

НА ДОМ НЕ ВРАЩАЕТСЯ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ТРЕСТА „КУЗБАССУГОЛЬ“

Профессор Ф. В. ГАЛАХОВ

ТРАНСФОРМАЦИЯ КООРДИНАТ ГАУССА-КРЮГЕРА

**(ПЕРЕХОД К ПРОЕКЦИИ ГАУССА-КРЮГЕРА
ОТ МЕСТНЫХ СИСТЕМ)**

84 22



526

Г-15



**ГОСУДАРСТВЕННОЕ
ОБЪЕДИНЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
НОВОСИБИРСК — МОСКВА — ЛЕНИНГРАД — ГРОЗНЫЙ**

1936 г.

ПОСТУПИЛИ В ПРОДАЖУ КНИГИ:

Григорьев В. С., инж.—„Каменные угли Кузбасса“ и др. (сборник статей по качеству и свойству углей). 1935 г. 28 л., 125 черт. и рисунков. Цена 7 руб. „Каменные угли Кузбасса“—первый труд, изданный с целью всестороннего освещения материалов по свойствам и качеству углей молодого и крупнейшего каменноугольного бассейна Союза.

Антонов А. А., горн. инж.—„Система разработки мощных пластов Прокопьевского месторождения в Кузбассе“. 1935 г. 6 $\frac{1}{2}$ листов. 45 черт. и рисунков. Ц. 2 руб. Книга представляет необходимое руководство для практического применения указанных систем разработки как на Прокопьевском руднике, так и в аналогичных условиях на других каменноугольных рудниках СССР.

Коровин М., проф.—„Об ископаемых углях и угленосных районах Зап.-Сибирского и Вост.-Сибирского краев“. 1935 г. 3 $\frac{5}{8}$ листа. Ц. 1 р. 10 к. Пособие для квалифицированных рабочих низшего и среднего технического персонала и хозяйственников каменноугольной промышленности, а также для учащихся техникумов и старших классов средней школы.

Гусев М., инж.—„Методы быстрого прохождения горизонтальных подготовительных выработок“. 1935 г. 2 $\frac{1}{2}$ листа. Ц. 45 к. В книге описаны новые формы организации труда и новые методы работы с широким применением машин, ускоряющих прохождение подготовительных выработок и сокращающих срок пуска новых угольных шахт. Брошюра для рабочих и техников-горняков.

Залетин Н., инж.—„Взрывные работы в подземных выработках“. 1935 г. 4 $\frac{1}{2}$ листа. Ц. 1 р. 10 к. В книге описываются свойства главнейших взрывчатых веществ, принадлежности к взрыванию, зарядения, взрывания шпуров и т. д. Также описано ручное и механическое бурение шпуров и применяемые механизмы. Книга рассчитана на массового читателя—взрывника низшей и средней квалификации и бригадира подрывной бригады.

Резунов И., инж.—„Электровозные рельсовые пути в шахте“. 1935 г. 6 $\frac{1}{2}$ листов, 71 рис. и черт. Ц. 1 р. 50 к. В книге систематизированы сведения по настилке, содержанию, ремонту подземных рельсовых путей. Книга полезна не только для студентов техникума и ВТУЗ'а, но также для бригадиров, горных мастеров, шахтных ИТР.

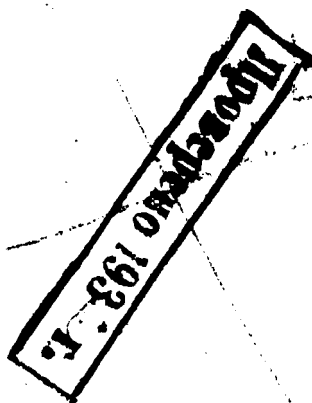
Продажа производится в магазинах „Технической книги“, Книгосбыта ОНТИ и всеми магазинами Книгоцентра.

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ТРЕСТА „КУЗБАССУГОЛЬ“

ПРОФЕССОР В. Ф. ГАЛАХОВ

ТРАНСФОРМАЦИЯ КООРДИНАТ ГАУССА-КРЮГЕРА

(ПЕРЕХОД К ПРОЕКЦИИ ГАУССА-КРЮГЕРА
ОТ МЕСТНЫХ СИСТЕМ)



ГОСУДАРСТВЕННОЕ
ОБЪЕДИНЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
НОВОСИБИРСК—МОСКВА—ЛЕНИНГРАД—ГРОЗНЫЙ

1936

ГТ-80-5-4

526
7.11

1936 г. № 1

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
Поверхностные координаты на сфере	6
Проекция Зольднера	9
Проекция Гаусса-Крюгера	10
Переход от местных координат к координатам Гаусса-Крюгера в случае центрирования местной системы одной точкой	32
Переход к системе Гаусса-Крюгера в случае привязки местной сети двумя точками	42
Полярный способ	48
Способ последовательного исчисления Гауссовских треугольников	54

ГОС. ПУБЛИЧНАЯ
НАУЧ.-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА СССР

1561 $\frac{17}{60}$

1
13899

Отв. редактор БУЗИКОВ М. Д.

Тех. редактор ЛОКШИН И. А.

ОНТИ. Новосибирское Отделение. Издательский № 119.

Томск, Уполкрайлит № 753, 15-IX 35 г.

Сдано в работу 15-IX 1935 г.

Подписано к печати 3-IV 1936 г.

Статф. 150×225₁₆

Типогр. зв. в печати. л. 50752

Объем 4 $\frac{1}{4}$ печ. л.

Тираж 1150 экз.

Заказ № 4352—1936 г.

Типография Издательства „Красное Знамя“—Томск, Советская ул., 3.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Перевод к единой системе координат Гаусса-Крюгера до сего времени не разрешен для многочисленных районов Сибкрая, и во многих точках местные рудничные сети, отнесенные к местным условным осям, остаются не центрированными и не ориентированными.

Между тем скорейший переход к единой конформной системе, упорядочивающей плановое хозяйство и устанавливающей необходимую связь между районами, а равно скорейшее освоение местными работниками принципиальных оснований проекции Гаусса-Крюгера и основных аппаратов ее формул являются актуальнейшей задачей.

К сожалению, вопрос о переходе к координатам Гаусса-Крюгера от местных систем, имеющий для Сибкрая особое значение, очень слабо освещен в литературе, в то время как освоение его является предпосылкой к сознательной и продуктивной практике такого перехода.

В настоящей работе дается общее ознакомление с проекцией Гаусса-Крюгера, приводится комплект основных ее формул, приведены в порядок и обоснованы необходимые аппараты формул по переходу от местных систем, составлены для приискания малых членов соответственные номограммы и приведены развернутые примеры перехода к проекции Гаусса-Крюгера от местных координат в различных случаях.

11/25
ВМ

Применение методов перехода от местных координат к системе Гаусса-Крюгера предполагает предварительное освоение принципиальных оснований проекции Гаусса-Крюгера.

Недостаток места заставляет однако ограничиться здесь лишь минимально необходимыми краткими сведениями и обзором аппарата основных формул.

Поверхность, определяемая во всех ее точках направлением силы тяжести, представляет так называемую уровненную поверхность, нормальную во всех точках к направлению силы тяжести, т. е. имеющую во всех точках постоянное значение потенциала силы тяжести. Потенциал этот относится обычно к уровню океана, и определенная таким образом поверхность земли получает наименование геоида.

Поверхность геоида является весьма сложной в связи с неравномерностью распределения масс в твердой коре земли. Неправильности эти являются, однако, относительно малыми, поэтому поверхность земли достаточно близко приближается к поверхности образованной уровенной поверхностью океана, в предположении совершенно правильного и вполне симметричного, относительно плоскостей меридианов и экватора, распределения масс земли.

Такой идеальный геоид представляет из себя таким образом тело вращения, образованное вращением плоской кривой меридиана, весьма близкой к эллипсу малого сжатия, поэтому поверхность идеального геоида практически совпадает с поверхностью соответственного эллипсоида вращения, касаясь последнего на полюсе и по экватору, максимально отступая от него на широте 45° на величину порядка немногих метров. За опорную поверхность, относительно которой может изучаться действительная форма земли, принимается поэтому сжатый эллипсоид вращения, полученный в результате вращения эллипса вокруг малой полуоси и именуемой сфероидом.

Всякого рода съемочные действия обширных пространств земли относятся к такому земному сфероиду. Элементы этого сфероида: a —большая полуось, b —малая полуось и c —сжатие,

т. е., отношение $\frac{a-b}{a}$, определялись в разное время различными авторами по материалам соответствующих геодезических и гравиметрических работ. Наибольшее применение получили элементы сфероида, данные Бесселем, Кларком и в позд-

нейшее время Хейфордом. У нас в Союзе принят сфероид Бесселя. Элементы сфероиды, данные этими учеными, приводятся ниже:

<i>a</i> m	<i>b</i> m	μ	
6.377.397	6.356.079	1:299,2	Бессель, 1841 г.
6.378.249	6.356.515	1:293,5	Кларк, 1880 г.
6.378.388	6.356.912	1:297,0	Хейфорд

Сфероид таким образом достаточно мало отличается от сферы и во многих случаях, для менее ответственных геодезических задач, может быть ею заменен.

Для обоснования всякого рода геодезических и топографических работ на поверхности сфероиды выбирается соответствующая система опорных точек. Эти опорные точки могут, вообще говоря, быть отнесены к различным системам координат, в зависимости от характера съемочных действий, которые этими опорными точками обслуживаются. Системы координат на поверхности сфероиды отличаются однако от систем плоских координат соответственным своеобразием.

Поверхностные координаты на сфероиде и прямоугольные плоские координаты

Положение точки на плоскости в декартовой системе определяется двумя координатами—ординатой y —кратчайшим расстоянием точки от оси абсцисс (длиною перпендикуляра, опущенного из точки на ось абсцисс) и абсциссой x —расстоянием по оси абсцисс от начала координат до подошвы ординаты y .

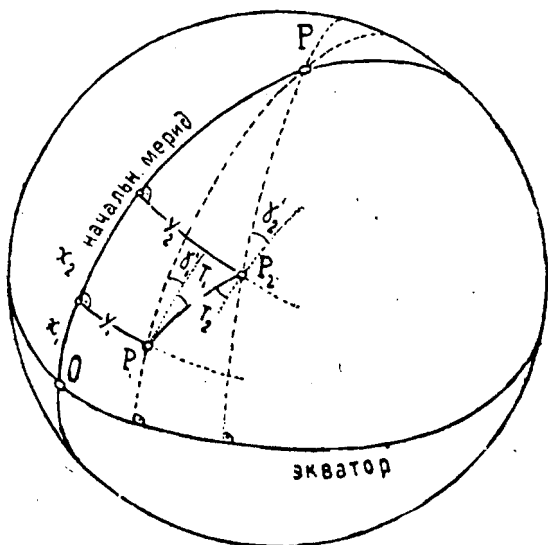
Совершенно аналогично определяется положение точки на поверхности сфероиды. Здесь однако прямых линий не существует, и кратчайшим расстоянием между двумя точками является соединяющая эти точки „геодезическая линия“.

В прямоугольной системе сфероидических координат, определяющих положение точки на сфероиде, ось абсцисс представлена меридианом, координата x —расстоянием по меридиану от начала координат до подошвы сфероидической координаты точки, т. е. подошвы геодезической линии, проведенной нормально к начальному меридиану через точку, и ордината y —длиною этой геодезической линии (см. фиг. 1). Для не очень больших расстояний, не превышающих величины порядка 100 км, геодезическая линия практически может считаться совпадающей с прямым и обратным нормальными сечениями сфероиды, т. е. сечением его полученными плоскостями, проходящими через начальную и конечную точки и через направления отвесной линии в соответствующих точках.

Совершенно подобно тому, как на плоскости направление прямой определяется простираем, т. е. углом, составляемым ею с направлением, параллельным оси x , так и здесь направление дуги P_1P_2 геодезической линией, соединяющей точки P_1 и P_2

на сфероиде, определяется углом T —простираем геодезической линии или дирекционным углом, т. е. углом, составляемым ею с геодезической параллелью¹⁾.

Очевидно, что для того, чтобы от простираения дирекционного угла геодезической линии перейти к ее азимуту, т. е. углу, составляемому ею с направлением меридиана исходной точки P_1 , к простираению геодезической линии необходимо прибавит угол γ между меридианом точки P_1 и геодезической параллелью (т. е. сфероидическое сближение меридианов, см. фиг. 1). Простираение геодезической линии равно ее геодезическому азимуту лишь для направления, исходящего от начального меридиана.



Фиг. 1.

В отличие от того, что имеется на плоскости, прямой и обратный дирекционные углы геодезической линии не равны между собою, т. е. разность $T_1 - T_2$, называемая схождением ординат, не равна нулю. В самом деле, геодезические параллели в точках P_1 и P_2 пересекаются соответственными сфероидическими ординатами под прямым углом; следовательно, касательные к геодезическим параллелям, в точках P_1 и P_2 , перпендикулярные к соответственным ординатам, не параллельны друг другу и составляют угол, равный углу схождения дуг ординат и, при прочих равных условиях, тем больший, чем дальше геодезическая линия располагается от начального меридиана.

В практике определения положения точки на сфероиде поверхностные сфероидические линейные координаты не имеют применений и заменяются пространственными угловыми координатами—широты и долготы, определяемых как непосредственно из астрономических наблюдений, так и посредственно через триангулирование.

Значение же поверхностных сфероидических линейных координат лежит в вопросе изображения поверхности сфероида на плоскости.

¹⁾ Геодезической параллелью называется геометрическое место точек, равноудаленных от начального меридиана (от заданной на поверхности дуги). На сфере геодезическая параллель представляется дугой малого круга, а на сфероне — некоторый кривой двойкой кривизны.

Проекция поверхности сфероида на плоскость может быть представлена любыми двумя системами кривых, одну из которых можно условиться считать изображениями начального меридиана и геодезических параллелей, другую—за изображения сфероидических ординат. Необходимо только, чтобы обе системы кривых получались по какому-нибудь определенному закону. Тогда всякая точка Р поверхности сфероида, определяемая прямоугольными сфероидическими координатами x и y , изображается на проекции вполне определенной точкой—пересечением изображений соответствующих параллели и ординаты.

Системы точек на поверхности сфероида, перенесенные таким образом на плоскость, дают здесь соответствующую систему точек, взаимное расположение которых обусловлено законом построения изображений геодезических параллели и ординат.

Конфигурация точек на проекции не может быть тождественна таковой на поверхности сфероида, так как поверхность последнего не может быть развернута на плоскость без разрыва, откуда следует, что никаким выбором закона проектирования невозможно избежать искажения конечных контуров на поверхности сфероида при изображении их в проекции, и сохранение единства масштаба проекции по всей плоскости ее является невозможным. Вопрос может ставиться лишь с точки зрения удобств построения самой проекции и выбора тех или других возможных ее свойств: характера изменения масштаба от точки к точке, закона искажения площадей, направлений и т. д.

Для изображения больших частей земной поверхности предложены разнообразные виды различных проекций, обладающих теми или иными свойствами (о чем говорится в курсах картографии), в практике же триангулирования и изображения ограниченных участков поверхности сфероида, для которых искажения проекции лежат еще в пределах точности графического нанесения, применяют проекции с прямолинейными прямоугольными системами осей.

Исходной проекцией является при этом так называемая Зольднеровская проекция, представляющая развертку на плоскость сферических поверхностных координат. Сфероид заменяется при этом своим конформным изображением на шаре, секущим сфероид по средней параллели района, с радиусом, равным среднему радиусу кривизны сфероида на этой средней параллели.

Порядок величины искажения сфероидических длин (δ_m —уклонение масштаба изображения от единицы) и конечных направлений ($\Delta\alpha$ —искажение азимута) определяется при этом формулами:

$$\delta_m = \frac{2}{3} \eta^2 \operatorname{tg} \varphi_0 \Delta \eta^3$$

$$\Delta \alpha = \frac{s}{R} \sin \alpha \eta^2 \operatorname{tg} \varphi_0 \Delta \varphi^2,$$

где φ_0 —широта средней параллели.

На расстоянии в $2^\circ,1$ (235 км.) от средней параллели искажения эти не превышают ошибок вычислений семизначными логариф-

мами. Таким образом в пределах широтной зоны в 470 км. сфероидические длины и азимуты можно полагать совпадающими со сферическими.

Система начального меридиана и геодезических параллелей сфероида (сферы) представлена в проекции Зольднера системой прямых (ось x -ов и x -параллели), проводимых на расстоянии друг от друга, равном действительным расстояниям между соответствующими геодезическими параллелями сферы, т. е. с сохранением масштаба в направлении, параллельном оси y -ов, а система сходящихся сферических ординат представлена системой параллельных прямых, перпендикулярных к первой системе, проводимых на расстоянии друг от друга, равном расстоянию между подошвами сферических ординат на начальном меридиане сферы, следовательно, без сохранения масштаба в направлении, параллельном оси x -ов.

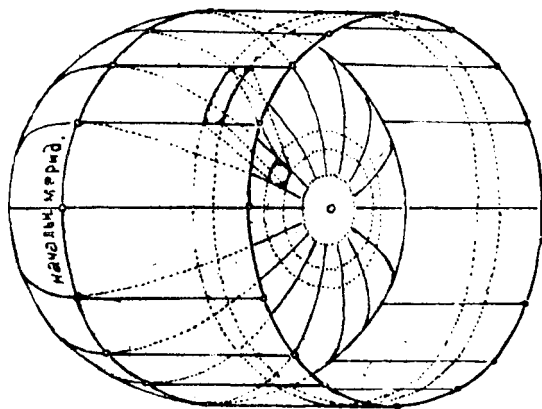
Геометрически проекция Зольднера может рассматриваться, как цилиндрическая (см. фиг. 2), т. е. как полученная разверткой касательного к сфере по начальному меридиану цилиндра, образующие которого суть выпрямленные сферические ординаты.

В силу этого малая окружность на поверхности сферы, вписанная в малый квадрат между двумя ординатами и параллелями, изображается в проекции эллипсом, вписанным в прямоугольник, так как диаметр ее в направлении оси y изображается в натуральную величину, а в направлении оси x — в масштабе большем единицы (см. фиг. 2), при чем вытянутость эллипсов в направлении оси x будет все больше и больше по мере удаления от начального меридиана.

Индикатрисса Зольднеровской проекции представляет т. обр. эллипс, вытянутый в направлении оси x , при чем радиус-вектор этого эллипса, т. е. масштаб в направлении, заданном дирекционным углом t , выражается формулой:

$$m = 1 + \frac{1}{2} \frac{y^2}{R^2} \cos^2 t$$

Проекция Зольднера не является таким образом конформной, т. е. подобной в бесконечно-малых частях, и масштаб проекции является переменным не только от точки к точке, но и вок-



Фиг. 2.

руг одной и той же точки. Постоянный в направлении оси y и равный единице, он растет по мере приближения направления к направлению начального меридиана, достигая здесь максимального значения $1 + \frac{y^2}{R^2}$. Соответственно с этим и искажение

направления в проекции Зольднера вокруг одной точки не является постоянным, но зависит от дирекционного угла направления. Равное нулю в направлении осей x и y , оно достигает максимума в среднем положении ($t = 45^\circ$).

Направления и расстояния между двумя точками, вычисленные из Зольднеровских координат обычным на плоскости порядком, будут таким образом отличаться от их действительных на поверхности сферы (сфероида) значений. Измеренные же в поле направления и расстояния являются, конечно, сфероидическими, и если плоские Зольднеровские координаты хотят использовать для получения действительных направлений и длин, то „плоское“ вычисление необходимо соответствующим образом редуцировать введением соответственных поправок, определяемых формулами:

$$\delta = -\frac{\rho}{6R^2} (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) \sin t \cos t + \frac{\rho}{6R^2} (x_2 - x_1) (2y_1 + y_2)$$

$$\Delta S = -\frac{1}{6R^2} (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) \cos^2 t$$

В пределах незначительного удаления от начального меридиана, искажения однако невелики, и поправки направлений и длин являются меньшими точности самих наблюдений, поэтому допустимо не принимать их во внимание и ограничиваться одними плоскими вычислениями.

Зависимость масштаба от азимута направлений обуславливает, однако, относительно быстрое увеличение искажения направлений, пропорциональное квадрату ординаты, и при расстоянии от начального меридиана в 90 км Зольднеровская проекция плоского вычисления вести уже не позволяет; максимальная поправка направления достигает здесь величин порядка $10''$.

Отметим еще, что Зольднеровские координаты, рассматриваемые как плоские, дают проекцию точек сферы на плоскость, рассматриваемые же как поверхностные координаты, т. е. перенесенные на сферу, дают истинное положение точек на этой сфере, являясь таким образом одновременно и прямоугольными сферическими координатами.

Проекция Гаусса-Крюгера

Мы видели, что Зольднеровская проекция страдает тем недостатком, что масштаб проекции зависит от направления, а искажения направлений достигают значительных размеров, так что

плоское вычисление становится невозможным даже для сравнительно ограниченных по долготе районов.

В проекции Гаусса, являющейся конформной, масштаб вокруг любой точки остается во всех направлениях постоянным, т. е. не зависит от азимута, и в ней малая окружность на сфероиде изображается в проекции также окружностью.

Достигается этот эффект тем, что ординаты проекции Зольднера намеренно искажаются здесь в том же самом отношении, в котором искажаются в проекции Зольднера расстояния в меридиальном направлении, другими словами, проекция Гаусса перестает быть ординато верной, ибо масштаб в направлении ординат изменяется здесь по тому же закону, как и для направления в направлении оси абсцисс.

В принципиальной части проекция Гаусса является известной цилиндрической конформной проекцией Меркатора, у которой касательный по экватору цилиндр заменен цилиндром, касательным по начальному меридиану.

Необходимо отметить, что Гауссовская проекция является только проекцией и не является одновременно системой координат на поверхности сферы, как это имеет место для Зольднеровских координат.

Преимуществом Гауссовской проекции является то, что угловые искажения являются в ней значительно менее заметными, так как масштаб вокруг точки постоянен и искажение направлений, пропорциональное в обычных условиях первой степени расстояния от начального меридиана, меняется медленно, поэтому для ограниченных районов Гауссовская проекция допускает плоские вычисления даже при значительных удалениях от начального меридиана: искажение направления для стороны в 1 км, при расстоянии от начального меридиана в 90 км, достигает в наших широтах величины порядка всего 0,2".

Крюгер применил теорию Гаусса о конформной проекции для случая конформного на плоскости изображения сфероида и разработал необходимый аппарат формул, дающий возможность переходить от географических координат на сфероиде к соответствующим плоским конформным координатам, и наоборот.

Равным образом разработаны необходимые формулы и схемы для непосредственного перехода от измеренных на местности сфероидических элементов—углов и длин—к соответственным плоским элементам конформной проекции, с дальнейшим вычислением конформных координат из этих, приведенных к проекции, элементов.

В виду неизбежного однако возрастания, с удалением от начального меридиана, искажений, проекция Гаусса-Крюгера употребляется полосами в 6°, по 3° от начального меридиана в обе стороны, или в 3°, по 1,5° в обе стороны. Земной шар опоясывается таким образом 60 шестиградусными и 120 трехградусными зонами отдельных систем Гауссо-Крюгеровской проекции. На краях полосы искажения направления стороны в 1 км достигают

в наших широтах всего 0,5" (в Зольднеровской проекции оно достигало бы 60").

Геодезическим комитетом Госплана координаты Гаусса - Крюгера признаны обязательными для применения в Союзе.

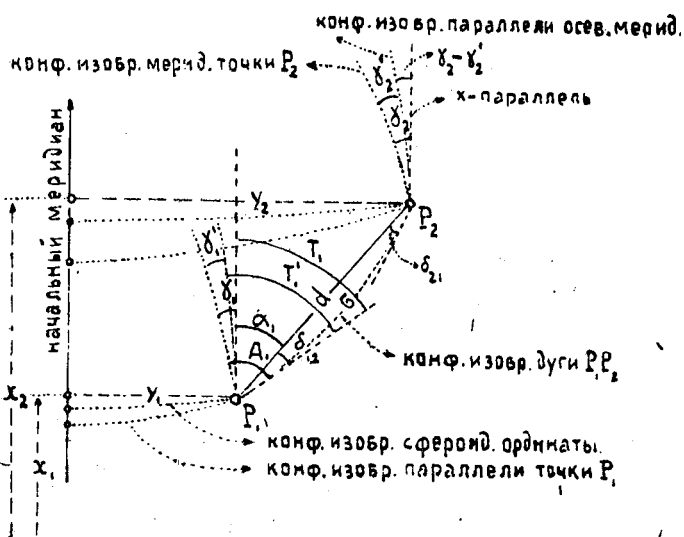
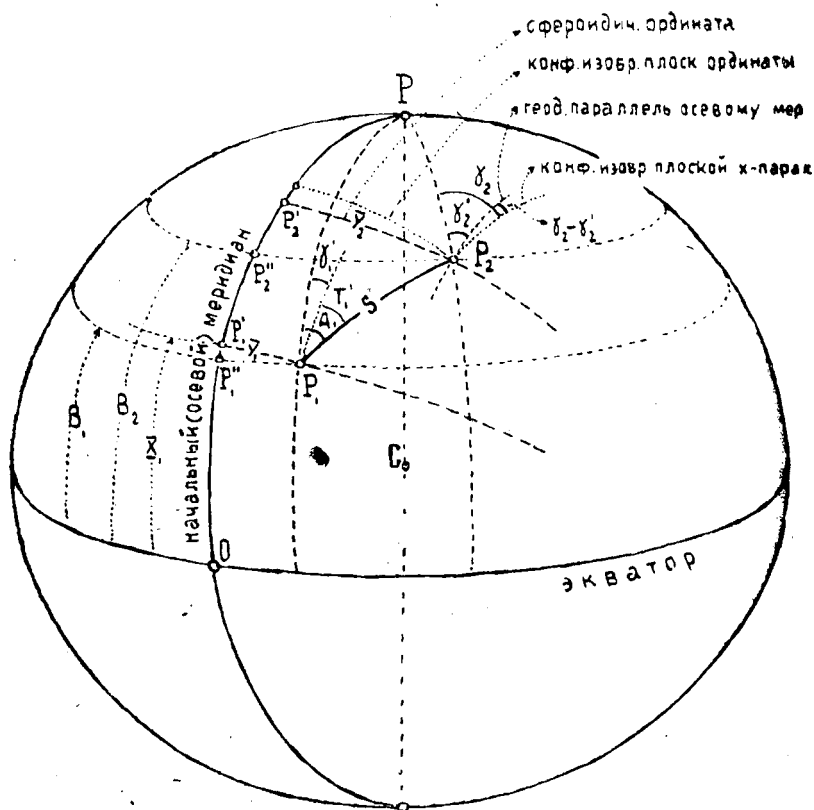
Начальные осевые меридианы шестиградусных зон в проекции Гаусса-Крюгера предлагается при этом совмещать со средними меридианами листов международной карты в масштабе 1:1.000.000.

Таблица долгот крайних и осевых меридианов 6-ти и 3-х градусных зон приводятся ниже.

ТАБЛИЦА 1

долгот осевых меридианов для зон в 3° по долготе

Меридиан зоны	Западный	Восточн.	Осевой	Меридиан зоны	Западный	Восточн.	Осевой
1	25° 30'	28° 30'	27°	29	109° 30'	112° 30'	111
2	28 30	31 30	30	30	112 30	115 30	114
3	31 30	34 30	33	31	115 30	118 30	117
4	34 30	37 30	36	32	118 30	121 30	120
5	37 30	40 30	39	33	121 30	124 30	123
6	40 30	43 30	42	34	124 30	127 30	126
7	43 30	46 30	45	35	127 30	130 30	129
8	46 30	49 30	48	36	130 30	133 30	132
9	49 30	52 30	51	37	133 30	136 30	135
10	52 30	55 30	54	38	136 30	139 30	138
11	55 30	58 30	57	39	139 30	142 30	141
12	58 30	61 30	60	40	142 30	145 30	144
13	61 30	64 30	63	41	145 30	148 30	147
14	64 30	67 30	66	42	148 30	151 30	150
15	67 30	70 30	69	43	151 30	154 30	153
16	70 30	73 30	72	44	154 30	157 30	156
17	73 30	76 30	75	45	157 30	160 30	159
18	76 30	79 30	78	46	160 30	163 30	162
19	79 30	82 30	81	47	163 30	166 30	165
20	82 30	85 30	84	48	166 30	169 30	168
21	85 30	88 30	87	49	169 30	172 30	171
22	88 30	91 30	90	50	172 30	175 30	174
23	91 30	94 30	93	51	175 30	178 30	177
24	94 30	97 30	96	52	178 30	181 30	180
25	97 30	100 30	99	53	181 30	184 30	183
26	100 30	103 30	102	54	184 30	187 30	186
27	103 30	106 30	105	55	187 30	190 30	189
28	106 30	109 30	108	56	190 30	193 30	192



Фиг. 3.

ТАБЛИЦА 2

долгот осевых меридианов для зон в 6° по долготе

Меридиан зоны	Западный	Восточн.	Осевой	Меридиан зоны	Западный	Восточн.	Осевой
1	24°	30°	27°	16	114°	120°	117°
2	30	36	33	17	120	126	123
3	36	42	39	18	126	132	129
4	42	48	45	19	132	138	135
5	48	54	51	20	138	144	141
6	54	60	57	21	144	150	147
7	60	66	63	22	150	156	153
8	66	72	69	23	156	162	159
9	72	78	75	24	162	168	165
10	78	84	81	25	168	174	171
11	84	90	87	26	174	180	177
12	90	96	93	27	180	186	183
13	96	102	99	28	186	192	189
14	102	108	105	29	192	198	195
15	108	114	111				

В целях обеспечения применения координат Гаусса-Крюгера на практике изданы соответствующие руководства и таблицы: проф. Красовского, в издании Геодезического комитета, проф. Келля, в издании Планхозгиза (Москва) и таблицы Матусевича (там же), пособие геодезиста Звонова В. И. „Геодезические координаты“, ОНТИ, 1934 г. и др.

Основные аппараты формул проекции Гаусса-Крюгера приводятся ниже.

Обозначения (см. фиг. 3).

- А—геодезический азимут направления;
- Т'—простираение геодезической линии—дирекционный угол на сфероиде;
- Т—простираение геодезической линии—на проекции;
- α —простираение—дирекционный угол хорды—на проекции;
- γ —плоское сближение меридианов;
- γ' —сфероидическое сближение меридианов;
- $\gamma-\gamma'$ —приращение сфероидического простираения—сближение ординат на сфероиде;
- $\delta_{\text{ш}}$ —поправка за кривизну направления, в начальной точке;
- s—длина геодезической линии на сфероиде;
- σ —длина геодезической линии на проекции;
- d—длина прямой (хорды) на проекции;
- x, y—координаты точки в системе Гаусса-Крюгера;
- φ —широта точки;
- λ —долгота точки;
- l—долгота точки от начального меридиана;
- φ' —широта подошвы сфероид. ординаты точки;
- В—длина дуги начального меридиана от экватора до параллели точки;

P —длина дуги параллели—расстояние точки до начального меридиана по параллели;

M —радиус кривизны в меридиане точки $= \frac{c}{V}$;

N —радиус кривизны в первом вертикале точки $= \frac{c}{V^3}$;

R —средний радиус кривизны $= \sqrt{MN}$

$a = 6377397, 15500$ км; $\lg a = 6.8046434637$ } по Бесселю;
 $b = 6356078, 96395$ км; $\lg b = 6.8031892839$ }

$e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$ —второй эксцентриситет земного эллипсоида, a —большая и b —малая полуоси; $e'^2 = 0,00671921879$,
 $\lg e'^2 = 3.8273187,8$;

m —масштаб проекции;

μ —модуль десятичных логарифмов $= 0,434294444819$;

$\lg \mu = 9.6377843_{113} - 10$;

$c = \frac{a^2}{b}$; $\lg c = 6.80609764$;

$\eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi$;

$V = \sqrt{1 + \eta^2}$;

$t = \operatorname{tg} \varphi$ (в малых членах разложений);

ρ'' —число секунд в радиане $= 206264''_{.8}$, $\lg \rho'' = 5.3144251$;

Вычисление Гауссо-Крюгеровских координат из географических

Даны φ и l , ищутся x и y .

$$x = B + \frac{Nl''^2}{2\rho''^2} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{Nl''^4}{24\rho''^4} \sin \varphi \cos^3 \varphi (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) + \\ + \frac{Nl''^6}{720\rho''^6} \sin \varphi \cos^5 \varphi (61 - 58t^2 + t^4);$$

$$y = \frac{Nl''}{\rho''} \cos \varphi + \frac{Nl''^3}{6\rho^3} \cos^3 \varphi (1 - t^2 + \eta^2) + \frac{Nl''^5}{120\rho''^5} \cos^5 \varphi (5 - 18t^2 + t^4);$$

и в логарифмической форме:

$$\lg(x - B) = \lg \frac{Nl''^2}{2\rho''^2} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{\mu l''^2}{12\rho''^2} \cos^2 \varphi (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) + \\ + \frac{\mu l''^4}{1440\rho''^4} \cos^4 \varphi (119 - 182t^2 - t^4);$$

$$\lg y = \lg \frac{Nl''}{\rho''} \cos \varphi + \frac{\mu l''^2}{6\rho''^2} \cos^2 \varphi (1 - t^2 + \eta^2) + \frac{\mu l''^4}{180\rho''^4} \cos^4 \varphi (5 - 22t^2 - t^4);$$

Здесь величина B есть расстояние от экватора до подошвы параллели точки (см. фиг. 3), т. е. длина дуги начального меридиана.

диана от экватора, отвечающая широте точки, и вычисляется по формуле:

$$B = a(1 - e^2) \left\{ \frac{A}{\rho} \sin \varphi - \frac{B}{2} \sin 2\varphi + \frac{C}{4} \sin 4\varphi - \frac{D}{6} \sin 6\varphi + \frac{E}{8} \sin 8\varphi - \frac{F}{10} \sin 10\varphi \right\},$$

где A, B, C, D, E и F — степенные ряды эксцентриситета.

Значение B через $10'$ широты даны в приводимой ниже табл. 3.

Нахождение по этой таблице значений B_i , отвечающих заданному значению аргумента φ_i , производится параболическим интерполированием по формуле:

$$B_i = B + n\Delta_1 + \frac{1}{2} n(n-1)\Delta_2,$$

где n — приращение заданной широты φ_i , над ближайшей меньшей табличной φ , выраженное в единицах табличного интервала широты, Δ_1 и Δ_2 — соответственно первая и вторая табличные разности.

При обратном приискании аргумента (широты φ_i) по заданному B_i интерполирование ведется по формуле:

$$\varphi_i = \varphi + n_1 h,$$

где h — табличный интервал широты и

$$n_1 = \frac{B_i - B}{\Delta_1} \left(1 - \frac{n_0 - 1}{2} \frac{\Delta_2}{\Delta_1} \right).$$

$$n_0 = \frac{B_i - B}{\Delta_1}$$

В виду значительности первой разности, порядка 18000 м, число — n необходимо вычислять не менее чем с 8-ю десятичными знаками, чтобы обеспечить точность вычисления B до 0,001 м и φ до 0''0001.

ТАБЛИЦА 3

φ	B м	Δ_1	φ	B м	Δ_1	φ	B м	Δ_1
53°00'	5 874 014,723	18 545,838	54°20'	6 022 395,949	18 549,977	55°40'	6 170 810,070	18 554,051
10	892 560,561	546,358	30	040 945,926	550,490	50	189 364,121	554,566
20	911 106,918	546,878	40	059 496,415	551,002	56 00	207 918,678	555,060
30	929 653,796	547,397	50	078 047,417	551,513	10	226 473,737	555,562
40	948 201,193	547,914	55 00	096 598,930	552,022	20	245 029,399	556,063
50	966 749,108	548,432	10	115 150,953	552,532	30	263 585,362	556,562
54 00	985 297,539	548,947	20	133 703,484	553,039	40	282 141,924	557,061
10	6 003 846,487	549,462	30	152 256,524	553,557	50	300 698,985	557,558
20	022 395,949		40	170 810,070		57 00	319 256,543	

Вычисление географических координат
из Гауссо-Крюгеровских

Даны x , y , ищутся φ , l .

$$(\varphi' - \varphi)'' = \frac{y^2 \rho''}{2 M' N'} \operatorname{tg} \varphi' - \frac{y^4 \rho''}{24 M' N'^3} \operatorname{tg} \varphi' (5 + 3 t'^2 + \eta'^2 - 9 t'^2 \eta'^2) + \\ + \frac{y^6 \rho''}{720 M' N'^5} \operatorname{tg} \varphi' (61 + 90 t'^2 + 45 t'^4);$$

$$l'' = \frac{y \rho''}{N' \cos \varphi'} - \frac{y^3 \rho''}{6 N'^3 \cos \varphi'} (1 + 2 t'^2 + \eta'^2) + \frac{y^5 \rho''}{120 N'^5 \cos \varphi'} \cdot \\ \cdot (5 + 28 t'^2 + 24 t'^4);$$

и в логарифмическом виде:

$$\lg (\varphi' - \varphi)'' = \lg \frac{y^2 \rho''}{2 M' N'} \operatorname{tg} \varphi' - \frac{\mu y^2}{12 N'^2} (5 + 3 t'^2 + \eta'^2 - 9 t'^2 \eta'^2) + \\ + \frac{\mu y^4}{1440 N'^4} (119 + 210 t'^2 + 135 t'^4);$$

$$\lg l'' = \lg \frac{y \rho''}{N' \cos \varphi'} - \frac{\mu y^2}{6 N'^2} (1 + 2 t'^2 + \eta'^2) + \frac{\mu y^4}{180 N'^4} \cdot \\ \cdot (5 + 32 t'^2 + 26 t'^4).$$

Здесь φ' — широта подошвы ординаты, приискиваемая по таблице значений B обратным приисканием аргумента по B , приравниваемого заданной абсциссе x точки.

При значительном удалении от начального меридиана значения y и l , вычисленные семизначными логарифмами, перестают удовлетворять требуемой точности. В этом случае вычисление y и соответственно l ведут через дуги параллелей

$$\Pi = \frac{N}{\rho''} l'' \cos \varphi,$$

длины десятиминутных дуг которых заданы точно, с десятью цифрами, в соответствующих таблицах; вычисление ведется при этом по следующему, в монтаже проф. Красовского, аппарату формул:

$$y = y_0 + h y_0^3 + k y_0^5$$

$$l'' = l''_0 - \beta l_0^3 + \zeta l_0^5,$$

где y_0 — длина дуги параллели на широте φ'_0 , ближайшей в таблицах к заданной широте точки,
 l_0 — долгота, отвечающая длине дуги параллели, равной заданному значению u на широте φ подошвы ординаты,
 h, k, β и ζ — коэффициенты, приискиваемые из таблиц со входом по широте через интервал в $5'$.

Длина десятиминутной дуги параллели приискивается из таблиц по интерполяционной формуле,

$$\Pi = \Pi_0 + f\Delta\varphi - g\Delta\varphi^2,$$

где Π_0 — длина дуги на ближайшей, заданной в таблицах, широте, а f и g — коэффициенты, табулированные по широте.

Значения длин десятиминутных дуг параллелей и коэффициентов h, k, β, ζ, f и g приведены в таблицах 4 и 5.

ТАБЛИЦА 4

φ	П.м.	$\lg f - 10$	$\lg g - 10$
53° 00'	11 188.16811	8 8561636 <i>n</i>	3.1189 <i>n</i>
10	145.03644	8571251 <i>n</i>	72 <i>n</i>
20	101.80947	8580806 <i>n</i>	55 <i>n</i>
30	058.48758	8590304 <i>n</i>	38 <i>n</i>
40	015.07113	8599746 <i>n</i>	21 <i>n</i>
50	10 971.56048	8609130 <i>n</i>	04 <i>n</i>
54 00	927.95599	8.8618458 <i>n</i>	3.1087 <i>n</i>
10	884.25804	8627728 <i>n</i>	69 <i>n</i>
20	840.46698	8636944 <i>n</i>	52 <i>n</i>
30	796.58319	8646103 <i>n</i>	34 <i>n</i>
40	752.60704	8655205 <i>n</i>	16 <i>n</i>
50	708.53889	8664255 <i>n</i>	0998 <i>n</i>
55 00	10 664.37912	8.8673247 <i>n</i>	3.0981 <i>n</i>
10	620.12809	8682185 <i>n</i>	62 <i>u</i>
20	575.78618	8691067 <i>n</i>	44 <i>n</i>
30	531.35376	8699896 <i>n</i>	26 <i>n</i>
40	486.83121	8708669 <i>n</i>	08 <i>n</i>
50	442.21890	8717390 <i>n</i>	0889 <i>n</i>
56 00	10 397.51720	8.8726056 <i>n</i>	3.0870 <i>n</i>
10	352.72649	8734668 <i>n</i>	52 <i>n</i>
20	307.84715	8743226 <i>n</i>	33 <i>n</i>
30	262.87956	8751731 <i>n</i>	14 <i>n</i>
40	217.82409	8760184 <i>n</i>	0795 <i>n</i>
50	172.68113	8768583 <i>n</i>	76 <i>n</i>
57 00	10 127.45105	8.8776929 <i>n</i>	3.0756 <i>n</i>

ТАБЛИЦА 5

φ	$\lg h - 20$	d	$\lg k - 30$	$\lg \beta - 20$	$\lg \zeta - 30$
53° 00'	5.49073 <i>n</i>	1212	2.071 <i>n</i>	8.80750	7.891
10	50285 <i>n</i>	1195	77 <i>n</i>	823	2
20	51480 <i>n</i>	79	83 <i>n</i>	897	3
30	52059 <i>n</i>	64	88 <i>n</i>	970	5
40	53823 <i>n</i>	49	94 <i>n</i>	8.81043	6
50	54972 <i>n</i>	36	2.100 <i>n</i>	116	8
54 00	5.56108 <i>n</i>	21	2.105 <i>n</i>	8.81188	7.899
10	57229 <i>n</i>	09	111 <i>n</i>	260	900
20	58338 <i>n</i>	1097	116 <i>n</i>	332	2
30	59435 <i>n</i>	85	122 <i>n</i>	403	3
40	60520 <i>n</i>	73	127 <i>n</i>	475	4
50	61593 <i>n</i>	63	133 <i>n</i>	546	6
55 00	5.62656 <i>n</i>	52	2.138 <i>n</i>	8.81617	7.907
10	63708 <i>n</i>	42	144 <i>n</i>	687	8
20	64750 <i>n</i>	32	150 <i>n</i>	758	9
30	65782 <i>n</i>	24	155 <i>n</i>	828	910
40	66806 <i>n</i>	14	160 <i>n</i>	897	2
50	67820 <i>n</i>	06	166 <i>n</i>	967	3
56 00	5.68826 <i>n</i>	997	2.172 <i>n</i>	8.82036	7.915
10	69823 <i>n</i>	90	177 <i>n</i>	105	6
20	70813 <i>n</i>	82	182 <i>n</i>	174	7
30	71795 <i>n</i>	75	188 <i>n</i>	242	8
40	72770 <i>n</i>	67	193 <i>n</i>	310	920
50	73737 <i>n</i>	61	199 <i>n</i>	378	1
57 00	5.74698 <i>n</i>		2.204 <i>n</i>	8.82446	7.922

Вычисление масштаба проекции Гаусса-Крюгера в данной точке

По свойству конформности проекций Гаусса-Крюгера масштаб проекции в данной точке является постоянным и определяется формулами:

Из географических координат точки:

$$m = 1 + \frac{l''^2}{2\rho''^2} \cos^2 \varphi (1 + \eta'^2) + \frac{l''^4}{24\rho''^4} \cos^4 \varphi (5 - 4t^2).$$

Из Гауссовских координат точки:

$$m = 1 + \frac{y^2}{2N'^2} (1 + \eta'^2) + \frac{y^4}{24N'^4} (1 + \eta'^2) = 1 + \frac{y^2}{2R^2} + \frac{y^4}{24R^4}$$

или в логарифмическом виде:

$$\lg m = \frac{\mu l''^2}{2\rho''^2} \cos^2 \varphi (1 + \eta'^2) + \frac{\mu l''^4}{12\rho''^4} \cos^4 \varphi (1 - 2t^2)$$

и

$$\lg m = \frac{\mu y''^2}{2N'^2} (1 + \eta'^2) - \frac{\mu y^4}{12N'^4} = \frac{\mu y^2}{2R^2} - \frac{\mu y^4}{12R^4}.$$

С практически достаточной точностью вторым членом можно пренебречь с ошибкой порядка единицы 7-го знака логарифма и писать:

$$\lg m = \frac{\mu l''^2}{2\rho''^2} \cos^2 \varphi (1 + \eta^2)$$

и

$$\lg m = \frac{\mu y^2}{2R^2}.$$

$\lg N$ и $\lg \bar{V}^2 = \lg (1 + \eta^2)$ даны в табл. 6, откуда и находятся интерполированием по широте.

Плоское сближение меридиана в проекции Гаусса-Крюгера

Плоское сближение меридиана в Гауссовской проекции может быть вычислено из географических и из Гауссовских координат точки. Для этого служат формулы:

Через географические координаты:

$$\gamma'' = l'' \sin \varphi + \frac{l''^3}{3\rho''^2} \sin \varphi \cos^2 \varphi (1 + 3\eta^2 + 2\eta^4) + \frac{l''^5}{15\rho''^4} \sin \varphi \cos^4 \varphi (2 - t^2);$$

через координаты Гаусса-Крюгера:

$$\gamma'' = \frac{\rho'' y}{N'} \operatorname{tg} \varphi' - \frac{\rho'' y^3}{N'^3} t' (1 + t'^2 - \eta'^2) + \frac{\rho'' y^5}{15N'^5} t' (2 + 5t'^2 + 3t'^4);$$

или в логарифмической форме:

$$\lg \gamma'' = \lg l'' \sin \varphi + \frac{\mu l''^2}{3\rho''^2} \cos^2 \varphi (1 + 3\eta^2 + 2\eta^4) + \frac{\mu l''^4}{45\rho''^4} \cdot \cos^4 \varphi (1 - 3t^2);$$

$$\lg \gamma'' = \lg \frac{\rho'' y}{N'} \operatorname{tg} \varphi' - \frac{\mu y^2}{3N'^2} (1 + t'^2 - \eta'^2) + \frac{\mu y^4}{90N'^4} (7 + 20t'^2 + 13t'^4).$$

Третьи члены приведенных расхождений не превышают нескольких единиц десяти тысячной доли секунды и в практических вычислениях отбрасываются.

Прямолинейная ордината Гауссовской проекции, изображенная на сфероиде конформно, даст кривую (не дугу геодезической линии эллипсоида), уклоняющуюся по мере приближения к начальному меридиану от дуги сфероидической ординаты (см. фиг. 3),

но пересекающую начальный меридиан в силу конформности под прямым углом.

Соответственно этому и x -параллель Гауссовской проекции, конформно перенесенная на сфероид и, следовательно, перпендикулярная к конформному изображению Гауссовской ординаты, не совпадает на сфероиде с геодезической параллелью сфероида, уклоняясь от нее к востоку.

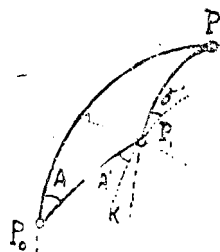
В силу этого схождение меридианов на проекции γ (см. фиг. 3) и схождение меридианов γ' на сфероиде не будут равны между собою.

Сближение меридианов на сфероиде выражается формулой:

$$\gamma'' = l'' \sin \varphi + \frac{l''^3}{3 \rho^2} \sin \varphi \cos^2 \varphi (1 + \eta^2) + \frac{l''^5}{15 \rho^4} \sin \varphi \cos^4 \varphi (2 - \eta^2).$$

Таким образом разность между сфероидическим и плоским сближением меридианов равна (пренебрегая величиной η^4)

$$\gamma - \gamma' = \frac{2}{3} l''^3 \eta^2 \sin \varphi \cos^2 \varphi.$$



Фиг. 4.

Необходимо отметить здесь, что сфероидическое сближение меридианов не равно приращению геодезических азимутов обратного и прямого (см. фиг. 4), т. е. $\gamma' \neq A' - A$, т. к. накрест лежащие углы PP_0P_1 и P_0P_1K , образованные геодезической линией P_0P_1 , не равны между собой.

Сближение меридианов используется для переходов от геодезического азимута к дирекционному углу.

Поправка расстояний в проекции Гаусса-Крюгера

Мы уже видели, что масштаб проекции является переменным от точки к точке. Соответственно этому плоское расстояние, вычисленное из координат Гаусса-Крюгера, дает соответствующее расстояние на сфероиде в переменном на протяжении этого расстояния масштабе, и при масштабе проекции в начальном меридиане равном 1, всегда является большим истинного.

Таким образом, для того, чтобы от такого плоского, вычисленного из координат, расстояния перейти к истинному расстоянию между двумя точками на сфероиде, расстояние плоское необходимо исправить. Приводим ниже необходимые формулы:

$$s = d \left\{ 1 - \frac{1}{6R_m^2} (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) + \frac{\eta^2 t}{6R^3} (x_2 - x_1) (y_2^2 - y_1^2) \right\}$$

или в логарифмическом виде:

$$\lg s = \lg d - \frac{\mu}{6R_m^2} (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) + \frac{\mu \tau_1^2 t}{6R^3} (x_2 - x_1) (y_2^2 - y_1^2).$$

С точностью, достаточной в практических целях, можно писать, пренебрегая 3-им членом:

$$\begin{aligned} s &= d \left\{ 1 - \frac{1}{6R_m^2} (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) \right\} = \\ &= d \left\{ 1 - \frac{1}{2R_m^2} \left[y_1^2 + y_1 (y_2 - y_1) + \frac{1}{3} (y_2 - y_1)^2 \right] \right\}. \end{aligned}$$

Для малых расстояний можно, наконец, писать:

$$s = d \left\{ 1 - \frac{1}{2R^2} (y_1^2 + y_1 \Delta y) \right\}$$

или

$$\lg s = \lg d - \frac{\mu}{2R_m^2} (y_1^2 + y_1 \Delta y) = \lg d - \frac{\mu}{2R^2} y_1^2 \left(1 + \frac{\Delta y}{y_1} \right).$$

Приведем еще формулу, выражающую разность логарифмов через масштабы начальной, конечной и средней точек:

$$\lg s - \lg d = -\frac{1}{2} (\lg m_1 + 4 \lg m_m + \lg m_2)$$

или, наконец, удобную для вычисления формулу Келля:

$$\lg s - \lg d = -\frac{1}{2} (\lg m_1 + \lg m_2) + \frac{1}{6} \lg m_1 \left(\frac{\Delta y}{y_1} \right)^2.$$

Поправка за кривизну в проекции Гаусса-Крюгера
(см. фиг. 3)

Геодезическая линия между двумя точками P_1 и P_2 на сфероиде изображается в конформной проекции на плане в виде дуги σ .

В виду свойства конформности проекции, т. е. подобия бесконечно малых контуров ее таковым же на сфероиде, угловые отношения вокруг точки на проекции и на сфероиде должны быть одинаковыми. В силу этого угол между конформными изображениями меридиана точки P_1 и геодезической линии $P_1 P_2$ (угол между касательными к ним) должен быть тождественно равен

азимуту геодезической линии на сфероиде. Поэтому должно быть, что:

$$A_1 = \alpha_1 + \gamma_1 + \delta_{12}.$$

Таким образом, плоское простираение α , хорды $P_1 P_2$ может быть найдено по формуле:

$$\alpha_1 = A_1 - (\gamma_1 + \delta_{12}).$$

Географический азимут предполагается известным из астрономических наблюдений, γ —вычисляется из Гауссо-Крюгеровских координат точек. Что касается угла δ , так наз. поправки за кривизну, то значение его определяется следующей формулой:

$$T_1 - \alpha_1 = \delta''_{12} = \frac{\rho''}{6 R_m^2} (x_2 - x_1) (2 y_1 + y_2) + \frac{\rho'' \eta^2 t}{3 R^3} (x_2 - x_1)^2 y_1 + \\ + \frac{\rho'' \eta^2 t}{3 R^3} (y_2 - y_1) (3 y_1^2 + 2 y_1 y_2 + y_2^2)$$

и аналогично:

$$T_2 - \alpha_2 = \delta''_{21} = \frac{\rho''}{6 R_m^2} (x_1 - x_2) (2 y_2 + y_1) + \frac{\rho'' \eta^2 t}{3 R^3} (x_1 - x_2)^2 y_2 + \\ + \frac{\rho'' \eta^2 t}{3 R^3} (y_2 - y_1) (y_1^2 + 2 y_1 y_2 + 3 y_2^2).$$

Второй и третий члены этих формул очень малы, они не превышают 0,001" даже для $\Delta y = 65$ км, ими пренебрегают поэтому и пишут:

$$\delta''_{12} = \frac{\rho''}{6 R_m^2} (x_2 - x_1) (2 y_1 + y_2) = \frac{\rho''}{2 R_m^2} (x_2 - x_1) \left\{ y_2 + \frac{y_2 - y_1}{3} \right\}; \\ \delta''_{21} = \frac{\rho''}{6 R_m^2} (x_1 - x_2) (2 y_2 + y_1) = \frac{\rho''}{2 R_m^2} (x_1 - x_2) \left\{ y_2 + \frac{y_1 - y_2}{3} \right\}.$$

Здесь R_m —средний радиус кривизны, отвечающий средней абсциссе $\frac{1}{2} (x_1 + x_2)$, а $x_1 y_1$ и $x_2 y_2$ —координаты начальной и конечной точек направления. Отметим еще, что по свойству выпуклости поверхности сфероида конформное изображение геодезической линии обращено вогнутостью всегда в сторону начального меридиана, что полезно иметь в виду при назначении знака поправки за кривизну.

Ниже приводится таблица значений логарифмов, входящих в аппарат Гауссо-Крюгеровской проекции, коэффициентов

$$\frac{\mu}{R^2}, \frac{\rho''}{R^2}, N, \frac{\rho''}{N M} \text{ и } \bar{V}^2.$$

ТАБЛИЦА 6

φ	$\lg \frac{\mu}{R^2}$	Δ	$\lg \frac{\rho}{R^2}$	$\lg N$	Δ	$\lg \frac{\rho}{N} = [2]$	$\lg \frac{\rho}{M} = [1]$	Δ	$\lg V^2$	Δ
	14,027		9,704	6,805		8,508	8,509		0,001	
53 00	700		341	5698 ₄		8552 ₉	9109 ₀		0556 ₀	
10	684	16	325	5739 ₁	40 ₇	8512 ₃	8987 ₀	122 ₀	0474 ₇	81 ₃
20	667	17	308	5779 ₇	40 ₆	8471 ₇	8865 ₂	121 ₈	0393 ₅	81 ₂
30	641	16	292	5820 ₂	40 ₅	8431 ₁	8743 ₆	121 ₆	0312 ₅	81 ₀
40	635	16	276	5860 ₇	40 ₅	8390 ₇	8622 ₂	121 ₄	0231 ₆	80 ₉
50	619	16	260	5901 ₀	40 ₄	8350 ₃	8501 ₁	121 ₁	0150 ₈	80 ₈
		16			40 ₄			120 ₉		80 ₆
54 00	593		244	5941 ₃		8310 ₀	8380 ₃		0070 ₂	
10	587	16	228	5981 ₆	40 ₃	8269 ₇	8259 ₅	120 ₇	*9989 ₇	80 ₅
20	571	16	212	6021 ₇	40 ₁	8229 ₆	8139 ₀	120 ₅	9909 ₄	80 ₃
30	555	16	196	6061 ₃	40 ₁	8189 ₅	8018 ₇	120 ₃	9829 ₂	80 ₂
40	539	16	180	6101 ₈	40 ₀	8149 ₅	7898 ₇	120 ₀	9749 ₂	80 ₀
50	523	16	164	6141 ₇	39 ₉	8109 ₆	7779 ₀	119 ₇	9669 ₄	79 ₈
		16			39 ₈			119 ₅		79 ₇
55 00	507		148	6181 ₆		8069 ₈	7659 ₅		9589 ₇	
10	491	16	132	6221 ₃	39 ₇	8030 ₀	7540 ₃	119 ₃	9510 ₂	79 ₅
20	475	16	116	6261 ₀	39 ₇	7990 ₃	7421 ₂	119 ₀	9430 ₉	79 ₃
30	459	16	100	6300 ₆	39 ₆	7950 ₈	7302 ₅	118 ₇	9351 ₇	79 ₂
40	443	16	084	6340 ₁	39 ₅	7911 ₃	7184 ₀	118 ₅	9272 ₇	79 ₀
50	437	16	068	6379 ₅	39 ₄	7871 ₉	7065 ₈	118 ₂	9193 ₉	78 ₈
		15			39 ₃			118 ₀		78 ₆
56 00	412		053	6418 ₈		7832 ₅	6947 ₈		9115 ₃	
10	396	16	037	6458 ₀	39 ₂	7793 ₃	6830 ₂	117 ₆	9036 ₈	78 ₅
20	381	15	022	6497 ₁	39 ₁	7754 ₂	6712 ₈	117 ₄	8958 ₆	78 ₂
30	365	16	006	6536 ₂	39 ₀	7715 ₂	6595 ₇	117 ₁	8880 ₅	78 ₁
40	349	16	*990	6575 ₁	38 ₉	7676 ₂	6478 ₈	116 ₉	8802 ₆	77 ₉
50	334	15	975	6614 ₀	38 ₈	7637 ₄	6362 ₃	116 ₅	8724 ₉	77 ₇
		16			38 ₇			116 ₂		77 ₄
57 00	318		959	6652 ₇		7598 ₆	6246 ₁		8647 ₅	

Порядок вычисления Гауссо-Крюгеровских координат сети

Из астрономических определений или данных прежних триангуляций берут географические координаты одной из точек сети и астрономический (геодезический) азимут направления из этой точки. По этим координатам вычисляют прямоугольные плоские конформные координаты исходной точки, и исходное плоское

простираение вычисляют по данному географическому азимуту и плоскому сближению меридианов

$$\alpha = A - \gamma.$$

После этого ведут предварительное плоское грубое вычисление координат сети по углам из уравновешенных на станциях направлений или углов и исходному простираению α , с точностью до $-0,1$ км (5-значный логарифм) по обычным формулам решения треугольников и вычисления прямоугольных координат на плоскости

$$\Delta x = s \cos \alpha, \Delta y = s \sin \alpha.$$

При чем решаются не все треугольники, а только необходимые для получения координат всех точек.

По предварительным плоским координатам сети вычисляют по выше приведенным формулам поправки за кривизну и поправки логарифмов длин сторон, дающих базисные условия. Исправив уравновешенные на станциях направления за вычисленные поправки за кривизну, за центрировку и редукцию, исправив также логарифмы сторон, дающих базисные условия, составляют, как обычно, условные уравнения сети, уравнения коррелат и нормальные уравнения, разрешая которые по обычной схеме, получают поправки углов или направлений и их уравновешенные значения. Последние являются, таким образом, редуцированными к плоскости проекции и служат основанием для уже точного плоского решения треугольников и нахождения окончательных конформных плоских координат точек сети.

Если вычисляются и географические координаты сети, то их получают вычислением от точки к точке из полярных координат по аппарату Крюгера, для чего плоские уравненные направления (углы) и расстояния вновь редуцируются на сфероид с введением уже вычисленных поправок.

Для проверки вычислений географические координаты важнейших точек поверяются вычислением их непосредственно из плоских конформных координат.

К практике пользования Гауссо-Крюгеровскими координатами

В условиях ограниченных площадей отдельных районов поправки, которые необходимо вносить в наблюдения для приведения наблюденных линейных элементов к плоскости проекции, можно считать постоянными. Полагая масштаб внутри района постоянным и равным значению его в центре района, вычисленные логарифмы длин необходимо исправить прибавлением логарифма

рифма этого принятого постоянным масштаба или же внести поправку за этот масштаб в длины самих мерительных приборов.

Границы района в долготном направлении, в которых изменение масштаба не превзойдет точности самих наблюдений и масштаб может быть принят постоянным, определяются из формулы:

$$\Delta y^2 = 2R^2_m \Delta m,$$

где Δm — допустимое изменение масштаба.

Что касается поправок направлений, то для рудничных триангуляций IV и V класса в редуцировании направлений на плоскость в большинстве случаев не бывает необходимости, в виду малости сторон этих триангуляций, когда поправки за кривизну получаются далеко меньшими точности наблюдений направлений.

Не редуцируются на плоскости также и наблюдаемые углы поверхностных полигонных ходов. При обработке этих последних, если расстояние от начального меридиана проекции превышает 120 км, редуцируются на плоскость проекции лишь длины по упрощенной формуле:

$$d = s \left\{ 1 + \frac{1}{2R^2} y_m \right\},$$

где y_m — средняя ордината полигона. В остальных случаях ограничиваются применением среднего масштаба района.

Вообще же говоря, вопрос о необходимости редуцирования на плоскость решается порядком величины соответствующих поправок и соотношения его с точностью соответственных наблюдений.

Ниже приводятся формуляры вычисления координат Гаусса-Крюгера из географических и вычисления географических координат из координат Гаусса-Крюгера.

Формуляры смонтированы нами применительно к таблицам Красовского, как наиболее употребительным. Аппараты формул с необходимыми примечаниями приведены в заголовках формуляров и представляют перемонтаж аппарата основных формул, произведенный путем раскрытия в них скобок и выделения в отдельных рядах тождественных элементов — σ , t , χ и ν — в прямом аппарате и элементов — p , t , δ и μ в обратном.

Значения сложных аргументов от t , входящих в обратный аппарат, приведены в таблице 7. Наконец в таблице 8 приведены значения величины χ/l^4 .

В остальном формуляры не требуют особых пояснений.

ТАБЛИЦА 7

φ	$\lg(1+2t^2)$	d	$\lg 2(1+t^2)$	d	$\lg \frac{1}{2}(1-t^2)$	d	$\lg \frac{1}{2}(5+3t^2)$	d
53° 00'	0.65534	410	0.7421	34	9.5804 <i>n</i>	121	0.7111	28
10	0.65944	412	54		9.5925 <i>n</i>	119	39	
20	0.66356	414	88		9.6044 <i>n</i>	118	66	
30	0.66770	416	0.7522		9.6162 <i>n</i>	116	93	
40	0.67186	418	56		9.6278 <i>n</i>	114	0.7221	
50	0.67604	419	91	35	9.6392 <i>n</i>	113	49	29
54 00	0.68023	421	0.7626		9.6505 <i>n</i>	112	77	
10	0.68444	424	61		9.6617 <i>n</i>	111	0.7305	
20	0.68868	425	96		9.6728 <i>n</i>	109	34	
30	0.69293	427	0.7731		9.6837 <i>n</i>	109	63	
40	0.69720	429	66		9.6946 <i>n</i>	107	92	30
50	0.70149	431	0.7802	36	9.7053 <i>n</i>	106	0.7421	
55 00	0.70580	432	38		9.7159 <i>n</i>	106	51	
10	0.71012	435	74		9.7263 <i>n</i>	105	80	
20	0.71447	437	0.7911		9.7368 <i>n</i>	103	0.7510	31
30	0.71884	439	47		9.7471 <i>n</i>	102	40	
40	0.72323	441	84	37	9.7573 <i>n</i>	101	71	
50	0.72764	443	0.8021		9.7674 <i>n</i>	101	0.7602	
56 00	0.73207	445	59		9.7775 <i>n</i>	99	32	
10	0.73652	447	96		9.7874 <i>n</i>	99	63	32
20	0.74099	449	0.8134		9.7973 <i>n</i>	98	95	
30	0.74548	452	72	38	9.8071 <i>n</i>	97	0.7726	
40	0.75000	453	0.8211		9.8168 <i>n</i>	97	58	
50	0.75453	456	49		9.8265 <i>n</i>	96	90	
57 00	0.75909		88	39	9.8361 <i>n</i>		0.7823	

ТАБЛИЦА 8
значений x/L^4 в единицах 7-го знака логарифма

$\varphi \backslash L$	1° 30'	1° 40'	1° 50'	2° 00'	2° 10'	2° 20'	2° 30'	2° 40'	2° 50'	3° 00'
53°	0.06	0.08	0.12	0.17	0.24	0.32	0.43	0.55	0.70	0.88
54°	0.05	0.08	0.12	0.17	0.24	0.32	0.42	0.55	0.70	0.88
55°	0.05	0.08	0.12	0.17	0.24	0.32	0.42	0.54	0.69	0.87
56°	0.05	0.08	0.12	0.17	0.23	0.31	0.42	0.54	0.68	0.86
57°	0.05	0.08	0.12	0.17	0.23	0.31	0.41	0.53	0.67	0.85

ФОРМУЛЫ

вычисления координат Гаусса-Крюгера из географических

Пункт ... $\varphi = 53^{\circ} 49' 30''.626$; $l = \lambda - \lambda_0 = 1^{\circ} 16' 04''.677 = 4\,564''.677$

А П П А Р А Т Ф О Р М У Л

$$\lg y = \lg \left(\frac{N}{\rho} l \cos \varphi \right) + \tau - \sigma + \nu - \chi l^4$$

$$y = y_0 + h y_0^3 + k y_0^5$$

$$\lg \gamma = \lg (l \sin \varphi) + \tau + 6 \nu$$

$$\lg (x - B) = \lg \left(\frac{1}{2\rho} \gamma y \right) - \frac{1}{2} \tau + \frac{1}{2} \sigma - \frac{5}{2} \nu$$

$$\lg (x - B) = \lg \left(\frac{1}{4\rho} \frac{N}{\rho} l^2 \sin 2\varphi \right) + \frac{3}{2} \tau - \frac{1}{2} \sigma + \frac{9}{2} \nu$$

$$x = B + (x - B)$$

$$\lg m = \frac{3}{2} \tau + 3 \nu$$

$$\sigma = \frac{10^7 \mu}{6 \rho^2} l^2 = [5.230783 - 10] l^2$$

$$\tau = 2 \sigma \cos^2 \varphi = [0.301\,030] \sigma \cos^2 \varphi$$

$$\nu = \frac{1}{2} e'^2 \tau \cos^2 \varphi = [7.5263 - 10] \tau \cos^2 \varphi$$

$$\chi = \frac{10^7 \mu}{180 \rho^4} \left\{ 1 + (20 + 82 \eta^2) \cos^2 \varphi + (26 + 98 \eta^2) \cos^4 \varphi \right\}$$

$$y_0 = y_0^{10} \left(\frac{l'}{10'} + \frac{\Delta l''}{600''} \right); \quad l = l' + \Delta l''$$

$$y_0^{10} = \Pi + f \Delta \varphi'' + g \Delta \varphi''^2$$

$$\Pi = \frac{N}{\rho''} \cos \varphi_0 \times 600''$$

$$f = \frac{1}{\rho} \Pi \left(\frac{\Delta' \lg N}{60 \mu} \rho'' - \operatorname{tg} \varphi \right)$$

$$g = -\frac{\Pi}{2 \rho''^2}$$

$$\Delta \varphi'' = (\varphi - \varphi_0)''$$

$$h = \frac{1}{6 N^2} (1 - t^2 + \eta^2)$$

$$k = \frac{1}{120 N^4} (5 - 18 t^2 + t^4)$$

B —дуга меридиана от экватора до параллели φ и логарифм $\frac{N}{\rho}$ берутся из таблицы I руков. Красовского по аргументу φ .

Π, f, g, h и k берутся из таб. II рук. Красовского по аргументу φ .

χl^4 —берутся из таблицы III руков. Красовского.

Вычисление y (таблица II).		Вычисл. вспомогат. величин.		Вычисление x (таблица I).	
$\Delta \varphi$	- 29."374	$\lg \frac{10^7}{6 \rho^2}$	5.230 78	$\lg \frac{1}{2 \rho}$	4.384 5449
$\lg f$	8.860 9130 n	$2 \lg l$	7.318 82	$\lg y$	4.921 6008
$\lg \Delta \varphi$	1.467 9631 n	$\lg \sigma$	2.549 60	$\lg \gamma$	3.566 4267
$\lg f \Delta \varphi$	0.328 8761	$\lg 2$	0.301 03	$-\frac{1}{2} \sigma$	177.2
$\lg g$	3.1104	$2 \lg \cos \varphi$	9.542 07	$-\frac{1}{2} \tau$	X 876.5
$2 \lg \Delta \varphi$	2.9359	$\lg \tau$	2.392 70	$-\frac{5}{2} \nu$	X 6
$\lg g \Delta \varphi^2$	6.0463	$\lg \frac{1}{2} e'^2$	7.526	$\lg (x-B)$	2.872 5777.3
Π	10 971.56048	$2 \lg \cos \varphi$	9.542	Контрольн. вычисл. $(x-B)$.	
$f \Delta \varphi$	2.132 44	$\lg \nu$	9.461	$\lg \sin 2\varphi$	9.979 0586
$g \Delta \varphi^2$	X 89	$\sigma = 354.10^{-7}$	$\tau = 247.10^{-7};$ $\nu = 0.3.10^{-7};$	$\lg l$	1.318 1648
y_0^{10}	10 973.69281	Вычисление γ'' .		$\lg \frac{N}{\rho}$	1.491 8200
$\Delta l''$	+ 4.677	$\lg l$	3.659 4100	$\lg \frac{1}{4 \rho}$	4.083 5149
$\frac{\Delta l''}{600''}$	7.891 8161	$\lg \sin \varphi$	9.906 9918	$-\frac{1}{2} \sigma$	X 822.8
$\lg y_0^{10}$	4.040 3528	τ	247.0	$\frac{3}{2} \tau$	370.5
$\lg \Delta y_0$	1.932 1689	6ν	1.7	$\frac{9}{2} \nu$	1.3
$y_0^{10} \frac{l'}{10'}$	83 400.0654	$\lg \gamma''$	3.566 4267	$\lg (x-B)$	2.872 5777.6
Δy_0	85.5399	γ''	3 684.91	$\Delta \varphi$	30.626
y_0	83 485.6053	γ	1° 01' 24.91	$\lg \Delta \varphi$	1.486 0903
$\lg h$	5.549 72 $n-20$	Контрольное вычисление y .		$\lg \Delta l''$	1.490 1490
$3 \lg y_0$	4.764 81 + 10	$\lg l$	3.659 4100	$\lg \Delta B$	2.976 2393
$\lg h y_0^3$	0.314 56 n	$\lg \cos \varphi$	9.771 0368	B	5.964 894.293
$\lg k$	2.100 $n-30$	$\lg \frac{N}{\rho}$	1.491 1647.7	ΔB	946.759
$5 \lg y_0$	4.608 + 20	$-\sigma$	X 645.5	$x-B$	745.723
$\lg k y_0^5$	6.708 $n-10$	τ	247.0	x	5.966 586.775
y_0	83 485.6053	ν	0.3	Вычисление масштаба.	
$k y_0^3$	X 7.9367	$-\chi l^4$	0.0	$\frac{3}{2} \tau$	370.5
$h y_0^5$	X 6	$\lg y$	4.921 6008.5	3ν	0.9
y	83 483.542	y	83 483.549	$\lg m$	0.0000 371.4

ФОРМУЛ ЯР

вычисления географических координат из координат Гаусса-Крюгера

Пункт $x = 5966\ 586.775$; $y = 83\ 483.542$

$$\lg l'' = \lg p \cos \varphi' - (1 + 2t^2) \sigma - \mu$$

$$l'' = l_0'' - \beta l_0''^3$$

$$\lg \gamma = \lg p t - 2(1 + t^2) \sigma + 2\mu$$

$$\lg(\varphi' - \varphi) = 7.3678899_{-10} + \lg \left(\frac{N}{\rho} \right)^2 + \lg p^2 t - \frac{1}{2}(5 + 3t^2) \sigma$$

$$\lg(\varphi' - \varphi) = 7.3678899_{-10} + \lg \left(\frac{N}{\rho} \right)^2 + \lg p \gamma - \frac{1}{2}(1 - t^2) \sigma$$

$$\lg m = 3(\sigma + \mu); l_0'' = \frac{y}{\Pi'} \cdot 600; p = \frac{\rho}{N} \cdot y$$

$$\beta = \frac{1}{6\rho^2} \cos^3 \varphi (1 + 2t^2 + \eta'); \sigma = \frac{10^7 \mu}{6\rho^2} p^2 = [5.230783_{-10}] p^2$$

$$\mu = e'^2 \sigma \cos^2 \varphi = [7.8273_{-10}] \sigma \cos^2 \varphi'; t = tg \varphi'$$

$$\Pi' = \Pi + f \Delta \varphi' + g \Delta \varphi'^2; \Pi = \frac{N}{\rho''} \cos \varphi_0 \times 60$$

$$f = \frac{1}{\rho} \Pi \left(\frac{\Delta' \lg N}{60 \mu} \rho'' - t_0 \right); g = - \frac{\Pi}{2 \rho''^2}$$

$$\varphi' = \varphi_0 + \Delta \varphi; \Delta \varphi = \frac{\Delta B}{\Delta l''}; \Delta B = x - B_0; \Delta \varphi' = (\varphi' - \varphi_0)$$

$$l_0'' = \frac{y}{\Pi'} 600''$$

φ' —широта подошвы ординаты, берется из таблицы I обратным приисканием аргумента по заданному $B = x$

φ_0 —табличная широта, отвечающ. ближайшему к x значен. B .

$\frac{N}{\rho}$ —приискивается в таблице I по аргументу φ'

l_0'' —число секунд в дуге параллели, равной y .

Π' —длина дуги параллели в $10'$ на широте φ'

Π —то же на широте φ_0' , ближайшей к φ' в таблице II.

Величины Π, f, g, β приискиваются в табл. II руков. Красовского по аргументу φ' .

$\lg$ -мы величин $(1 + 2t^2)$; $2(1 + t^2)$; $\frac{1}{2}(5 + 3t^2)$ и

$\frac{1}{2}(1 - t^2)$ приискиваются в таблице VI руков. Красовского по аргументу φ' .

Вычисление вспомогат. величин.			Вычисление долготы.		Вычисление сближен. меридиана.	
ΔB	1692.482		$\lg \cos \varphi$	0.229 0326	$\lg t$	0.136 0616
$\lg \Delta B$	3.228 5231 ₆		$\lg p$	3.430 4358	$\lg p$	3.430 4358
$\lg \Delta 1''$	8.5098513—10		$-(1+2t)\sigma$	$\times 414_8$	$-2(1+t^2)\sigma$	$\times 291_9$
$\lg \Delta \varphi$	1.738 3745		-2μ	$\times 1$	2μ	0_9
φ_0	53° 49'		$\lg l''$	3.659 4097 ₉	$\lg \gamma$	3.566 4267
$\Delta \varphi$	0° 00' 54.7488		l''	4564.677	γ''	3684.91
φ'	53° 49' 54.7488		$\Delta \varphi'$	—05."2512	γ	1° 01' 24."9
$\lg \frac{N}{p}$	8.508 8351—10		$\lg f$	8.860 913 n —10	Вычисление широты.	
$\lg y$	4.921 6007		$\lg \Delta \varphi'$	0.720 259 n		
$\lg p$	3.430 4358		$\lg f \Delta \varphi'$	9.581 172—10	$\lg (\varphi' - \varphi)$	1.382 4278
$2 \lg p$	6.860 87		$\lg g'$	3.1104 n —10	$-\frac{1}{2}(5+3t^2)\sigma$	$\times 345$
$\lg \frac{10^7 \mu}{6 p^2}$	5.23078—10		$2 \lg \Delta \varphi'$	1.4405	$\lg t$	0.136 0616
$\lg \sigma$	2.041 65	123.5	$\lg g \Delta \varphi'^2$	4.5509—10	$\lg 2$	0.301 0300
$\lg e'^2$	7.8273—10		Π	10 971.56048	$\lg \left(\frac{N}{p}\right)^2$	7.017 6702—10
$2 \lg \cos \varphi'$	9.7709 ₈		$f \Delta \varphi'$	0.38122	$-\frac{1}{2}(1-t^2)\sigma$	53 ₈
$\lg \mu$	9.6899	0.49	$g \Delta \varphi'^2$	0.0000	$\lg p$	3.430 4358
$\lg (1+2t^2)\sigma$	2.76727	585.2	Π'	10 971.9417	$\lg \gamma$	3.566 4267
$\lg (1+2t^2)$	0.67562		$l'' = \frac{y}{\Pi} \cdot 600$	4565.29268	$-\frac{1}{2}(1-t^2)\sigma$	
$\lg \sigma$	2.09165		$\lg l''_0$	3.65947	$\lg (\varphi' - \varphi)$	1.382 4280
$\lg 2(1+t^2)$	0.7591		$3 \lg l''_0$	0.97840 + 10	φ'	53° 49' 54" 7488
$\lg (1+t^2)\sigma$	2.8507	708.1	$\lg \beta$	8.81116—20	$-(\varphi' - \varphi)$	$\times 35'' 8772$
$\lg \frac{1}{2}(5+3t^2)\sigma$	2.8165	655.4	$\lg \beta l''_0^3$	9.78956—10	φ	53° 49' 30" 626 ₀
$\lg \frac{1}{2}(5+3t^2)$	0.7249		l''_0	4565.29268	Вычисление масштаба.	
$\lg \sigma$	2.0916		$\beta l''_0^3$	$\times 38403$		
$\lg \frac{1}{2}(1-t^2)$	9.6391 n		l''	4565.6767	3σ	370 ₄
$\lg \frac{1}{2}(1-t^2)\sigma$	1.7307 n	—58.6	l	1° 16' 04.647	3μ	1 ₅
					$\lg m$	0.0000 371 ₉
					m	1.0000 856

В отсутствие таблиц Красовского вычисления — B — длины дуги начального меридиана от экватора до подошвы параллели точки (в прямом аппарате), и φ' — широты подошвы ординаты точки (в обратном аппарате) можно осуществить с помощью таблицы 3 по следующим схемам (см. стр. 14):

Вычисление B :		Вычисление φ' :	
$B = B_0 + n\Delta_1 + \frac{1}{2} n(n-1)\Delta_2$		$\varphi' = \varphi_0 + n_1 h; n_1 = n_0 + \Delta n;$ $\Delta n = \frac{1}{2} n_0 (1 - n_0) \frac{\Delta_2}{\Delta_1}$	
φ	53° 49' 30." 626	$B = x$	5966586.775
φ_0	53° 40'	B_0	5948201.194
$\Delta\varphi$	09' 30." 626"	$\Delta B = B - B_0$	18385.581
$\Delta\varphi''$	570." 626	Δ_1	18547.914
$n = \frac{\Delta\varphi}{600}$	0.95104333	Δ_2	0.518
Δ_1	18547.914	$n_0 = \frac{\Delta B}{\Delta_1}$	0.99124781
Δ_2	0.518	Δn	0.00000012
$n\Delta_1$	17639.869	n_1	0.99124793
$\frac{1}{2} n(n-1)\Delta_2$	X88	$\Delta\varphi'' = n_1 h$	594"7487 ₆
ΔB	17639.857	$\Delta\varphi$	09'54."7488
B_0	5948201.194	φ_0	53°40'00.0000
B	5965841.051	φ'	53°40'54.7488

Остальные табулированные элементы обоих аппаратов можно приискать соответственной интерполяцией из таблиц 4, 5, 6, 7 и 8.

Изложенный материал позволит теперь перейти к вопросу перехода к Гауссо-Крюгеровским координатам от местных координат для различных случаев центрирования и ориентирования местной сети.

Переход от местных координат к координатам Гаусса-Крюгера

Дифференциальный метод

Случай привязки местной системы одной точкой.

Переход от местных координат к координатам Гаусса-Крюгера рациональнее всего осуществлять в этом случае путем соответственного исправления местных приращений по предложенному проф. Н. Г. Келлем аппарату формул (см. курс проф. Келля „Высшая геодезия и геодезические работы“, часть I) для вычислений Гауссовских приращений Δx и Δy . При большом удалении от начального меридиана аппарат Келля может, однако, не обес-

печивать необходимой точности вычислений, так как влияние малых членов, отброшенных при выводе аппарата, для пограничных районов даже трехградусной зоны возрастает до размеров, при которых это влияние не может быть пренебрегаемо.

Целесообразно поэтому дополнить аппарат Келля добавочными членами, для чего необходимо осуществить вывод аппарата заново с учетом малых членов. При выводе такого полного аппарата мы воспользовались предложением маркшейдера Францского (Иркутск) исходить непосредственно из аналитических выражений для местных и Гауссовских приращений. Идя этим путем, мы последовательно, исходя из приведенных выше для Гауссо-Крюгеровской проекции соотношений и из чертежа (см. фиг. 5), на котором:

Ox_m —конформное изображение местной оси;

O_K —касательная к конформному изображению местной оси;

θ —угол, составляемый местной осью с осью проекции Гаусса-Крюгера;

d —хорда Гауссо-Крюгеровской проекции;

α —Гауссовский дирекционный угол;

$x_0 y_0$ —Гауссовские координаты местного начала;

α_m —местный дирекционный угол;

δ —поправка за кривизну,

получим, обозначая местные координаты точки через $x_m y_m$,

$$\Delta x = d \cos \alpha; \Delta y = d \sin \alpha; \alpha = \alpha_m - (\theta + \delta);$$

$$d = s \left\{ 1 + \frac{1}{2R^2}(y_0^2 + y_0 y_m) \right\} = s(1 + \lambda).$$

$$\delta = \frac{1}{2R^2} y_0 x_m; \operatorname{tg} \alpha_m = \frac{y_m}{x_m}; \lambda = \frac{y_0}{2R^2} (y_0 + y_m).$$

Составляя теперь разность между Гауссовскими и местными приращениями, мы найдем:

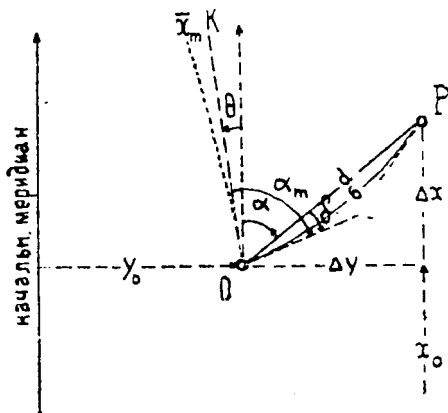
$$\Delta x - x_m = s(1 + \lambda) \cos \{\alpha_m - (\theta + \delta)\} - x_m;$$

$$\Delta y - y_m = s(1 + \lambda) \sin \{\alpha_m - (\theta + \delta)\} - y_m$$

после чего, осуществляя разложения по малым членам, получим:

$$\cos \{\alpha_m - (\theta + \delta)\} = \cos \alpha_m \left(1 - \frac{1}{2} \theta^2 - \delta \theta \right) + \sin \alpha_m \sin (\theta + \delta);$$

$$\sin \{\alpha_m - (\theta + \delta)\} = \sin \alpha_m \left(1 - \frac{1}{2} \theta^2 - \delta \theta \right) - \cos \alpha_m \sin (\theta + \delta).$$



Фиг. 5.

Развертывая теперь выражения для разностей приращений $\Delta x - x_m$ и $\Delta y - y_m$ и принимая во внимание, что $s \cos \alpha_m = x_m$ и $s \sin \alpha_m = y_m$, получим последовательно, пренебрегая малыми членами,

$$\begin{aligned} \Delta x - x_m &= s(1 - \lambda) \left\{ \cos \alpha_m \left(1 - \frac{1}{2} \theta^2 - \delta \theta \right) + \sin \alpha_m \sin (\theta + \delta) \right\} - \\ &- x_m = x_m - \frac{1}{2} \theta^2 x_m - \delta \theta x_m + y_m \sin \theta + y_m \delta + \\ &+ \lambda(x_m + \theta y_m) - x_m = -\frac{1}{2} \theta^2 x_m - \\ &- \frac{y_0}{2R^2} \theta x_m^2 + y_m \sin \theta + \frac{y_0}{2R^2} x_m y_m + \frac{y_0^2}{2R^2} x_m + \frac{y_0^2}{2R^2} \theta y_m + \frac{y_0}{2R^2} y_m x_m \\ &+ \frac{y_0}{2R^2} \theta y_m^2 = y_m \sin \theta + \left(\frac{y_0^2}{2R^2} - \frac{1}{2} \theta^2 \right) x_m + \frac{y_0}{2R^2} \cdot 2 x_m y_m + \\ &+ \frac{y_0^2}{2R^2} \theta y_m + \frac{y_0}{2R^2} \theta (y_m^2 - x_m^2) = y_m \sin \theta + (A - C) x_m + \\ &+ B 2 x_m y_m + A \theta y_m + B \theta (y_m^2 - x_m^2) = I_x + II_x + III_x + IV_x + V_x; \\ \Delta y - y_m &= s(1 + \lambda) \left\{ \sin \alpha_m \left(1 - \frac{1}{2} \theta^2 - \delta \theta \right) - \cos \alpha_m \sin (\theta + \delta) \right\} - \\ &- y_m = y_m - \frac{1}{2} \theta^2 y_m - \delta \theta y_m - x_m \sin \theta - x_m \delta + \lambda(y_m - \theta x_m) - \\ &- y_m = -\frac{1}{2} \theta^2 y_m - \frac{y_0}{2R^2} \theta x_m y_m - x_m \sin \theta - \frac{y_0}{2R^2} x_m^2 + \frac{y_0^2}{2R^2} y_m - \\ &- \frac{y_0^2}{2R^2} \theta x_m + \frac{y_0}{2R^2} y_m^2 - \frac{y_0}{2R^2} \theta x_m y_m = -x_m \sin \theta + \\ &+ \left(\frac{y_0^2}{2R^2} - \frac{1}{2} \theta^2 \right) y_m + \frac{y_0}{2R^2} (y_m^2 - x_m^2) - \frac{y_0^2}{2R^2} \theta x_m - \frac{y_0}{2R^2} \theta 2 x_m y_m = \\ &= -x_m \sin \theta + (A - C) y_m + B (y_m^2 - x_m^2) - A \theta x_m - \\ &- B \theta 2 x_m y_m = I_y + II_y + III_y + IV_y + V_y, \end{aligned}$$

где $A = \frac{y_0^2}{2R^2}$; $B = \frac{y_0}{2R^2}$ и $C = \frac{1}{2} \theta^2$.

Полученный аппарат отличается от аппарата Келля дополнительными поправками

$$IV_x = A \theta y_m,$$

$$V_x = B \theta (y_m^2 - x_m^2),$$

$$IV_y = -A \theta x_m,$$

$$V_y = -B \theta 2 x_m y_m.$$

Поправки IV_x и IV_y растут пропорционально кубу ординаты. В самом деле, полагая приближенно

$$\theta \approx \gamma \approx \frac{y_0}{R} \operatorname{tg} \varphi';$$

выражению для четвертой поправки мы можем придать вид:

$$IV = A \theta^3 K_m = \frac{1}{2R^3} \operatorname{tg} \varphi' y_0^3 \cdot K_m.$$

Откуда не трудно подсчитать то минимальное расстояние от начального меридиана, начиная с которого необходимо четвертую поправку учитывать, для чего достаточно разрешить последнее выражение относительно y_0 . Мы получим при этом:

$$y_0 = R_m \sqrt[3]{\frac{2IV}{K_m} \operatorname{ctg} \varphi'}.$$

Полагая, например, порогом практической значимости этой поправки 1 мм на 1 км соответственной местной координаты, т.е. полагая $IV = 0,000001$ км и $K_m = 1$, найдем для средней широты 55°

$$y_0 = 6380 \sqrt[3]{0,0000014} \approx 70 \text{ км.}$$

На границе трехградусной зоны

$$y_0 \approx \lambda R \cos \varphi = 95 \text{ км}$$

и поправка IV на 1 км местной координаты достигает величины порядка:

$$\frac{1}{2} \cdot 1,43 \left(\frac{95}{6380} \right)^3 = 0,0000023 \text{ км} = 2,3 \text{ мм.}$$

Что касается поправки V , то она, на 1 км координаты, достигает на границе трехградусной зоны величины всего 0,2—0,3 мм и для рудничных сетей внутри трехградусной зоны может не учитываться.

Для применения аппарата к частным случаям необходимо вычислить соответственные значения коэффициентов $A = \frac{y_0^3}{2R^2}$,

$B = \frac{y_0}{2R^2}$, радиальную меру угла поворота θ , величины

$C = \frac{1}{2} \theta^2$, $\sin \theta$, таблицы значений произведений $K_m \sin \theta$, $K_m (A - C)$, $K_m A \theta$ и построить логарифмические анаморфозы для поправок.

Перевод угла поворота в радиальную меру производится из соотношений $1'' = 0,000004848136$. Величины коэффициентов A и B приискиваются интерполированием на данные значения широты

и ординаты по соответствующим таблицам. Таблицы эти составлены нами для коэффициента B при $y_0 = 100$ км через градусный интервал широты и для коэффициента A при 10-градусном интервале широты и 10-километровом интервале ординаты.

Таблицы эти приводятся ниже.

Таблица 9.

Значения коэффициента $B = \frac{y_0}{2R^2}$ при $y_0 = 100$ км

в единицах 9-го десятичного знака

φ	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
B	1229.4	29.1	28.8	28.5	28.2	27.9	27.7	27.4	27.1	26.8	26.9
φ	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
B	1226.6	26.3	26.0	25.8	25.5	25.3	25.0	24.8	24.6	24.3	24.1

Таблица 10.

Значения коэффициента $A = \frac{y_0^2}{2R^2}$

в единицах 9-го десятичного знака

$\varphi \backslash y_0$	10 км	20	30	40	50	60	70	80	90	100
	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
45	12 29	49 17	110 64	196 70	307 35	442 58	602 39	786 80	995 80	122 938
46	29	16	62	66	27	47	26	62	57	910
47	29	15	59	61	20	37	12	44	34	881
48	28	14	57	56	13	27	601 97	25	10	852
49	28	13	54	52	06	16	84	07	994 87	824
50	28	12	52	47	306 99	06	69	785 89	64	795
51	28	11	49	43	92	414 96	56	70	41	767
52	27	10	46	38	85	86	42	53	19	739
53	27	08	44	34	78	76	28	35	993 96	711
54	27	07	42	29	71	66	15	18	74	684
55	27	06	39	25	64	56	02	01	52	657
56	26	05	37	21	57	47	600 88	784 84	30	630
57	26	04	34	17	51	37	76	67	09	604
58	26	03	32	12	44	28	63	50	992 88	578
59	25	02	30	08	38	19	50	33	67	552
60	25	01	27	04	32	10	38	17	47	527
61	25	00	25	00	26	01	26	02	27	503
62	25	48 99	23	195 97	20	440 92	14	783 86	08	478
63	25	98	21	93	14	84	03	71	991 88	455
64	24	97	19	89	08	76	599 92	56	70	432
65	24	96	17	86	03	68	81	42	52	410

$\varphi \backslash y_0$	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
45	148 755	177 031	207 765	240 959	276 611	314 722	355 292	398 319	443 806	491 752
46	721	176 990	718	904	547	649	209	227	704	639
47	686	946	669	847	482	575	125	134	600	524
48	651	907	620	790	417	501	042	041	496	409
49	617	856	573	735	352	428	354 960	397 949	394	296
50	582	825	524	678	288	355	878	856	290	182
51	548	784	476	623	225	283	797	764	188	068
52	514	744	429	568	162	212	716	674	088	490 956
53	480	704	382	514	100	140	635	584	442 987	844
54	448	665	336	460	039	071	557	496	889	736
55	415	626	290	407	275 978	002	479	409	792	628
56	382	587	245	355	918	313 933	402	321	695	522
57	350	550	201	304	859	866	326	237	600	417
58	319	512	157	253	800	800	250	153	506	312
59	288	475	113	202	742	733	176	069	413	208
60	258	439	071	153	686	669	104	396 987	322	108
61	228	404	030	106	632	607	034	909	236	011
62	199	369	206 987	058	577	545	353 963	830	148	489 914
63	171	335	949	012	524	485	895	754	026	820
64	143	302	910	239 967	472	426	828	680	441 979	720
65	116	270	873	924	422	370	765	608	900	640

Пользование таблицей значений B осуществляется путем простого, линейного интерполирования. Так, например, для Анжеро-Судженского района при $\varphi = 56^{\circ}.12$ и $y_0 = 60630$ м, найдем:

$$B = (1226.3 - 0.12 \times 0.3) 0.606630 \times 10^{-9} = 743.48 \cdot 10^{-9}.$$

Что касается таблицы значений $A = \frac{y_0}{2R^2}$, то здесь линейное интерполирование возможно лишь по широте, интерполирование же на y_0 должно быть параболическим.

Применяя интерполяционную формулу Стирлинга-Бесселя

$$f(x + \Delta x) = f(x + nh) = f(x) + n\Delta_1 + \frac{n(n-1)}{2!} \Delta_2 + \\ + \frac{n(n-1)(n-1/2)}{3!} \Delta_3 + \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)}{4!} \Delta_4$$

к данному случаю, мы найдем, что в виду постоянства значения второй табличной разности Δ_2 , имеющей для каждой широты постоянное значение $\frac{1}{2R^2}$, третьи и последующие разности обращаются в нули и интерполяционная формула упрощается до вида

$$f(x + \Delta x) = f(x + nh) = f(x) + n\Delta_1 + \frac{1}{2} n(n-1) \Delta_2.$$

По малости третьего члена значение Δ_2 для всей таблицы может быть принято постоянным и равным $2450 \cdot 10^{-9}$, что позволяет переписать интерполяционную формулу в следующем рабочем виде:

$$f(x + \Delta x) = f(x) + n\Delta_1 + 1225 \cdot 10^{-9} n(n-1).$$

Таким образом нахождение значений коэффициентов для отдельных частных случаев не представляет особых затруднений.

Далее остается организовать вычисление самих поправок. Поправки III_x и III_y , легко приводимые к одной конструкции,

$$III_x = \frac{y_0}{2R^2} 2 x_m y_m = \frac{y_0}{2R^2} x' y';$$

$$III_y = \frac{y_0}{2R^2} (y_m + x_m) (y_m - x_m) = \frac{y_0}{2R^2} x' y',$$

легко номографировать. В целях получения номограммы в виде систем параллельных прямых, мы применили при этом логарифмическую анаморфозу.

Логарифмируя выражение поправки $III = \frac{y_0}{2R^2} x' y'$, мы найдем:

$$\lg III = \lg \frac{1}{R^2} + \lg y_0 + \lg x' + \lg y',$$

что можно скомпоновать в виде:

$$\lg \frac{2R^2 III}{y_0} - \lg y' = \lg x'$$

или

$$\lg n - \lg y' = \lg x'.$$

При данном постоянном x' мы получим уравнение соответствующей изолинии в виде уравнения прямой

$$X - Y = K,$$

где

$$X = \lg n = \lg \frac{2R^2 III}{y_0}; \quad Y = \lg y' \quad \text{и} \quad K = \lg x'.$$

Система изолиний x' изобразится таким образом системой параллельных прямых, перпендикулярных бисектору координатных осей X и $-Y$.

Пользуясь ею мы сможем теперь назначить на оси X точку, отвечающую значению $n = \frac{2R^2 III}{y_0}$, соответствующему данным значениям x' и y' .

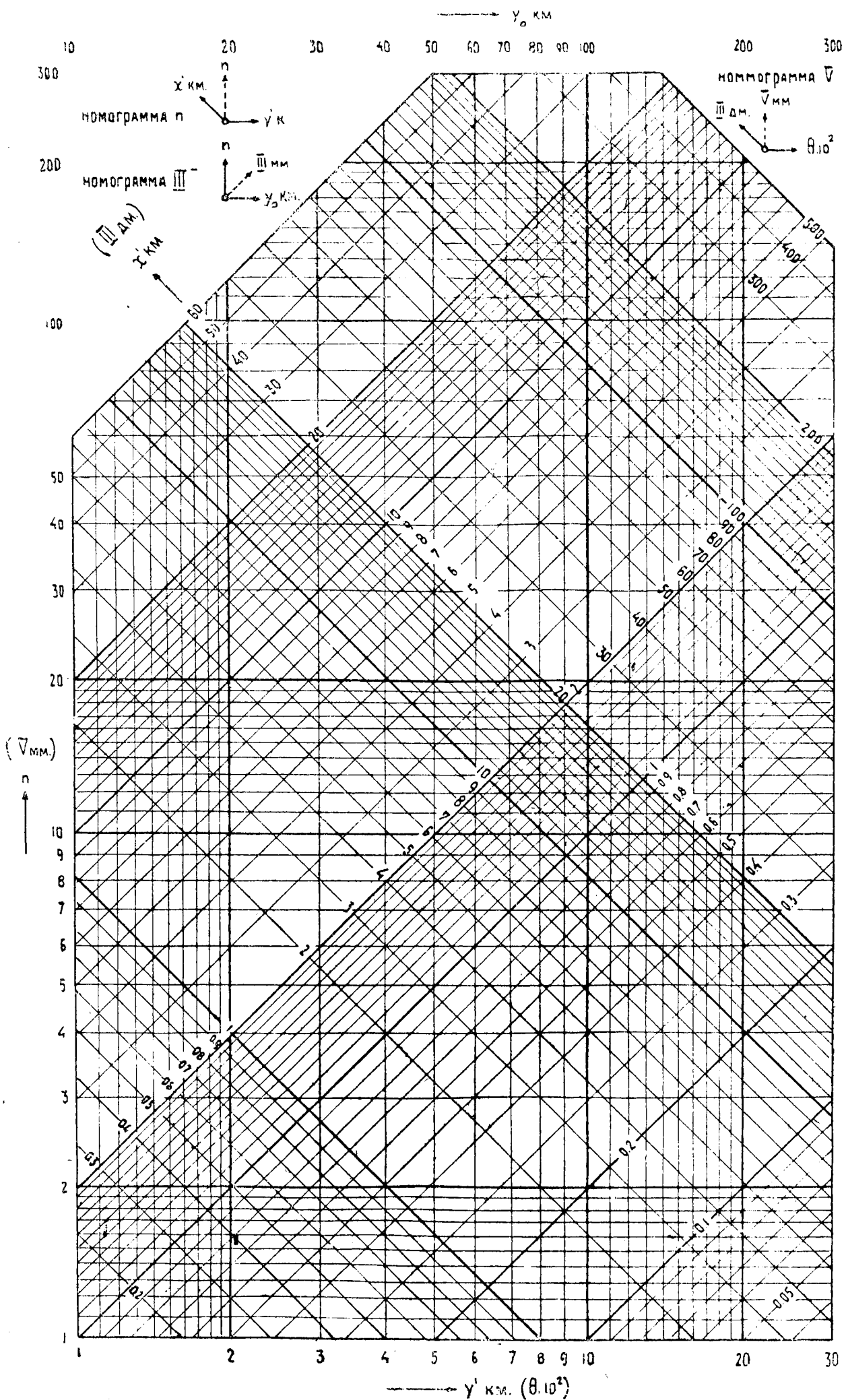
Вопрос упирается затем в определение самой поправки III по заданному значению y_0 и найденному значению n . Развертывая выражение логарифма n , мы получим

$$\lg n = \lg 2R^2 - \lg y_0 + \lg III$$

или

$$\lg n + \lg y_0 = \lg 2R^2 III,$$

НОМОГРАММА поправок $\bar{\Pi} = \frac{Y_0}{2R^2} x'y$ и $\bar{V} = \theta \bar{\Pi}$



Для нахождения поправки $\bar{\Pi}$ находят сперва по данным $x'y$ значение Π , затем по Π находят поправку $\bar{\Pi}$.

что при данном постоянном интервальном значении поправки III представится в виде прямой

$$X + Y = K,$$

где

$$X = \lg n, Y = \lg y_0 \text{ и } K = \lg 2R^2 \text{ III.}$$

Система изолиний поправок III представит таким образом систему параллельных прямых, перпендикулярных биссектору координатных осей. Очевидно, что значения n непосредственно нас не интересуют, поэтому ось X , по которой откладываются $\lg n$, может остаться немой, т. е. не цифрованной.

В виду того, что значения III поправки становятся заметными лишь при достаточном удалении от начального меридиана, полезно, в целях экономии в рабочей площади номограммы, вторую систему изолиний сдвинуть по направлению к оси x , назначив по оси Y отдельную цифровку.

Построенная таким образом номограмма приводится на фиг. 6.

Что касается первой, второй и четвертой поправок

$$I_x = \sin \theta y_m; I_y = -\sin \theta x_m; II_x = (A - C) x_m;$$

$$II_y = (A - C) y_m \quad IV_x = A \theta y_m \text{ и } IV_y = -A \theta x_m,$$

то в целях организации массового их подсчета полезно составить таблицы значений соответствующих коэффициентов на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10 км координаты. Наконец V и V поправки

$$V_x = B\theta (y_m + x_m) (y_m - x_m); V_y = -B\theta \cdot 2 y_m x_m,$$

могут быть найдены умножением на θ соответственно поправок IIIy и IIIx:

$$V_x = \theta III_y, V_y = -\theta III_x.$$

Численный подсчет можно заменить использованием номограммы $n = x' y'$, отвечающей соотношению $\lg n - \lg y' = \lg x'$. В самом деле после логарифмирования выражения $V = \theta III$ мы получим тождественное соотношение

$$\lg V - \lg \theta = \lg III.$$

Для использования той же рабочей площади номограммы $n = x' y'$, здесь придется, исходя из тождества $\theta III \text{ мм} = 0.10^2 III \text{ мм } 10^{-2}$, откладывать по оси Y значения $2 \lg \theta$, а цифровку изолиний III, совпадающих очевидно с системой изолиний x' номограммы, назначить в дециметрах. Соответственные заголовки означены на номограмме в скобках.

Что касается угла θ , т. е. ориентировки местной системы, то здесь в зависимости от характера центрировки местной системы возможны различные случаи.

1. Гауссовские координаты местного начала вычислены из его географических координат φ_0, λ_0 , определенных из астронаблюдений. Ориентирована местная сеть путем определения астроазимута одного из направлений OP сети, местный дирекционный угол которого α_m известен. В этом случае (см. фиг. 7)

$$\theta = \gamma - (A - \alpha_m) = \alpha_m + \gamma - A,$$

где угол θ считается в направлении от Гауссовской оси против часовой стрелки.

2. Гауссовские координаты местного начала определены полным триангулированием с некоторой стороны госсети или вставкой местного начала в жесткий угол госсети (см. фиг. 8).

В обоих случаях, очевидно

$$\theta = \alpha_m - (\alpha + \delta),$$

где Гауссовский дирекционный угол α находится из Гауссовского угла ω , получаемого путем приведения замеренного местного угла ω_m к плоскости проекций

$$\alpha = \alpha_{10} + \omega - 180 = \alpha_{10} + \omega_m + (\delta_{01} - \delta_{0P}) - 180,$$

а δ находится по формуле

$$\delta = \frac{1}{2R^2} x_m (y_0 + \frac{1}{3} y_m).$$

Очевидно, что любая точка местной сети может быть использована для привязки. В этом случае в приведенном аппарате формул местные координаты точек заменяются соответственными местными приращениями и Гауссовские приращения для радиусов-векторов, соединяющих переходную точку местной системы со всеми остальными, получаются, как обычно, исправлением этих местных приращений.

Ниже приведен полный пример перехода к системе Гаусса-Крюгера для условий пограничных районов шестиградусной зоны.

Аппарат формул.

$$x = x_0 + \Delta x; y = y_0 + \Delta y.$$

$$\Delta x = x_m + \sin \theta y_m + (A - C) x_m + B 2 x_m y + A \theta y_m + B \theta (y_m + x_m) (y_m - x_m) = x_m + I_x + II_x + III_x + IV_x + V_x;$$

$$\Delta y = y_m - \sin \theta x_m + (A - C) y_m + B (y_m + x_m) (y_m - x_m) - A \theta x_m - B \theta 2 x_m y_m = y_m + I_y + II_y + III_y + IV_y + V_y.$$

$$A = \frac{y_0^2}{2R^2}; B = \frac{y_0}{2R^2}; C = \frac{1}{2} \theta^2.$$

Координаты и ориентировка местной системы.

$$x = 5\,966\,849_{,223}; y_0 = 196\,704_{,315}; \varphi_0 = 53^{\circ} 79';$$

$$\theta = 2^{\circ} 23' 02''_{,5} = 8582''_{,5}.$$

Подсчет коэффициентов и составление таблиц.

$$\theta = 8582_{,5} \times 0,0000048813_6 = 0,0416091_3;$$

$$C = \frac{1}{2} \theta^2 = 0,000865660 = 865660,10^{-9}; \sin \theta = 0,0415971;$$

$$B = (\text{см. табл.}) = (1227_{,1} - 0,79 \times 0,3) 1,96704,10^{-9} = 2413_{,3} \times 10^{-9};$$

$$A = (\text{см. табл.}) = (442987 - 0,79 \times 98),10^{-9} = 442909,10^{-9};$$

$$\Delta_{5,3} = 47857 \times 10^{-9}; \Delta_{5,4} = 47847 \times 10^{-9}; \Delta_{5,3,79} = 47849 \times 10^{-9};$$

$$n = 0,6704; n(n-1) = -0,2209;$$

$$A_{y_0} = \{442\,909 - 0,6704 \times 47849 - 0,2209 \times 1225\} 10^{-9} = 474716,10^{-9};$$

$$A \theta = 474716 \times 0,041609 \times 10^{-9} = 19752_{,4} 10^{-9};$$

$$(A - C) = 390944,10^{-9}.$$

Таблица значений $\sin \theta K_m$; $(A - C) K_m$ и $A \theta K_m$ в м

K_m м	$\sin \theta K_m$	$(A - C) K_m$	$A \theta K_m$
1000	41,597	0,390 ₉	0,019 ₇
2000	83,194 ₂	0,781 ₉	0,039 ₅
3000	124,791 ₄	1,172 ₈	0,059 ₃
4000	166,388 ₅	1,563 ₈	0,079 ₀
5000	207,985 ₆	1,954 ₇	0,098 ₈
6000	249,582 ₇	2,345 ₇	0,118 ₅
7000	291,179 ₈	2,736 ₆	0,138 ₃
8000	332,777 ₀	3,127 ₆	0,158 ₀
9000	374,374 ₁	3,518 ₅	0,177 ₈
10000	415,971 ₂	3,909 ₄	0,197 ₅

Вычисление поправок

Аргум. x_m	$I_y = -\sin \theta x_m$	$II_x = (A \cdot C) x_m$	$IV_y = -A \theta x_m$	Аргументы III поправки и поправки III и V
8000	332,777 ₀	3,127 ₆	0,158 ₀	$x' = 2 x_m = -16,91$ $y' = y_m = -7,26$ $III_x = Bx' y' = 0,296_2 \text{ м}$ $V_{y'} = \theta III_x = -0,012_3 \text{ м}$ $x' = y_m + x_m = -15,72$ $y' = y_m - x_m = 1,19$ $III_y = Bx' y' = -0,045_1 \text{ м}$ $V_x = \theta III_y = -0,001_9 \text{ м}$
400	16,638 ₀	0,156 ₄	0,007 ₀	
50	2,079 ₀	0,019 ₅	0,000 ₀	
6	0,249 ₆	0,002 ₃	0,000 ₀	
04	0,016 ₆	0,000 ₁	—	
0002	0,000 ₁	—	—	
— 8456,402	351,762 ₁	3,305 ₉	0,166 ₀	
Аргум. y_m	$I_x = \sin \theta y_m$	$II_y = (A \cdot C) y_m$	$IV_x = A \theta y_m$	
7000	291,179 ₈	2,736 ₆	0,138 ₃	
200	8,319 ₄	0,078 ₂	0,003 ₀	
60	2,495 ₈	0,023 ₅	0,001 ₂	
3	0,124 ₈	0,001 ₂	0,000 ₀	
0,8	0,033 ₂	0,000 ₃	—	
0,08	0,003 ₃	—	—	
0,004	0,000 ₂	—	—	
— 7263,884	— 302,156 ₅	2,839 ₈	— 0,143 ₄	

Подсчет координат

x_m	— 8456,402	y_m	— 7263,884
I_x	— 302,156	I_y	351,762
II_x	3,305	II_y	2,340
III_x	0,296	III_y	— 0,045
IV_x	— 0,143	IV_y	0,167
V_x	— 0,002	V_y	— 0,012
Δx	— 8755,547	Δy	— 6909,172
x_0	5966849,223	y_0	196704,315
x	5958094,120	y	189795,143

Для пограничных районов шестиградусной зоны поправки III_x и III_y достигают значений порядка сотен миллиметров и приискание их на номограмме, обеспечивающей лишь две точные цифры, не может гарантировать миллиметров. В данном частном случае приискание по монограмме дает $III_x = 300 \text{ мм}$ и $III_y = 45 \text{ мм}$.

Случай привязки местной сети двумя точками

Этот способ привязки местной сети является более целесообразным, так как дает контроль масштабирования местной сети и степень его соответствия с масштабированием госсети, что

имеет значение при дальнейшем развитии местной триангуляции и примыкании ее к другим пунктам госсети. Самая увязка осуществляется при этом или при помощи геодезического четырехугольника или вставкой в жесткий угол госсети двух пунктов местной или другими, в зависимости от местных обстоятельств, способами.

Очевидно, что дифференциальный метод пересчета местных координат в Гауссо-Крюгеровские может быть применен и для случая, когда местная триангуляция привязана к Гауссо-Крюгеровской системе двумя точками (переходная сторона).

К аппарату дифференциального перехода здесь присоединится еще поправка за линейный масштаб, принятый от Гауссо-Крюгеровской системы. Учет этой поправки масштабирует местную сеть по масштабу госсети и устраняет недоразумения, возникающие из разности длин местного базиса, полученной непосредственным его измерением и принятой от госсети.

Сама поправка находится из следующих соображений.

Длина d переходной стороны местной триангуляции в проекции Гаусса-Крюгера, найденная по формуле

$$d = \frac{\Delta y}{\sin \alpha} = \frac{\Delta x}{\cos \alpha},$$

в идеальном случае должна была бы совпадать с длиной d_0 той же стороны, полученной приведением к плоскости проекции длины переходной стороны s , найденной из местных координат ее конечных точек.

$$d_0 = s \left\{ 1 + \frac{1}{2R^2} \left(y_1^2 + y_1 \Delta y + \frac{1}{3} \Delta y^2 \right) \right\}, \text{ или } \lg d_0 = \lg s + \\ + \frac{\mu}{2R^2} \left(y_1^2 + y_1 \Delta y + \frac{1}{3} \Delta y^2 \right) = \lg s + \Delta \lg s,$$

где

$$s = \frac{\Delta y_m}{\sin \alpha_m} = \frac{\Delta x_m}{\cos \alpha_m};$$

очевидно что отношение

$$\frac{d}{d_0} = k = 1 + \lambda,$$

достаточно близкое к единице, в котором следовательно λ — достаточно малая величина, отвечает разности масштабов госсети и местной сети в проекции Гаусса-Крюгера и определяет величину искомой поправки за линейное масштабирование, так как всякая длина местной системы l_0 , редуцированная на плоскость

проекция Гаусса-Крюгера и масштабированная по госсети, выразится соотношением

$$l = kl_0 = l_0 (1 + \lambda) = l_0 + \lambda l_0,$$

а в логарифмической форме

$$\lg l = \lg l_0 + \lg k = \lg l_0 + \lg (1 + \lambda) = \lg l_0 + \mu\lambda,$$

где

$$\lg k = \mu\lambda = \lg d - \lg d_0.$$

Таким образом Гауссовские приращения точек местной сети, выраженные в масштабе госсети, Δx и Δy выразятся через Гауссовские приращения $\Delta x'$ и $\Delta y'$, полученные аппаратом дифференциального способа, в виде

$$\begin{aligned} \Delta x &= \Delta x' + \lambda \Delta x', & \lg \Delta x &= \lg \Delta x' + \mu\lambda, \\ \Delta y &= \Delta y' + \lambda \Delta y', & \lg \Delta y &= \lg \Delta y' + \mu\lambda. \end{aligned} \quad \text{или}$$

Что касается угла θ , составляемого местной осью с осью абсцисс Гауссо-Крюгеровской проекции, то последний определится (см. фиг. 9) из очевидного соотношения

$$\theta = \alpha_m - (\alpha + \delta),$$

где α_m — местный и α — Гауссовский дирекционный угол переходной стороны $P_1 P_2$, а δ — поправка за кривизну направления $P_1 P_2$ равна

$$\delta'' = \frac{\rho''}{2R^2} \Delta x \left(y_1 + \frac{1}{3} \Delta y \right).$$

Ниже приведен развернутый пример перехода к Гауссо-Крюгеровской проекции в условиях района Черногорских копей Кузбассугля, для чего аппарат дифференциального способа взят в составе четырех поправок

$$\begin{aligned} \Delta x &= \Delta x_m + \sin \theta \Delta y_m + (A - C) \Delta x_m + B.2 \Delta x_m \Delta y_m + \\ &+ A\theta \Delta y_m = \Delta x_m + I_x + II_x + III_x + IV_x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= \Delta y_m - \sin \theta \Delta x_m + (A - C) \Delta y_m + B(\Delta y_m + \Delta x_m)(\Delta y_m - \Delta x_m) - \\ &- A\theta \Delta x_m = \Delta y_m + I_y + II_y + III_y + IV_y. \end{aligned}$$

Пусть координаты конечных точек, в местной системе и системе Гаусса-Крюгера, для переходной стороны $P_1 P_2$ соответственно будут

$$\begin{aligned} x_1^m &= 0,000; & y_1^m &= 0,000; & x_1 &= 5\,966\,586,774; & y_1 &= 83483,550; \\ x_2^m &= -4\,892,680; & y_2^m &= -2\,069,232; & x_2 &= 5\,961\,656,340 & y_2 &= 81501,988. \end{aligned}$$

Схема расположения точек и элементов задачи в проекции Гаусса-Крюгера приведены на фиг. 9. Угол поворота θ местной системы определится равным

$$\alpha = \alpha_m - (\alpha + \delta).$$

Необходимые вычисления дирекционных углов, местного α_m и Гауссовского α , и поправки за кривизну δ приведены ниже.

$\Delta y_m = -2\,069,232$	$\Delta y = -1\,981,552$	$\lg \frac{\rho''}{R^2} = 1,7043-10$
$\Delta x_m = -4\,892,680$	$\Delta x = -4\,930,434$	
$\lg \Delta y_m = 3,315\,8092\,n$	$\lg \Delta y = 3,297\,0077\,n$	$\lg 2 = 9,6990-10$
$\lg \Delta x_m = 6,310\,4528\,n$	$\lg \Delta x = 6,307\,1148\,n$	$\lg \Delta x = 3,6929\,n$
$\lg \operatorname{tg} \alpha_m = 9,626\,2620$	$\lg \operatorname{tg} \alpha = 9,604\,1225$	$\lg \left(y_1 + \frac{1}{3}\Delta y\right) = 4,9182$
Аргум. = $22^\circ 55' 28,76''$	Аргум. = $21^\circ 53' 43,44''$	$\lg \delta = 0,0144\,n$
$\alpha_m = 202^\circ 55' 28,76''$	$\alpha = 201^\circ 53' 43,44''$	$\delta = -1,03$

Величину поправки за кривизну проще находить по номограмме (см. ниже), откуда значение ее по аргументам $\Delta x = -4,93$ и $y + \frac{1}{3}\Delta y = 82,4$ получается равным $-1,03$.

После подстановки численных значений угол θ определяется равным

$$\theta = 1^\circ 01' 46,4'' = 3706,4'';$$

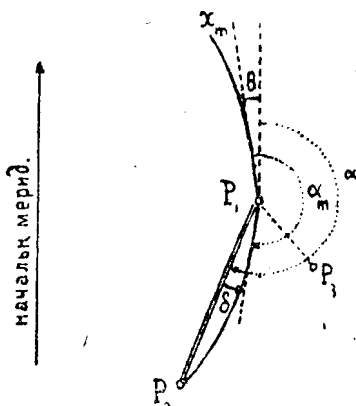
$$\theta = 3706,4 \cdot 0,000004848_{18} = 0,0179691_1.$$

Находим теперь значения необходимых констант

$$C = \frac{1}{2} \theta^2 = 0,5 \cdot 0,0179691^2 =$$

$$= 0,00016144_5;$$

$$\sin \theta = \theta - \frac{1}{6} \theta^3 = 0,0179681_5.$$



Фиг. 9.

$$B = (\text{см. таблицу; по аргументам } \varphi = 53^\circ_{83} \text{ и } y = 83,483) = 12226.$$

$$0,83483 \cdot 10^{-9} = 1024 \cdot 10^{-9} \text{ (при } y \text{ и } R \text{ в километрах);}$$

$$A = (\text{см. таблицу по аргументам } \varphi = 53^\circ_{83} \text{ и } y = 83,483) : A^{80}_{53,83} =$$

$$= 78521 - 10^{-9} \quad A^{90}_{53,83} = 993,78; \quad \Delta_{53,83} = 20\,857 \cdot 10^{-9}.$$

$$n = 0,3483_5; \quad n(n-1) = 0,227_0.$$

$$A = (78521 + 20857 \cdot 0,3483_5 - 1225 \cdot 0,227_0) 10^{-9} = 85508 \cdot 10^{-9}.$$

Значения коэффициентов A и B могут вычисляться и логарифмически

$$\lg B = 1,010406 - 10$$

$$B = 10,2425 \cdot 10^{-10} = 0,000000001024$$

(при y и R в метрах);

$$A = 855080 \cdot 10^{-10} = 0,000085508.$$

$$\lg y_1 = 4,921601$$

$$\lg \frac{1}{R^2} = 6,389835 - 20$$

$$\lg 2 = 9,698970 - 10$$

$$2 \lg y_1 = 9,843202$$

$$\lg A = 5,932007 - 10$$

Разность ($A - C$) и произведение $A\theta$ определяется теперь соответственно равными

$$A - C = 0,000085508 - 0,000161445 = -0,000075937;$$

$$A\theta = 0,0000015_{365}; \lg A\theta = 4,18653 - 10.$$

Наконец находим коэффициент λ — поправки за линейное масштабирование местной сети

$$\lg d = 3,7253999$$

$$\lg s = 3,7252791$$

$$\lg \sin \alpha = 0,4283922$$

$$\lg \sin \alpha_m = 0,4094699$$

$$\lg \Delta y = 3,2970077$$

$$\lg \Delta y_m = 3,3158092$$

$$\lg \Delta x = 3,6928852$$

$$\lg \Delta x_m = 3,6895472$$

$$\lg \cos \alpha = 0,0325146$$

$$\lg \cos \alpha_m = 0,0357819$$

$$\lg d = 3,7253998$$

$$\lg s = 3,7252791$$

$$\lg d_0 = 3,7253154$$

$$\Delta \lg s = 0,0000363$$

$$\mu \lambda = \lg k = 0,0000844$$

$$\lg d_0 = 3,7253154$$

$$\lambda = 0,0001943$$

$$y_1^2 = 83_{,48}^2 = 6969_{,5}$$

$$y_1 \Delta y = 83_{,48} (-1.98_1) = -165_{,4}$$

$$\frac{1}{3} \Delta y^2 = 1_{,3}$$

$$\Sigma = 6805_{,4}$$

$$\lg \Sigma = 3,83285$$

$$\lg \frac{\mu}{R^2} = 2,02762 - 10$$

$$\lg 2 = 9,69897 - 10$$

$$\lg \Delta \lg s = 5,55944 - 10$$

$$\Delta \lg s = 0,00003626$$

Составляем теперь таблицы значений произведений $\sin \theta \cdot \Delta K_m$, $(A-C) \Delta K_m$, $A \theta \Delta K_m$ и $\lambda \Delta K_m$, где ΔK_m — местные приращения в м.

ΔK_m м.	$\sin \theta \cdot \Delta K_m$ м	$(A-C) \cdot \Delta K_m$ м	$A \theta \cdot \Delta K_m$ м	$\lambda \Delta K_m$ м
1000	17,968 ₁	—0,075 ₉	0,001 ₅	0,194 ₃
2000	35,936 ₃	—0,151 ₀	0,003 ₁	0,388 ₆
3000	53,904 ₄	—0,227 ₈	0,004 ₆	0,582 ₉
4000	71,872 ₆	—0,303 ₇	0,006 ₁	0,777 ₂
5000	89,840 ₇	—0,379 ₇	0,007 ₇	0,971 ₅
6000	107,808 ₉	—0,455 ₆	0,009 ₂	1,165 ₈
7000	125,777 ₀	—0,531 ₅	0,010 ₇	1,360 ₁
8000	143,745 ₂	—0,607 ₅	0,012 ₃	1,554 ₄
9000	161,713 ₃	—0,683 ₄	0,013 ₈	1,748 ₇
10000	179,682 ₅	—0,759 ₄	0,015 ₄	1,943 ₀

и переходим к подсчету поправок приращений для точек местной сети. Ниже подсчет этот произведен по таблицам и номограмме и логарифмическим путем для точки P_3 , для которой

$$\Delta x_m = x_3 - x_1 = -1571,304 \text{ м и } \Delta y = y_3 - y_1 = 1104,073 \text{ м.}$$

Схема подсчета поправок по таблицам.

Аргум. Δx_m	I y $-\Delta x_m \sin \theta$	II x $\Delta x_m (A-C)$	IV y $-\Delta x_m A \theta$	Аргументы номограммы и поправки III _x и III _y
—1000	17,968 ₁	0,075 ₉	0,001 ₅	$x' = 2 \Delta x = -3,14$ $y' = \Delta y_m = 1,10$ $III_x = Bx' y' = -0,003_6 \text{ м}$ $x' = \Delta y_m + \Delta x_m = -0,47$ $y' = \Delta y_m - \Delta x_m = 2,67$ $III_y = Bx' y' = -0,001_2 \text{ м}$
500	8,984 ₁	0,038 ₀	0,000 ₈	
70	1,257 ₈	0,005 ₃	0,000 ₁	
1	0,018 ₀	0,000 ₁	—	
0,3	0,005 ₄	—	—	
0,004	0,000 ₁	—	—	
—1571,304	38,233 ₅	+0,119 ₃	+0,002 ₄	
Аргум. Δy_m	I x $\Delta y_m \sin \theta$	II y $\Delta y_m (A-C)$	IV x $\Delta y_m A \theta$	
1000	17,968 ₁	0,075 ₉	0,001 ₅	
100	1,796 ₈	0,007 ₆	0,000 ₂	
4	0,071 ₉	0,000 ₈	—	
0,07	0,001 ₂	—	—	
0,003	0,000 ₁	—	—	
1104,073	19,838 ₁	—0,083 ₈	0,001 ₇	

Логарифмическая схема подсчета поправок

$$\begin{aligned} I_x &= 19,838_1 \text{ м} \\ \lg I_x &= 1,297\,501 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg \Delta y_m &= 3,042\,998 \\ \lg \sin \theta &= 8,254\,503 \\ \lg \Delta x_m &= 3,196\,259 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg I_y &= 1,450\,762 \\ I_y &= 28,233_3 \text{ м} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} II_x &= 0,119_3 \text{ м} \\ \lg II_x &= 9,0767-10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg \Delta x_m &= 3,1963 \text{ н} \\ \lg (A-C) &= 5,8804-10 \text{ н} \\ \lg \Delta y_m &= 3,0430 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg II_y &= 8,9234-10 \\ II_y &= 0,083_8 \text{ м} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} III_x &= -0,003_{55} \text{ м} \\ \lg III_x &= 7,550_6-10 \text{ н} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg 2 \Delta x_m &= 3,497_3 \text{ н} \\ \lg \Delta y_m &= 3,043_0 \\ \lg B &= 1,010_4-10 \\ \lg (\Delta y_m + \Delta x_m) &= 2,672_1 \text{ н} \\ \lg (\Delta y_m - \Delta x_m) &= 3,426_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg III_y &= 7,109_0 \text{ н}-10 \\ III_y &= -0,001_{28} \text{ м} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} IV_x &= 0,001_{69} \text{ м} \\ \lg IV_x &= 7,229_5-10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg \Delta y_m &= 3,043_0 \\ \lg A^0 &= 4,186_5-10 \\ \lg \Delta x_m &= 3,196_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg IV_y &= 7,382_8-10 \\ IV_y &= 0,002_4 \text{ м} \end{aligned}$$

Наконец подсчет координат точки P_3 можно расположить в следующей схеме.

Тригонометрический пункт P_3

Δx_m	$-1571,304$	Δy_m	$1104,073$	Выч. поправок—за масштабиров.			
I_x	$+ 19,838$	I_y	$28,234$	$\Delta x'$	$\lambda \Delta x'$	$\Delta y'$	$\lambda \Delta y'$
II_x	$+ 0,119$	II_y	$- 0,084$	1000	$0,194_3$	1000	$0,194_3$
III_x	$- 0,004$	III_y	$- 0,001$	500	$0,097_1$	100	$0,019_4$
IV_x	$+ 0,002$	IV_y	$+ 0,002$	50	$0,009_7$	30	$0,005_8$
$\Delta x'$	$-1551,349$	$\Delta y'$	$1132,224$	1	$0,000_2$	2	$0,000_4$
$\lambda \Delta x'$	$- 0,301$	$\lambda \Delta y'$	$0,220$		$0,301_3$		$0,219_9$
Δx	$-1551,650$	Δy	$1132,444$				
x_1	$5\,966\,586,774$	y_1	$83483,550$				
x_3	$5\,965\,035,124$	y_3	$84\,615,994$				

Полярный способ перехода от местной системы

Когда подсчету подлежит небольшое число точек, то для решения задачи перехода к координатам Гаусса-Крюгера можно применить полярный способ в обоих случаях привязки местной триангуляции к госсети.

В этом способе после нахождения угла θ , составляемого местной осью абсцисс с той же осью Гауссо-Крюгеровской проек-

ции, на плоскость этой проекции трансформируются радиусы-векторы, соединяющие переходную точку P_0 местной системы со всеми остальными, путем соответственного исправления местных дирекционных углов и длин этих векторов; гауссовские же приращения вычисляются затем по этим „исправленным“ векторам по обычным формулам плоского вычисления приращений.

Местный дирекционный угол вектора α_m , находимый по обычным формулам.

$$t_0 \alpha_m = \frac{\Delta y_m}{\Delta x_m} \text{ и } t_0 (45 + \alpha_m) = \frac{\Delta x_m + \Delta y_m}{\Delta x_m - \Delta y_m},$$

приводится к Гауссовскому дирекционному углу по формуле (см. фиг. 5)

$$\alpha = \alpha_m - \theta - \delta,$$

где

$$\delta = \frac{\rho}{2R^2} \Delta x \left(y_0 + \frac{1}{3} \Delta y \right)$$

с совершенно достаточной для наших целей точностью можно вычислять по приближенной формуле

$$\delta = \frac{\rho}{2R^2} \Delta x_m y_0,$$

а местная длина s вектора $P_0 P$, найденная по формулам

$$s = \frac{\Delta y_m}{\sin \alpha_m} = \frac{\Delta x}{\cos \alpha_m},$$

приводится к Гауссовской хорде d применением формулы

$$d = s \left\{ 1 + \frac{1}{2R^2} \left(y_0^2 + y_0 \Delta y + \frac{1}{3} \Delta y \right) \right\},$$

что можно переписать, пренебрегая величиной $\frac{1}{3} \Delta y$ и заменяя Гауссовское приращение Δy местным приращением Δy_m , в следующем рабочем виде:

$$\begin{aligned} d &= s \left\{ 1 + \frac{1}{2R^2} (y_0 + y_0 \Delta y_m) \right\} = s \left\{ 1 + \frac{y_0^2}{2R^2} \left(1 + \frac{\Delta y_m}{y_0} \right) \right\} = \\ &= s \left\{ 1 + A \left(1 + \frac{\Delta y_m}{y_0} \right) \right\} \end{aligned}$$

или в логарифмической форме:

$$\lg d = \lg s + \mu A \left(1 + \frac{\Delta y_m}{y_0} \right) = \lg s + \Delta \lg s.$$

Для случая привязки местной сети двумя точками, т. е. для случая, когда местная сеть получает линейный масштаб от гос-сети, к поправке $\Delta \lg s$ присоединяется посторонняя поправка за линейный масштаб, равная $\mu \lambda$, так что

$$\lg d = \lg s + \Delta \lg s + \mu \lambda,$$

где

$$\mu \lambda = \lg d - \lg d_0,$$

т. е. представляет разность логарифмов Гауссовской хорды, вычисленную из Гауссовских и местных координат конечных точек переходной стороны (см. выше дифференциальный способ для этого случая привязки местной сети).

По вычислении d и α Гауссовские приращения и координаты точки находятся по обычному аппарату

$$\Delta x = d \cos \alpha, \quad \Delta y = d \sin \alpha,$$

$$x = x_0 + \Delta x, \quad y = y_0 + \Delta y.$$

По малости δ и $\Delta \lg S$ величины эти целесообразно номографировать. Для величины δ мы можем писать

$$\lg \delta'' = \lg \frac{\rho''}{2R^2} + \lg \Delta x_m + \lg y_0,$$

или

$$\lg \Delta x + \lg y_0 = \lg \frac{2R^2 \delta''}{\rho''} = \lg K.$$

Откладывая по оси абсцисс величины $X = \lg \Delta x_m$ и по оси ординат величины $Y = \lg y_0$, мы найдем, что для каждого данного значения δ'' , т. е. данного, постоянного в пределах ограниченного района, значения $\lg K$ — изолиния соответствующего значения δ'' — представится уравнением прямой

$$X + Y = K \text{ или } \frac{X}{K} + \frac{Y}{K} = 1.$$

Номограмма значений δ изобразится, следовательно, системой прямолинейных параллельных изолиний, ориентированных в направлении бисектора осей координат. Номограмма эта со входами Δx (или x_m) и y приводится ниже (см. фиг. 10). Из технических соображений масштаб по оси абсцисс взят в $\frac{4}{3}$ раза меньше, поэтому изолинии номограммы секут ось ординат под углом $\arctg 0,75 \approx 37^\circ$.

Для величины $\Delta \lg s$ мы можем писать:

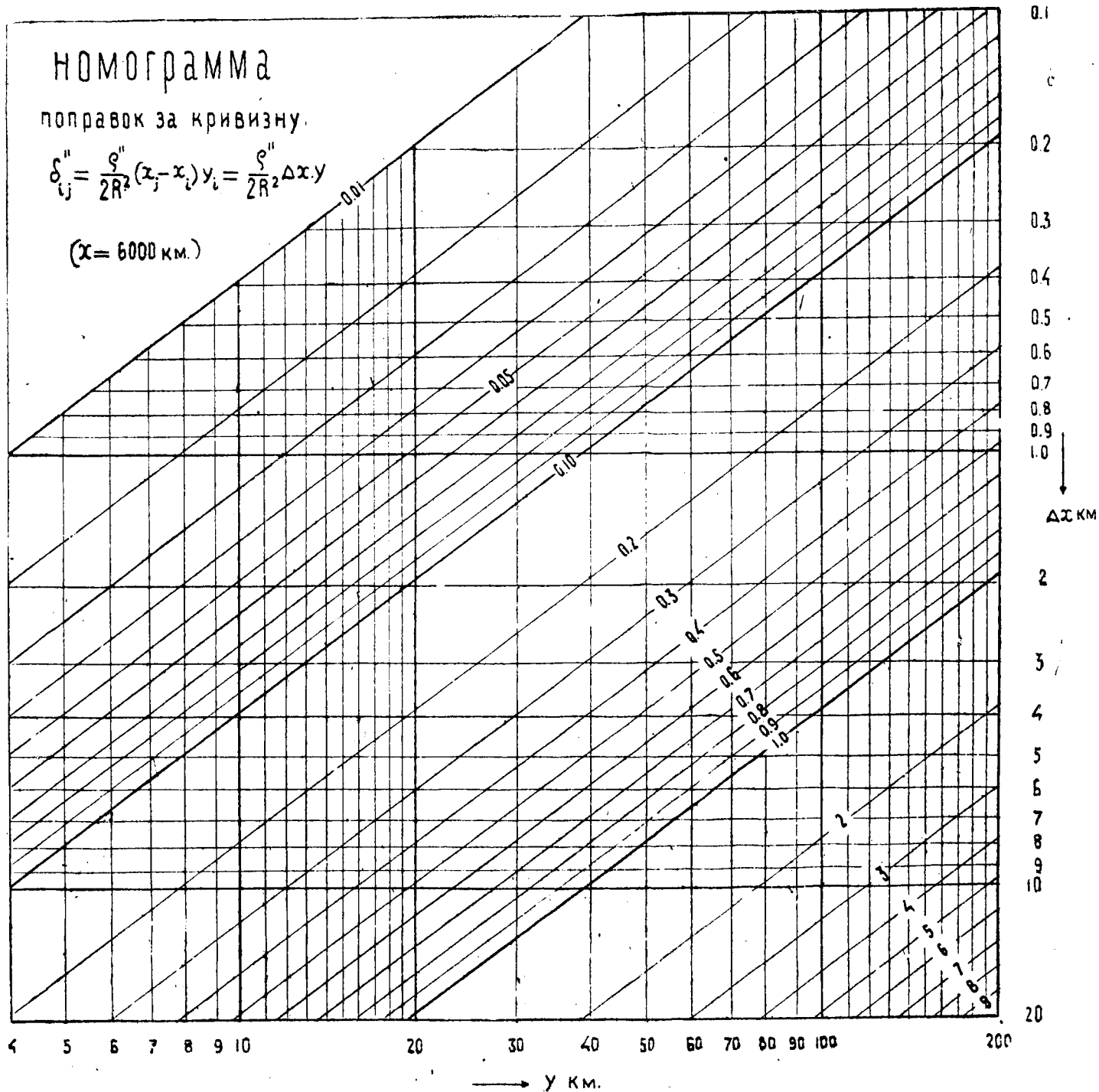
$$\lg \mu A + \lg \left(1 + \frac{\Delta y_m}{y_0} \right) = \lg \Delta \lg s = \lg K.$$

НОМОГРАММА

поправок за кривизну.

$$\delta_{ij}'' = \frac{g''}{2R^2}(x_j - x_i)y_i = \frac{g''}{2R^2}\Delta x y$$

(x = 6000 км.)

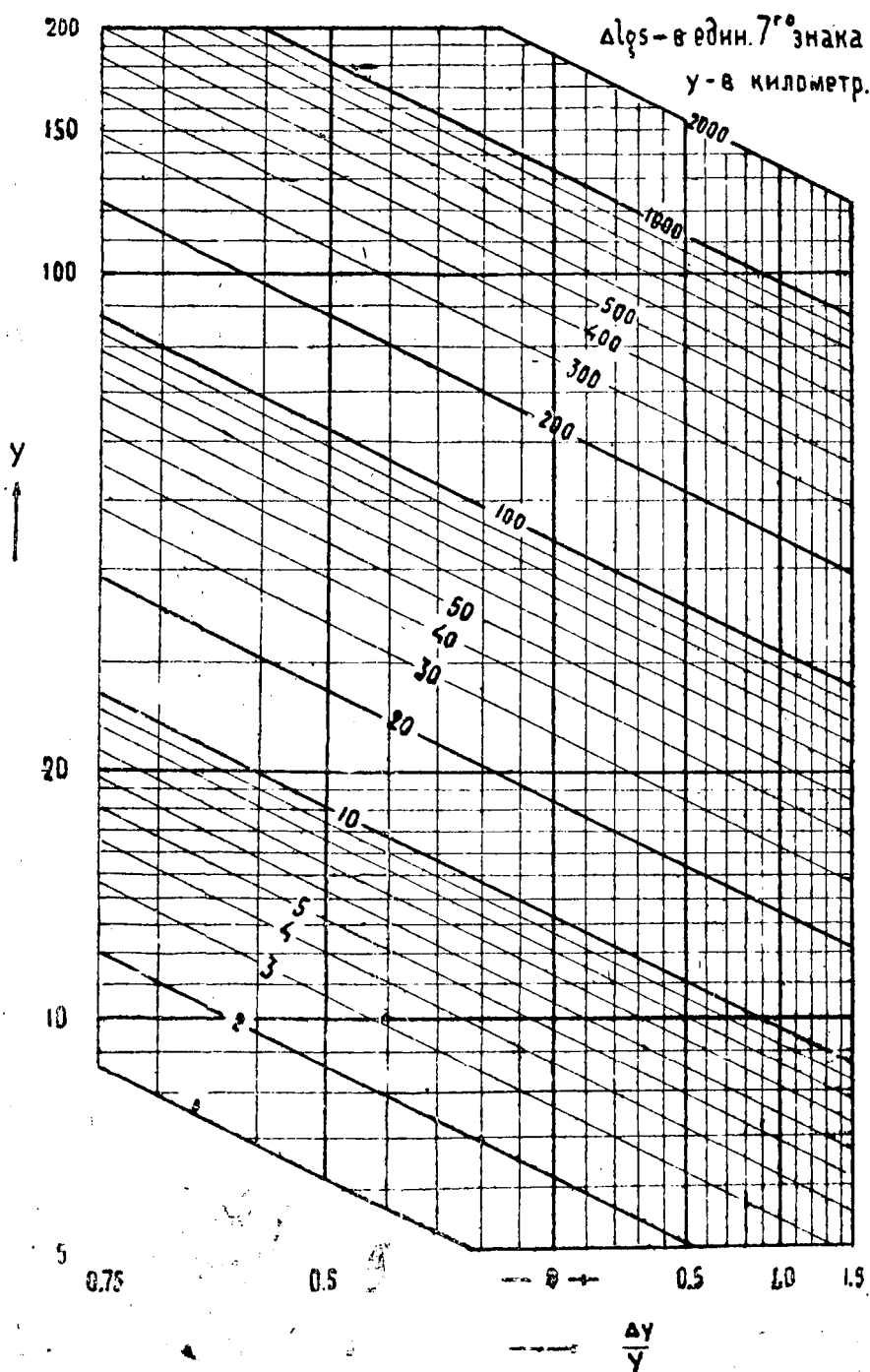


Фиг. 10.

НОМОГРАММА

для логарифма масштаба проекции и поправок
логарифмов конечных длин

$$\Delta \lg s = \frac{\mu y^2}{2R^2} \left(1 + \frac{\Delta y}{y}\right) = \lg m \left(1 + \frac{\Delta y}{y}\right)$$



Полагая $X = \lg \mu A$ и $Y = \lg \left(1 + \frac{\Delta y}{y_0}\right)$, мы получим, что для каждого данного значения $\Delta \lg s$ изолиния ее представится уравнением прямой

$$X + Y = K \text{ или } \frac{X}{K} + \frac{Y}{K} = 1,$$

и номограмма $\Delta \lg s$ представится в виде системы параллельных прямолинейных изолиний, отсекающих равные отрезки на осях.

Для сокращения площади номограммы масштаб по оси абсцисс для $\lg \mu A = \lg \mu \frac{y^2}{2R^2}$ взят в два раза меньше, поэтому система прямолинейных изолиний составляет с осью ординат угол равный $\arctg \frac{1}{2} = 26^\circ$.

Очевидно, что средняя ордината номограммы, отвечающая значению $\frac{\Delta y}{y} = 0$, дает в пересечении с параллелями y соответственные значения логарифма масштаба проекции, отвечающего данному значению y .

Номограмма изолиний $\Delta \lg s$ со входами $\frac{\Delta y}{y}$ и y , составленная нами, приводится на фиг. 11.

Обе номограммы построены при значении среднего радиуса, отвечающего значению абсциссы x порядка 6 000 000 м.

Поправка к величине δ , подысканной по номограмме, за среднюю абсциссу района составляет практически исчезающую величину, поэтому номограмма δ может рассматриваться как универсальная для наших широт.

В самом деле, дифференцируя выражение для δ по x , найдем:

$$d\delta'' = -\frac{\rho''}{R^3} \Delta x y \frac{dR}{dx} = -\frac{2\delta''}{R} \frac{dR}{dx} dx,$$

но

$$\frac{dR}{dx} = \frac{\partial R}{\partial \varphi} \frac{d\varphi}{dx} = \frac{\partial R}{\partial \varphi} \cdot \frac{1}{M} = \frac{\partial R}{\partial \varphi} \cdot \frac{V^3}{C},$$

$$R = \sqrt{MN} = \frac{C}{V} = \frac{1}{1 + e'^2 \cos^2 \varphi};$$

$$\frac{\partial R}{\partial \varphi} = \frac{2c}{V^3} \frac{\partial V}{\partial \varphi} = -\frac{ce'^2 \sin 2\varphi}{V^4};$$

следовательно

$$\begin{aligned}\frac{\partial R}{\partial x} &= -\frac{ce'^2 \sin 2\varphi}{V^4} \cdot \frac{V^3}{c} = -\frac{1}{V} e'^2 \sin 2\varphi = \\ &= e'^2 \sin 2\varphi \left(1 - \frac{1}{2} e'^2 \cos^2 \varphi\right)\end{aligned}$$

или

$$\frac{dR}{dx} \approx e'^2 \sin 2\varphi,$$

таким образом

$$\Delta \delta'' \approx -2 e'^2 \sin 2\varphi \frac{\Delta x}{R} \delta''$$

и при $\varphi = 45^\circ$

$$\Delta \delta''_{\max} \approx -2 e'^2 \frac{\Delta x}{R} \delta'' = -0.013 \frac{\Delta x}{R} \delta'',$$

что при $\Delta x = 1000$ км дает

$$\Delta \delta''_{\max} \approx -0.002 \delta''.$$

Таким образом в условиях рудничной триангуляции поправка за абсциссу района может не приниматься во внимание. Аналогичное выражение для

$$\Delta (\Delta \lg s) = 2 e'^2 \sin 2\varphi \frac{\Delta x}{R} \Delta \lg s$$

убеждает, что в условиях рудничной триангуляции поправка за абсциссу района и для номограммы $\Delta \lg s$ представляет практически нуль и может во внимание не приниматься.

Для обеспечения необходимой точности приискания по номограмме $\Delta \lg s$ полезно составить для каждого данного района специальную номограмму, применительно к интервалу изменения y , в большем масштабе.

Ниже приводится пример перехода к Гауссовской проекции по этому способу для условий Черногорских копей Кузбасса, разрешенный нами выше дифференциальным методом, для точки P_3 местной сети ($x_m = -1571,304$; $y_m = 1104,073$). Переходная сторона $P_1 P_2$. Переходная точка P_1 . Местные координаты переходной точки $x_m = 0$; $y_m = 0$, координаты переходной точки в проекции Гаусса-Крюгера; $x_1 = 5966586,774$, $y_1 = 83483,550$; угол θ между местной и Гауссовской осями $= 1^\circ 01' 46'', 4 = 3706''$;

$$A = \frac{y_1^2}{2R^2} = 0,000085508; \mu\lambda = 0,0000844.$$

Вычисление местного дирекционного угла α_m вектора $P_1 P_3$ и местной длины s вектора.

Δy_m	$= 1\,104,073$	$\lg \Delta y_m$	$= 3,042\,9978$
Δx_m	$= -1\,571,304$	$\lg \Delta x_m$	$= 6,803\,7398\,n$
$\Delta x_m + \Delta y_m$	$= -467,231$	$\lg \operatorname{tg} \alpha_m$	$= 9,846\,7376\,n$
$\Delta x_m - \Delta y_m$	$= -2\,675,377$	аргум.	$= 35^\circ 05' 37'',34$
		α_m	$= 144^\circ 54' 22'',66$
$\lg (\Delta x_m + \Delta y_m)$	$= 2,669\,5316\,n$	$\lg s$	$= 3,283\,3939$
$\lg (\Delta x_m - \Delta y_m)$	$= 6,572\,6150\,n$	$\lg \Delta y_m$	$= 3,042\,9978$
$\lg \operatorname{tg} (45 + \alpha_m)$	$= 9,242\,1466$	$\lg \sin \alpha_m$	$= 0,240\,3967$
аргум.	$= 9^\circ 54' 22'',66$	$\lg \cos \alpha_m$	$= 0,087\,1337$
$\alpha_m + 45$	$= 189^\circ 54' 22'',66$	$\lg \Delta x_m$	$= 3,196\,2602$
α_m	$= 144^\circ 54' 22'',66$	$\lg s$	$= 3,283\,3939$

Вычисление поправки логарифма $\Delta \lg s$.

y_1^2	$= 83,48^2$	$= 6969,5$	$\lg \Sigma$	$= 3,84\,892$
$y_1 \Delta y$	$= 83,48 \times 1,104$	$= 92,1$	$\lg \frac{\mu}{R^2}$	$= 2,02\,762^{-10}$
$\frac{1}{3} \Delta y$	$=$	$= 0,4$	$\lg 2$	$= 9,69\,897^{-10}$
Σ	$=$	$= 7061,9$	$\lg \Delta \lg s$	$= 5,57\,551^{-10}$
			$\Delta \lg s$	$= 0,0000376$

По номограмме изолиний $\Delta \lg s$, по аргументам $y_1 = 83,48$ и $\Delta y = \frac{1,104}{83,48} = 0,01$ найдено менее точно $\Delta \lg s = 0,0000370$.

По номограмме изолиний s , по аргументам $\Delta x = -1,57$ и $y_1 = 83,48$ найдено $\delta'' = -0'',3$.

Вычисление Гауссовских дирекционного угла и логарифма длины вектора $P_1 P_2$.

$\alpha_m = 144^\circ 54' 22'',7$	$\lg s = 3,283\,3939$
$-\theta = -1^\circ 01' 46'',4$	$\Delta \lg s = 0,000\,0376$
$-\delta = -0'',3$	$\mu \lambda = 0,000\,0844$
$\alpha = 143^\circ 52' 36'',6$	$\lg d = 3,283\,5159$

Вычисления Гауссовских приращений и координат.

$\lg \Delta x$	$= 3,190\,7937\,n$	x_1	$= 5\,966\,586,774$
$\lg \cos \alpha$	$= 9,907\,2778\,n$	Δx	$= -1\,551,650$
$\lg d$	$= 3,283\,5159$	x_2	$= 5\,965\,035,124$
$\lg \sin \alpha$	$= 9,770\,5008$	y_1	$= 83\,483,550$
$\lg \Delta y$	$= 3,054\,0167$	Δy	$= 1\,132,444$
		y_2	$= 84\,615,994$

Для контроля пересчета координат местной системы можно избрать переходной точку во втором конце переходной стороны $P_1 P_2$, т. е. назначить переходной точкой P_2 и повторить пере-числение. Такое перечисление дает: $\theta = \alpha_m - (\alpha + \delta) = 1^\circ 01' 44''_{29}$; $\lg s = 3,662\,1559$; $\Delta \lg s = 0,0000\,368$; $\lg d = 3,662\,2771$; $\alpha = \alpha_m - (\theta + \delta) = 42^\circ 39' 53,1$; $\Delta^3 x = 3378,784$; $\Delta^3 y = 3114,005$ и $x_3 = 5965\,035,124$; $y_3 = 84615,993$.

Способ последовательного вычисления Гауссовских треугольников (для случая привязки местной сети двумя точками).

В этом случае на плоскость проекции трансформируются тре-угольники местной сети путем соответственного исправления мес-тных углов, и Гауссовские прира-щения и координаты точек местной системы вычисляются затем после-довательным решением этих, транс-формированных на плоскость про-екций, треугольников.

Пусть (см. фиг. 12) переходной стороной, т. е. стороной, связанной с госсетью, является сторона $P_1 P_2$ местной сети, т. е. пусть местные и Гауссовские координаты точек P_1 и P_2 известны. Для нахождения Гауссовских координат точки P_3 на-длежит решить Гауссовский тре-угольник $P_1 P_2 P_3$ по стороне $P_1 P_2$ и углам W_1 и W_2 , используя те-орему синусов.

Гауссовские углы W_1 и W_2 полу-чаются из соответственных местных углов ω_1 и ω_2 путем испра-вления последних на величину разности поправки за кривизну их боков, взятой в направлении: поправка за кривизну младшего (левого) направления минус поправка за кривизну старшего (пра-вого) направления.

$$W_1 = \omega_1 + (\delta_{13} - \delta_{12});$$

$$W_2 = \omega_2 + (\delta_{23} - \delta_{21}).$$

Поправки за кривизну δ_{ij} берутся из номограммы по аргу-ментам Δx и y_i или вычисляются по обычной формуле:

$$\delta''_{ij} = \frac{p''}{2R^2} (x_j - x_i) y_i,$$

где разность Гауссовских координат $\Delta x = x_j - x_i$, при подсчете попра́вки направления на искомую точку, может заменяться соот-

ветствующей разностью местных координат, а местные углы вычисляются из соответствующих местных дирекционных углов.

Координаты, для контроля, передаются третьей, искомой точке с обеих конечных точек заданной стороны.

Ниже приводится пример вычисления Гауссовских координат точки P_3 , решенный нами выше предыдущими способами.

Местные координаты.

$$x_1 = 0,000 \quad x_2 = -4892,680 \quad x_3 = -1571,304$$

$$y_1 = 0,000 \quad y_2 = -2069,232 \quad y_3 = -1104,073$$

Гауссовские координаты.

$$\bar{x}_1 = 5\,966\,586,774 \quad \bar{x}_2 = 5\,961\,656,340$$

$$\bar{y}_1 = 83\,489,550 \quad \bar{y}_2 = 81\,501,988$$

Вычисление дирекционных углов.

$$\Delta_1^2 \bar{x} = -4930,434$$

$$\Delta_1^2 \bar{y} = -1981,562$$

$$\lg \Delta_1^2 \bar{y} = 3,297\,0077\,n$$

$$\lg \Delta_1^2 \bar{x} = 6,307\,1148\,n$$

$$\lg \operatorname{tg} \alpha_{12} = 9,604\,1225$$

$$\operatorname{аргум.} = 21^\circ 53' 43'', 44$$

$$\alpha_{12} = 201^\circ 53' 43'', 44$$

$$\Delta_1^3 \bar{x} = -1571,304$$

$$\Delta_1^3 \bar{y} = 1104,073$$

$$\lg \Delta_1^3 \bar{y} = 3,042\,9978\,n$$

$$\lg \Delta_1^3 \bar{x} = 6,803\,7398\,n$$

$$\lg \operatorname{tg} \alpha_{13}^m = 9,846\,7376\,n$$

$$\operatorname{аргум.} = 35^\circ 05' 37'', 34$$

$$\alpha_{13}^m = 144^\circ 54' 22'', 66$$

$$w_1 = \alpha_{12}^m - \alpha_{13}^m = 58^\circ 01' 06'', 1$$

$$\delta_{13}'' = (\text{по номограмме}) = 0'', 3$$

$$-\delta_{12}'' = (\quad \quad) + 1'', 0$$

$$\bar{W}_1 = 58^\circ 01' 06'', 8$$

$$\alpha_{21} + 180^\circ = 201^\circ 53' 43'', 4$$

$$\alpha_{13} = 143^\circ 52' 36'', 6$$

$$\Delta_1^2 x = -4892,680$$

$$\Delta_1^2 y = -2069,232$$

$$\lg \Delta_1^2 y = 3,315\,8092\,n$$

$$\lg \Delta_1^2 x = 6,310\,4528\,n$$

$$\lg \operatorname{tg} \alpha_{12}^m = 9,626\,2620$$

$$\operatorname{аргум.} = 22^\circ 55' 28'', 76$$

$$\alpha_{12}^m = 202^\circ 55' 28'', 76$$

$$\Delta_2^3 x = 3321,376$$

$$\Delta_2^3 y = 3173,305$$

$$\lg \Delta_2^3 y = 3,501\,5118$$

$$\lg \Delta_2^3 x = 6,478\,6814$$

$$\lg \operatorname{tg} \alpha_{23}^m = 9,980\,1932$$

$$\operatorname{аргум.} = 43^\circ 41' 38'', 08$$

$$\alpha_{23}^m = 43^\circ 41' 38'', 08$$

$$w_2 = \alpha_{23}^m - \alpha_{21}^m = 20^\circ 46' 09'', 3$$

$$\delta_{21}'' = (\text{по номогр.}) = + 1'', 0$$

$$-\delta_{23}'' = (\quad \quad) = - 0'', 7$$

$$W_2 = 20^\circ 46' 09'', 6$$

$$\alpha_{12} - 180 = 21^\circ 53' 43'', 4$$

$$\alpha_{23} = 42^\circ 39' 53'', 0$$

Вычисление сторон треугольников на проекции (Гауссовских хорд).

$$\lg \Delta_1^2 y = 3,297\,0077$$

$$\lg \operatorname{sn} \alpha_{12} = 0,428\,3922$$

$$\lg d_{12} = 3,725\,3999$$

$$\lg \Delta_1^2 x = 3,692\,8852$$

$$\lg \cos \alpha_{12} = 0,032\,5146$$

$$\lg d_{12} = 3,725\,3998$$

$$\lg d_{13} = 3,283\,5156$$

$$\lg \sin W_2 = 9,549\,7468$$

$$\lg d_{12} = 3,725\,3998$$

$$\lg \sin (W_1 + W_2) = 0,008\,3690$$

$$\lg \sin W_1 = 9,928\,5084$$

$$\lg d_{23} = 3,662\,2772$$

Вычисления Гауссовских приращений и координат.

$\lg \Delta_1^3 x = 3,190\ 7934 n$	$\lg \Delta_2^3 x = 3,528\ 7607$
$\lg \cos \alpha_{13} = 9,907\ 2778 n$	$\lg \cos \alpha_{23} = 9,866\ 4835$
$\lg d_{13} = 3,283\ 5156$	$\lg d_{23} = 3,662\ 2772$
$\lg \sin \alpha_{13} = 9,770\ 5008$	$\lg \sin \alpha_{23} = 9,831\ 0420$
$\lg \Delta_1^3 y = 3,054\ 0164$	$\lg \Delta_2^3 y = 3,493\ 3192$
$x_1 = 5\ 966\ 586,774$	$y_1 = 83\ 483,550$
$\Delta_1^3 x = -1\ 551,649$	$\Delta_1^3 y = 1\ 132,443$
$x_3 = 5\ 965\ 035,125$	$y_3 = 84\ 615,993$
$x_3 = 5\ 965\ 035,125$	$y_3 = 84\ 615,992$
$\Delta_2^3 x = 3\ 778,785$	$\Delta_2^3 y = 3\ 114,004$
$x_2 = 5\ 961\ 656,340$	$y_2 = 81\ 501,988$

Заключая рассмотрение методов перехода, отметим еще, что в случае применения дифференциального способа перехода приискание III поправки может быть уточнено путем построения особой, отвечающей положению данного района, номограммы III поправки, построенной для заданных постоянных значений y_0 и R .

Для выражения III поправки мы имели

$$III = \frac{y_0}{2R^2} x' y',$$

что после логарифмирования можно написать в виде

$$\lg \frac{2R^2}{y_0} III = \lg x' + \lg y',$$

и полагая $\lg x' = X$, $\lg y' = Y$ и $\lg \frac{2R^2}{y_0} III = \lg K$, получим, что для каждого заданного интервального значения III поправки соответствующая изолиния представится в виде прямой, отсекающей на осях равные отрезки

$$\frac{X}{K} + \frac{Y}{K} = I.$$

Построение номограммы требует, таким образом, для определения положения, каждой изолинии нахождения лишь одной ее точки, т. е. определения соответствующего значения отрезка $\lg K$.

Величины R , y_0 , x' и y' берутся при подсчете и построении номограммы в км.

Выражение же малой поправки III в этих единицах неудобно, целесообразнее выразить ее в мм.

Для этого случая выражение

$$\frac{2R^2}{y_0} III$$

необходимо переписать в виде

$$\frac{2 R^2 \text{ км}^2}{y_0 \text{ км}} \cdot 10^{-6} \text{ III мм},$$

соответственно чему выражение $\lg K$ напишется в виде

$$\lg K = \lg \frac{2 R^2 \text{ км}^2}{y_0 \text{ м}} \cdot 10^{-6} + \lg \text{ III мм} = \lg K_0 + \lg \text{ III мм}.$$

Очевидно также, что значения $\lg K$ для интервальных величин III поправки в 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 мм, уменьшенные на единицу, дадут значения $\lg K$ для интервальных значений III поправки в 0,1; 0,2 0,9, а увеличенные на единицу — соответственные значения $\lg K$ для интервальных значений III поправки от 10 до 90.

Ниже дан расчет номограммы для условий района Черногорских копей Кузбасса:

$$x_0 = 5966 \text{ км}; \lg \frac{1}{R^2} = 2,3898_4 - 10; \lg R^2 = 7,6101_6; y_0 = 83_{483};$$

$$\lg y_0 = 1,92160; \lg y_0 = 8,07840 - 10; \lg 2 = 0,30103;$$

$$\lg \frac{2 R^2 \text{ км}}{y_0 \text{ м}} = 5,9895_9; \lg \frac{2 R^2 \text{ км}}{y_0 \text{ м}} \cdot 10^{-6} = \lg K_0 = 9,9895_9 - 10.$$

Вычисление значений $\lg K$.

$\lg \text{ III мм}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\lg K$	-0,0104	0,2906	0,4667	0,5916	0,6886	0,7677	0,8347	0,8927	0,9438

Приводимая ниже номограмма (фиг. 13) дает, для условий задачи определения Гауссо-Крюгеровских координат точки P_3 , значения поправки III_x (по аргументам $x' = -3,14$; $y' = 1,10$) и поправки III_y (по аргументам $x' = -0,47$; $y' = 2,67$), соответственно равными

$$\text{III}_x = 3,55 \text{ мм};$$

$$\text{III}_y = -1,25 \text{ мм},$$

что достаточно хорошо совпадает с аналитическим их подсчетом.

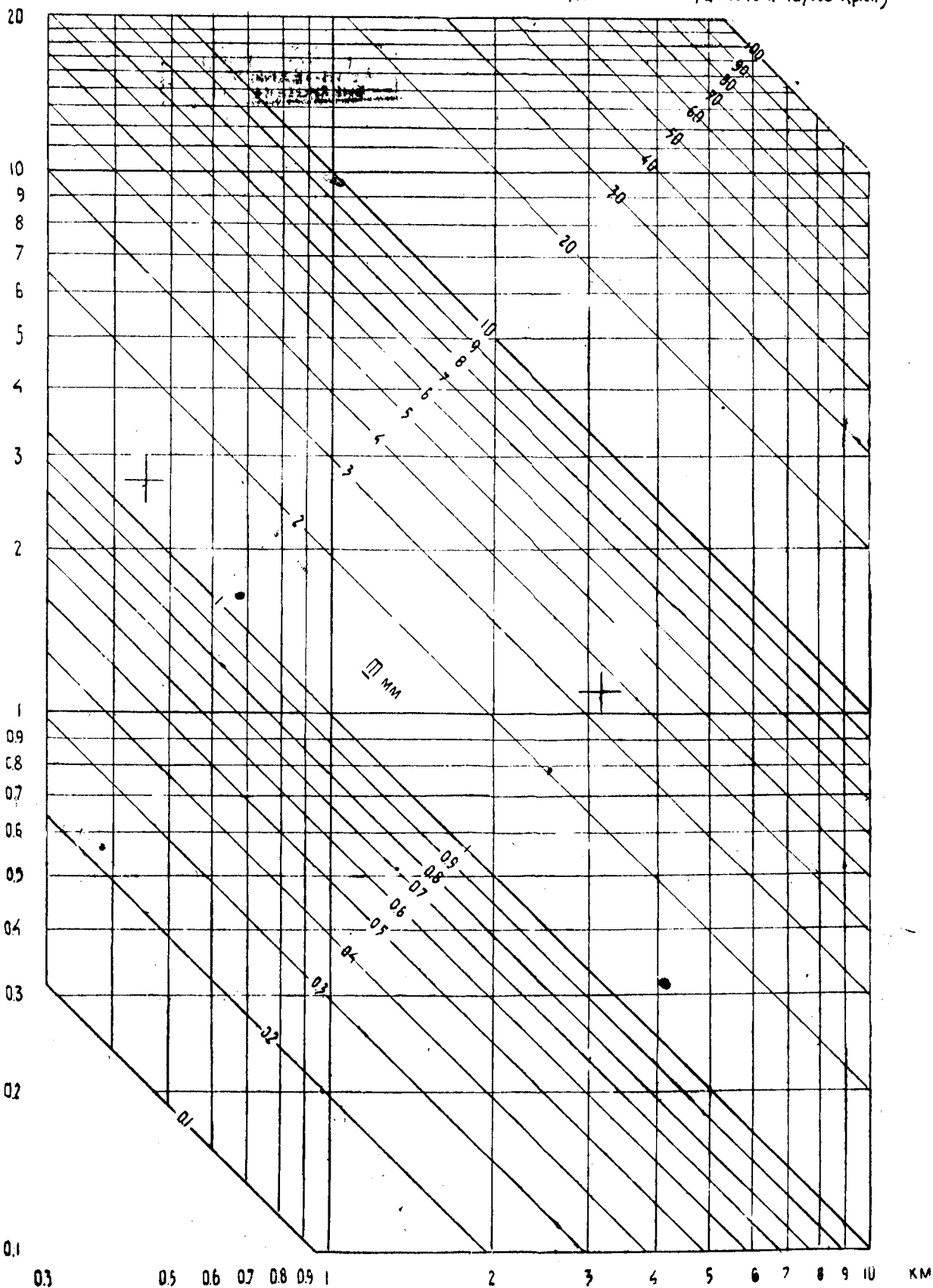
НОМОГРАММА ПОПРАВКИ

$$\overline{\text{III}}_{\bar{x}} = B \cdot 2x_m y_m = B \cdot 2y_m x_m = Bx'y'$$

$$\overline{\text{III}}_y = B(x_m + y_m)(x_m - y_m) = Bx'y'$$

для x_0 5966 км. y_0 83,48 км.

(к дифференциальному способу перехода от местных координат к координатам Гаусса-Крюг.)



Фиг. 13.

ПОСТУПИЛИ В ПРОДАЖУ КНИГИ:

Строилов М., инж. (ред.)—„Вторая угольная база СССР—Кузбасс“ (сборник трудов).

Часть I—„Геология и качество углей“. 1935 г. 25 листов, 47 рис. и черт. Ц. 6 руб. Первая часть книги представляет описание почти всех геологических и качественных особенностей углей Кузбасса и Минбасса (Хакассия).

Часть II—„Техника производства и экономика Кузбасса“ (в двух книгах). Вторая часть охватывает историю развития, вопросы техники производства и экономики Кузбасса. Ц. 6 руб.

Часть III—„Кузбасс в цифрах“. В книге помещены статистико-экономические материалы, освещающие путь, пройденный каменноугольной промышленностью Кузнецкого бассейна и отражающий состояние нового социалистического Кузбасса. Ц. 2 р. 50 к.

Дорофеев П., инж.—„Основы геологии Кузбасса“. 15 листов и 19 вклеек. Цветная карта Кузнецкого каменноугольного бассейна. Ц. 5 р. 70 к. Работа разделена на две части. В первой из них рассматриваются общие вопросы геологии Кузбасса на фоне всей геологии Средней части СССР. Вторая часть касается уже Кузбасса, как сырьевой базы для развития промышленности.

ПЕЧАТАЮТСЯ:

Антонов А. А., инж.—„Стахановские участки на шахтах Прокопьевска“ (Кузбасс). 4 листа, 34 рис. Ц. 75 коп.

ГОТОВЯТСЯ К ПЕЧАТИ:

Степанов А. И.—„Новые люди Кузбасса“. 7 листов с фоторисунками.

Резунов И. Т. и Будрин В. П.—„Памятка шахтеру“. 6 листов. Популярная книга с рисунками внутреннего и внешнего устройства шахты.

Мига́й П., инж. (ред.)—„Справочник горного мастера“. 15 листов, 112 рис.

Продажа производится в магазинах „Технической книги“, Книгосбыта ОНТИ и всеми магазинами Книгоцентра.

Д
13899