.W., Bostick F.X. An investigation of the magnetotelluric tensor impedance method // Tech. Rep. Geophys. Res. Lab. Univ. Tex. Austin, 1970. N 82.
28. Reddy I.K., Rankin D. Coherence functions for magnetotelluric analysis // Geophysics. 1974. Vol. 39. P. 312-320.
29. Ковтун А.А., Варданянц И.Л. Модели проводящих зон коры на северо-западе русской платформы // Электромагнитные зондирования Земли. М.: ИЗМИРАН, 1985. С. 133-141.
30. Berdichevsky M.N., Dmitriev V.I. Basic principles of interpretation of magnetotelluric sounding curves / Ed. A. Adam. Geoelectric and geothermal studies: KAPG Geophys. Monogr. Acad. Budapest: Kiado, 1976. P. 165-221.
31. Ingham M.R. The use of invariant impedances in magnetotelluric interpretation // Geophys. J. 1988. Vol. 92. P. 165-169.
32. Hermance J.F. The asymptotic response of three-dimensional basin offsets to magnetotelluric fields at long periods: the effect of current channeling // Geophysics. 1982. Vol. 47. P. 1562-1573.
33. Sule P.O., Hutton V.R.S. A broad-band magnetotelluric study in Southeastern Scotland. Data acquisition, analysis and one-dimensional modelling // Ann. Geophys. 1986. Vol. 2. P. 145-156.
34. Ranganayaki R.P. An interpretive analysis of magnetotelluric data // Geophysics. 1984. Vol. 49. P. 1730-1748.
35. Eggers D.E. An eigenstate formulation of the magnetotelluric impedance tensor // Ibid. 1982. Vol. 47. P. 1204-1214.
36. Spitz S. The magnetotelluric impedance tensor properties with respect to rotations // Ibid. 1985. Vol. 50. P. 1610-1617.
37. Counll J.L., le Mouel J.L., Menville M. Associate and conjugate directions concepts in magnetotellurics // Ann. Geophys. B. 1986. Vol. 4. P. 115-130.
38. La Torraca G.A., Madden T.R., Korringa J. An analysis of the magnetotelluric impedance for three-dimensional conductivity structures // Geophysics. 1986. Vol. 51. P. 1819-1829.
39. Yee E., Paulson K.V. The canonical decomposition and its relationship to other forms of magnetotelluric impedance tensor analysis // J. Geophys. 1987. Vol. 61. P. 173-189.
40. Tzaniis A. A characteristic state formulation of the magnetotelluric tensors in three dimensions. Pt. I: A generalized rotation analysis based of a group theoretical approach // Ibid. 1988.
41. Yee E., Paulson K.V. Canonical decomposition of the telluric transfer tensor // Ibid. 1987. Vol. 61. P. 190-199.
42. Tzaniis A. A characteristic state formulation of the magnetotelluric tensors in three dimensions. Pt 2: Application of the generalized rotation analysis // Ibid. 1988. Vol. 62.
43. Banks R.J., Beamish D. Local and regional induction in the British Isles // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1984. Vol. 79. P. 539-553.
44. Niblett E.R., Sayn-Wittgenstein C. Variation of electrical conductivity with depth by the magnetotelluric method // Geophysics. 1960. Vol. 25. P. 998-1008.
45. Молочнов Г.В. Интерпретация магнитотеллурического зондирования с помощью эффективной глубины проникновения поля // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1968. № 9. С. 88-94.
46. Weidelt P. The inverse problem of geomagnetic induction // J. Geophys. 1972. Vol. 38. P. 257-289.
47. Яковлев И.А., Шейкман А.Л., Сысоев Б.К. Количественная интерпретация магнитотеллурических зондирований с использованием кажущейся проводимости и эффективной глубины проникновения поля // Прикл. геофизика. М.: Недра, 1975. № 79. С. 8-22.
48. Молочнов Г.В., Секриеру В.Г. Определение параметров геоэлектрического разреза по эффективному удельному сопротивлению и глубине проникновения поля // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1976. № 2. С. 64-71.
49. Bostic F.X. A simple almost exact method of MT-analysis // Contrib. Workshop Electr. Meth. Geotherm. Res. US Geol. Surv. 1977. N 14080001-8-359.
50. Vanyan L.L., Berdichevsky M.N., Vasin N.D. et al. On the normal geoelectric profile // Phys. Solid Earth 1980. Vol. 16. P. 131-133.
51. Ле Вьет Зы Хыонг, Бердичевский М.Н. Обобщение метода Шмукера для интерпретации МТ-зондирований // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1984. № 2. С. 108-114.
52. Muraĳami Y. Two representations of the magnetotelluric sounding survey // Geophysics. 1985. Vol. 50. P. 161-164.
53. Weidelt P., Muller W., Losecke W., Knodel K. Die Bostick Transformation // Proto-

koll über das Kolloquium electromagnetische Tiefenforschung / Ed. V. Haak, J. Homilius. B.; Hannover, 1980. P. 227–230.

54. Jones A.G. On the equivalence of the Niblett and Bostick transformations in the magnetotelluric method // *J. Geophys.* 1983. Vol. 53. P. 72–73.

55. Schmucker U. Substitute conductors for electromagnetic response estimates // *PAGEOPH.* 1987. Vol. 125. P. 341–367.

56. Spies B.R., Eggers D.E. The use and misuse of apparent resistivity in electromagnetic methods // *Geophysics.* 1986. Vol. 51. P. 1462–1471.

57. Fischer G. Some remarks on the behavior of the magnetotelluric phase // *Geophys. Prosp.* 1985. Vol. 33. P. 716–722.

58. Вагин С.А., Ковтун А.А. Особенности амплитудной и фазовой аномалий магнитотеллурических параметров над трехмерными неоднородностями // Изучение глубинного строения земной коры и верхней мантии на акваториях морей и океанов электромагнитными методами. М.: ИЗМИРАН, 1981. С. 155–160.

59. Schnegg P.A., Fischer G., le Quang B.V., Weaver J.T. Investigation of a buried vertical fault with natural and controlled source AMT // *Ann. Geophys. B.* 1986. Vol. 4. P. 139–144.

60. Fischer G., Schnegg P.A. Modelling active audio-magnetotelluric data // *J. Geophys.* 1986. Vol. 59. P. 49–55.

61. Schnegg P.A., Fischer G., Le Quang B.V., Ranieri G. A magnetotelluric study in the Campidano graben of Sardinia // *Ibid.* 1987. Vol. 61. P. 30–38.

62. Vozoff K. The magnetotelluric method in the exploration of sedimentary basins // *Geophysics.* 1972. Vol. 37. P. 98–141.

63. Bibby H.M. The apparent resistivity tensor // *Ibid.* 1977. Vol. 42. P. 1258–1261.

64. Сидоров В.А., Губатенко В.П., Глечиков В.А. Становление электромагнитного поля в неоднородных средах (применительно к геофизическим исследованиям). Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1977. 223 с.

65. Raiche A.P., Spies B.R. TEM master curves for interpretation of two layered earths // *Geophysics.* 1981. Vol. 46. P. 53–64.

66. Raiche A.P. Comparison of apparent resistivity functions for transient electromagnetic methods // *Ibid.* 1983. Vol. 48. P. 787–789.

67. Raiche A.P., Gallagher R.G. Apparent resistivity and diffusion velocity // *Ibid.* 1985. Vol. 50. P. 1628–1633.

68. Newmann G.A., Anderson W.L., Hohmann G.W. Interpretation of transient electromagnetic soundings over three-dimensional structures for the central-loop configuration // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 1987. Vol. 89. P. 889–914.

69. Агеев В.В. Интерпретация одномерных импедансных переходных характеристик во временной области // Фундаментальные проблемы морских электромагнитных исследований. М.: ИЗМИРАН, 1986. С. 57–71.

70. Светов Б.С., Каринский С.Д., Агеев В.В. Применение фокусирующих преобразований при решении одномерной обратной задачи МТЗ // Математическое моделирование электромагнитных полей. М.: ИЗМИРАН, 1983. С. 122–134.

71. Светов Б.С., Каринский С.Д., Агеев В.В., Сорокин М.О. Фокусирующие преобразования данных МТЗ // Проблемы исследования электромагнитных полей на акваториях. М.: ИЗМИРАН, 1983. С. 161–167.

72. Крюкова Л.Г. Приближенный способ интерпретации зондирований становлением поля в ближней зоне // Математическое моделирование электромагнитных полей. М.: ИЗМИРАН, 1983. С. 214–222.

73. Ting S.C., Hohmann G.W. Integral equation modelling of three-dimensional magnetotelluric response // *Geophysics.* 1981. Vol. 46. P. 182–197.

74. Wannamaker P.E., Hohmann G.W., Ward S.H. Magnetotelluric responses of three-dimensional bodies in layered earths // *Ibid.* 1984. Vol. 49. P. 1517–1533.

75. Park S.K. Distortion of magnetotelluric sounding curves by three-dimensional structures // *Ibid.* 1985. Vol. 50. P. 785–797.

76. Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И., Лебедева Н.А., Барашков И.С. Магнитотеллурическое зондирование коровых проводящих зон // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1984. № 9. С. 50–56.

77. Бердичевский М.Н., Голубцова Н.С., Дебабов А.С. О квазидвумерности приповерхностных структур // Там же. № 2. С. 92–102.

78. Бердичевский М.Н., Голубцова Н.С., Дебабов А.С. Магнитотеллурическое зондирование над трехмерной впадиной // Там же. № 12. С. 80–88.

79. Бердичевский М.Н., Мороз И.П., Кобзова В.М. Физическое моделирование в геоэлектрике. Киев: Наук. думка, 1987. 139 с.

80. Gregori G.P., Lanzerotti L.J. Geomagnetic depth sounding by induction arrow representation: A review // *Rev. Geophys. and Space Phys.* 1980. Vol. 18. P. 203–209.

81. Meyer J. Induktions-pfeile in reellen und komplexen // *Elektromagnetische Tiefenforschung. Meustadt (BRD)*, 1982. P. 95–114.

82. Labson V.F., Becker A. Natural-field and very low frequency tipper profile interpretation of contacts // *Geophysics.* 1987. Vol. 52. P. 1697–1707.

83. Fischer G., Weaver J.T. Theoretical investigation of the ocean-coast effect at a passive continental margin // *Phys. Earth and Planet. Inter.* 1986. Vol. 42. P. 246–254.

84. Ingham M.R., Gough D.I., Parkinson W.D. Models of conductive structure under the Canadian Cordillera // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 1987. Vol. 88. P. 477–485.

85. Pajunpaa K. Magnetometer array studies in Southeastern Finland on the Baltic shield // *J. Geophys.* 1986. Vol. 59. P. 23–31.

86. Korja T., Zhang P., Pajunpaa K. Magnetovariational and magnetotelluric studies of the Oulu anomaly on the Baltic shield in Finland // *Ibid.* P. 32–41.

87. Menvielle M., Tarits P. 2-D or 3-D interpretation of conductivity anomalies: example of the Rhinegraben conductivity anomaly // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 1986. Vol. 84. P. 213–226.

88. Bailey R.C., Edwards, Garland G.D. et al. Electrical conductivity studies over a tectonically active area in Eastern Canada // *J. Geomagn. and Geoelec.* 1974. Vol. 26. P. 125–146.

89. Beamish D., Banks R.J. Geomagnetic variation anomalies in Northern England: processing and presentation of data from a non-simultaneous array // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 1983. Vol. 75. P. 513–539.

90. Chamalaun F.H., Prasad S.N., Lilley F.E.M. et al. On the interpretation of the distinctive pattern of geomagnetic induction observed in Northwest India // *Tectonophysics.* 1987. Vol. 140. P. 247–255.

91. Lam H.L., Jones F.W., Hibbs R.D. The response of perturbation and induction arrows to a three-dimensional buried anomaly // *Geophysics.* 1982. Vol. 47. P. 51–59.

92. Nienaber W., Hebert D., Dosso H.W. Induction arrows for a buried conducting plate // *Phys. Earth and Planet. Inter.* 1983. Vol. 32. P. 306–311.

93. Chen P.E., Fung P.C. On the behaviour of the imaginary Parkinson arrows near the anomalous conductor-host medium interface // *Ibid.* 1988. Vol. 50. P. 195–198.

94. Chen P.E., Fung P.C.W. Significance of the sign changing of the imaginary arrows in geomagnetic induction investigation // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 1985. Vol. 80. P. 257–263.

95. Beamish D. The frequency characteristics of anomalous vertical fields observed in the British Isles // *J. Geophys.* 1985. Vol. 57. P. 207–216.

96. Beamish D. A simple function for mapping induced currents // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 1987. Vol. 90. P. 485–494.

97. Chen P.F., Fung P.C.W. Frequency response of the transfer functions of the current channelling between two oceans // *J. Geomagn. and Geoelec.* 1988. Vol. 40. P. 335–355.

98. Jones A.G. Parkinson's pointers potential perfidy: // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 1986. Vol. 87. P. 1215–1224.

99. Summers D.M. Interpreting the magnetic fields associated with two-dimensional induction anomalies // *Ibid.* 1981. Vol. 65. P. 535–552.

100. Jones A.G. On the use of line current analogues in geomagnetic deep sounding // *J. Geophys.* 1986. Vol. 60. P. 56–62.

101. Ingham M.R., Bingham D.K., Gough D.I. A magnetovariational study of a geothermal anomaly // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 1983. Vol. 72. P. 597–618.

102. Chen P.E., Fung P.C.W. The frequency response of two-dimensional induction anomalies revisited // *J. Geomagn. and Geoelect.* 1986. Vol. 38. P. 873–881.

103. Banks R.S. The interpretation of the North-Umberland trough geomagnetic variation anomaly using two-dimensional current models // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 1986. Vol. 87. P. 595–616.

104. Parkinson W.D. The analysis of single site induction data // *Phys. Earth and Planet. Inter.* 1988.

105. Beamish D. Geoelectric structural dimensions from magnetotelluric data: methods of estimation, old and new // *Geophysics*. 1986. Vol. 51. P. 1298–1309.
106. Kao D., Orr D. Magnetotelluric studies in the Market Weighton area of Eastern England // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 1982. Vol. 70. P. 323–337.
107. Niceto V., Malaguti R., Santarato G. A model study of telluric fields in two-dimensional structures // *Ibid.* 1986. Vol. 86. P. 399–412.
108. Zhang P., Roberts R.G., Pedersen L.B. Magnetotelluric strike rules // *Geophysics*. 1987. Vol. 52. P. 267–278.
109. Bahr K. Interpretation of the magnetotelluric impedance tensor: regional induction and local telluric distortion // *J. Geophys.* 1988. Vol. 62. P. 119–127.
110. Жданов М.С., Спичак В.В. Интегралы типа Стрэттона–Чу для неоднородных сред и некоторые их приложения к задачам геоэлектрики // Математическое моделирование электромагнитных полей. М.: ИЗМИРАН, 1983. С. 4–25.
111. Шабелянский С.В. Пространственный анализ трехмерных электромагнитных полей // Электромагнитные зондирования Земли. М.: ИЗМИРАН СССР, 1985. С. 88–95.
112. Жданов М.С., Максимов В.М., Груздев В.Н., Шабелянский С.В. Результаты разделения поля бухтообразных возмущений на ВКМ // Методы решения прямых и обратных задач геоэлектрики. М.: ИЗМИРАН, 1987. С. 100–107.
113. Жданова О.Н. Способы пространственного анализа электромагнитных полей на дне океана // Фундаментальные проблемы морских электромагнитных исследований. М.: ИЗМИРАН, 1986. С. 108–122.
114. Жданов М.С., Шабелянский С.В. Разделение электромагнитного поля на дне морей и океанов на нормальное и аномальное с учетом гидродинамического источника: Препр. ИЗМИРАН № 25 (779). М., 1988. 15 с.
115. Аслибекян С.Г., Бердичевский М.Н., Жданов М.С., Френкель М.А. Анализ электромагнитных полей во временной области: Препр. ИЗМИРАН № 44 (658). М.: 1986. 28 с.
116. Френкель М.А. Об одном алгоритме интерполяции нестационарного электромагнитного поля // Математическое моделирование электромагнитных полей. М.: ИЗМИРАН, 1983. С. 135–142.
117. Бердичевский М.Н., Яковлев А.Г. Магнитотеллурический аналог формул Кертца // Геомагнетизм и аэрономия. 1984. Т. 24, № 5. С. 805–811.
118. Жданов М.С. Продолжение нестационарных электромагнитных полей в задачах геоэлектрики // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1981. № 12. С. 60–69.
119. Жданов М.С., Френкель М.А. Метод миграции электромагнитных полей // Там же. 1984. № 4. С. 60–74.
120. Жданов М.С., Френкель М.А. Миграция электромагнитных полей в частотной области // Индукционные исследования верхней части земной коры. М.: ИЗМИРАН, 1985. С. 9–19.
121. Velikhov Ye.P., Zhdanov M.S., Frenkel M.A. Interpretation of MHD-sounding data from the Kola Peninsula by the electromagnetic migration method // *Phys. Earth and Planet. Inter.* 1987. Vol. 45. P. 149–160.
122. Lee S., McMechan G.A., Aiken C.L.V. Phase-field imaging: the electromagnetic equivalent of seismic migration // *Geophysics*. 1987. Vol. 52. P. 678–693.
123. Кабанчихин С.И., Мартаков С.В. Исследование проекционно-разностного метода решения прямой и обратной задач геоэлектрики: Препр. Ин-та математики СО АН СССР № 13. Новосибирск, 1988. 51 с.
124. Шуман В.Н. Эффективные траектории в электромагнитных методах с искусственным возбуждением поля: Частотная область: Вопросы теории // Геофиз. журн. 1986. № 6. С. 49–55.
125. Шуман В.Н. Электромагнитные зондирования в переходном режиме: геометрический подход // Там же. 1982. Т. 4, № 6. С. 56–65.

УДК 550.8.013

Ю.А. ДРЕЙЗИН, С.В. ДРОЗДОВ, Г.И. СИМОНОВА

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОТКЛИКА СРЕДЫ

В геоэлектрических исследованиях с искусственными источниками требуется возможно более точно оценить по зарегистрированным экспериментальным данным функцию отклика проводящей среды на ступенчатый либо  $\delta$ -образный импульс тока в источнике. Особенно актуальной стала эта задача в связи с применением в геоэлектрике мощных генераторов, дающих импульсы тока сложной формы, поскольку решение ее позволяет при сравнении экспериментальных данных с модельными ограничиться вычислением электромагнитных полей от токовых импульсов стандартной формы. Рассматриваемая здесь задача оценивания функции отклика среды на  $\delta$ -импульс тока, или, как ее еще называют, задача обратной фильтрации, является некорректной. Ниже будет показано, как можно ее регуляризовать, сводя к оцениванию конечного (и небольшого) числа параметров, а затем будут приведены примеры использования предлагаемого метода. Квазистационарные уравнения Максвелла в неоднородной среде приводятся к виду

$$\partial H / \partial t = -LH + fJ, \quad (1)$$

где дифференциальный оператор  $L$  зависит от свойств среды, а второе слагаемое в правой части — от свойств среды и внешнего тока. Назовем решение уравнения (1) при  $\delta$ -образной зависимости тока от времени откликом  $G$ . Тогда сигнал, являющийся компонентой электромагнитного поля при произвольной форме токового импульса, есть свертка соответствующей компоненты отклика с током источника

$$S = G * J.$$

В соответствии со свойствами квазистационарных уравнений Максвелла оператор  $L$  является самосопряженным и имеет спектр на действительной положительной полуоси, а каждая компонента уравнения (1) с  $J(t) = \delta(t)$  может быть представлена в виде

$$G(r, t) = \int_0^{\infty} c(r, s) e^{-st} ds. \quad (2)$$

Экспоненциальный спектр  $c(r, s)$  зависит от свойств среды и может иметь сложный вид [1, 2]. В работе [3] была предложена регуляризация задачи восстановления отклика, основанная на его аналитических свойствах, вытекающих из представления (2). Использование аналитических свойств решения уравнения (1) может быть полезным, поскольку позволяет приближенно представить отклик в виде линейной комбинации базисных функций, причем можно ограничиться небольшим количеством этих функций. В рассуждениях использовалась возможность после преобразования  $\tau = \ln t$  свести отклик к аналитической функции, ограниченной в полосо-се  $|\operatorname{Im} \tau| < \pi/2$ , и применить теорему Котельникова о количестве информации, содержащейся в задании на конечном отрезке функции с финитным

спектром. В частности, была получена оценка числа базисных функций  $N$ , приближающих отклик  $G$  с точностью  $\epsilon$  (в равномерной метрике или в  $L_2$ ):

$$N = \frac{2}{\pi^2} \ln \frac{T_2}{T_1} \ln \frac{|G|}{\epsilon},$$

где  $(T_1, T_2)$  – временной интервал, на котором задана функция  $G$ ;  $|G|$  – норма  $G$ . Там же приведен пример выбора базиса. Следуя в целом работе [3], выберем, однако, другой базис для разложения отклика, а именно экспоненциальный:  $\{\exp(-s_k t)\}$  с показателями  $s_k = q^k$ ,  $q > 1$ ,  $k = 1, \dots, N$ . При решении задачи об оценивании функции отклика по наблюдаемым сигналам следует учитывать, что каждое измерение компоненты электромагнитного поля содержит погрешности, связанные с влиянием естественного электромагнитного поля Земли и погрешностями самой измерительной аппаратуры. Считая, что в основном такие помехи носят аддитивный характер, представим сигнал, измеренный в пространственной точке  $r$ , в виде

$$S(t) = (G * J_{\text{эф}})(t) + h(t). \quad (3)$$

В этом выражении  $J_{\text{эф}}$  – эффективный ток – это свертка тока  $J$  с импульсной переходной функцией измерительной аппаратуры:  $J_{\text{эф}} = J * A$ . Функции  $J$  и  $A$ , как правило, известны достаточно точно. Для определения характеристик случайной помехи  $h(t)$  можно использовать информацию о ней до момента включения тока, если при планировании эксперимента был предусмотрен такой режим работы. В качестве статистической модели помехи  $h(t)$  примем  $(p+1)$ -параметрическую авторегрессионную модель [4]. Это означает, что в дискретные моменты времени  $t_k, t_{k+1}, \dots, t_{k+p}$  соответствующие значения помехи  $h_k$  таковы, что некоторая их линейная комбинация является белым шумом:

$$(Bh)_k = \epsilon_k. \quad (4)$$

Здесь  $(Bh)_k = \sum_{l=0}^p a_l h_{k-l}$ , причем  $a_0 = -1$ , белый шум  $\epsilon$  – последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин с нулевым средним и дисперсией  $\sigma^2$ . Подставив разложение отклика  $G$  по экспоненциальному базису (2) в (4), получим

$$S(t) = \sum_{k=1}^N c_k \varphi_k(t) + h(t),$$

где

$$\varphi_k(t) = \int_0^{\infty} J_{\text{эф}}(t - \tau) e^{-q^k \tau} d\tau.$$

Адекватность сделанных предположений следует проверять по экспериментальным данным.

Таким образом, в результате упрощения мы пришли к модели регрессия + авторегрессия, которая задается  $N+p+1$  параметрами, причем количество этих параметров обычно невелико (в практических ситуациях  $N = 5 \div 10$ ,  $p = 1 \div 8$ ). Более того, нахождение  $p+1$  параметра авторегрес-

сионной модели проводится независимо от последующего оценивания  $N$  коэффициентов линейной регрессии: как уже было отмечено, порядок авторегрессионной модели и ее коэффициенты определяются по наблюдению за компонентами поля до включения тока в питающем диполе.

После подстановки оценок авторегрессионного фильтра  $B$  оценивание  $N$  коэффициентов линейной регрессионной модели

$$BS = \sum_{k=1}^N c_k B \varphi_k + \epsilon$$

проводится методом наименьших квадратов. Отметим, что разложение по экспоненциальному базису позволяет составлять быстродействующие программы.

По приведенным алгоритмам на языке PL/I была написана программа оценивания отклика среды – GREEN. В качестве демонстрации ее работы приведем два примера. В первом примере была использована запись тока, сделанная в одном из МГД-пусков эксперимента "Хибины", а аппаратурная функция, функция отклика и шум моделировались искусственно. В качестве тестовой функции отклика была выбрана линейная комбинация

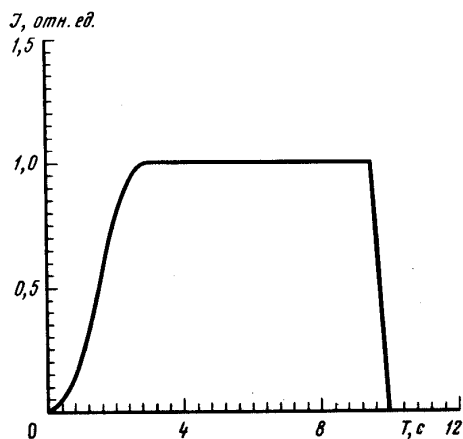
$$G(t) = 5e^{-t} - 2e^{-\frac{t}{2}} - 3e^{-\frac{t}{4}} + 2e^{-\frac{t}{8}}.$$

Эта функция сворачивалась с эффективным током, и полученный таким образом полезный сигнал зашумливался помехой, синтезированной с помощью датчика случайных чисел и авторегрессионной модели 2-го порядка с коэффициентами  $a_1 = 1,50$ ,  $a_2 = -0,75$ . По полученному зашумленному сигналу и точно известным току и аппаратурной функции программой GREEN восстанавливалась функция отклика среды. В качестве управляющих параметров программы были заданы: максимальный порядок авторегрессионной модели  $p = 10$ , размерность базиса  $N = 8$ , минимальное и максимальное характерные времена экспоненциального базиса – 0,5 и 30 с соответственно. По участку записи, предшествующему включению тока, была оценена авторегрессионная модель помехи 2-го порядка с коэффициентами  $a_1 = 1,468$ ,  $a_2 = -0,703$ .

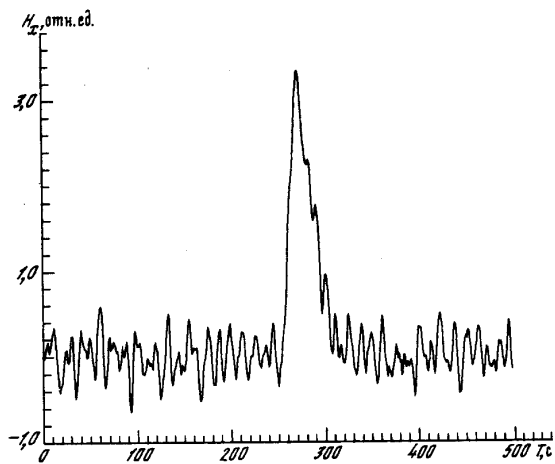
Восстановленная функция отклика имеет вид

$$\hat{G}(t) = 7,896e^{-t/0,5} - 10,624e^{-t/0,897} + 14,808e^{-t/1,611} - 14,780e^{-t/2,891} + 7,457e^{-t/5,189} - 3,419e^{-t/9,313} + 2,340e^{-t/16,715} - 0,612e^{-t/30,0}.$$

Получен достоверный интервал для восстановленной функции отклика, обусловленный остающейся после фильтрации помехой. Результаты работы программы GREEN в модельном варианте приведены на рис. 1–5. Во втором примере была проверена работа программы на экспериментальных данных, полученных на Астраханском свезде. Использовались записи тока от МГДУ и записи пяти компонент электромагнитного поля, зарегистрированных ЦЭС-2, расположенной на профиле, перпендикулярном 10-километровому горизонтальному электрическому диполю, на расстоянии 18 км от диполя. Параметры помехи оценивались по интервалу времени, предшествующему включению тока. Оценивание параметров регрессионной модели производилось примерно по 7000 временных отсчетов. Для восстановления функции отклика был выбран базис из восьми



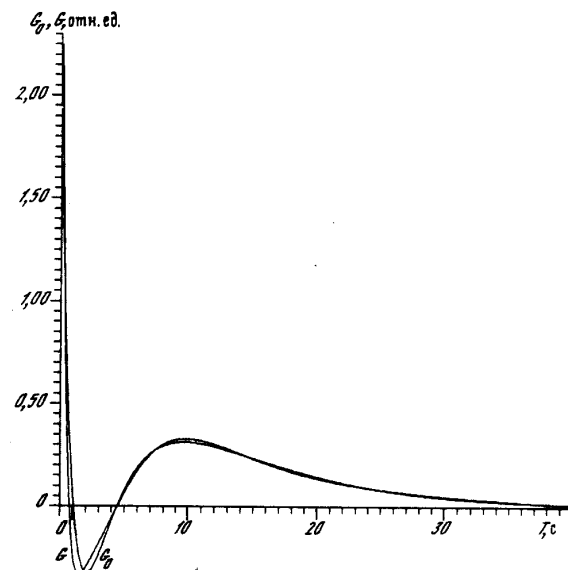
Р и с. 1. Модельный импульс тока в диполе



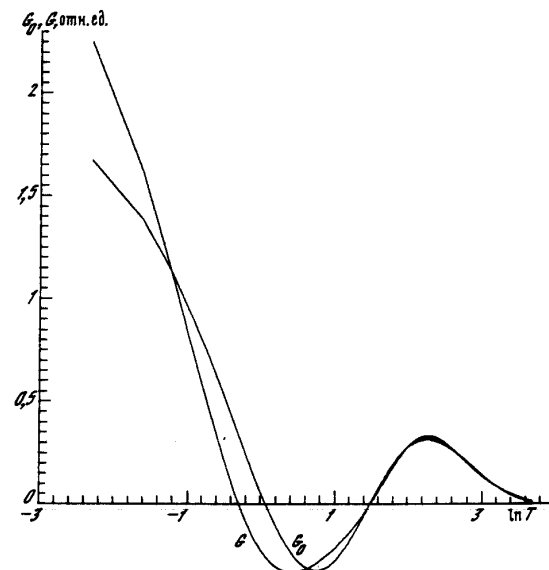
Р и с. 2. Модельный сигнал, полученный сверткой тока с функцией отклика и зашумленный с помощью АР-модели

экспонент с минимальным и максимальным характерными временами 0,025 и 20 с соответственно. Результаты оценивания функции отклика для  $E_y$ -компоненты приведены на рис. 6–8.

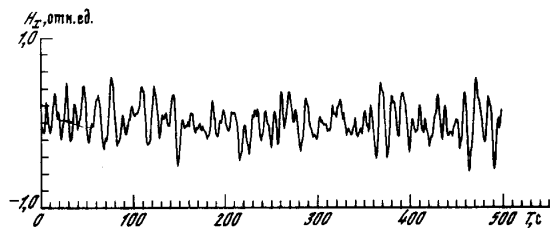
При построении алгоритма обратной фильтрации использовался ряд предположений. Для данных, которые могут быть обработаны по этому алгоритму, должны быть выполнены следующие условия (эти условия



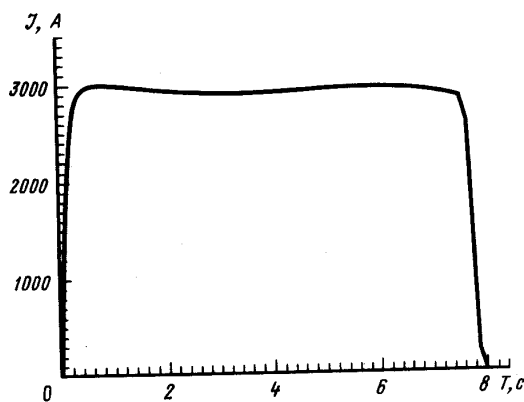
Р и с. 3. Модельная  $G_0$ - и восстановленная  $G$ -функция отклика среды



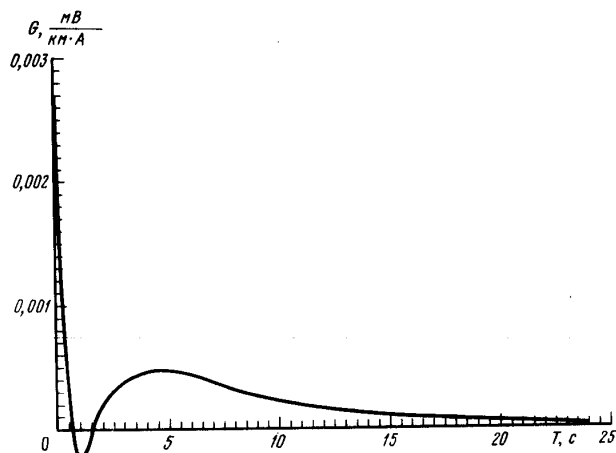
Р и с. 4. Модельная и восстановленная функции отклика среды в логарифмическом масштабе времени



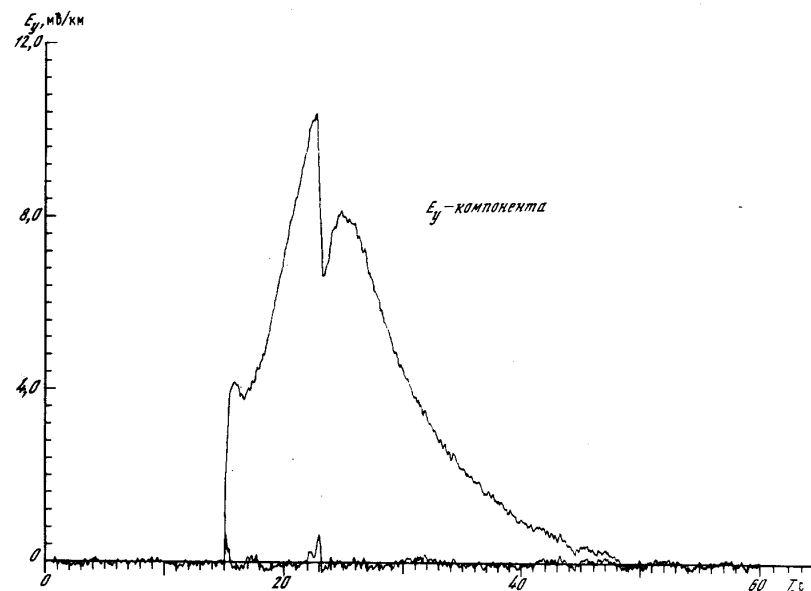
Р и с. 5. Модельный остаточный шум, полученный вычитанием из модельного сигнала свертки тока с восстановленной функцией отклика среды  
Характеризует качество восстановления



Р и с. 6. Измеренный импульс тока в диполе



Р и с. 7. Восстановленная функция отклика среды



Р и с. 8. Измеренный сигнал ( $E_y$ -компонента электромагнитного поля) и остаточный шум, характеризующий качество восстановления функции отклика среды

предъявляют соответствующие требования к системе регистрации): компоненты электромагнитного поля должны быть измерены на отрезке времени (длительностью около 5 мин), непосредственно предшествующем включению токового импульса, все измерения должны быть проведены с равномерным шагом по времени. Для демонстрации работы алгоритмов и программ обратной фильтрации здесь использованы данные, зарегистрированные в экспериментальных работах на Астраханском свезде, в которых регистрация велась с учетом сформулированных требований.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Светов Б.С., Барсуков П.О. Об использовании представления эффектов становления поля в виде суперпозиции экспоненциально затухающих элементарных процессов // Измерение и обработка одиночных сигналов при геофизических исследованиях с импульсными источниками. Апатиты, 1979. С. 52–60.
2. Светов Б.С., Барсуков П.О. Трансформация квазистационарных переходных процессов в геоэлектрике в эквивалентные волновые // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1984. № 8. С. 29–37.
3. Дрейзин Ю.А. Об использовании аналитических свойств электромагнитных откликов для обработки сигналов зондирования // Электромагнитные зондирования. М.: Изд-во МГУ, 1981. С. 18–20.
4. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 1976.



Ю.М. МИХАЙЛОВ, В.В. ФИДЕЛИС

### О ВОЗМОЖНОСТИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ВЕТРОВЫХ ТЕЧЕНИЙ

1. Электромагнитные поля океанических течений синоптического происхождения могут достигать весьма существенных значений ( $10^{-2}$  мВ/м в электрической составляющей и 100 нТл в магнитной для модели установленных крупномасштабных дрейфовых течений [1]).

Вследствие значительности этих величин, доступных к измерению, они могут являться информативным источником, характеризующим гидродинамические явления в толще океанических вод и проводимость слоев твердого основания. В то же время индуцируемые этими течениями поля могут достигать величин, сравнимых с амплитудой колебаний магнитотеллурического поля Земли тех же периодов [2], составляя тем самым существенную помеху морским глубинным зондированиям и магнитной съемке океана.

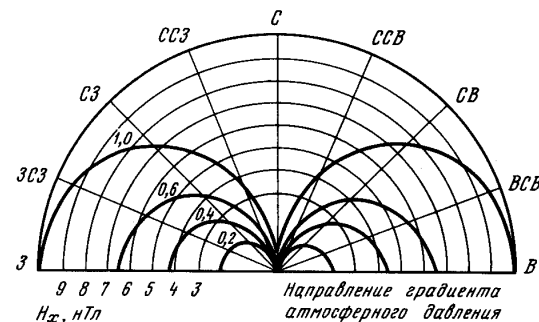
Синоптические неоднородности гидродинамических полей, являясь одним из проявлений воздействия ветра и барического давления на поверхность раздела океан-атмосфера [3], в сущности своей являются периодическими. Данные натурных исследований подтверждают эту периодичность. Особенно четко проявляется она в шельфовых и внутренних морях. Так, характерной чертой динамики вод у Кавказского побережья является их вдольбереговое возвратно-поступательное движение [4], обусловленное ветровыми процессами. Причем связь между ветром и течениями улучшается с увеличением временного масштаба усреднения данных измерения, что подтверждает обусловленность крупномасштабной циркуляции вод.

В то же время результаты экспериментальных исследований [5] показывают существенную корреляцию спектров скорости течений на синоптических периодах как со спектрами перпендикулярной компоненты индуцируемого электрического поля, так и со спектрами соответствующих компонент магнитного поля.

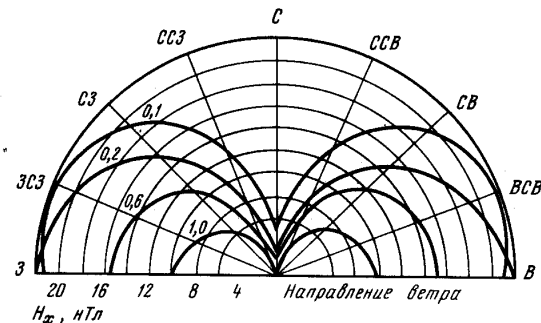
Таким образом, есть возможность оценки индуцируемых ветровыми течениями полей по характеристикам атмосферного воздействия.

2. Модель установившихся ветровых течений достаточно полно представлена теорией дрейфо-градиентных течений, электромагнитное поле которых подробно исследовано, в частности в работах В.М. Конторовича, Г.А. Бурцева [6, 7].

Рассматривая задачу в гармоническом приближении на горизонтально-однородном геоэлектрическом разрезе, включающем слой воды и лежащие на непроводящем основании осадки, будем иметь для индуцируемого магнитного поля  $\Delta \mathbf{H} - k_0^2 \mathbf{H} = -\sigma_0 (\mathbf{B} \nabla) \mathbf{V}$  — для слоя воды и  $\Delta \mathbf{H} - k_1^2 \mathbf{H} = 0$  — для слоя осадков. Здесь  $\mathbf{B}$  — вектор магнитной индукции постоянного поля Земли;  $k_j^2 = -i\omega\mu\sigma_j$ ,  $j = 0, 1$ ;  $\sigma_0$  и  $\sigma_1$  — проводимости воды и осадков. Начало координат находится на свободной поверхности, система координат правая, ось  $z$  направлена вниз. В экмановское распре-



Р и с. 1. Полярная диаграмма  $H_x$ -компоненты индуцируемого магнитного поля для градиентной составляющей течения



Р и с. 2. Полярная диаграмма  $H_x$ -компоненты индуцируемого магнитного поля для дрейфовой составляющей течения

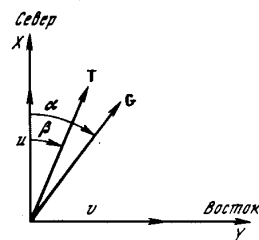
ление скорости  $V(z) = (u - iv) \exp(i\beta z)$  [8] введена частотная зависимость, позволяющая отразить спектральный состав течений.

Можно показать [9], что в случае отсутствия вертикальной скорости и достаточно широкого течения, когда  $\partial V/\partial x$  и  $\partial V/\partial y \ll \partial V/\partial z$ , вертикальная компонента  $H_z$  индуцируемого магнитного поля будет равна нулю, а вклад в индукцию горизонтальной составляющей геомагнитного поля будет несуществен.

3. Решение рассмотрено в работе [8]. На рис. 1 и 2 показаны полярные диаграммы зависимости  $x$ -компоненты индуцируемого магнитного поля для дрейфовой и градиентной составляющих течения соответственно. Направление ветра определяется углом  $\beta$ , градиента атмосферного давления — углом  $\alpha$  (рис. 3). Скорость ветра 12 м/с, коэффициент связи между тангенциальным напряжением ветра и квадратом его скорости 0,0033 [10],

значение вертикальной составляющей магнитного поля Земли  $0,5 \text{ Э}$ , коэффициент вертикального турбулентного обмена  $0,01 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\sigma_0 = 3,3 \text{ См/м}$ ,  $\sigma_1 = 0,2 \text{ См/м}$ , значение градиента атмосферного давления  $G$ , отнесенного к плотности морской воды,  $10^{-5} \text{ м/с}^2$ , глубина моря  $h = 200 \text{ м}$ , мощность осадочного чехла  $2000 \text{ м}$ . Индексы на кривых – относительная глубина погружения  $z/h$ , период равен  $48 \text{ ч}$ . Численные оценки напряженности магнитного поля даны в гаммах ( $1 \text{ А/м} - 4\pi \cdot 10^2 \text{ нТл}$ ).

Характер изменения компонент индуцируемого магнитного поля на каждом горизонте обусловлен особенностями изменения дрейфовой и бароградиентной составляющих скорости течения с глубиной. Диаграммы для



Р и с. 3. Направление скорости ветра и градиента атмосферного давления в  $X, Y$ -координатах

$u$ -компонент будут зеркально-симметричны относительно радиус-векторов  $\beta, \alpha = \pm \pi/4$ , вследствие чего горизонтальные составляющие индуцируемых полей будут сохранять свое постоянное значение на каждом горизонте независимо от направления ветра и градиента атмосферного давления. Подобные диаграммы можно построить и для компонент электрического поля, но оно в основной толще вод будет сохранять довольно постоянное распределение.

Таким образом, при проведении магнитных измерений компонентными магнитометрами можно выбирать их ориентацию на каждом горизонте с минимумом вносимых помех за счет полей течений.

Простые и удобные способы оценки ожидаемого уровня помех для данного прогноза ветра помогут повысить точность проведения морских магнитотеллурических зондирований. Следует заметить, что среднее запаздывание течения от изменения направления и скорости ветра будет в пределах периода течения, так что может весьма полезным оказаться и заблаговременный прогноз помех по экспресс-методике с помощью ЭВМ на простых моделях морских ситуаций.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Физика океана. Л.: Гидрометеиздат, 1978. 294 с.
2. Сочельников В.В. Основы теории естественного электромагнитного поля в море. Л.: Гидрометеиздат, 1979. 216 с.
3. Каменкович В.М., Кошляков М.К., Монин А.С. Синоптические вихри в океане. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 264 с.
4. Титов В.Б., Овчинников И.М., Кривошея В.Г., Савин В.Г. Статистический анализ изменчивости течений и ветра на шельфе Кавказского побережья Черного моря // Вод. ресурсы. 1983. № 1. С. 120–129.

5. Коротаев С.М., Трофимов И.Л., Жданов М.С. и др. Электромагнитные исследования в юго-восточной части Черного моря // Геомагнетизм и аэронавигация. 1985. Т. 25. С. 278–283.

6. Конторович В.М. Магнитная гидродинамика океана // Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы. Рига: Зинатне, 1962. Вып. 2. С. 171–177.

7. Бурцев Г.А. К магнитной гидродинамике морских течений // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1975. № 10. С. 1084–1087.

8. Михайлов Ю.М., Фиделис В.В. К теории электромагнитного поля нестационарных дрейфовых и бароградиентных течений в горизонтально-однородном океане // Геомагнетизм и аэронавигация. 1984. Т. 24. С. 109–112.

9. Смагин В.П., Савченко В.Н., Фонарев Г.А. О возможности изучения морских геоэлектрических разрезов по электромагнитным полям течений // Там же. 1982. Т. 22, № 4. С. 623–628.

10. Фельзенбаум А.И. Теоретические основы и методы расчета установившихся морских течений. М.: Изд-во АН СССР, 1960. 127 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Жданов М.С., Заславский Л.Ю.</i> Алгоритм расчета магнитотеллурического поля в модели, содержащей "пачку" горизонтально-неоднородных слоев конечной толщины . . . . .	3
<i>Зингер Б.Ш., Панкратов О.В.</i> Асимптотические краевые условия в задачах пленочного моделирования . . . . .	10
<i>Светов Б.С.</i> Эффекты экранирования в постоянном электромагнитном поле . . . . .	16
<i>Аслибекян С.Г.</i> Выделение индукционной части электромагнитного поля контролируемого источника . . . . .	24
<i>Шабелянский С.В.</i> Модельное исследование алгоритмов пространственного анализа электромагнитных полей . . . . .	30
<i>Френкель М.А., Кацевич А.И.</i> Корреляционный метод локализации геоэлектрических неоднородностей . . . . .	36
<i>Шуман В.Н.</i> Полугеометрическое приближение в теории электромагнитных зондирований с контролируемыми источниками поля . . . . .	46
<i>Лисин А.С., Медведев Ф.А., Шуман В.Н.</i> Интерпретация данных электромагнитных зондирований с использованием трансформации уравнения теплопроводности к волновому . . . . .	58
<i>Авдеев Д.Б., Годнева Г.С., Зингер Б.Ш., Файнберг Э.Б.</i> Пространственная фильтрация локальных искажений магнитотеллурического поля . . . . .	62
<i>Спичак В.В.</i> Трансформации электромагнитных полей в геоэлектрике . . . . .	69
<i>Дрейзин Ю.А., Дроздов С.В., Симонова Г.И.</i> Определение функции отклика среды . . . . .	89
<i>Михайлов Ю.М., Фиделис В.В.</i> О возможности прогнозирования электромагнитных полей ветровых течений . . . . .	96

## CONTENTS

<i>Zhdanov M.S., Zaslavsky L.Yu.</i> Algorithm for numerical calculation of MT field a stack of laterally inhomogeneous thick sheets . . . . .	3
<i>Singer B.Sh., Pankratov O.V.</i> The asymptotic boundary conditions for the thin-sheet modelling problems . . . . .	10
<i>Svetov B.S.</i> Screen effects in a stationary electromagnetic field . . . . .	16
<i>Aslibekyan S.G.</i> Determination of the induction part of the controlled source electromagnetic field . . . . .	24
<i>Shabelyansky S.V.</i> Investigations of spatial analysis algorithms for electromagnetic fields . . . . .	30
<i>Frenkel M.A., Katsevich A.I.</i> The correlation method for localization of geoelectrical inhomogeneities . . . . .	36
<i>Shuman V.N.</i> Semigeometrical approach in the theory of EM sounding with controlled sources . . . . .	46
<i>Lisin A.S., Medvedev F.A., Shuman V.N.</i> EM sounding data interpretation using transformation the diffusion equation to the wave one . . . . .	58
<i>Avdeev D.B., Godneva G.S., Singer B.Sh., Fainberg E.B.</i> The space filtration of magnetotelluric field local distortions . . . . .	62
<i>Spichak V.V.</i> Transforms of electromagnetic fields in geoelectrics . . . . .	69
<i>Dreyzin Yu.A., Drozdov S.V., Simonova G.I.</i> Restoration of the conducting medium response function . . . . .	89
<i>Mikhailov J.M., Fidelis V.V.</i> On the possibility of prediction of the wind sea currents electromagnetic fields . . . . .	96

В ИЗДАТЕЛЬСТВЕ "НАУКА"

готовятся к печати:

Романов В.Г., Кабанихин С.И.  
Обратные задачи геоэлектрики.

20 л. 4 р.

В монографии излагаются результаты исследования прямых и обратных задач для системы уравнений Максвелла в средах, гладких по горизонтальным переменным. Обратная задача заключается в определении электромагнитных параметров в земле по измеренным на поверхности горизонтальным компонентам электромагнитного поля. Рассматриваются одномерные, многомерные среды, варианты анизотропных сред. Изучены вопросы корректности прямых и обратных задач, построены алгоритмы численного решения.

Издание рассчитано на математиков и геофизиков.

Жданов М.С., Спичак В.В.  
Математическое моделирование электромагнитных полей  
в трехмерно-неоднородных средах.

20 л. 4 р.

В монографии рассмотрены основные вопросы математического моделирования электромагнитных полей в трехмерно-неоднородных геоэлектрических средах. Рассмотрена теория распространения квазистационарных электромагнитных полей в проводящих неоднородных средах, описаны программные средства математического моделирования. Исследованы характерные геоэлектрические модели, используемые для интерпретации результатов глубинного электромагнитного зондирования Земли. Издание рассчитано на геофизиков, а также специалистов в области прикладной электродинамики и прикладной математики, занимающихся вопросами математического моделирования.

Научное издание

**ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ  
ГЕОЭЛЕКТРИКИ**

*Утверждено к печати  
Институтом земного магнетизма, ионосферы  
и распространения радиоволн*

Редактор *Е.И. Павлова*  
Художник *В.А. Смирнов*

Художественный редактор *В.Ю. Яковлев*  
Технические редакторы *Н.М. Бурова, Л.В. Русская*  
Корректор *Н.Л. Голубцова*

Набор выполнен в издательстве  
на наборно-печатающих автоматах

ИБ № 47350

Подписано к печати 28.09.90  
Формат 60 X 90<sup>1/16</sup>. Бумага офсетная № 1  
Гарнитура Пресс-Роман. Печать офсетная  
Усл.печ.л. 6,5. Усл.кр.-отг. 6,8. Уч.-изд.л. 7,2  
Тираж 580 экз. Тип. зак. 758. Цена 1 р. 40 к.

Ордена Трудового Красного Знамени  
издательство "Наука"  
117864 ГСП-7, Москва В-485,  
Профсоюзная ул., д. 90

Ордена Трудового Красного Знамени  
1-я типография издательства "Наука"  
199034, Ленинград В-34, 9-я линия, 12