А.Г. Чибуничев

ФОТОГРАММЕТРИЯ

Допущено Федеральным учебно-методическим объединением в сфере высшего образования по УГСН 21.00.00 «Прикладная геодезия, горное дело, нефтегазовое дело и геодезия» в качестве учебника для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки 21.03.03 «Геодезия и дистанционное зондирование» (бакавриат) и 21.04.03 «Геодезия и дистанционное зондирование» (магистратура)

> МОСКВА ИЗДАТЕЛЬСТВО МИИГАиК 2022

Рецензенты:

старший научный сотрудник, кандидат техн. наук С.А. Кадничанский (ООО «ГЕОСКАН»);

доцент, кандидат техн. наук В.М. Курков (МИИГАиК)

старший научный сотрудник, доктор техн. наук С.С. Нехин (ФГБУ «Центр геодезии, картографии и ИПД»)

Ч 58

Чибуничев А.Г.

Фотограмметрия: учебник для вузов. М.: Изд-во МИИГАиК, 2022. 328 с.: ил.

ISBN 978-5-91188-080-4

Изложены теория одиночного и пары снимков, фототриангуляция. Рассмотрены вопросы проективной фотограмметрии и автоматизации фотограмметрических измерений, выполняемых по цифровым изображениям, создания цифровых моделей поверхности рельефа, местности и ортофотопланов, воздушное и наземное лазерное сканирование, фотограмметрические методы обработки изображений, полученных сканерными съемочными системами, технология аэрофототопографической съемки, а также вопросы наземной фотограмметрии.

Для студентов геодезических вузов и инженерно-технических работников аэрогеодезического производства.

> УДК 528.7 ББК 26.12

ISBN 978-5-91188-080-4

© Чибуничев А.Г., 2022 © Изд-во МИИГАиК, 2022

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Основой для написания данного учебника послужил изданный ранее учебник: Михайлов А.П., Чибуничев А. Г. Фотограмметрия: учебник для вузов / Под общ. ред. А.Г. Чибуничева. М.: Изд-во МИИГАиК, 2016. 294 с.: ил.

В данном варианте учебника появились новые главы, посвященные таким разделам фотограмметрии как проективные преобразования в фотограмметрии, методы создания цифровой модели поверхности, рельефа и местности по снимкам, воздушное и наземное лазерное сканирование, аэрофототографическая съемка. Значительные изменения и добавления претерпели главы, посвященные автоматизации фотограмметрических измерений, наземной фотограмметрии и обработке сканерных изображений.

Кроме того, в учебнике добавлены численные примеры, поясняющие теоретические положения фотограмметрической обработки одиночного снимка, пары снимков и фототриангуляции. Приведены аналитические выражения для частных производных уравнений поправок при решении всех фотограмметрических задач.

Автор выражает благодарность преподавателям кафедры фотограмметрии и кафедры аэрокосмических съемок, а также С.А. Кадничанскому и С.С. Нехину за ценные замечания и пожелания, высказанные при обсуждении материалов учебника.

ВВЕДЕНИЕ

Фотограмметрия — научно-техническая дисциплина, занимающаяся определением геометрических характеристик объектов (форма, размеры, положение в пространстве и т.д.) по их изображениям. Термин «фотограмметрия» происходит от трех греческих слов: photos — свет, gramma — запись, metrio — измерение и дословно переводится, как измерение по светозаписи или в современной интерпретации — измерение по фотоснимку.

В настоящее время в фотограмметрии применяются не только аналоговые и цифровые фотоснимки, но и изображения, получаемые с помощью радиолокационных, лазернолокационных, рентгеновских и других съемочных систем. Наибольшее применение фотограмметрия находит в области картографии для создания карт различного назначения, а также других документов о местности по аэро-, космическим и наземным снимкам, получаемым различными съемочными системами. Помимо картографирования Земли фотограмметрия применяется для создания карт и изучения поверхности планет, их спутников и других небесных тел. Очень широко фотограмметрические методы используются для решения различных задач в архитектуре и строительстве, промышленности, криминалистике, медицине и других областях человеческой деятельности, что обусловлено высокой точностью и производительностью фотограмметрических методов, а также возможностью бесконтактного изучения статических и динамических объектов и процессов.

Фотограмметрия как наука появилась в середине XIX столетия вскоре после изобретения фотографии. Однако использование перспективных изображений при составлении топографических карт было осуществлено значительно раньше. Теоретическое обоснование возможности определения формы, размеров и положения объекта в пространстве по его перспективному изображению было дано в 1759 г. И.О. Ламбертом в работе «Свободная перспектива». В 1764 г. великий русский ученый М. В. Ломоносов в инструкции для географических исследований России предложил составлять перспективные рисунки местности с помощью камеры-обскуры. В 1839 г. французский ученый Ж.М. Дагер применил для фиксации изображения, получаемого с помощью такой камеры, светочувствительное серебро, которое наносилось на металлическую пластинку. На этой пластинке получалось позитивное фотографическое изображение. Так появилась фотография.

Применять фотографии для создания топографических карт впервые предложил французский геодезист Доминик Ф. Араго примерно в 1840 г., а в 1860 г. французский военный инженер Э. Лосседа выполнил фотографирование Парижа с крыши высокого здания и по фотоснимкам создал план, точность которого оказалась выше плана, полученного геодезическим методом. Этой работой было положено начало фотограмметрического метода съемки, который в последующие годы совершенствовался и стал применяться во многих странах. В России первые фототопографические съемки были выполнены в 1891–1898 гг. инженерами Н. О. Виллером, Р. Ю. Тиле, П. И. Щуровым для целей трассирования железных дорог в Закавказье и Восточной Сибири. В истории развития фотограмметрии выделяют три основных периода, которые можно условно назвать — аналоговая, аналитическая и цифровая фотограмметрия.

Аналоговая фотограмметрия берет свое начало с изобретения в 1901 г. К. Пульфрихом стереокомпаратора. Этот прибор позволяет измерять координаты точек снимков, составляющих стереопару. Далее развитие фотограмметрии пошло по пути создания специальных оптических и механических приборов, предназначенных для непосредственного создания карт по аэро- и наземным снимкам. Эти приборы позволяют выполнить все процессы преобразования снимков в карту. Первый такой прибор, стереоавтограф, был разработан в 1909 г. (Е. Орель) для создания карт по наземным снимкам. В 1915 г. Газзер запотентовал стереопроектор, который стал прототипом мультиплекса, позволяющего построить стереоскопическую модель на экране по множеству снимков и измерять ее с целью создания карты. В 1932 г. Ф.В. Дробышев изобрел стереометр, позволяющий рисовать рельеф местности непосредственно на снимках. Контурную часть карты получали по фотопланам, составленных по множеству трансформированных снимков. Трансформирование снимков выполняли на специальных приборах — фототрансформаторах, которые позволяют преобразовать наклонный снимок в горизонтальный. В этот период в России и за рубежом было разработано много различных универсальных фотограмметрических приборов, которые используются на некоторых предприятиях и в настоящее время.

Аналитическая фотограмметрия. Этот этап в развитии фотограмметрии начинается с появлением ЭВМ (примерно в 1950 г.). Начиная с этого времени стали развиваться аналитические методы фотограмметрической обработки снимков, которые продолжают совершенствоваться и в настоящее время. В 1957 г. У.В. Хелава (Канада) разработал первый аналитический универсальный прибор, представляющий собой сочетание стерекомпаратора и электронной вычислительной машины. На стереокомпараторе выполнялись измерения координат точек снимков, а на ЭВМ — все преобразования этих измерений в проекцию карты. По сравнению с аналоговыми аналитические приборы позволяют значительно повысить производительность и точность обработки снимков. Таких приборов и систем было разработано достаточно много (Швейцария, Германия, Франция, Италия, Россия и Украина). В настоящее время они не выпускаются, но продолжают использоваться на производстве.

Цифровая фотограмметрия начала развиваться с появлением цифровых изображений. Первый цифровой снимок был получен в 1957 г. путем сканирования снимка на пленке, а первая цифровая камера фирмы «Kodak» появилась спустя 20 лет. С тех пор начали развиваться цифровые методы обработки изображений. В середине 1980-х начале 1990-х годов появились первые коммерческие цифровые фотограмметрические системы, позволяющие решать все фотограмметрические задачи на компьютере, включая стереоскопическое наблюдение и измерение снимков на экране компьютера. Отличительная особенность цифровых фотограмметрических систем — возможность широкой автоматизации всех процессов преобразования снимков в карту. Это направление в развитии фотограмметрии в настоящее время является основным и широко применяется на производстве.

ГЛАВА 1

ТЕОРИЯ ОДИНОЧНОГО КАДРОВОГО СНИМКА

§ 1.1. Основные свойства кадрового снимка

Для получения аэрокосмических снимков земной поверхности и расположенных на ней объектов используют кадровые и сканерные съемочные системы. В кадровых съемочных системах снимок формируется объективом одномоментно для всех точек снимка на расположенной в фокальной плоскости объектива светоприемной матрице (или фотоматериале). В съемочных камерах, предназначенных для получения кадровых снимков, используются центральные или электронные затворы.

Кадровый снимок представляет собой центральную проекцию снимаемого объекта на плоскость если на снимке отсутствуют смещения точек, вызываемые дисторсией объектива съемочной камеры, атмосферной рефракцией и другими причинами (рис. 1.1). Совокупность проектирующих лучей, при помощи которых получен снимок, называют связкой проектирующих лучей, а точку, в которой пересекаются проектирующие лучи — центром проекции *S*. Центр проекции находится в передней узловой точке объектива.

При центральном проектировании различают негативное (обратное) и позитивное (прямое) изображения (рис. 1.2).







ны по одну сторону от центра проекции S, а негатив N— в в случае когда объект и плоскость проекции расположены по разные стороны от центра проекции S. Негатив и позитив располагаются симметрично по разные стороны от центра проекции S. Если негатив развернуть на 180° вокруг оси, проходящей через центр проекции S параллельно плоскостям негатива и позитива, а затем развернуть вокруг оси, лежащей в плоскости позитива и перпендикулярной к оси первого разворота, то все точки негатива совпадут с точками позитива. Поэтому при анализе снимка можно рассматривать как негатив, так и позитив. В дальнейшем чаще будем рассматривать позитив, который, как и негатив, будем называть снимком.

Рассмотрим некоторые элементы центральной проекции. На рис. 1.3: Р — плоскость снимка; Е — предметная (горизонтальная) плоскость; S — центр проекции (точка фотографирования); о — главная точка снимка — след пересечения плоскости снимка главным лучом (главный луч — это луч, проходящий через центр проекции S перпендикулярно к плоскости снимка); So = f — фокусное расстояние съемочной камеры — расстояние от центра проекции S до главной точки снимка; *n* — точка надира — пересечение отвесной линии, проходящей через центр проекции, с плоскостью снимка; *N*— проекция точки надира снимка на плоскость E; SN = H — высота фотографирования (высота центра проекции относительно предметной плоскости); α₀ — угол наклона снимка. Из рис. 1.3 следует, что $on = f \operatorname{tga}_0$.

Любая точка местности M на снимке изображается точкой m (рис. 1.4). Прямой линии на местности (KL) в общем случае соответствует прямая (kl) на снимке. В частном случае, когда прямая линия на местности (DF) проходит через центр проекции S, она изображается на снимке в виде точки (df). Точка надира n является точкой схода изображений на снимке вертикальных линий объекта (рис. 1.5).



Рис. 1.3

На рис. 1.5 AB и DM — вертикальные линии на объекте, ab и dm — их изображения в плоскости снимка P. Если продолжить изображения вертикальных линий ab и dm, то они пересекутся в точке надира n. Для доказательства этого достаточно провести плоскости через вертикальные линии AB и DM и центр проекции S. Так как эти плоскости вертикальные, то они пересекутся по вертикальной линии SN, проходящей через центр проекции S и точку надира n (которая по определению является точкой пересечения плоскости снимка с отвесной линией, опущенной из центра проекции S). Очевидно, что изображения ab и dm









вертикальных линий *AB* и *DM* находятся на следах сечения плоскости снимка вертикальными плоскостями *SAB* и *SDM* и пересекаются в точке надира *n*.

На рис. 1.6 приведен пример изображения на снимке зданий прямоугольной формы.

Линия действительного горизонта *ii* является геометрическим местом точек схода *i* изображений параллельных прямых линий, расположенных в предметной плоскости *E* (рис. 1.7).

Построим изображение прямой АВ, расположенной в предметной плоскости Е (см. рис 1.7). Для этого сначала продолжим данную прямую до пересечения с линией основания ТТ (линия пересечения плоскости снимка с предметной плоскостью). Полученная таким образом точка Т является одновременно и изображением на снимке. Теперь продолжим линию АВ в обратном направлении до бесконечности. Очевидно, что проектирующий луч, идущий от бесконечно удаленной точки, принадлежащей прямой линии, параллелен этой линии и пересекает снимок в точке схода і, лежащей на линии действительного горизонта.



Рис. 1.6

Рис. 1.7

Изображение линии на снимке получают в результате соединения точек *і* и *Т*.

Аналогично строят изображения других линий. Если они параллельны между собой в плоскости Е, то их изображения на снимке пересекаются в точке схода *i*.

На рис. 1.8 приведен пример изображения на перспективном снимке прямых участков дороги и прямоугольного объекта.



§ 1.2. Системы координат кадровой съемочной камеры (снимка). Элементы внутреннего ориентирования кадровой съемочной камеры (снимка)

Координаты изображений точек местности на снимках (x, y, z = 0) определяются в правой пространственной прямоугольной системе координат съемочной камеры о'хуг. Эта система координат в аналоговых съемочных камерах задается координатными метками, расположенными в плоскости прикладной рамки камеры (рис. 1.9, а), которые впечатываются в каждый снимок. Ось х этой системы проходит через координатные метки 1-2. Началом системы координат является точка о', получаемая



a

Рис. 1.9

в результате пересечения оси x с линией, проведенной через координатные метки 3 и 4. Ось y лежит в плоскости снимка P и перпендикулярна к оси x, положительное направление оси у задается так, чтобы система координат была правой, а ось zдополняет систему до правой прямоугольной простанственной системы координат.

В цифровых съемочных камерах система координат o'xyz задается светоприемной матрицей. Оси x и y системы координат o'xyz, в этом случае, параллельны соответственно строкам и столбцам светоприемной матрицы, образуя правую прямоугольную систему координат, а ее начало совмещают с левым нижним углом матрицы или центром матрицы (рис. 1.9, δ).

Любая точка снимка, например, *m*, (см. рис. 1.9) имеет в системе координат съемочной камеры координаты m(x, y, z = 0). Центр проекции *S* в этой системе имеет координаты $S(x=x_0, y=y_0, z=f)$. Здесь f — фокусное расстояние съемочной камеры, x_0 и y_0 — координаты главной точки снимка *o*.

Для восстановления связки проектирующих лучей, сформировавших снимок в системе координат *o'xyz*, необходимо для каждой точки снимка определить координаты вектора $\vec{Sm} = \vec{r}$ в этой системе координат по измеренным на снимке координатам точки *m*:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -f \end{pmatrix}.$$
 (1.2.1)

Наиболее часто в практике фотограмметрии используют систему координат съемочной камеры *Sxyz*, началом координат которой является центр проекции *S*, а оси координат параллельны соответствующим осям системы координат o'xyz. Так как система координат *Sxyz* параллельна системе координат o'xyz координаты векторов в обеих системах координат равны, т.е. координаты вектора \vec{r} в системе координат *Sxyz* определяются выражением (1.2.1).

Из выражения (1.2.1) следует, что для восстановления связки проектирующих лучей необходимо измерить координаты точки и знать значения координат центра проекции S в системе координат o'xyz - f, x_0 и y_0 , которые называются элементами внутреннего ориентирования съемочной камеры. К элементам внутреннего ориентирования съемочной камеры. К элементам внутреннего грамметрической дисторсии объектива съемочной камеры.

Для определения поправок в координаты *x* и *y* изображений точек, исключающих влияние фотограмметрической дисторсии, часто используются уравнения

$$d_{x} = (x - x_{0})(r^{2}k_{1} + r^{4}k_{2} + r^{6}k_{3} + ...) + (r^{2} + 2(x - x_{0})^{2})p_{1} + 2(x - x_{0})(y - y_{0})p_{2};$$

$$d_{y} = (y - y_{0})(r^{2}k_{1} + r^{4}k_{2} + r^{6}k_{3} + ...) + 2(x - x_{0})(y - y_{0})p_{1} + (r^{2} + 2(y - y_{0})^{2})p_{2},$$
(1.2.2)

в которых $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$; k_1, k_2, k_3 — коэффициенты радиальной дисторсии; p_1, p_2 — коэффициенты тангенциальной дисторсии. 10 При наличии дисторсии объектива координаты вектора \vec{r} определяют по формуле

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x - x_0 + d_x \\ y - y_0 + d_y \\ -f \end{pmatrix}.$$
 (1.2.3)

Значения элементов внутреннего ориентирования съемочной камеры определяют в процессе проведения фотограмметрической калибровки.

Необходимо отметить, что в фотограмметрической литературе наряду с терминами — элементы внутреннего и внешнего ориентирования съемочной камеры широко используются термины — элементы внутреннего и внешнего ориентирования снимка. Использование этих терминов сложилось исторически, хотя с точки зрения строгой теории целесообразно пользоваться терминами — элементы внутреннего и внешнего ориентирования съемочной камеры.

§ 1.3. Системы координат объекта. Элементы внешнего ориентирования съемочной камеры

При решении фотограмметрических задач по снимкам положение точек объекта (местности) и съемочной камеры в момент получения снимка определяют в прямоугольной пространственной системе координат объекта *OXYZ*.

В качестве этой системы координат при выполнении фотограмметрических работ по созданию карт и других документов о местности обычно используют топоцентрическую систему координат. Так как топографические карты и другие документы о местности создаются в государственных или местных системах координат (в России в системе координат ГСК-2011 для карт и планов, а для создания ЕЭКО и кадастровых работ — в местных системах координат, основанных на референцных системах координат СК-42, СК-95 и балтийской системе высот).

При фотограмметрической обработке снимков используют также прямоугольные системы координат, связанные с характерными точками снимаемого объекта. Такие системы применяют в тех случаях, когда нет необходимости отображать объекты в государственных системах координат, например, при съемке архитектурных сооружений и документации дорожных происшествий.

Положение и ориентацию системы координат съёмочной камеры в системе координат объекта *OXYZ* определяют элементы внешнего ориентирования съемочной камеры. Положение центра проекции *S* (начала системы координат камеры) в системе координат объекта определяют его координаты X_s , Y_s , Z_s , а угловую ориентацию системы координат камеры относительно системы координат объекта определяет ортогональная матрица перехода из одной системы координат в другую:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos Xx & \cos Xy & \cos Xz \\ \cos Yx & \cos Yy & \cos Yz \\ \cos Zx & \cos Zy & \cos Zz \end{pmatrix}.$$
 (1.3.1)

В матрице **A** элементы (направляющие косинусы) a_{ij} являются косинусами пространственных углов между осями системы координат объекта *OXYZ* и снимка *Sxyz*. Направляющие косинусы являются координатами единичных векторов (ортов), совпадающих с осями координат съемочной камеры в системе координат объекта.

Вследствие особых характеристик ортогональной матрицы, каковой является матрица направляющих косинусов

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}; \quad \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{A}^{\mathrm{T}} = \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \det(\mathbf{A}) = 1;$$

$$\begin{array}{ll} a_{11}^2+a_{21}^2+a_{31}^2=1; & a_{11}a_{12}+a_{21}a_{22}+a_{31}a_{32}=0; \\ a_{12}^2+a_{22}^2+a_{32}^2=1; & a_{12}a_{13}+a_{22}a_{23}+a_{32}a_{33}=0; \\ a_{13}^2+a_{23}^2+a_{33}^2=1; & a_{13}a_{11}+a_{23}a_{21}+a_{33}a_{31}=0, \end{array}$$

поэтому в матрице направляющих косинусов независимы только три элемента, следовательно, элементы этой матрицы являются функцией трех параметров. Действительно, одну систему координат относительно другой можно повернуть только на три угла, вращая вокруг каждой из трех осей. Причем, вращать можно систему координат снимка относительно системы координат объекта или наоборот. Сами вращения могут быть по часовой стрелки (левые углы) или против часовой стрелки (правые углы). И, наконец, последовательность вращений также может быть произвольной. Поэтому в фотограмметрии можно встретить различные комбинации вращений одной системы координат относительно другой. Наиболее часто в фотограмметрии используют углы – ω , α и к, которые называют угловыми элементами внешнего ориентирования съемочной камеры (или снимка). Последовательно поворачивая систему координат снимка *Sxyz* вокруг осей системы координат объекта *ОХYZ* на эти углы, можно ориентировать ее параллельно осям системы координат объекта.

Рассмотрим наиболее широко используемую систему угловых элементов ориентирования снимка, в которой система координат объекта *OXYZ* поворачивается последовательно против часовой стрелки (правые углы) вокруг осей *X*, *Y* и *Z* соответственно на углы ω , α и к. Геометрическая интерпретация угловых элементов внешнего ориентирования показана на рис. 1.10, здесь ω — поперечный угол наклона (угол в координатной плоскости *YZ* между осью *Z* и проекцией оси *z* на плоскость *YZ*); α — продольный угол наклона (угол между проекцией оси *z* на плоскость *YZ* и осью z); к — угол разворота снимка (угол в плоскости снимка P между следом сечения этой плоскости плоскостью Xz и осью x снимка).

Значение элементов a_{ij} матрицы А можно получить путем последовательного перемножения матриц, составленных для последовательных поворотов системы координат объекта *OXYZ* на углы ω , α и к (рис. 1.11–1.13).

Рассмотрим каждый из этих поворотов отдельно. Повороту на угол ω (см. рис. 1.11) соответствует следующая матрица, согласно выражению (1.3.1):







 \mathbf{X}

Рис. 1.10







Рис. 1.13

$$\mathbf{A}_{\omega} = \begin{pmatrix} \cos 0^{\circ} & \cos 90^{\circ} & \cos 90^{\circ} \\ \cos 90^{\circ} & \cos \omega & \cos (90^{\circ} + \omega) \\ \cos 90^{\circ} & \cos (90^{\circ} - \omega) & \cos \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & -\sin \omega \\ 0 & \sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix}.$$

Для поворота на угол а (см. рис. 1.12) согласно выражению (1.3.1) имеем:

$$\mathbf{A}_{\alpha} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \cos 90^{\circ} & \cos (90^{\circ} - \alpha) \\ \cos 90^{\circ} & \cos 0^{\circ} & \cos 90^{\circ} \\ \cos (90^{\circ} + \alpha) & \cos 90^{\circ} & \cos \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix},$$

а для поворота системы координат объекта ОХҮГ на угол к (см. рис. 1.13). получим:

$$\mathbf{A}_{\kappa} = \begin{pmatrix} \cos \kappa & \cos(90^{\circ} + \kappa) & \cos 90^{\circ} \\ \cos(90^{\circ} - \kappa) & \cos \kappa & \cos 90^{\circ} \\ \cos 90^{\circ} & \cos 90^{\circ} & \cos 0^{\circ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \kappa & -\sin \kappa & 0 \\ \sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В результате перемножения матриц

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{\omega} \mathbf{A}_{\alpha} \mathbf{A}_{\kappa} = \mathbf{A}_{\omega \alpha} \mathbf{A}_{\kappa},$$

получим значения элементов *a_{ii}*, как функции углов ω, α и к:

$$a_{11} = \cos \alpha \cos \kappa;$$

$$a_{12} = -\cos \alpha \sin \kappa;$$

$$a_{13} = \sin \alpha;$$

$$a_{21} = \sin \omega \sin \alpha \cos \kappa + \cos \omega \sin \kappa;$$

$$a_{22} = -\sin \omega \sin \alpha \sin \kappa + \cos \omega \cos \kappa;$$

$$a_{23} = -\sin \omega \cos \alpha;$$

$$a_{31} = -\cos \omega \sin \alpha \cos \kappa + \sin \omega \sin \kappa;$$

$$a_{32} = \cos \omega \sin \alpha \sin \kappa + \sin \omega \cos \kappa;$$

$$a_{33} = \cos \omega \cos \alpha.$$
(1.3.2)

Если известны значения направляющих косинусов *a_{ij}*, то из выражений (1.3.2) можно получить значения углов ω, α, к:

$$\omega = \operatorname{arctg}\left(-\frac{a_{23}}{a_{33}}\right);$$

$$\alpha = \operatorname{arcsin}(a_{13});$$

$$\kappa = \operatorname{arctg}\left(-\frac{a_{12}}{a_{11}}\right).$$
(1.3.3)

Как уже отмечалось, последовательность вращений одной системы координат относительно другой может быть произвольной. Ниже приведены аналитические

выражения для направляющих косинусов, полученные в результате последовательных вращений системы координат объекта на углы к, α, ω, т.е.:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{\kappa} \mathbf{A}_{\alpha} \mathbf{A}_{\omega} = \mathbf{A}_{\kappa \alpha} \mathbf{A}_{\omega}, \qquad (1.3.4)$$

$$a_{11} = \cos \kappa \cos \alpha; \qquad a_{12} = \sin \alpha \sin \omega \cos \kappa - \sin \kappa \cos \omega; \qquad a_{13} = \sin \alpha \cos \omega \cos \kappa + \sin \omega \sin \kappa; \qquad a_{21} = \sin \kappa \cos \alpha; \qquad a_{21} = \sin \kappa \cos \alpha; \qquad a_{22} = \sin \kappa \sin \omega \sin \alpha + \cos \kappa \cos \omega; \qquad a_{23} = \sin \alpha \cos \omega \sin \kappa - \sin \omega \cos \kappa; \qquad a_{31} = -\sin \alpha; \qquad a_{32} = \cos \alpha \sin \omega; \qquad a_{33} = \cos \alpha \cos \omega.$$

Аналогично можно получить и другие выражения для направляющих косинусов, меняя последовательность поворотов и направления вращений. Все эти варианты равнозначны и могут быть применены при решении фотограмметрических задач.

Если известны значения направляющих косинусов a_{ij} , то из выражений (1.3.5) можно получить значения углов ω , α , к:

$$\omega = \operatorname{arctg}\left(\frac{a_{32}}{a_{33}}\right);$$

$$\alpha = \operatorname{arcsin}\left(-a_{31}\right);$$

$$\kappa = \operatorname{arctg}\left(\frac{a_{21}}{a_{11}}\right).$$
(1.3.6)

Следует заметить, что при вычислении углов наклона снимка по формулам (1.3.3) или (1.3.6) имеются следующие естественне неопределенности. Так, sina имеет одинаковые значения в двух четвертях, а кроме того, если угол а равен 90° или 270°, то возникает неопределенность решения задачи в определении углов ω , к, так как соз а (a_{33} и a_{11}) в этом случае равен нулю.

Допустим, что $\omega=5^\circ,\,\alpha=-10^\circ,\,\kappa=2^\circ$, тогда согласно (1.3.5) имеем:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,98421 & -0,04989 & -0,16984 \\ 0,03437 & 0,99506 & -0,09314 \\ 0,17365 & 0,08583 & 0,98106 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1,00000 & 0,00000 & 0,00000 \\ 0,00000 & 1,00000 & 0,00000 \\ 0,00000 & 0,00000 & 1,00000 \end{bmatrix}$$
$$\det(A) = 1,00000.$$

Значения углов, определенных по (1.3.6) равны: $\omega = 5^{\circ}$, $\alpha = -10^{\circ}$, $\kappa = 2^{\circ}$.

Чтобы избежать неопределенности в определении углов из-за применения тригонометрических функций можно использовать вместо трех углов четыре алгебраических параметра (кватернионы) *a*, *b*, *c*, *d*:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} d^2 + a^2 - b^2 - c^2 & 2(ab - cd) & 2(ac + bd) \\ 2(ab + cd) & d^2 - a^2 + b^2 - c^2 & 2(bc - ad) \\ 2(ac - bd) & 2(bc + ad) & d^2 - a^2 - b^2 + c^2 \end{bmatrix}.$$
(1.3.7)

Неявно эта матрица поворота содержит общий масштабный коэффициент:

$$m = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

Если принять *m* = 1, то получится ортогональная матрица поворота с тремя независимыми параметрами.

Геометрическая интерпретация параметров, входящих в матрицу поворота (1.3.7) достаточно сложная. Однако, определив кватернионы можно перейти к традиционным углам поворота ω, α, к, по формулам, полученным путем сравнения (1.3.7) и (1.3.5):

$$-\sin \alpha = 2(ac - bd);$$

$$\cos \kappa \cos \alpha = d^{2} + a^{2} - b^{2} - c^{2};$$

$$\sin \kappa \cos \alpha = 2(ab + cd);$$

$$\cos \alpha \sin \omega = 2(bc + ad);$$

$$\cos a \cos \omega = d^{2} - a^{2} - b^{2} + c^{2}.$$

Матрица поворота, основанная на применении кватернионов не использует тригонометрические функции, а как следствие быстрее вычисляется. Это обстоятельство особенно важно при уравнивании большого количества снимков (см. фототриангуляцию) методом приближений. Однако, наглядность углов наклона и поворота привела к тому, что они чаще используются в фотограмметрии.

§ 1.4. Формулы связи координат соответственных точек снимка и местности

Пусть из точки S получен снимок P, на котором точка M местности изобразилась точкой m. Найдем зависимости между координатами этих точек. Положение точки M местности в системе координат объекта OXYZ определяет вектор $\vec{R}_M = \overrightarrow{OM}$. Вектор $\vec{R}_S = \overrightarrow{OS}$ определяет положение центра проекции S в системе координат объекта OXYZ. Векторы $\vec{r} = \overrightarrow{Sm}$ и $\vec{R} = \overrightarrow{SM}$ определяют соответственно положение точек m и M относительно центра проекции S.

Из рис. 1.14 следует, что

$$\vec{R}_M = \vec{R}_S + \vec{R}. \tag{1.4.1}$$

Векторы \vec{R} и \vec{r} коллинеарные, поэтому можно записать:

$$\vec{R} = N \vec{r}, \qquad (1.4.2)$$

где *N* — скалярная величина.

С учетом (1.4.2) выражение (1.4.1) имеет вид

$$\vec{R}_{M} = \vec{R}_{S} + N\vec{r}.$$
 (1.4.3)

В координатной форме выражение (1.4.3) имеет вид

(X)		(X_s)		(X')
Y	=	Y_{S}	+N	Y'
(z)		(Z_s)		(Z')





ИЛИ

$$X = X_{s} + NX';$$

$$Y = Y_{s} + NY';$$

$$Z = Z_{s} + NZ'.$$
(1.4.4)

В выражении (1.4.4) X, Y, Z — координаты точки M в системе координат объекта; X_s , Y_s , Z_s — координаты центра проекции S в системе координат объекта; X', Y', Z' — координаты вектора \vec{r} в системе координат объекта. Очевидно, что

$$\begin{pmatrix} X'\\Y'\\Z' \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} x - x_0\\y - y_0\\-f \end{pmatrix},$$
(1.4.5)

где А — матрица преобразования координат, элементы a_{ij} которой определяются по значениям угловых элементов внешнего ориентирования снимка ω , α , κ .

Из третьей формулы выражения (1.4.4) следует, что

$$N = \frac{Z - Z_s}{Z'}.$$

Подставив значение *N* в первые две формулы выражения (1.4.4), получим формулы связи координат соответственных точек местности и снимка

$$X = X_{s} + (Z - Z_{s}) \frac{X'}{Z'};$$

$$Y = Y_{s} + (Z - Z_{s}) \frac{Y'}{Z'},$$
(1.4.6)

которые с учетом (1.4.5) имеют вид:

$$X = X_{s} + (Z - Z_{s}) \frac{a_{11}(x - x_{0}) + a_{12}(y - y_{0}) - a_{13}f}{a_{31}(x - x_{0}) + a_{32}(y - y_{0}) - a_{33}f};$$

$$Y = Y_{s} + (Z - Z_{s}) \frac{a_{21}(x - x_{0}) + a_{22}(y - y_{0}) - a_{23}f}{a_{31}(x - x_{0}) + a_{32}(y - y_{0}) - a_{33}f}.$$
(1.4.7)

Из формул (1.4.6) следует, что координаты точки местности можно получить по координатам ее изображения на снимке, если известны элементы внутреннего и внешнего ориентирования снимка и высота Z этой точки. Найдем формулы связи координат соответственных точек снимка и местности, которые позволят вычислить координаты изображения точки на снимке в системе координат снимка по координатам соответственной точки местности, определенным в системе координат объекта *OXYZ*.

Из выражения (1.4.3) следует, что

$$\vec{r} = \frac{1}{N} \left(\vec{R}_M - \vec{R}_S \right).$$
 (1.4.8)

В координатной форме выражение (1.4.8) имеет вид

$(x-x_o)$	$\int x^*$	
$y - y_o$	$\left =\frac{1}{N}\right y_{*}^{*}$	
	(z)

ИЛИ

$$x = x_{0} + \frac{1}{N} x^{*}; y = y_{0} + \frac{1}{N} y^{*}; -f = \frac{1}{N} z^{*}.$$
 (1.4.9)

В выражении (1.4.9) x^*, y^*, z^* — координаты вектора $\vec{R}_M - \vec{R}_S$ в системе координат снимка *Sxyz*.

$$\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{pmatrix} = \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} X - X_s \\ Y - Y_s \\ Z - Z_s \end{pmatrix}.$$
 (1.4.10)

Из третьего выражения (1.4.9) следует, что

$$\frac{1}{N} = -\frac{f}{z^*}.$$

Подставив значение $\frac{1}{N}$ в первые два уравнения выражения (1.4.9), получим формулы связи координат соответственных точек снимка и местности:

$$\begin{array}{l} x = x_0 - f \frac{x^*}{z^*}; \\ y = y_0 - f \frac{y^*}{z^*}, \end{array}$$
 (1.4.11)

которые с учетом (1.4.10) имеют вид

$$x = x_{0} - f \frac{a_{11}(X - X_{s}) + a_{21}(Y - Y_{s}) + a_{31}(Z - Z_{s})}{a_{13}(X - X_{s}) + a_{23}(Y - Y_{s}) + a_{33}(Z - Z_{s})};$$

$$y = y_{0} - f \frac{a_{12}(X - X_{s}) + a_{22}(Y - Y_{s}) + a_{32}(Z - Z_{s})}{a_{13}(X - X_{s}) + a_{23}(Y - Y_{s}) + a_{33}(Z - Z_{s})}.$$
(1.4.12)

Формулы (1.4.12) в фотограмметрии часто называют уравнениями коллинеарности.

§ 1.5. Формулы связи координат соответственных точек местности и горизонтального снимка

У горизонтального снимка угловые элементы внешнего ориентирования $\omega = \alpha = \kappa = 0$. Будем считать, что координаты главной точки снимка $x_0 = y_0 = 0$. В этом случае

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^{T} = \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
 (1.5.1)

Формулы связи координат (1.4.6) и (1.4.12) при этом будут иметь вид

$$X = X_{s} - \frac{Z - Z_{s}}{f} x;$$

$$Y = Y_{s} - \frac{Z - Z_{s}}{f} y;$$
(1.5.2)

$$x = -\frac{\hat{f}}{Z - Z_s} (X - X_s);$$

$$y = -\frac{\hat{f}}{Z - Z_s} (Y - Y_s).$$
(1.5.3)

19

Если в качестве начала системы координат объекта *ОХҮZ* выбрать центр проекции *S*, то $X_s = Y_s = Z_s = 0$, а формулы (1.5.2) и (1.5.3) примут вид:

$$X = -\frac{Z}{f}x = \frac{H}{f}x;$$

$$Y = -\frac{Z}{f}y = \frac{H}{f}y;$$

$$x = -\frac{f}{Z}X = \frac{f}{H}X;$$

$$y = -\frac{f}{Z}Y = \frac{f}{H}Y,$$
(1.5.5)

где *H* = –*Z* — высота фотографирования над определяемой точкой.

Из формул (1.5.4) и (1.5.5) следует, что горизонтальным снимком горизонтальной местности можно пользоваться как планом масштаба

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{H}.$$

§ 1.6. Влияние погрешности определения высот точек местности на точность определения их плановых координат по одиночному снимку



Рассмотрим влияние погрешностей определения высот точек на точность определения их плановых координат по одиночному снимку. На рис. 1.15 снимок P, полученный из центра проекции S, на котором точка местности M изобразилась в точке m. Плоскость E — горизонтальная плоскость, проведенная через точку местности M. Точки N и n точки надира соответственно на местности и на снимке.

Если высота точки M определена с погрешностью ΔZ , то положение точки M определяется как точка пересечения проектирующего луча *Sm* и горизонтальной плоскости,

параллельной плоскости E и расположенной выше ее на величину ΔZ . Тогда ошибка в опредеелении планового положения точки M будет определяться величиной ΔR (см. рис. 1.15) относительно точки надира N. Если предположить, что снимок горизонтальный, то точка надира n совпадает с главной точкой o, а величину ΔR можно вычислить по формуле, полученной на основе (1.5.4):

$$\Delta R = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}, \qquad (1.6.1)$$

где $\Delta X = \frac{x}{f} \Delta Z$; $\Delta Y = \frac{y}{f} \Delta Z$; *x*, *y* — координаты точки *m*; *f* — фокусное расстояние снимка.

= Пример =

Пусть аэросъемка выполнена камерой RCD30 с фокусным расстоянием f = 50 мм. При этом $x_{\text{max}} = 30$ мм, $y_{\text{max}} = 25$ мм, $\Delta Z = 10$ м. Тогда $\Delta X = 6$ м, $\Delta Y = 5$ м, $\Delta R = 7,8$ м.

§ 1.7. Формулы связи координат соответственных точек горизонтального и наклонного снимков, полученных из одного центра проекции (формулы трансформирования координат точек снимка)

Пусть из точки S получены наклонный снимок P съемочной камерой с фокусным расстоянием f и горизонтальный снимок P^0 съемочной камерой с фокусным расстоянием f^o , на которых точка M объекта изобразилась соответственно в точках m и m^0 (рис. 1.16). Найдем зависимости между координатами этих точек.

На рис. 1.16 $\vec{Sm} = \vec{r}$ и $\vec{Sm^0} = \vec{r}^0$ — векторы, определяющие положение точек *m* и m^0 относительно центра проекции *S* на снимках *P* и *P*⁰. Векторы \vec{r} и \vec{r}^0 коллинеарны, поэтому можно записать:

$$\vec{r}^0 = N\vec{r},\qquad(1.7.1)$$

где *N* — скаляр.

В системе координат горизонтального снимка $Sx^0y^0z^0$ выражение (1.7.1) имеет вид (полагая $x_o = y_o = 0$):

$$\begin{pmatrix} x^{0} \\ y^{0} \\ -f^{0} \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}, \qquad (1.7.2)$$

где x', y', z' — координаты вектора \vec{r} в системе координат горизонтального снимка,

$$\begin{pmatrix} x'\\y'\\z' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x-x_0\\y-y_0\\-f \end{pmatrix}.$$
 (1.7.3)

Из третьего уравнения (1.7.2) следует, что $N = \frac{-f^0}{z'}$.



Подставив значение *N* в первые два уравнения (1.7.2), получим формулы связи координат соответственных точек горизонтального и наклонного снимков:

$$\begin{aligned} x^{0} &= -f^{0} \frac{x'}{z'}; \\ y^{0} &= -f^{0} \frac{y'}{z'}, \end{aligned}$$
 (1.7.4)

которые с учетом (1.7.3) имеют вид:

$$x^{0} = -f^{0} \frac{a_{11}(x - x_{0}) + a_{12}(y - y_{0}) - a_{13}f}{a_{31}(x - x_{0}) + a_{32}(y - y_{0}) - a_{33}f};$$

$$y^{0} = -f^{0} \frac{a_{21}(x - x_{0}) + a_{22}(y - y_{0}) - a_{23}f}{a_{31}(x - x_{0}) + a_{32}(y - y_{0}) - a_{33}f}.$$
(1.7.5)

Выведем формулы определения координат точек наклонного снимка по координатам соответственных точек горизонтального снимка. Из (1.7.1) следует, что

$$\vec{r} = \frac{1}{N}\vec{r}^0.$$
 (1.7.6)

В системе координат наклонного снимка *Sxyz* выражение (1.7.6) имеет вид:

$$\begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -f \end{pmatrix} = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{pmatrix},$$
(1.7.7)

где x^*, y^*, z^* — координаты вектора \vec{r}^0 в системе координат наклонного снимка,

$$\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{pmatrix} = \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} x^0 \\ y^0 \\ -f^0 \end{pmatrix}.$$
 (1.7.8)

Из третьего уравнения (1.7.7) следует, что $\frac{1}{N} = -\frac{f}{z^*}$.

Подставляя значение 1/*N* в первые два уравнения (1.7.7), получим формулы связи координат точек наклонного и горизонтального снимков:

$$\begin{array}{l} x = x_{o} - f \frac{x^{*}}{z^{*}}; \\ y = y_{o} - f \frac{y^{*}}{z^{*}} \end{array}$$
(1.7.9)

ИЛИ

$$x = x_{o} - f \frac{a_{11}x^{o} + a_{21}y^{o} - a_{31}f^{0}}{a_{13}x^{o} + a_{23}y^{o} - a_{33}f^{0}};$$

$$y = y_{o} - f \frac{a_{12}x^{o} + a_{22}y^{o} - a_{32}f^{0}}{a_{13}x^{o} + a_{23}y^{o} - a_{33}f^{0}}.$$
(1.7.10)

§ 1.8. Определение элементов внешнего ориентирования снимка по опорным точкам (обратная фотограмметрическая засечка)

Опорной точкой будем называть точку, опознанную на местности и на снимке, координаты которой в системе координат объекта известны. На рис. 1.17 опорные точки обозначены треугольниками.

Для определения элементов внешнего ориентирования снимка воспользуемся уравнениями коллинеарности (1.4.12), которые представим в виде:

$$x_{o} - f \frac{X^{*}}{Z^{*}} - x = 0;$$

$$y_{o} - f \frac{Y^{*}}{Z^{*}} - y = 0,$$
(1.8.1)





где

$$\begin{pmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \end{pmatrix} = \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} X - X_s \\ Y - Y_s \\ Z - Z_s \end{pmatrix}$$

или

$$x_{0} - f \frac{a_{11}(X - X_{s}) + a_{21}(Y - Y_{s}) + a_{31}(Z - Z_{s})}{a_{13}(X - X_{s}) + a_{23}(Y - Y_{s}) + a_{33}(Z - Z_{s})} - x = 0 \equiv F_{x};$$

$$y_{0} - f \frac{a_{12}(X - X_{s}) + a_{22}(Y - Y_{s}) + a_{32}(Z - Z_{s})}{a_{13}(X - X_{s}) + a_{23}(Y - Y_{s}) + a_{33}(Z - Z_{s})} - y = 0 \equiv F_{y}.$$
(1.8.2)

Если на снимке измерены координаты изображений опорных точек, то каждая опорная точка позволяет составить два уравнения (1.8.2), в которых известны значения координат x, y изображения опорной точки в системе координат снимка *Sxyz*, координаты опорной точки в системе координат объекта *OXYZ* и элементы внутреннего ориентирования съемочной камеры (снимка) f_i , x_a , y_a .

Неизвестные величины в уравнениях (1.8.2) — шесть элементов внешнего ориентирования съемочной камеры (снимка) X_s , Y_s , Z_s , ω , α , к. Следовательно, для определения шести неизвестных элементов внешнего ориентирования снимка достаточно иметь не менее трех опорных точек. При этом опорные точки на местности не должны располагаться на одной прямой. Если имеются три опорные точки, координаты изображений которых на снимке измерены, можно составить систему из шести уравнений (1.8.2) с шестью неизвестными. В результате решения этой системы уравнений можно найти значения элементов внешнего ориентирования снимка. Если имеется более трех опорных точек, то задача решается по способу наименьших квадратов.

В связи с тем, что уравнения (1.8.2) не линейны, решение системы уравнений непосредственно достаточно сложно, поэтому систему уравнений (1.8.2) решают методом приближений. Для этого уравнения (1.8.2) приводят к линейному виду, раскладывая их в ряд Тейлора с сохранением членов только первого порядка малости, и переходят к уравнениям поправок:

$$a_{1}\delta X_{s} + a_{2}\delta Y_{s} + a_{3}\delta Z_{s} + a_{4}\delta\omega + a_{5}\delta\alpha + a_{6}\delta\kappa + l_{x} = 0;$$

$$b_{1}\delta X_{s} + b_{2}\delta Y_{s} + b_{3}\delta Z_{s} + b_{4}\delta\omega + b_{5}\delta\alpha + b_{6}\delta\kappa + l_{u} = 0,$$

(1.8.3)

где δX_s , ..., $\delta \kappa$ — поправки к приближенным значениям неизвестных элементов внешнего ориентирования снимка X_s^0 , ..., κ^0 ; a_i , b_i — частные производные от функций (1.8.2) по соответствующим аргументам (например, коэффициент a_4 является частной производной от первого уравнения (1.8.2) по аргументу ω , то есть $a_4 = \partial \varphi_1 / \partial \omega$); l_x , l_y — свободные члены.

Значения коэффициентов уравнений (1.8.3) a_i , b_i вычисляются по известным значениям координат точек снимка x, y и местности X, Y, Z, известным значениям элементов внутреннего ориентирования снимка f, x_0 , y_0 и приближенным значениям неизвестных X_s^0 , ..., κ^0 :

$$\begin{aligned} a_{1} &= \frac{\partial F_{x}}{\partial X_{s}} = -(fa_{11} - a_{13}x') / Z^{*}; \quad a_{2} = \frac{\partial F_{x}}{\partial Y_{s}} = -(fa_{21} - a_{23}x') / Z^{*}; \\ a_{3} &= \frac{\partial F_{x}}{\partial Z_{s}} = (fa_{31} - a_{33}x') / Z^{*}; \\ a_{4} &= \frac{\partial F_{x}}{\partial \omega} = -\frac{x'}{Z^{*}}(a_{12}(X - X_{s}) + a_{22}(Y - Y_{s}) + a_{32}(Z - Z_{s})); \\ a_{5} &= \frac{\partial F_{x}}{\partial \alpha} = -\frac{f}{Z^{*}}(a_{31}((X - X_{s})\cos\kappa + (Y - Y_{s})\sin\kappa) - \cos\alpha(Z - Z_{s}))) \\ &\quad + \frac{x'}{Z^{*}}(a_{33}((X - X_{s})\cos\kappa + (Y - Y_{s})\sin\kappa) - \sin\alpha\cos\omega(Z - Z_{s})); \\ a_{6} &= \frac{\partial F_{x}}{\partial \kappa} = \left(\frac{f}{Z^{*}}(a_{11}(Y - Y_{s}) - a_{21}(X - X_{s})) - \frac{x'}{Z^{*}}(a_{13}(Y - Y_{s}) + a_{23}(X - X_{s}))\right); \end{aligned}$$

$$\begin{split} b_1 &= \frac{\partial F_y}{\partial X_s} = -(fa_{12} - a_{13}y')/Z^*; \quad b_2 = \frac{\partial F_y}{\partial Y_s} = -(fa_{22} - a_{23}y')/Z^*; \\ b_3 &= \frac{\partial F_y}{\partial Z_s} = (fa_{32} - a_{33}y')/Z^*; \\ b_4 &= \frac{\partial F_y}{\partial \omega} = -\frac{f}{Z^*}(a_{13}(X - X_s) + a_{23}(Y - Y_s) + a_{33}(Z - Z_s)) + \\ &\quad + \frac{y'}{Z^*}(a_{12}(X - X_s) + a_{22}(Y - Y_s) + a_{32}(Z - Z_s)); \\ b_5 &= \frac{\partial F_y}{\partial \alpha} = -\frac{f}{Z^*}(a_{32}((X - X_s)\cos\kappa + (Y - Y_s)\sin\kappa) - \sin\alpha\sin\omega(Z - Z_s)) + \\ &\quad + \frac{y'}{Z^*}(a_{33}((X - X_s)\cos\kappa + (Y - Y_s)\sin\kappa) - \sin\alpha\cos\omega(Z - Z_s)); \\ b_6 &= \frac{\partial F_y}{\partial \kappa} = \frac{f}{Z^*}(a_{12}(Y - Y_s) - a_{22}(X - X_s)) - \frac{y'}{Z^*}(a_{13}(Y - Y_s) + a_{23}(X - X_s)). \end{split}$$

Здесь x', y'— вычисленные координаты точек снимка по уравнениям коллинеарности.

Свободные члены l_x , l_y вычисляются по формулам (1.8.2) таким же образом:

$$l_x = F_x; l_y = F_y$$

В результате решения системы уравнений поправок (1.8.3) находят поправки к приближенным значениям неизвестных и вычисляют уточненные значения неизвестных:

$$X'_{S} = X^{o}_{S} + \delta X';$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\kappa' = \kappa^{o} + \delta \kappa'.$$

По уточненным значениям неизвестных составляют уравнения поправок (1.8.3) и решают полученную систему уравнений. Решения повторяют до тех пор, пока величины поправок, найденные в результате решения, не станут пренебрегаемо малыми. В случае, если на снимке измерено более трех изображений опорных точек, то для каждой точки составляют уравнения поправок вида:

$$a_{1}\delta X_{s} + a_{2}\delta Y_{s} + a_{3}\delta Z_{s} + a_{4}\delta\omega + a_{5}\delta\alpha + a_{6}\delta\kappa + l_{x} = v_{x};$$

$$b_{1}\delta X_{s} + b_{2}\delta Y_{s} + b_{3}\delta Z_{s} + b_{4}\delta\omega + b_{5}\delta\alpha + b_{6}\delta\kappa + l_{y} = v_{y}.$$
(1.8.4)

Решение системы уравнений (1.8.4) выполняют методом приближений, по способу наименьших квадратов (под условием $V^{T}PV = min$). Для этого систему уравнений поправок сначала представим в матричном виде:

$$\mathbf{B}\boldsymbol{\delta} + \mathbf{L} = \mathbf{V},\tag{1.8.5}$$

25

где **В** — матрица коэффициентов уравнений поправок (1.8.4) размерностью $m \times n$ (m — число уравнений, n — число неизвестных); δ — матрица размерностью $1 \times n$ неизвестных поправок к элементам внешнего ориентирования снимка; **L** — матрица свободных членов размерностью $1 \times m$; **V** — матрица размерностью $1 \times m$ поправок в измеренные координаты точек снимка.

В нашем случае m = 2k, где k — число опорных точек, измеренных на снимке, n = 6.

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & a_{k3} & a_{k4} & a_{k5} & a_{k6} \\ b_{k1} & b_{k2} & b_{k3} & b_{k4} & b_{k5} & b_{k6} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{\delta} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} \mathbf{A}_{S} \\ \mathbf{\delta} \mathbf{Y}_{S} \\ \mathbf{\delta} \mathbf{Z}_{S} \\ \mathbf{\delta} \mathbf{\omega} \\ \mathbf{\delta} \mathbf{\omega} \\ \mathbf{\delta} \mathbf{\omega} \\ \mathbf{\delta} \mathbf{\kappa} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{L} = \begin{pmatrix} l_{x1} \\ l_{y1} \\ \vdots \\ l_{xk} \\ l_{yk} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{V} = \begin{pmatrix} v_{x1} \\ v_{y1} \\ \vdots \\ v_{xk} \\ v_{yk} \end{pmatrix}.$$

Для решения системы линейных уравнений (1.8.5) по способу наименьших квадратов переходят к нормальным уравнениям:

 $\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \delta + \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{L} = 0$

 $\mathbf{N}\delta + \mathbf{L}^N = \mathbf{0},\tag{1.8.6}$

где N — матрица коэффициентов нормальных уравнений размерностью $n \times n$; L^N — матрица свободных членов нормальных уравнений размерностью $1 \times n$; P — диагональная матрица весов измерений,

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & p_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_m \end{pmatrix}; \quad p_i = \frac{1}{m_i^2};$$

*m*_{*i*} – средняя квадратическая ошибка *i*-го измерения.

В результате решения уравнений (1.8.6) получим: $\delta = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{L}^{N}$ или

$$\delta = -\mathbf{Q}\mathbf{L}^{N},\tag{1.8.7}$$

где Q — обратная матрица коэффициентов нормальных уравнений.

Таким образом, получают поправки ко всем неизвестным элементам внешнего ориентирования снимка. Как уже отмечалось выше, на величины этих поправок уточняют приближенные значения элементов внешнего ориентирования снимка и заново составляют систему уравнений поправок (1.8.5), затем переходят к нормальным уравнениям (1.8.6) и решают их по (1.8.7). Вычисления продолжают до тех пор, пока поправки к неизвестным станут пренебрегаемо малыми величинами.

В результате получают уравненные значения элементов внешнего ориентирования снимка под условием $V^TPV = min$. В последнем приближении выполняют апостериорную оценку точности определения неизвестных, т.е. вычисляют средние квадратические погрешности (СКП) неизвестных:

$$m_j = \mu \sqrt{\mathbf{Q}_{jj}}; \tag{1.8.8}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{m-n}},\tag{1.8.9}$$

где μ — средняя квадратическая ошибка единицы веса; \mathbf{Q}_{jj} — диагональные элементы обратной матрицы коэффициентов нормальных уравнений; m - n — число избыточных измерений.

Кроме того, вычисляют элементы корреляционной матрицы, т.е. коэффициенты корреляции неизвестных вычисляются по формуле:

$$r_{ij} = \frac{Q_{ij}}{\sqrt{Q_{ii}Q_{jj}}},$$
(1.8.10)

где *i*=1,2,...,*n*, *j*=1,2,...,*n*, *n* — число неизвестных.

Коэффициент корреляции r является мерой тесноты линейной корреляционной связи и изменяется в пределах $-1 \le r \le 1$.

Если коэффициент корреляции для двух каких-либо величин X и Y близок к 1 или –1, то между X и Y существуют линейная зависимость.

Если значение *r* близко к нулю, то между *X* и *Y* не существует линейной зависимости.

= Пример =

Исходные данные:

Элементы внутреннего ориентирования камеры: f = 100,0 мм, $x_0 = 0,0$ мм, $y_0 = 0,0$ мм. Элементы внешнего ориентирования снимка:

 $X_{_S} = 1000$ м, $Y_{_S} = 1000$ м, $Z_{_S} = 1000$ м, $\omega = 2^\circ$, $\alpha = 5^\circ$, $\kappa = 7^\circ$.

Координаты опорных точек и соответствующие им координаты точек снимка приведены в таблице.

Ν	Х, м	<i>Y</i> , м	<i>Z</i> , м	х, мм	у, мм
1	1000	1000	10	8,763	-3,503
2	500	1500	15	-33.520	50.212
3	1500	1500	20	67.940	42.748
4	500	500	15	-46.273	-46.459
5	1500	500	20	56.541	-64.224

В координаты точек снимка введены случайные погрешности, характеризуемые стандартным отклонением (СКП) равным 0,016 мм. Приближенные значения элементов внешнего ориентирования снимка: $X_s = 1010$ м, $Y_s = 1300$ м, $Z_s = 900$ м, $\omega = 0^\circ, \alpha = 0^\circ, \kappa = 0^\circ$.

Результаты решения обратной засечки

Элементы внешнего ориентирования снимка: $X_s = 1000,10$ м, $Y_s = 999,71$ м, $Z_s = 999,97$ м, $\omega = 2,018^\circ, \alpha = 5,002^\circ, \kappa = 6,991^\circ$. Средние квадратические погрешности неизвестных, полученные из уравнивания: $m_{\chi S} = 0,22$ м, $m_{\chi S} = 0,21$ м, $m_{\chi S} = 0,11$ м, $m_{\omega} = 0,015^\circ, m_{\alpha} = 0,015^\circ, m_{\kappa} = 0,006^\circ$.

Коэффициенты корреляции между неизвестными

X_{s}	Y _S	Z_{s}	ω	α	к	
1	-0,025	-0,396	-0,132	-0,938	0,075	X _s
	1	0,140	0,937	-0,096	-0,017	Y _s
		1	0,157	0,308	-0,026	Z_s
			1	0,013	0,004	ω
				1	-0,088	α
					1	κ

§ 1.9. Решение обратной фотограмметрической засечки без определения угловых элементов внешнего ориентирования снимка

Способ основан на использовании равенства углов в пространстве снимка и в пространстве объекта.

Пусть точки объекта А, В, С изобразились в точках а, b, c на снимке (рис. 1.18).



Рис. 1.18

Тогда для них можно записать следующие равенства углов:

где

$$\cos ASB = \frac{(X_A - X_S)(X_B - X_S) + (Y_A - Y_S)(Y_B - Y_S) + (Z_A - Z_S)(Z_B - Z_S)}{\sqrt{(X_A - X_S)^2 + (Y_A - Y_S)^2 + (Z_A - Z_S)^2}\sqrt{(X_B - X_S)^2 + (Y_B - Y_S)^2 + (Z_B - Z_S)^2}};$$

$$\cos ASC = \frac{(X_A - X_S)(X_C - X_S) + (Y_A - Y_S)(Y_C - Y_S) + (Z_A - Z_S)(Z_C - Z_S)}{\sqrt{(X_A - X_S)^2 + (Y_A - Y_S)^2 + (Z_A - Z_S)^2}\sqrt{(X_C - X_S)^2 + (Y_C - Y_S)^2 + (Z_C - Z_S)^2}};$$

$$\cos aSb = \frac{x_a x_b + y_a y_b + f^2}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2 + f^2} \sqrt{x_b^2 + y_b^2 + f^2}};$$

$$\cos aSc = \frac{x_a x_c + y_a y_c + f^2}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2 + f^2} \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + f^2}};$$

Зная координаты точек объекта $X_A Y_A Z_A$, $X_B Y_B Z_B$ и т.д. и соответствующие им координаты точек снимка $x_a y_a f$, $x_b y_b f$ и т.д. можно определить координаты центра проекции $X_S Y_S Z_S$, составив и решив систему уравнений (1.9.1).

Так как эти уравнения нелинейны относительно неизвестных, то задачу решают методом последовательных приближений, переходя к линейным уравнениям поправок вида:

где a_i, b_i, c_i — частные производные от (1.9.1) по соответствующим неизвествым координатам центра проекции; $\delta X_s, \delta Y_s, \delta Z_s$ — поправки к приближенным значениям неизвестных; l_1, l_2 — свободные члены уравнений поправок; v_1, v_2 — невязки уравнений поправок.

Частные производные имеют следующий вид:

$$a_{1} = \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial X_{s}} = -\frac{(X_{A} - X_{s}) + (X_{B} - X_{s})}{AS \cdot BS} + \cos ASB \left(\frac{(X_{A} - X_{s})}{AS^{2}} + \frac{(X_{B} - X_{s})}{BS^{2}}\right);$$

$$b_{1} = \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial Y_{s}} = -\frac{(Y_{A} - Y_{s}) + (Y_{B} - Y_{s})}{AS \cdot BS} + \cos ASB \left(\frac{(Y_{A} - Y_{s})}{AS^{2}} + \frac{(Y_{B} - Y_{s})}{BS^{2}}\right);$$

$$c_{1} = \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial Z_{s}} = -\frac{(Z_{A} - Z_{s}) + (Z_{B} - Z_{s})}{AS \cdot BS} + \cos ASB \left(\frac{(Z_{A} - Z_{s})}{AS^{2}} + \frac{(Z_{B} - Z_{s})}{BS^{2}}\right);$$

$$a_{2} = \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial X_{s}} = -\frac{(X_{A} - X_{s}) + (X_{c} - X_{s})}{AS \cdot CS} + \cos ASC \left(\frac{(X_{A} - X_{s})}{AS^{2}} + \frac{(X_{c} - X_{s})}{CS^{2}}\right);$$

$$b_{2} = \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial Y_{s}} = -\frac{(Y_{A} - Y_{s}) + (Y_{c} - Y_{s})}{AS \cdot CS} + \cos ASC \left(\frac{(Y_{A} - Y_{s})}{AS^{2}} + \frac{(Y_{c} - Y_{s})}{CS^{2}}\right);$$

$$c_{2} = \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial Z_{s}} = -\frac{(Z_{A} - Z_{s}) + (Z_{c} - Z_{s})}{AS \cdot CS} + \cos ASC \left(\frac{(Z_{A} - Z_{s})}{AS^{2}} + \frac{(Z_{c} - Z_{s})}{CS^{2}}\right);$$

Здесь:

$$AS = \sqrt{(X_A - X_S)^2 + (Y_A - Y_S)^2 + (Z_A - Z_S)^2};$$

$$BS = \sqrt{(X_B - X_S)^2 + (Y_B - Y_S)^2 + (Z_B - Z_S)^2};$$

$$AS = \sqrt{(X_C - X_S)^2 + (Y_C - Y_S)^2 + (Z_C - Z_S)^2};$$

Для решения необходимо иметь минимум три опорные точки. При четырех точках возникает шесть уравнений, при пяти — десять уравнений и т.д. Число уравнений *m*, которое можно записать при наличии *n* точек, равно числу сочетаний из *n* по 2, т.е. $m = \frac{n(n-1)}{2}$ из которых независимыми будут только 2n-3.

Решив систему уравнений (1.9.2) по способу наименьших квадратов (под условием $V^{T}PV = min$) найдем поправки к приближенным значениям неизвестных координат центра проекции. Затем уточняем приближенные значения на величины этих поправок:

$$X'_{S} = X^{0}_{S} + \delta X'_{S}; \quad Y'_{S} = Y^{0}_{S} + \delta Y'; \quad Z'_{S} = Z^{0}_{S} + \delta Z'_{S}.$$

По уточненным значениям неизвестных снова составляют уравнения поправок и решают полученную систему уравнений. Решения повторяют до тех пор, пока величины поправок не станут пренебрегаемо малыми. В результате получим уравненные значения координат центра проекции.

— Пример —

Исходные данные: Те же, что и в предыдущем параграфе, т.е:

Элементы внутреннего ориентирования камеры: f = 100,0 мм, $x_0 = 0,0$ мм, $y_0 = 0,0$ мм. Элементы внешнего ориентирования снимка:

 $X_{\rm s} = 1000$ м, $Y_{\rm s} = 1000$ м, $Z_{\rm s} = 1000$ м, $\omega = 2^{\circ}$, $\alpha = 5^{\circ}$, $\kappa = 7^{\circ}$.

Координаты опорных точек и соответствующие им координаты точек снимка приведены в таблице.

Ν	Х, м	Ү, м	Ζ, м	х, мм	<i>у</i> , мм
1	1000	1000	10	8,763	-3,503
2	500	1500	15	-33,520	50,212
3	1500	1500	20	67,940	42,748
4	500	500	15	-46,273	-46,459
5	1500	500	20	56,541	-64,224

В координаты точек снимка введены случайные ошибки измерений со средней квадратической погрешностью равной 0.016 мм.

Приближенные значения элементов внешнего ориентирования снимка:

 $X_{\rm s} = 1010$ м, $Y_{\rm s} = 1300$ м, $Z_{\rm s} = 900$ м

Результаты решения обратной засечки:

Элементы внешнего ориентирования снимка:

 $X_{s} = 1000,10$ м, $Y_{s} = 999,87$ м, $Z_{s} = 999,97$ м.

Средние квадратические погрешности неизвестных, полученные из уравнивания: $m_{xs} = 0,20$ м, $m_{ys} = 0,20$ м, $m_{zs} = 0,05$ м.

Коэффициенты корреляции между неизвестными

X _s	Y _s	Z_s	
1	-0,000003	-0,0001	X_{s}
	1	0,0005	Y_{S}
		1	Z_s

§ 1.10. Наблюдение и измерение цифровых изображений

Цифровое изображение хранится в памяти компьютера, в общем случае, в виде прямоугольной матрицы чисел, элементы a_{ij} которой несут информацию о яркости элементарных участков аналогового изображения после его сканирования и яркости элементарного участка объекта при съемке цифровой камерой, а номера *i*-й строки и *j*-го столбца элемента a_{ij} определяют его положение в матрице. Нумерация строк и столбцов матрицы цифрового изображения начинается с нуля. Координаты центров пикселей определяют в левой прямоугольной системе координат $o_c x_c y_c$ (рис. 1.19, *a*), начало которой — левый верхний угол цифрового изображения и в правой — $o_c x_c y_c$ (рис. 1.19, *б*), началом которой является левый нижний угол цифрового изображения. В обеих системах координат ось *x* параллельна строкам, а ось *y* — столбцам матрицы цифрового изображения.



Рис. 1.19

Левая система координат принята при записи изображений в файл во всех форматах и используется в большинстве программ по обработке изображений. В фотограмметрии традиционно применяется правая система координат снимка, и в большинстве современных цифровых фотограмметрических систем используют именно правую систему координат.

Пиксельные координаты (единицей измерения, в этом случае, является пиксель) центров пикселей в системе координат цифрового изображения $o_{c}x_{c}y_{c}$ (см. рис. 1.19) определяют по формулам:

$$\begin{array}{c} x_{\rm p} = j + 0, 5; \\ y_{\rm p} = i + 0, 5. \end{array}$$
 (1.10.1)

где *i* — номер строки; *j* — номер столбца матрицы цифрового снимка. Они являются целочисленными значениями и отсчитываются от нуля. Например, для пикселя a_{ji} (см. рис. 1.19) j = 3, i = 4.

Для измерения координат точек цифрового изображения его визуализируют на экране дисплея. Если пиксель изображения на экране дисплея соответствует пикселю исходного цифрового изображения, то с помощью «мыши» или клавиатуры компьютера можно навести измерительную марку, формируемую в виде цифрового изображения на экране дисплея, на точку изображения с точностью до одного пикселя. Для получения подпиксельной (субпиксельной) точности можно увеличить матрицу изображения на экране монитора относительно исходного цифрового изображения. В этом случае каждый пиксель исходного изображения будет изображаться матрицей $n \times n$ пикселей, численное значение всех элементов a'_{ij} которой будут равны численному значению элемента a'_{ij} матрицы исходного изображения. Пиксельные координаты точек увеличенного изображения можно измерить с точностью до 1/n пикселя исходного изображения (рис. 1.20).





Пиксельные координаты (в пикселях исходного изображения) элемента a'_{ij} увеличенного изображения определяют по формулам:

$$x_{p} = j + \frac{j' + 0.5}{n};$$

$$y_{p} = i + \frac{i' + 0.5}{n},$$
(1.10.2)

где i, j — номера строки и столбца элемента матрицы исходного изображения, в котором находится элемент a'_{ij} увеличенного изображения; i', j' — номера строки и столбца элемента a'_{ij} подматрицы $n \times n$; n — коэффициент увеличения изображения (целочисленное значение).

Например, для элемента a'_{23} (см. рис. 1.20) пиксельные координаты:

$$x_{\rm p} = 1 + \frac{3+0.5}{5} = 1,7;$$

 $y_{\rm p} = 2 + \frac{2+0.5}{5} = 2,5.$

Значения физических координат центров пикселей цифрового изображения можно определить по значениям их пиксельных координат, если известны физические размеры стороны пикселя изображения Δ (предполагается, что пиксель имеет форму квадрата).

Значения физических координат определяют по формулам:

$$\begin{aligned} x_{\rm c} &= \Delta x_{\rm p}; \\ y_{\rm c} &= \Delta y_{\rm p}. \end{aligned}$$
(1.10.3)

Например, координаты центра пикселя, соответствующего элементу a'_{23} при Δ =20 мкм будут равны x_c = 34 мкм и y_c = 50 мкм.



В некоторых цифровых системах начало системы координат цифрового изображения $o_c x_c y_c$ выбирают в центре пикселя, расположенного в нижнем левом углу цифрового изображения (рис. 1.21).

В этом случае значения пиксельных координат вычисляют по формулам:

при измерениях с точностью до пикселя

$$\begin{array}{c} x_{\rm p} = j; \\ y_{\rm p} = i; \end{array}$$
 (1.10.4)

при измерениях с подпиксельной точностью

$$x_{p} = (j - 0, 5) + \frac{j' + 0, 5}{n};$$

$$y_{p} = (i - 0, 5) + \frac{i' + 0, 5}{n}.$$
(1.10.5)

Например, для того же элемента a'_{23} (см. рис. 1.21) пиксельные координаты

$$x_{p} = 1 - 0,5 + \frac{3 + 0,5}{5} = 1,2;$$

$$y_{p} = 2 - 0,5 + \frac{2 + 0,5}{5} = 2,0$$

Рассмотренный выше метод измерения цифрового изображения с подпиксельной точностью требует увеличения изображения на экране компьютера, В небольших пределах увеличения изображения (примерно до 10 раз) точность наведения измерительной марки на точку повышается. Дальнейшее увеличение изображения приводит к падению разрешающей способности видимого на экране изображения. А точнее — увеличивается линейный элемент разрешения видимого изображения, выраженный в миллиметрах, но в пиксельной мере он не изменился. Такое увеличение приводит к снижению точности наведения измерительной марки на измеряемые объекты на изображении.

С целью обеспечения возможности измерения координат точек цифрового изображения с подпиксельной точностью без увеличения исходного изображения разработан метод измерения цифровых изображений, в котором цифровое изображение снимка может смещаться относительно неподвижной измерительной марки с шагом в *n* раз меньшим размера пикселя. Принцип измерения координат точек цифрового изображения по этому методу иллюстрируется на рис. 1.22.

На рис. 1.22, а представлен фрагмент исходного цифрового изображения с измерительной маркой (в виде креста) и точкой изображения *m*, координаты которой необходимо измерить. Как следует из этого рисунка, центр изображения измерительной марки не совпадает с изображением точки *m*, причем разности значений их пиксельных координат составляют величины Δx_p и Δy_p .



Для совмещения центра изображения измерительной марки с точкой *m* можно создать фрагмент цифрового изображения снимка, в котором координаты начала системы координат $o'_{c}x'_{c}y'_{c}$ будут иметь значения $x'_{oc} = \Delta x_{p}$; $y'_{oc} = \Delta y_{p}$. Создание такого фрагмента цифрового изображения производится следующим образом. По координатам центра каждого пикселя фрагмента изображения x'_{pi} , y'_{pi} определяют значения координат его проекции x_{pi} , y_{pi} в системе координат $o_{c}x_{c}y_{c}$ исходного изображения. Их значения определяют по формулам:

$$\begin{array}{c} x_{\rm pi} = x'_{\rm pi} + \Delta x_{\rm pi}; \\ y_{\rm pi} = y'_{\rm pi} + \Delta y_{\rm pi}. \end{array}$$
(1.10.6)

Затем по значениям координат x_{pi} , y_{pi} находят ближайшие к изображению точки *i*, соответствующей центру пикселя создаваемого фрагмента цифрового изображения, четыре пикселя исходного цифрового изображения, например, *M*, *K*, *L*, *N* (рис. 1.23).

Далее методом билинейного интерполирования определяют значения яркости *i*-го пикселя создаваемого фрагмента изображения по формуле

$$D_i = D_1 + (D_2 - D_1)\Delta x_p, \qquad (1.10.7)$$

в которой

$$D_1 = D_K + (D_M - D_K)\Delta y_p;$$

$$D_2 = D_L + (D_N - D_L)\Delta y_p.$$

Таким же образом формируются все элементы (пиксели) создаваемого фрагмента цифрового изображения. На экране дисплея, на визуализированном фрагменте

созданного цифрового изображения, центр измерительной марки будет совмещен с изображением точки *m*. Пиксельные координаты точки *m* изображения в системе координат исходного изображения определяются по формулам (1.10.6).

Необходимо отметить, что создание фрагмента цифрового изображения требует значительных вычислительных процедур, поэтому для достижения эффек-





та перемещения изображения на экране дисплея относительно марки в «реальном масштабе» времени фрагмент изображения не должен иметь большие размеры. В случае если для измерений используются цветные цифровые изображения при формировании элементов создаваемого изображения методом билинейного трансформирования по формулам (1.10.7) определяются интенсивности красного (R), зеленого (G) и синего (B) компонентов цветного изображения.

§ 1.11. Внутреннее ориентирование снимка

Как отмечалось в § 1.2 внутреннее ориентирование снимка выполняется с целью восстановления проектирующих лучей в системе координат снимка. Для этого необходимо иметь элементы внутреннего ориентирования снимка, т.е. фокусное расстояние, координаты главной точки и коэффициенты дисторсии объектива. Тогда для любой точки снимка, измеренной в системе координат снимка, соответствующий ей луч может быть восстановлен по формулам (1.2.3), т.е мы получаем координаты вектора, соединяю-



Рис. 1.24

щего центр проекции и точку снимка. Если снимок был получен цифровой камерой, то измерения производятся непосредственно в системе координат снимка.

В этом случае мы сразу пользуемся формулой (1.2.3). Если снимок получен аналоговой камерой и был преобразован в цифровую форму с помощью сканера (см. §1.12), то измерения координат точек снимка выполняются в системе координат $o_c x_c y_c$ цифрового изображения (рис. 1.24). Эту систему координат часто называют измерительной. Она, в общем случае,
не совпадает с системой координат снимка, заданной координатными метками 1–4. Поэтому необходимо определить параметры перехода от системы координат цифрового изображения к системе координат снимка. В результате выполнения этого процесса определяются параметры, характеризующие положение и ориентацию системы координат снимка *Sxyz* в системе координат цифрового изображения $o_c x_c y_c$, а также параметры, позволяющие исключить влияние систематической деформации фотоматериала, на котором был получен исходный аналоговый снимок (см. рис. 1.24).

Для определения параметров перехода измеряют координаты координатных меток снимка в системе координат цифрового изображения $o_{a}x_{a}y_{a}$.

Выбор метода определения параметров перехода зависит от методики фотограмметрической калибровки аналоговой съемочной камеры. Если в результате фотограмметрической калибровки аналоговой съемочной камеры были определены координаты координатных меток в системе координат съемочной камеры (снимка) *Sxyz*, то для определения координат точек в системе координат снимка по значениям их координат в системе цифрового изображения используют формулы аффинного преобразования координат

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} + P\begin{pmatrix} \overline{x} \\ \overline{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \overline{x} \\ \overline{y} \end{pmatrix}$$
(1.11.1)

или в развернутом виде

$$x = a_0 + a_1 \overline{x} + a_2 \overline{y};$$

$$y = b_0 + b_1 \overline{x} + b_2 \overline{y}.$$

Здесь, $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$ — параметры аффинных преобразований; a_0, b_0 — координаты начала системы координат снимка в измерительной системе координат; a_1, a_2, b_1, b_2 — параметры, характеризующие ориентацию системы координат снимка в измерительной системе координат, разномасштабность (деформация фотоматериала) вдоль осей системы координат снимка и их неперпендикулярность.

Таким образом, формулы (1.11.1) позволяют не только определить положение и ориентацию системы координат снимка в системе координат цифрового изображения, но и учесть систематические искажения снимка, возникающие из-за деформации фотопленки, на которой был получен снимок.

Параметры аффинного преобразования a_i , b_i можно определить по координатам $\overline{x}, \overline{y}$ координатных меток снимка, измеренным на цифровом изображении, и значениям координат x, y этих меток в системе координат снимка, полученным при калибровке съемочной камеры. Для определения параметров a_i , b_i для каждой метки, измеренной на цифровом изображении, составляют уравнения:

$$\begin{array}{c} a_0 + a_1 \overline{x} + a_2 \overline{y} - x = \vartheta_x; \\ b_0 + b_1 \overline{x} + b_2 \overline{y} - y = \vartheta_y. \end{array}$$

$$(1.11.2)$$

Полученную систему уравнений решают методом наименьших квадратов и определяют в результате решения значения параметров a_i , b_i . Для их определения необходимо не менее трех координатных меток, не лежащих на одной прямой.

В практике фотограмметрии возникает обратная задача: определение значений координат точек в измерительной системе координат по координатам этих точек, заданным в системе координат снимка. Такое преобразование координат выполняется по формулам:

$$\begin{pmatrix} \overline{x} \\ \overline{y} \end{pmatrix} = \mathbf{P}^{-1} \begin{pmatrix} x - a_0 \\ y - b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ B_1 & B_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a_0 \\ y - b_0 \end{pmatrix}$$
(1.11.3)

или

$$\overline{x} = A_1(x - a_0) + A_2(y - b_0);$$

$$\overline{y} = B_1(x - a_0) + B_2(y - b_0),$$
(1.11.4)

где A_i , B_i – элементы обратной матрицы **Р**⁻¹.

Для цифровых изображений значение пиксельных координат точек $x_{\rm p}, y_{\rm p}$ определяют по формулам:

$$x_{\rm p} = \frac{\overline{x}}{\Delta}; \quad y_{\rm p} = \frac{\overline{y}}{\Delta}.$$
 (1.11.5)



В случае, если при калибровке аналоговой съемочной камеры определялись калиброванные расстояния между координатными метками L_x , L_y (рис. 1.25), для определения координат точек в системе координат снимка по измеренным координатам точек в измерительной системе координат используют формулы ортогональных преобразований:

$$x = k_x [a_1(\overline{x} - a_0) + (\overline{y} - b_0)];$$

$$y = k_y [-a_2(\overline{x} - a_0) + (\overline{y} - b_0)],$$
(1.11.6)

 $\rightarrow \overline{x}(x_c)$ где a_0, b_0 — координаты начала системы координат снимка o' в изме-

рительной системе координат; a_1, a_2 — параметры, определяющие разворот одной системы координат относительно другой ($a_1 = \cos \varphi, a_2 = \sin \varphi$); φ — угол поворота (см. рис. 1.25); k_x, k_y — коэффициенты деформации снимка по осям x и y.

Параметры внутреннего ориентирования a_0 , b_0 , φ , k_x , k_y определяют по измерениям координат координатных меток, a_0 , b_0 вычисляют как координаты точки пересечения прямых линий, проведенных через координатные метки 1–2 и 3–4 по формулам:

$$a_{0} = \frac{(\overline{y}_{4} - \overline{y}_{1}) + c_{1}\overline{x}_{1} - c_{2}\overline{x}_{4}}{c_{1} - c_{2}};$$

$$b_{0} = \overline{y}_{1} + c_{1}(a_{0} - \overline{x}_{1}) = \overline{y}_{4} + c_{2}(a_{0} - \overline{x}_{4}),$$
(1.11.7)

где $c_1 = \frac{\overline{y}_2 - \overline{y}_1}{\overline{x}_2 - \overline{x}_1}; \quad c_2 = \frac{\overline{y}_3 - \overline{y}_4}{\overline{x}_3 - \overline{x}_4}.$

Значение угла ф определяют по формуле

$$tg \phi = \frac{\overline{y}_2 - \overline{y}_1}{\overline{x}_2 - \overline{x}_1}.$$
(1.11.8)

Коэффициенты деформации снимка вычисляют по формулам:

$$k_{x} = \frac{L_{x}}{L'_{x}} = \frac{L_{x}}{\sqrt{(\overline{x}_{2} - \overline{x}_{1})^{2} + (\overline{y}_{2} - \overline{y}_{1})^{2}}};$$

$$k_{y} = \frac{L_{y}}{L'_{y}} = \frac{L_{y}}{\sqrt{(\overline{x}_{3} - \overline{x}_{4})^{2} + (\overline{y}_{3} - \overline{y}_{4})^{2}}},$$
(1.11.9)

где L_x , L_y — калиброванные значения расстояний между координатными метками; L'_x , L'_y — вычисленные значения расстояний между соответственными координатными метками, на основе измеренных координат этих меток.

Для обратного перехода из системы координат снимка в измерительную систему координат используют формулы

$$\overline{x} = a_0 + \frac{1}{k_x} (a_1 x - a_2 y);$$

$$\overline{y} = b_0 + \frac{1}{k_y} (a_2 x + a_1 y).$$
(1.11.10)

Если отсутствуют данные о значениях расстояний между координатными метками, определение параметров перехода из системы координат цифрового изодражения в систему координат снимка производится по формулам (1.11.6). При этом значения коэффициентов деформации принимаются равными $k_x = k_u = 1$.

§ 1.12. Фотограмметрические сканеры

Фотограмметрические сканеры, как и обычные сканеры, предназначены для преобразования аналоговых фотоснимков в цифровые изображения. В фотограмметрических сканерах в отличие от обычных с высокой точностью (2–3 мкм) выполняется позиционирование элементов цифрового изображения, что обеспечивает высокую геометрическую точность цифрового изображения. Сканер, принципиальная схема которого представлена на рис. 1.26, состоит из снимкодержателя *I*, на который устанавливается снимок 2. Снимкодержатель укреплен на каретках 3, с помощью которых он может перемещаться по направлени ям 4 осей x и y. Перемещение снимкодержателя осуществляется с помощью сервоприводов 5, управляемых компьютером. Положение снимкодержателя фиксируется датчиками координат 6, которые связаны посредством интерфейсов с компьютером. Изображение участка снимка, освещаемое источником света 7, проектируется с помощью объектива 8 на линейку 9 или матрицу светоприемных элементов (обычно линейку или матрицу ПЗС). В некоторых сканерах используют несколько перекрывающихся между собой параллельных линеек ПЗС. В табл. 1.1 представлены основные характеристики некоторых сканеров.



Рис. 1.26

Сканирование снимка сканером с линейкой ПЗС производится следующим образом. Снимкодержатель со снимком перемещается с помощью сервопривода с постоянной скоростью вдоль оси *у* сканера. Изображение строки снимка формируется объективом в плоскости линейки ПЗС. Светоприемные элементы линейки ПЗС преобразуют световой поток в электрические сигналы, интенсивность которых зависит от интенсивности светового потока, попавшего на светоприемные элементы. Электрические сигналы пре-

образуются в цифровую форму. Таким образом формируется строка цифрового изображения полосы снимка (рис. 1.27). Строки цифрового изображения формируются через временные интервалы, соответствующие перемещению линейки на расстояние равное проекции ширины линейки ПЗС на снимке Δ . После формирования цифрового изображения полосы снимкодержатель перемещается по оси x на величину Δn —проекции длины линейки на снимок (n—число элементов в линейке ПЗС) и повторяется процесс формирования цифрового изображения следующей полосы снимка. Из цифровых изображений полос формируется общее цифровое изображение снимка.

В сканерах с матрицей ПЗС общее цифровое изображение снимка формируется из цифровых изображений участков снимка, формируемых матрицей ПЗС. Каждый участок цифрового изображения формируется при неподвижном снимкодержателе. Переход на смежный участок снимка производится перемещением снимкодержателя соответственно по осям x и y на величину проекции на снимке длины или ширины матрицы (рис. 1.28).

Характеристика	UltraScan 5000	PhotoScan PS2002 Z/I Imaging	DSW 500 LH System	Delta-Scan Geosystem
Тип сенсора, пиксель	3 линейки, 6000	3 линейки, 5632	Матрица, 1032×1536	3 линейки, 5300
Формат, мм	280×440	275×250	265×265	320×320
Размер пикселя	12	7	9	8
Геометрическая точность, мкм	2	2	2	3
Фотометрическое разрешение, бит	16	10	10	12
Цвет (R, G, B)	Да	Да	Нет	Да
Диапазон яркости	3,5D	3,3D	2,5D	2,7D
Скорость сканирования, Мбайт/с	0,14	0,43	1,42	1,09



Таблица 1.1





Рис. 1.28

Качество цифрового изображения, сформированного в результате сканирования, определяется его геометрическим и радиометрическим (фотометрическим) разрешением. Геометрическое разрешение определяется размером пикселей цифрового изображения, а радиометрическое — количеством отображаемых оттенков серого при формировании черно-белого изображения и интенсивности каждого из трех основных цветов цветного изображения. Радиометрическое разрешение определятся в битах. При разрешении в 8 бит различают 256 оттенков от 0 до 255 и цифровую форму.

ГЛАВА 2

ТЕОРИЯ ПАРЫ КАДРОВЫХ СНИМКОВ

§ 2.1. Основы стереоскопического зрения

Рис. 2.1

На рис. 2.1 схематически представлено устройство глаза человека. Глаз имеет форму, приближающуюся к шару с радиусом около 12 мм. Поверхность глаза состоит из трёх оболочек. Наружная защитная оболочка глаза (склера) *I* в передней своей части переходит в тонкую и прозрачную роговицу *I0*. Под склерой находится сосудистая оболочка 2, переходящая в непрозрачную радужную оболочку 9, которая имеет красящие вещества (пигменты), определяющие цвет глаза.

Спереди радужной оболочки находится зрачок 11 (отверстие с изменяющимся в пределах 2–8 мм диаметром). Зрачок играет роль диафрагмы и регулирует количество поступающих в глаз световых лучей. Третья (внутренняя) оболочка 3 называется сетчаткой и состоит из фоторецепторов—светочувствительных элементов (колбочек и палочек), передающих раздражение от падающего на них света через нервную систему в мозг. Палочки чувствительны к слабому сумеречному освещению, колбочки—к дневному, яркому свету и обладают цветочувствительностью. Место вхождения зрительного нерва 6 в сетчатку носит название слепого пятна 7, так как оно не имеет колбочек и палочек, а следовательно, и не реагирует на световое раздражение. В середине сетчатки напротив зрачка находится жёлтое пятно 4, наиболее чувствительная часть сетчатки. Центральное углубление жёлтого пятна 5 состоит из одних колбочек. Диаметр впадины жёлтого пятна составляет примерно 0,4 мм, диаметр колбочки приблизительно 2 мкм.

За зрачком расположен хрусталик 12, представляющий собой двояковыпуклую линзу. Он строит на сетчатке действительное, уменьшенное и обратное изображение наблюдаемого объекта. Таким образом, его назначение аналогично объективу фотокамеры. Сетчатка играет такую же роль, что и светоприемная матрица в цифровой фотокамере. Резкость изображения на сетчатке достигается посредством

аккомодации хрусталика (изменение его кривизны, происходящее рефлекторно). Чем ближе находится рассматриваемый предмет, тем большей должна быть кривизна поверхности хрусталика. Аккомодацию осуществляют глазные мышцы 8. Они не напряжены, если рассматриваемый объект находится в бесконечности (более 10 м). При этом фокусное расстояние хрусталика равно приблизительно 16 мм. Но при наблюдении на таком расстоянии упускаются мелкие детали. Оптимально, когда и детали видны и мышцы не очень напряжены. Такие условия для нормального глаза выполняются на расстоянии наилучшего зрения (около 25 см). Пространство между роговицей и хрусталиком наполнено «водянистой влагой», а между хрусталиком и сетчаткой—«стекловидной влагой» *13*, их коэффициенты преломления примерно равны между собой.

Луч, проходящий через центр впадины жёлтого пятна и заднюю узловую точку оптической системы глаза, называется зрительной осью глаза, а прямая, проходящая через центры кривизны поверхностей роговицы и хрусталика — его оптической осью. Угол между этими осями равен 5°. Поле зрения неподвижного глаза составляет 150° по горизонтали и 120° по вертикали. В его разных частях изображение воспринимается с различной чёткостью. Лучше видны те предметы, которые попадают на центральную ямку сетчатки. Угол, под которым виден диаметр центральной ямки жёлтого пятна из узловой точки хрусталика, называется углом отчётливого зрения, он равен 1,5°.

Существует статистическая и динамическая теории зрения. В соответствии с динамической теорией большую роль при рассматривании предметов играют движения глаз. Они бывают произвольными (зависят от воли человека) и непроизвольными (физиологические нистагмы). Непроизвольными движениями глаз сканирует изображение, построенное хрусталиком. Непроизвольные движения включают в себя:

дрожь — колебание глаз со скоростью 20' в секунду с амплитудой 10-20";

колебания — быстрые вращения со скоростью примерно 6000' в секунду с амплитудой 1–25', происходят не регулярно с интервалами 0,05–5 с;

медленные движения со скоростью 1' в секунду с амплитудой до 5'.

Различают два вида зрения: монокулярное и бинокулярное. Зрение одним глазом называется монокулярным зрением. Наблюдатель обычно подсознательно поворачивает глаз так, чтобы изображение объекта оказалось на углублении жёлтого пятна. Пересечение зрительной оси глаза с рассматриваемым объектом называется точкой фиксации *F* монокулярного зрения.

Для оптических наблюдений и измерений важную роль играет острота зрения, т.е. способность невооружённого глаза воспринимать две расположенные рядом точки или линии как разные элементы. Минимальный угол, под которым наблюдатель ещё видит раздельно две светящиеся точки, называется остротой монокулярного зрения первого рода. Для нормального глаза этот угол равен примерно 45", но он зависит от многих факторов (дифракция, аберрации, освещение, тип тест-объекта, длина волны и т.д.) и колеблется в пределах 0,5"–10'. Остротой монокулярного зрения второго рода называется минимальный угол, под которым человеческий глаз видит раздельно две параллельные линии. Она выше, чем острота монокулярного зрения первого рода и примерно равна 20". Это объясняется тем, что изображение линий воспринимается не одной, а целой группой колбочек. Существует понятие стереоскопического (пространственного) восприятия объектов. Оно может быть монокулярным и бинокулярным. При монокулярном зрении об удалённости наблюдаемых предметов можно судить только по косвенным признакам (относительный размер предметов, свет и тени, перекрытия, перспектива, визуальные контрасты, параллакс движений, детальность изображений и т.д.). Указанные признаки оценки пространственной глубины при монокулярном зрении дают приближённое, а иногда неверное представление о расстояниях.



Рис. 2.2

Стереоскопическое зрение это пространственное восприятие, возникающее при рассматривании объекта двумя глазами. Такое наблюдение называется бинокулярным зрением. В этом случае наблюдатель устанавливает глаза таким образом, чтобы изображение объекта оказалось в центральных ямках f_1 и f_2 сетчаток обоих глаз (рис. 2.2). Поэтому зрительные оси глаз пересекаются в том месте объекта, которое наблюдатель желает отчётливо рассмотреть. Точка пересечения зрительных осей называется точкой фиксации F бинокулярного зрения. Расстояние b между центрами хрусталиков левого и правого глаз — это глазной базис. Он у людей разный и колеблется в пределах от 55 до 72 мм. Угол γ_{F} , под которым пересекаются зрительные оси, называется углом конвергенции (сходимости).

Величина угла конвергенции зависит от отстояния *L* точки *F*. Эта зависимость выражается приближённым уравнением

$$\gamma_F = b/L. \tag{2.1.1}$$

Размеры жёлтого пятна позволяют увидеть при данном положении глаз и другие точки. Изображения a_1 и a_2 точки A объекта, полученные на сетчатках глаз, называются соответственными точками, а лучи O_1a_1 и O_2a_2 —соответственными лучами (см. рис. 2.2). Угол γ_A , под которым пересекаются соответственные лучи, называется

параллактическим углом. Неравенство углов γ_F и γ_A вызывает неравенство дуг f_1a_1 и f_2a_2 , полученных в пределах жёлтого пятна левого и правого глаз. Алгебраическая их разность называется физиологическим параллаксом и обозначается p, т.е.

$$p = \bigcup_{l_1} a_1 - \bigcup_{l_2} a_2. \tag{2.1.2}$$

Дуга считается положительной, если она находится слева от центральной ямки. Наличие физиологического параллакса является причиной пространственного восприятия при стереоскопическом зрении. Абсолютная величина угла конвергенции ощущается при этом с невысокой точностью, поэтому и отстояние наблюдаемой точки определяется приближённо. В то же время изменения величин параллактических углов относительно угла конвергенции воспринимаются с высокой точностью. Это обстоятельство позволяет определить изменения отстояний других точек относительно точки фиксации также с высокой точностью. Установлено, что разность отстояний воспринимается человеком, когда $\delta \gamma = |\gamma_F - \gamma| \leq 70'$. Если это условие не выполняется, то он меняет точку фиксации.

Для определения соотношения между изменениями расстояния и угла конвергенции в соответствии с (2.1.1) запишем:

$$\Delta L = -b\Delta\gamma/\gamma^2 = -L^2\Delta\gamma/b. \qquad (2.1.3)$$

Существует понятие гороптер. Это геометрическое место точек в пространстве, которые при заданном положении точки фиксации дают изображение на симметричных точках фиксации. Для всех остальных точек, в указанных выше пределах, и возникает физиологический параллакс. Наименьшее значение $\Delta\gamma$ (или физиологического параллакса *p*), при котором ещё ощущается разность расстояний ΔL , называют остротой или разрешающей способностью стереоскопического зрения.

Острота стереоскопического зрения первого рода — это минимальная разность параллактических углов двух точек, при которой ещё воспринимается разность отстояний. Она примерно равна 30".

Острота стереоскопического зрения второго рода — это минимальная разность параллактических углов для двух вертикальных прямых, при которой ещё замечается разность их отстояний. Она равна 10". Эти характеристики меняются в зависимости от индивидуальных особенностей наблюдателя, а также от условий наблюдения — освещённости, контрастности объектов, их формы и т.п.

Используя понятие остроты стереоскопического зрения, по формуле (2.1.1) можно определить радиус R невооруженного бинокулярного зрения. Так, приняв $\gamma_F = 30''$ и b = 65 мм, получим: $R = (65 \text{ мм} \times 200\,000'')/30'' = 430$ м. Если для наблюдения объектов использовать бинокли или стереотрубы, у которых искусственно увеличен глазной базис (обозначим его буквой B), и использованы оптические системы увеличения (V), возрастает и радиус стереоскопического зрения в $\omega = (BV)/b$ раз. Величину ω называют коэффициентом пластичности прибора.

§ 2.2. Методы стереоскопического наблюдения и измерения цифровых снимков

Бинокулярный метод. На экран монитора выводят соответственно в его левой и правой частях изображения левого и правого снимков стереопары. Наблюдение этих изображений оператор выполняет с помощью зеркального-линзового стереоскопа, установленного перед дисплеем компьютера (рис. 2.3).



Рис. 2.3

Анаглифический метод основан на одновременном проектировании на экран монитора изображений левого и правого снимков стереопары, окрашенных соответственно в два основных цвета (красный – зеленый, синий – красный или синий – зеленый). При наблюдении снимков через очки, в которых перед левым и правым глазом установлены аналогичного цвета светофильтры, левым глазом оператор наблюдает левый снимок, а правым глазом — правый снимок (рис. 2.4).



Рис. 2.4

Поляроидный метод (рис. 2.5). Перед экраном монитора устанавливается поляризационный фильтр, изменяющий ось поляризации на 90° синхронно со сменой изображения левого и правого снимков на экране монитора.



Рис. 2.5

Стереоскопическое наблюдение осуществляется с помощью очков с поляризационными фильтрами. Ось поляризации фильтра, устанавливаемого перед левым глазом, параллельна оси поляризации экрана при проектировании изображения левого снимка, а ось поляризации фильтра, устанавливаемого перед правым снимком, параллельна оси поляризации при проектировании изображения правого снимка. В этом случае правый глаз оператора наблюдает только изображение правого снимка, а левый глаз — левого. Для комфортного наблюдения стереомодели используют мониторы с частотой развертки не менее 120 Гц.

В другом варианте поляроидного метода стереонаблюдения используюся два ЖК-монитора (рис. 2.6), на левом формируется изображение левого снимка, а на правом — зеркальное изображение правого снимка.



Рис. 2.6

На левом и правом мониторах формируются поляризованные изображения с взаимно перпендикулярными осями поляризации. Оператор наблюдает изображения с помощью поляризационных очков через полупрозрачное зеркало.

Затворные очки (рис. 2.7). В этом случае для стереоскопического наблюдения используются очки, в которых перед левым и правым глазами оператора установлены жидкокристаллические затворы, которые прозрачны при отсутствии подачи на них напряжения и не прозрачны при подаче напряжения. На экран монитора попеременно проектируются изображения левого и правого снимков стереопары, а на затворы синхронно подается напряжение. При проектировании на мониторе изображения левого снимка подается напряжение на правый фильтр, а при проектировании изображения правого снимка—на левый. Таким образом, правый глаз оператора наблюдает изображение правого снимка, а левый глаз левого.



Рис. 2.7

§ 2.3. Способы измерения координат и параллаксов соответственных точек на стереопаре снимков



Измерения координат соответственных точек на паре снимков основаны на свойствах бинокулярного зрения. Наиболее распространенный способ измерения пары снимков и модели — это способ мнимой марки, предложенный Пульфрихом в 1899 г.

Сущность этого способа состоит в следующем. На пару снимков накладывают две одинаковые по форме и размеру марки m_1 и m_2 —одну на левый снимок, другую—на правый (рис. 2.8). При стереоскопическом рассматривании снимков и марок наблюдатель видит пространственную модель и одну марку вместо двух. Две марки сливаются в нашем зрительном восприятии в одну, как сливаются два снимка в одно рельефное изображение. Получаются мнимое изображение местности—стереоэффект и мнимая марка. Изменение положения марок на снимках вызывает пространственное перемещение мнимой марки. Благодаря этому мнимую марку можно совместить с любой точкой видимой модели. Если такое совмещение достигнуто, значит действительные

марки находятся на соответственных точках стереопары. Движения действительных марок фиксируются, что позволяет измерять координаты и параллаксы точек стереопары (рис. 2.9).

Пусть марки m_1 и m_2 имеют следующие движения:

1) совместное движение, параллельное оси *x*;

2) совместное движение, параллельное оси *y*;

3) движение одной марки относительно другой, параллельное оси *x*;

4) движение одного снимка относительно другого, параллельное оси *у*.

Четырех движений достаточно для совмещения марки m_1 с любой точкой снимка P_1 , например, с точкой a_1 , и марки m_2 с соответствующей точкой a_2 снимка P_2 . С помощью движения одной марки относительно другой вдоль оси x можно измерить продольный параллакс p, который равен $p=x_1-x_2$, а с помощью движения одной марки относительно измерить поперечный (вертикальный) параллакс q, который равен $q=y_1-y_2$ (рис. 2.10).

Изменение расстояния между действительными марками m_1 и m_2 вызывает перемещение мнимой марки m по глубине (рис. 2.11). Если расстояние между действительными марками больше расстояния между соответственными точками a_1 и a_2 , то мнимая марка будет дальше точки a модели и наоборот. Если мнимая марка совмещена с точкой a модели, то действительные марки m_1 и m_2 совмещены с соответствующими точками снимков a_1



Рис. 2.10



Рис. 2.11

и *a*₂. Наоборот, если действительные марки наведены на соответствующие точки снимков, то мнимая марка наведена на соответствующую точку модели. Таким образом можно стереоскопически опознавать на снимке точку, соответствующую данной точке на другом снимке, даже если эта точка не является контурной.

§ 2.4. Формулы связи координат точек местности и их изображений на стереопаре снимков (прямая фотограмметрическая засечка)

На рис. 2.12 показана стереопара снимков P_1 и P_2 , на которых точка местности M



изобразилась соответственно в точках m_1 и m_2 . Будем считать, что элементы внутреннего и внешнего ориентирования съемочных камер, с помощью которых были получены снимки, известны. Выведем формулы связи координат точек местности и координат их изображений на стереопаре снимков.

Из рис. 2.12 следует, что векторы \vec{R}_M и \vec{R}_{S_1} определяют соответственно положение точка местности M и центра проекции S_1 снимка P_1 относительно начала системы координат объекта *ОХҮZ*. Вектор \vec{B} определяет положение

центра проекции S_2 снимка P_2 относительно центра проекции S_1 . Векторы $\overline{S_1m_1} = \vec{r_1}$ и $\overline{S_1M} = \vec{R_1}$ определяют положение точек m_1 и M относительно центра проекции S_1 . Векторы $\overline{S_2m_2} = \vec{r_2}$ и $\overline{S_2M} = \vec{R_2}$ определяют положение точек m_2 и M относительно центра проекции S_2 , следовательно

$$\vec{R}_M = \vec{R}_{S_1} + R_1. \tag{2.4.1}$$

Так как векторы \vec{R}_1 и \vec{r}_1 коллинеарны, то

 $\vec{R}_1 = N \vec{r}_1,$ (2.4.2)

где *N*—скаляр.

С учетом (2.4.2) выражение (2.4.1) будет иметь вид

$$\vec{R}_M = \vec{R}_{S_1} + N \vec{r}_1. \tag{2.4.3}$$

В координатной форме выражение (2.4.3) будет иметь вид

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{S_1} \\ Y_{S_1} \\ Z_{S_1} \end{pmatrix} + N \begin{pmatrix} X'_1 \\ Y'_1 \\ Z'_1 \end{pmatrix}, \qquad (2.4.4)$$

где X'_1, Y'_1, Z'_1 — координаты вектора $\vec{r_1}$ в системе координат объекта *ОХҮZ*,

$$\begin{pmatrix} X'_1 \\ Y'_1 \\ Z'_1 \end{pmatrix} = A_1 \begin{pmatrix} x_1 - x_{01} \\ y_1 - y_{01} \\ -f_1 \end{pmatrix}.$$

Найдем значение N, входящее в выражение (2.4.4). Из рис. 2.12 следует, что $\vec{R}_2 = \vec{R}_1 - \vec{B}$ или с учетом (2.4.2)

$$\vec{R}_2 = N \vec{r}_1 - \vec{B}.$$
 (2.4.5)

Так как векторы \vec{R}_2 и \vec{r}_2 коллинеарны, то их векторное произведение

$$\vec{R}_2 \times \vec{r}_2 = 0.$$
 (2.4.6)

С учетом (2.4.5) выражение (2.4.6) можно представить в виде

$$\left(N\vec{r_1}-\vec{B}\right)\times\vec{r_2}=N\left(\vec{r_1}\times\vec{r_2}\right)-\left(\vec{B}\times\vec{r_2}\right)=0$$

ИЛИ

$$N\left(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2\right) = \left(\vec{B} \times \vec{r}_2\right). \tag{2.4.7}$$

Выражение (2.4.7) можно представить в виде:

$$N \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ X'_1 & Y'_1 & Z'_1 \\ X'_2 & Y'_2 & Z'_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ B_X & B_Y & B_Z \\ X'_2 & Y'_2 & Z'_2 \end{vmatrix}$$

ИЛИ

$$N\Big[(Y_1'Z_2' - Y_2'Z_1')\vec{i} - (X_1'Z_2' - X_2'Z_1')\vec{j} + (X_1'Y_2' - X_2'Y_1')\vec{k} \Big] = = (B_Y Z_2' - B_Z Y_2')\vec{i} - (B_X Z_2' - B_Z X_2')\vec{j} + (B_X Y_2' - B_Y X_2')\vec{k},$$
(2.4.8)

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — орты, совпадающие с осями координат *X*, *Y*, *Z* системы координат объекта *OXYZ*; $B_X, B_Y, B_Z, X'_1, Y'_1, Z'_2, Y'_2, Z'_2$ — координаты векторов $\vec{B}, \vec{r_1}, \vec{r_2}$

стеме координат объекта *OXYZ*; $\begin{pmatrix} X'_i \\ Y'_i \\ Z'_i \end{pmatrix} = A_i \begin{pmatrix} x_i - x_{0i} \\ y_i - y_{0i} \\ -f_i \end{pmatrix}$, *i*—номер снимка; $B_X = X_{S_2} - X_{S_1};$ $B_Y = Y_{S_2} - Y_{S_1};$ $B_Z = Z_{S_2} - Z_{S_1}.$ (2.4.9)

Так как векторы $\vec{B} \times \vec{r_2}$ и $\vec{r_1} \times \vec{r_2}$ коллинеарны (потому, что векторы \vec{B} , $\vec{r_1}$, $\vec{r_2}$ компланарны), значение N можно найти как отношение их модулей, то есть

$$N = \frac{|B \times r_2|}{|r_1 \times r_2|}.$$
 (2.4.10)
51

В координатной форме выражение (2.4.10) с учетом (2.4.8) имеет вид

$$N = \frac{\sqrt{\left(B_{Y}Z_{2}^{\prime} - B_{Z}Y_{2}^{\prime}\right)^{2} + \left(B_{X}Z_{2}^{\prime} - B_{Z}X_{2}^{\prime}\right)^{2} + \left(B_{X}Y_{2}^{\prime} - B_{Y}X_{2}^{\prime}\right)^{2}}}{\sqrt{\left(Y_{1}Z_{2}^{\prime} - Y_{2}^{\prime}Z_{1}^{\prime}\right)^{2} + \left(X_{1}^{\prime}Z_{2}^{\prime} - X_{2}^{\prime}Z_{1}^{\prime}\right)^{2} + \left(X_{1}^{\prime}Y_{2}^{\prime} - X_{2}^{\prime}Y_{1}^{\prime}\right)^{2}}}.$$
(2.4.11)

У коллинеарных векторов отношение их координат равно отношению их модулей, поэтому можно записать:

$$N = \frac{B_Y Z'_2 - B_Z Y'_2}{Y'_1 Z'_2 - Y'_2 Z'_1}; \quad N = \frac{B_X Z'_2 - B_Z X'_2}{X'_1 Z'_2 - X'_2 Z'_1}; \quad N = \frac{B_X Y'_2 - B_Y X'_2}{X'_1 Y'_2 - X'_2 Y'_1}.$$
 (2.4.12)

Таким образом, если известны элементы внутреннего и внешнего ориентирования стереопары снимков и измерены на этих снимках координаты соответственных точек x_1, y_1 и x_2, y_2 , то сначала надо вычислить по одной из формул (2.4.11) или (2.4.12) значение скаляра N, а затем по формуле (2.4.4) — координаты точки местности X, Y,Z. Следует заметить, что первая и вторая формулы (2.14.12) могут не дать решение или дать решение с большой погрешностью, если ординаты точек будут равны и близки к нулю. Поэтому используют универсальную формулу (2.4.11).

§ 2.5. Формулы связи координат точек местности координат их изображений на стереопаре снимков идеального случая съемки

В идеальном случае съемки базис фотографирования параллелен оси X системы координат объекта *OXYZ*, а угловые элементы ориентирования снимков стереопары $\omega_1 = \alpha_1 = \kappa_1 = \omega_2 = \alpha_2 = \kappa_2 = 0$. Будем считать, что оба снимка стереопары получены одной съемочной камерой $(f_1 = f_2 = f)$, у которой координаты главной точки $x_0 = y_0 = 0$. В этом случае координаты базиса фотографирования будут равны $B_X = B$, $B_y = B_z = 0$ (*B*—мо

базиса),
$$\mathbf{\mathring{A}}_1 = \mathbf{A}_2 = = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} X'_i \\ Y'_i \\ Z'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ -f \end{pmatrix}$$
, где *i*—номер снимка. Дуль

Примем, что $X_{S_1} = Y_{S_1} = Z_{S_1} = 0$, то есть начало системы координат объекта *ОХҮZ* совмещено с точкой S_1 . При этом выражение (2.4.12) примет вид:

$$N = \frac{B_X Z_2' - B_Z X_2}{X_1' Z_2' - X_2' Z_1'} = \frac{B(-f)}{x_1(-f) - x_2(-f)} = \frac{B}{x_1 - x_2} = \frac{B}{p},$$
(2.5.1)

а выражение (2.4.4), которое мы представим в виде

$$X = X_{S_{1}} + NX'_{1};$$

$$Y = Y_{S_{1}} + NY'_{1};$$

$$Z = Z_{S_{1}} + NZ'_{1}$$
(2.5.2)

52

будет иметь вид $X = Nx_1$; $Y = Ny_1$; Z = -Nf, а с учетом (2.5.1)

$$X = \frac{B}{p}x_1; \quad Y = \frac{B}{p}y_1; \quad Z = -\frac{B}{p}f.$$
 (2.5.3).

Так как из третьего уравнения выражения (2.5.3) следует, что $\frac{Z}{f} = -\frac{B}{p}$, то формулы связи координат можно представить в следующем виде

$$X = -\frac{Z}{f}x_1; \quad Y = -\frac{Z}{f}y_1; \quad Z = -\frac{B}{p}f.$$
 (2.5.4)

§ 2.6. Определение координат точек местности по стереопаре снимков методом двойной обратной фотограмметрической засечки

Для определения координат точек местности по стереопаре снимков методом прямой фотограмметрической засечки необходимо, чтобы были известны элементы внешнего ориентирования снимков. В большинстве случаев практики их значения не известны. В этом случае определение координат точек местности по стереопаре снимков выполняют методом двойной обратной фотограмметрической засечки.

Решение задачи по этому методу выполняется в следующей последовательности.

1. Внутреннее ориентирование каждого снимка стереопары (см. §1.11).

2. Определяют элементы взаимного ориентирования снимков. Пять элементов взаимного ориентирования снимков определяют взаимную угловую ориентацию стереопары снимков и базиса фотографирования. Для их определения необходимо измерить не менее пяти соответственных точек на стереопаре снимков.

3. Строят фотограмметрическую модель объекта, решая прямые засечки, по измеренным на стереопаре снимков координатам изображений соответственных точек и значениям элементов взаимного ориентирования снимков. Построенная модель подобна сфотографированному объекту, но имеет произвольный масштаб и произвольно расположена и ориентирована относительно системы координат объекта.

4. Определяют элементы внешнего ориентирования фотограмметрической модели по опорным точкам. Эти семь элементов определяют масштаб модели, ее положение и ориентацию относительно системы координат объекта. Для их определения достаточно трех опорных точек, не лежащих на одной прямой. По значениям элементов внешнего ориентирования фотограмметрической модели и элементов взаимного ориентирования можно определить элементы внешнего ориентирования стереопары снимков.

5. По координатам точек, определенным в системе координат модели, и элементам внешнего ориентирования модели определяют координаты точек в системе координат объекта.



§ 2.7. Условие, уравнения и элементы взаимного ориентирования снимков

Рис. 2.13

На рис. 2.13 представлена стереопара снимков P_1 и P_2 в положении, которое они занимали в момент фотографирования. Любая пара соответственных лучей, сформировавших изображения точки объекта M на стереопаре снимков (m_1 и m_2), в этом случае пересекается в точке М объекта и лежит в плоскости, проходящей через базис фотографирования В (базисной плоскости). Линии пересечения плоскостей снимков с базисной плоскостью называются базисными линиями. Базисные линии лежат в плоскости снимков (ab и cd). Очевидно, что соответствен-

ные точки $(m_1 \text{ и } m_2)$ лежат на базисных линиях. В этом случае векторы \vec{B} , $\vec{r_1}$, $\vec{r_2}$, лежащие в базисной плоскости, компланарны.

Как известно из аналитической геометрии, смешанное произведение компланарных векторов равно нулю. Таким образом

$$B(r_1 \times r_2) = 0. \tag{2.7.1}$$

Условие компланарности в координатной форме имеет вид:

$$\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X'_1 & Y'_1 & Z'_1 \\ X'_2 & Y'_2 & Z'_2 \end{vmatrix} = 0.$$
(2.7.2)

В уравнении (2.7.2) B_X , B_Y , B_Z , X'_1 , Y'_1 , Z'_2 , Y'_2 , Z'_2 координаты векторов \vec{B} , $\vec{r_1}$, $\vec{r_2}$ в системе координат фотограмметрической модели, в общем случае произвольно расположенной и ориентированной. В дальнейшем эту систему координат будем называть просто системой координат модели.

Условие (2.7.2) связывает между собой только направления векторов и выполняется при любых значениях их модулей, поэтому значение модуля вектора \vec{B} можно выбрать произвольно. Направление вектора \vec{B} определяется двумя независимыми величинами. В качестве этих величин можно выбрать координаты b_z и b_y вектора \vec{b} , коллинеарного вектору \vec{B} , задав величину координаты b_x произвольно. В частном случае величину b_x можно выбрать, равной единице. При этом направление вектора \vec{B} будут определять величины:

$$b_y = \frac{B_Y}{B_X}; \quad b_Z = \frac{B_Z}{B_X}.$$

Выражение (2.7.2) в этом случае будет иметь вид:

$$\begin{vmatrix} 1 & b_Y & b_Z \\ X'_1 & Y'_1 & Z'_1 \\ X'_2 & Y'_2 & Z'_2 \end{vmatrix} = 0.$$
 (2.7.3)

В уравнении (2.7.3)

$$\begin{pmatrix} X'_i \\ Y'_i \\ Z'_i \end{pmatrix} = \mathbf{A}'_i \begin{pmatrix} x_i - x_{0i} \\ y_i - y_{0i} \\ -f_i \end{pmatrix},$$

где *i*—номер снимка; **A**'_{*i*}—ортогональная матрица, элементы a_{ij} которой являются функциями угловых элементов ориентирования *i*-го снимка ω'_i , α'_i , κ'_i относительно системы координат модели $O_M X_M Y_M Z_M$.

В выражении (2.7.3), которое является уравнением взаимного ориентирования в общем виде, куда, кроме координат соответственных точек, измеренных на стереопаре снимков, и элементов внутреннего ориентирования, входят восемь параметров $b_y, b_z, \omega'_1, \alpha'_1, \kappa'_1, \omega'_2, \alpha'_2, \kappa'_2$, которые определяют угловую ориентацию базиса фотографирования и стереопары снимков относительно системы координат модели $O_M X_M Y_M Z_M$. Причем параметры ω'_1 и ω'_2 определяют поворот снимков стереопары вокруг оси X_M , параметры $b_z, \alpha'_1, \alpha'_2$ — поворот базиса фотографирования и стереопары снимков вокруг оси Y_M , а параметры $b_y, \kappa'_1, \kappa'_2$ — поворот базиса фотографирования и стереопары снимков вокруг оси Z_M .

Однако, из этих восьми параметров только пять определяют взаимную угловую ориентацию базиса фотографирования и стереопары снимков. Условие (2.7.3) выполняется при любой ориентации системы координат модели $O_M X_M Y_M Z_M$. Следовательно, ее можно ориентировать таким образом, чтобы три из восьми параметров стали равны нулю. Очевидно, что в общем случае можно сделать равным нулю только один из параметров, входящих в три группы параметров: $\omega'_1, \omega'_2; b_z, \alpha'_1, \alpha'_2; b_y, \kappa'_1, \kappa'_2$.

Таким образом. в качестве элементов взаимного ориентирования можно выбрать любую комбинацию из восьми параметров $b_y, b_z, \omega'_1, \alpha'_1, \kappa'_1, \omega'_2, \alpha'_2, \kappa'_2$, кроме комбинаций в которые одновременно входят две тройки параметров $b_z, \alpha'_1, \alpha'_2$ и $b_y, \kappa'_1, \kappa'_2$, а также пара параметров ω'_1 и ω'_2 . Рассмотрим наиболее распространенные системы элементов взаимного ориентирования.

Система $\alpha'_1, \kappa'_1, \omega'_2, \alpha'_2, \kappa'_2$. Если принять при этом, что $b_y = b_z = \omega'_1 = 0$, то уравнение (2.7.3) имеет вид:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ X'_1 & Y'_1 & Z'_1 \\ X'_2 & Y'_2 & Z'_2 \end{vmatrix} = Y'_1 Z'_2 - Y'_2 Z'_1 = 0.$$
(2.7.4)

Система $b_y, b_z, \omega'_2, \alpha'_2, \kappa'_2$. Если при этом принять, что $\omega'_1 = \alpha'_1 = \kappa'_1 = 0$, то уравнение (2.7.3) будет иметь вид:

$$\begin{vmatrix} 1 & b_y & b_z \\ (x_1 - x_{01}) & (y_1 - y_{01}) & -f_1 \\ X'_2 & Y'_2 & Z'_2 \end{vmatrix} = 0,$$
(2.7.5)

так как $\mathbf{A}'_1 = \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Комментарий. Три оставшихся из восьми параметров после выбора пяти элементов взаимного ориентирования задают ориентацию системы координат модели $O_M X_M Y_M Z_M$. Например, выбрав систему элементов взаимного ориентирования $b_y, b_z, \omega'_2, \alpha'_2, \kappa'_2$, и приняв, что $\omega'_1 = \alpha'_1 = \kappa'_1 = 0$, мы таким образом задаем систему координат модели $O_M X_M Y_M Z_M$, оси координат которой параллельны осям x, y, z системы координат первого снимка стереопары $S_1 x_1 y_1 z_1$. В общем случае три значения можно задавать произвольно.

§ 2.8. Определение элементов взаимного ориентирования пары снимков

Для определения элементов взаимного ориентирования в качестве исходного используют уравнения взаимного ориентирования (2.7.3).

Каждая точка, измеренная на стереопаре снимков, позволяет составить одно уравнение (2.7.3), в которое, помимо измеренных координат точек на стереопаре снимков, элементов внутреннего ориентирования и трех параметров, задающих ориентацию системы координат модели, входят пять неизвестных элементов взаимного ориентирования. Очевидно, что для определения элементов взаимного ориентирования необходимо измерить на стереопаре снимков не менее пяти точек.

В качестве примера рассмотрим определение элементов взаимного ориентирования $b_y, b_z, \omega'_2, \alpha'_2, \kappa'_2$. В связи с тем, что уравнения (2.7.3) нелинейны, их предварительно приводят к линейному виду и переходят к уравнению поправок:

$$a_{1}\delta b_{\mu} + a_{2}\delta b_{z} + a_{3}\delta \omega_{2}' + a_{4}\delta \alpha_{2}' + a_{5}\delta \kappa_{2}' + l = v.$$
(2.8.1)

В уравнении поправок коэффициенты *a_i*—частные производные от функции (2.7.3) по соответствующим аргументам; *l*—свободный член.

Частные производные имеют следующий вид:

$$\begin{split} a_{1} &= \frac{\partial \varphi}{\partial b_{y}} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ (x_{1} - x_{01}) & (y_{1} - y_{01}) & -f \\ X'_{2} & Y'_{2} & Z'_{2} \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} (x_{1} - x_{01}) & -f \\ X'_{2} & Z'_{2} \end{vmatrix}; \\ a_{2} &= \frac{\partial \varphi}{\partial b_{z}} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ (x_{1} - x_{01}) & (y_{1} - y_{01}) & -f \\ X'_{2} & Y'_{2} & Z'_{2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (x_{1} - x_{01}) & (y_{1} - y_{01}) \\ X'_{2} & Y'_{2} \end{vmatrix}; \\ a_{3} &= \frac{\partial \varphi}{\partial \omega_{2}} = \begin{vmatrix} 1 & b_{y} & b_{z} \\ (x_{1} - x_{01}) & (y_{1} - y_{01}) & -f \\ \frac{X'_{2}}{\partial \omega_{2}} & \frac{Y'_{2}}{\partial \omega_{2}} & \frac{Z'_{2}}{\partial \omega_{2}} \end{vmatrix}; \quad a_{4} = \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha_{2}} = \begin{vmatrix} 1 & b_{y} & b_{z} \\ (x_{1} - x_{01}) & (y_{1} - y_{01}) & -f \\ \frac{X'_{2}}{\partial \alpha_{2}} & \frac{Y'_{2}}{\partial \alpha_{2}} & \frac{Z'_{2}}{\partial \alpha_{2}} \end{vmatrix}; \\ a_{5} &= \frac{\partial \varphi}{\partial \kappa_{2}} = \begin{vmatrix} 1 & b_{y} & b_{z} \\ (x_{1} - x_{01}) & (y_{1} - y_{01}) & -f \\ \frac{X'_{2}}{\partial \kappa_{2}} & \frac{Y'_{2}}{\partial \kappa_{2}} & \frac{Z'_{2}}{\partial \kappa_{2}} \end{vmatrix}, \end{split}$$

где

 $\frac{\partial X_2'}{\partial \omega_2} = y_2 \cos \kappa_2 \sin \alpha_2 \cos \omega_2 + y_2 \sin \kappa_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2$ $+f\cos\omega_2\sin\kappa_2 - f\sin\omega_2\sin\alpha_2\cos\kappa_2;$ $\frac{\partial Y_2'}{\partial \omega_2} = y_2 \cos \omega_2 \sin \alpha_2 \sin \kappa_2 + y_2 \cos \kappa_2 \sin \omega_2 - y_2 \cos \kappa_2 \sin \omega_2 + y_2 \cos \omega_2 \sin \omega_2 + y_2 \cos \omega_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 + y_2 \cos \omega_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \omega_2 + y_2$ $-f\cos\omega_2\cos\kappa_2 - f\sin\omega_2\sin\alpha_2\sin\kappa_2;$ $\frac{\partial Z_2'}{\partial \omega_2} = y_2 \cos \omega_2 \cos \alpha_2 - f \sin \omega_2 \cos \alpha_2;$ $\frac{\partial X_2'}{\partial \alpha_2} = -x_2 \cos \kappa_2 \sin \alpha_2 + y_2 \cos \kappa_2 \cos \alpha_2 \sin \omega_2 + y_2 \cos \kappa_2 \cos \alpha_2 \sin \omega_2 + y_2 \cos \omega_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \omega_2 \sin \omega_$ + $f \cos \omega_2 \cos \alpha_2 \cos \kappa_2$; $\frac{\partial Y_2'}{\partial \alpha_2} = -x_2 \sin \kappa_2 \sin \alpha_2 + y_2 \sin \omega_2 \cos \alpha_2 \sin \kappa_2 +$ + $f \cos \omega_2 \cos \alpha_2 \sin \kappa_2$; $\frac{\partial Z_2'}{\partial \alpha_2} = -x_2 \cos \alpha_2 - y_2 \sin \omega_2 \sin \alpha_2 - f \cos \omega_2 \sin \alpha_2;$ $\frac{\partial X_2'}{\partial \kappa_2} = -x_2 \sin \kappa_2 \cos \alpha_2 - y_2 \sin \kappa_2 \sin \alpha_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \alpha_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \alpha_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \alpha_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \alpha_2 \sin \omega_2 + y_2 \sin \omega_2 \sin \omega_2 \sin \omega_$ $-y_2 \cos \kappa_2 \cos \omega_2 + f \sin \omega_2 \cos \kappa_2 - f \cos \omega_2 \sin \alpha_2 \sin \kappa_2;$ $\frac{\partial Y_2'}{\partial \kappa_2} = x_2 \cos \kappa_2 \cos \alpha_2 + y_2 \sin \omega_2 \sin \alpha_2 \cos \kappa_2 - y_2 \sin \omega_2 \sin \alpha_2 \sin \alpha_2$ $-y_2 \sin \kappa_2 \cos \omega_2 + f \sin \omega_2 \sin \kappa_2 + f \cos \omega_2 \sin \alpha_2 \cos \kappa_2;$ $\frac{\partial Z_2'}{\partial \kappa_2} = 0.$

Значения коэффициентов *a_i* в уравнении (2.8.1) вычисляют по следующим известным значениям:

измеренным координатам точек на стереопаре снимков x_i, y_i;

элементам внутреннего ориентирования снимков f_i , x_{0i} , y_{0i} ;

трем параметрам, задающим ориентацию системы координат модели (в нашем случае ω₁', α₁', κ₁') и приближенным значениям элементов взаимного ориентирования. Свободный член *l* вычисляется по формуле (2.7.3) таким же образом.

Полученную систему уравнений поправок решают методом приближений, а в случае, если измерено более пяти точек—методом наименьших квадратов (под условием V^TPV =min). В результате решения находят значения элементов взаимного ориентирования. Критерием, по которому принимается решение о завершении итераций, могут служить величины поправок к определяемым неизвестным или величины остаточных поперечных параллаксов, которые для каждой измеренной точки вычисляются по формуле

$$q = -\frac{f}{bZ_1'Z_2'} \begin{vmatrix} 1 & b_Y & b_Z \\ X_1' & Y_1' & Z_1' \\ X_2' & Y_2' & Z_2' \end{vmatrix},$$
(2.8.2)

где $b = \sqrt{1 + b_y^2 + b_z^2}$.

Величина q представляет собой разность ординат измеренных точек на стереопаре снимков, приведенных к идеальному случаю съемки, то есть $q = y_1 - y_2$.



Необходимо отметить, что при отсутствии ошибок построения снимка и ошибок измерений величина *q* должна быть равна нулю.

При определении элементов взаимного ориентирования оптимальным вариантом считается измерение 12–18 точек на стереопаре снимков, расположенных парами или тройками в шести стандартных зонах (рис. 2.14). В этом случае получается наиболее точное и надежное определение элементов взаимного ориентирования и появляется возможность локализации грубых измерений.

Построение фотограмметрической мо-



§ 2.9. Построение фотограмметрической модели



дели заключается в определении координат точек объекта по измеренным на стереопаре снимков координатам их изображений в системе координат модели $O_{M}X_{M}Y_{M}Z_{M}$ (рис. 2.15). Определение координат точек модели производится по формулам прямой фотограмметрической засечки (см. § 2.4). При этом координаты центра проекции S принимаются произвольными (обычно $X_{S_1} = Y_{S_1} = Z_{S_1} = 0$). Также произвольно (но не равно нулю) выбирается величина B_{y} . большинстве случаев практики В $B_x = bm$, где *b*—базис фотографирования в масштабе снимка; *т*—знаменатель масштаба снимка. Остальные значения элементов внешнего ориентирования определяют по восьми параметрам $b_{\mu}, b_{z}, \omega_{1}', \alpha_{1}', \kappa_{1}', \omega_{2}', \alpha_{2}', \kappa_{2}',$ пять из которых являются элементами взаимного ориентирования, а три определяют ориентацию системы координат модели, при этом

$$\begin{split} B_Y &= B_X b_y; \quad B_Z = B_X b_y; \\ \omega_1 &= \omega_1'; \qquad \omega_2 = \omega_2'; \\ \alpha_1 &= \alpha'; \qquad \alpha_2 = \alpha_2'; \\ \kappa_1 &= \kappa_1'; \qquad \kappa_2 = \kappa_2'. \end{split}$$

Например, если были определены элементы взаимного ориентирования $\alpha'_1, \kappa'_1, \omega'_2, \alpha'_2, \kappa'_2$ и при этом величины параметров b_y, b_z, ω'_1 были приняты равными нулю ($b_y=b_z=\omega'_1=0$), то $B_y=B_z=0, \omega_1=0, \alpha_1=\alpha'_1, \kappa_1=\kappa'_1, \omega_2=\omega'_2, \alpha_2=\alpha'_2, \kappa_2=\kappa'_2$.

Если были определены элементы взаимного ориентирования $b_y, b_z, \omega'_2, \alpha'_2, \kappa'_2$, а величины параметров $\omega'_1, \alpha'_1, \kappa'_1$ были приняты равными нулю ($\omega'_1 = \alpha'_1 = \kappa'_1 = 0$), то

$$B_{Y} = B_{X}b_{y}; \quad B_{Z} = B_{X}b_{z};$$

$$\omega_{1} = 0; \qquad \omega_{2} = \omega'_{2};$$

$$\alpha_{1} = 0; \qquad \alpha_{2} = \alpha'_{2};$$

$$\kappa_{1} = 0; \qquad \kappa_{2} = \kappa'_{2}.$$



Рис. 2.16

Построенная таким образом модель подобна сфотографированному объекту, но имеет произвольный масштаб и произвольно расположена и ориентирована относительно системы координат объекта. На рис. 2.16 показано каким образом влияет выбор длины базиса фотографирования на масштаб модели.

§ 2.10. Внешнее ориентирование модели. Элементы внешнего ориентирования модели

На рис. 2.17 показаны элементы внешнего ориентирования модели, где $O_M X_M Y_M Z_M$ —система координат фотограмметрической модели; OXYZ—система координат объекта; A—точка объекта; A_M —точка фотограмметрической модели, соответствующая точке A объекта, векторы \vec{R}_0 , \vec{R}_A и \vec{R} определяют положение начала системы координат модели $O_M X_M Y_M Z_M$ и точки A местности в системе координат объекта OXYZ; вектор $\vec{R}_M = O_M A_M$ определяет положение точки A_M в системе координат фотограмметрической модели $O_M X_M Y_M Z_M$.

Из рис. 2.17 следует, что

$$\vec{R}_A = \vec{R}_0 + \vec{R}.$$
 (2.10.1)

Очевидно, что векторы \vec{R}_{M} и \vec{R} связаны между собой следующим соотношением:

$$\vec{R} = \mathbf{A}_M \vec{R}_M t, \qquad (2.10.2)$$

где A_M —матрица преобразования координат, элементы a_{ij} которой являются функциями углов ω_M , α_M , κ_M , определяющих ориентацию системы координат модели относительно системы координат объекта; t—знаменатель масштаба модели.

С учетом (2.10.2) выражение (2.10.1) имеет вид:

$$\vec{R}_{A} = \vec{R}_{0} + \mathbf{A}_{M}\vec{R}_{M}t.$$
 (2.10.3)



В координатной форме выражение (2.10.3) имеет вид:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + \mathbf{A}_M \begin{pmatrix} X_M \\ Y_M \\ Z_M \end{pmatrix} t$$
(2.10.4)

или

$$X = X_{0} + (a_{11}X_{M} + a_{12}Y_{M} + a_{13}Z_{M});$$

$$Y = Y_{0} + (a_{21}X_{M} + a_{22}Y_{M} + a_{23}Z_{M});$$

$$Z = Z_{0} + (a_{31}X_{M} + a_{32}Y_{M} + a_{33}Z_{M}).$$
(2.10.5)

Здесь X, Y, Z— координаты точки объекта в системе координат объекта; X_M , Y_M , Z_M — координаты соответствующей точки модели в системе координат фотограмметрической модели; X_0 , Y_0 , Z_0 — координаты начала системы координат модели в системе координат объекта.

Семь параметров $X_0, Y_0, Z_0, \omega_M, \alpha_M, \kappa_M, t$ называют элементами внешнего ориентирования модели.

§ 2.11. Определение элементов внешнего ориентирования модели по опорным точкам

Для определения элементов внешнего ориентирования модели по опорным точкам в качестве исходных используют уравнения (2.10.5), которые представим в следующем виде:

$$\phi_{X} = X - X_{0} - (a_{11}X_{M} + a_{12}Y_{M} + a_{13}Z_{M})t; \phi_{Y} = Y - Y_{0} - (a_{21}X_{M} + a_{22}Y_{M} + a_{23}Z_{M})t; \phi_{Z} = Z - Z_{0} - (a_{31}X_{M} + a_{32}Y_{M} + a_{33}Z_{M})t.$$

$$(2.11.1)$$

Каждая планово-высотная опорная точка (X, Y, Z) позволяет составить три уравнения (2.11.1), в которых неизвестными являются семь элементов внешнего ориентирования модели. Каждая плановая опорная точка (X, Y) позволяет составить два первых уравнения из выражения (2.11.1), а каждая высотная опорная точка (Z)—третье уравнение из выражения (2.11.1). Для определения элементов внешнего ориентирования модели необходимо составить систему не менее чем из семи уравнений. Очевидно, что для этого необходимо иметь не менее двух планово-высотных и одной высотной опорной точки. Задачу можно также решить, если иметь две плановые и три высотные опорные точки.

В случае, если в полете с помощью спутниковых навигационных систем были определены координаты центров проекций снимков, то они могут быть использованы в качестве опорных точек.

Так как уравнения (2.11.1) не линейны, их приводят к линейному виду и переходят к уравнениям поправок:

$$a_{1}\delta X_{0} + a_{2}\delta Y_{0} + a_{3}\delta Z_{0} + a_{4}\delta \omega_{M} + a_{5}\delta \alpha_{M} + a_{6}\delta \kappa_{M} + a_{7}\delta t + l_{X} = v_{X}; b_{1}\delta X_{0} + b_{2}\delta Y_{0} + b_{3}\delta Z_{0} + b_{4}\delta \omega_{M} + b_{5}\delta \alpha_{M} + b_{6}\delta \kappa_{M} + b_{7}\delta t + l_{Y} = v_{Y}; c_{1}\delta X_{0} + c_{2}\delta Y_{0} + c_{3}\delta Z_{0} + c_{4}\delta \omega_{M} + c_{5}\delta \alpha_{M} + c_{6}\delta \kappa_{M} + c_{7}\delta t + l_{Z} = v_{Z},$$

$$(2.11.2)$$

где a_i, b_i, c_i —частные производные от уравнений (2.11.1) по соответствующим переменным; l_x, l_y, l_z —свободные члены.

Частные производные имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\partial \varphi_X}{\partial X_0} = -1; \quad a_2 = \frac{\partial \varphi_X}{\partial Y_0} = 0; \quad a_3 = \frac{\partial \varphi_X}{\partial Z_0} = 0; \\ a_4 &= \frac{\partial \varphi_X}{\partial \omega_M} = 0; \\ a_5 &= \frac{\partial \varphi_X}{\partial \alpha_M} = (a_{13} \cos \kappa_M X_M + a_{13} \sin \kappa_M Y_M - (a_{11} \cos \kappa_M + a_{12} \sin \kappa_M) Z_M)t; \\ a_6 &= \frac{\partial \varphi_X}{\partial \kappa_M} = (-a_{12} X_M + a_{11} Y_M)t; \\ a_7 &= \frac{\partial \varphi_X}{\partial t} = -(a_{11} X_M + a_{12} Y_M + a_{13} Z_M); \\ b_1 &= \frac{\partial \varphi_Y}{\partial X_0} = 0; \quad b_2 = \frac{\partial \varphi_Y}{\partial Y_0} = -1; \quad b_3 = \frac{\partial \varphi_Y}{\partial Z_0} = 0; \\ b_4 &= \frac{\partial \varphi_Y}{\partial \omega_M} = (a_{31} X_M + a_{32} Y_M + a_{33} Z_M)t; \\ b_5 &= \frac{\partial \varphi_Y}{\partial \alpha_M} = (a_{23} \cos \kappa_M X_M + a_{23} \sin \kappa_M Y_M - (a_{21} \cos \kappa_M + a_{22} \sin \kappa_M) Z_M)t; \end{aligned}$$

$$\begin{split} b_6 &= \frac{\partial \varphi_Y}{\partial \kappa_M} = (-a_{22}X_M + a_{21}Y_M)t; \\ b_7 &= \frac{\partial \varphi_Y}{\partial t} = -(a_{21}X_M + a_{22}Y_M + a_{23}Z_M); \\ c_1 &= \frac{\partial \varphi_Z}{\partial X_0} = 0; \quad c_2 = \frac{\partial \varphi_Z}{\partial Y_0} = 0; \quad c_3 = \frac{\partial \varphi_Z}{\partial Z_0} = -1; \\ c_4 &= \frac{\partial \varphi_Z}{\partial \omega_M} = -(a_{21}X_M + a_{22}Y_M + a_{23}Z_M)t; \\ c_5 &= \frac{\partial \varphi_Z}{\partial \alpha_M} = (a_{33}\cos\kappa_M X_M + a_{33}\sin\kappa_M Y_M - (a_{31}\cos\kappa_M + a_{32}\sin\kappa_M)Z_M)t; \\ c_6 &= \frac{\partial \varphi_Z}{\partial \kappa_M} = (-a_{32}X_M + a_{31}Y_M)t; \\ c_7 &= \frac{\partial \varphi_Z}{\partial t} = -(a_{31}X_M + a_{32}Y_M + a_{33}Z_M). \end{split}$$

Значения коэффициентов уравнений поправок a_i , b_i , c_i вычисляют по известным значениям координат X_M , Y_M , Z_M ; X, Y, Z и приближенным значениям неизвестных. Значения свободных членов l_X , l_Y , l_Z вычисляют по формулам (2.11.1), т.е. $l_X = \varphi_X$, $l_Y = \varphi_Y$, $l_Z = \varphi_Z$. Полученную таким образом систему уравнений поправок решают методом последовательных приближений. Если количество уравнений поправок в системе больше семи, ее решают методом наименьших квадратов (под условием **V**^T**PV**=min).

§ 2.12. Определение элементов внешнего ориентирования снимков стереопары

По элементам внешнего ориентирования модели и элементам взаимного ориентирования можно определить элементы внешнего ориентирования снимков стереопары. Линейные элементы внешнего ориентирования снимков определяют по формулам

$$\begin{pmatrix} X_{S_i} \\ Y_{S_i} \\ Z_{S_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + \mathbf{A}_M \begin{pmatrix} X_{S_{M_i}} \\ Y_{S_{M_i}} \\ Z_{S_{M_i}} \end{pmatrix} t,$$
(2.12.1)

в которых $X_{S_{Mi}}, Y_{S_{Mi}}, Z_{S_{Mi}}$ — координаты центра проекции *i*-го снимка стереопары в системе координат модели.

Угловые элементы внешнего ориентирования снимков ω_i , α_i , κ_i определяют в следующей последовательности:

1) получают матрицу преобразования координат і-го снимка

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{A}_M \mathbf{A}'_i, \tag{2.12.2}$$

где \mathbf{A}_{M} — матрица, в которой элементы a_{ij} вычисляют по угловым элементам внешнего ориентирования модели ω_{M} , α_{M} , κ_{M} ; \mathbf{A}'_{i} — матрица, в которой элементы a_{ij} вычисляют по угловым элементам взаимного ориентирования *i*-го снимка ω'_{i} , α'_{i} ; \mathbf{K}'_{i} ;

2) по элементам a_{ij} матрицы A_i вычисляют угловые элементы внешнего ориентирования *i*-го снимка стереопары

$$\omega_i = \operatorname{arctg}\left(-\frac{a_{23}}{a_{33}}\right); \quad \alpha_i = \operatorname{arcsin}(a_{13}); \quad \kappa_i = \operatorname{arctg}\left(-\frac{a_{12}}{a_{11}}\right).$$

— Пример —

Решение двойной обратной фотограмметрической засечки по паре макетных снимков.

Исходные данные: Элементы внутреннего ориентирования камеры: f = 100,0 мм, $x_0 = 0,0$ мм, $y_0 = 0,0$ мм.

Элементы внешнего ориентирования снимков стереопары:

 $X_s = 1000 \text{ m}, Y_s = 1000 \text{ m}, Z_s = 1000 \text{ m}, \omega = 0^\circ, \alpha = 3^\circ, \kappa = 1^\circ.$

 $X_{\rm s} = 1500$ м, $Y_{\rm s} = 1000$ м, $Z_{\rm s} = 1000$ м, $\omega = 1^{\circ}$, $\alpha = -1^{\circ}$, $\kappa = 2^{\circ}$.

Координаты опорных точек и соответствующие им координаты точек снимков. В координаты точек снимков введены случайные ошибки измерений со средней квадратической погрешностью равной 0,01 мм.

N	Х, м	<i>Y</i> , м	<i>Z</i> , м	<i>х</i> ₁ , мм	<i>у</i> ₁ , мм	<i>х</i> ₂ , мм	<i>у</i> ₂ , мм
1	1000	1000	10	5,229	-0,003	-52,662	0,034
2	1500	1000	15	57,529	-0,898	-1,741	-1,753
3	1000	1500	20	6,149	51,105	-50,923	51,019
4	1000	500	10	4,354	-50,536	-54,969	-51,353
5	1500	1500	0	57,646	50,540	-0,004	47,800
6	1500	500	15	56,594	-53,110	-3,552	-52,970
7	1050	1050	12	10,422	4,991	-47,424	4,947
8	1450	950	15	52,068	-6,030	-7,003	-6,638
9	1030	1520	18	9,249	53,068	-47,675	52,808
10	980	510	13	2,334	-49,593	-57,146	-50,410
11	1470	1510	5	54,762	51,800	-2,947	49,157
12	1520	530	17	58,907	-50,172	-1,386	-50,028

Приближенные значения элементов взаимного ориентирования снимков: $\alpha'_1 = 0^\circ$, $\kappa'_1 = 0^\circ$, $\omega'_2 = 0^\circ$, $\alpha'_2 = 0^\circ$, $\kappa'_2 = 0^\circ$.

Значение базиса фотографирования *B_X* для построения модели было принято равным 100 м. Приближенные значения элементов внешнего ориентирования модели *M*:

 X_0 =100 м, Y_0 =100 м, Z_0 =500 м, ω_M = 0°, α_M = 0°, κ_M = 0°, t =1.

Результаты вычислений

Элементы взаимного ориентирования пары снимков даны в градусах. Здесь *m*—средняя квадратическая погрешность определения элементов взаимного ориентирования.

	α'1	κ'1	ω'2	α'2	κ'2
	3,0150	0,9826	0,9918	-1,0199	1,9892
m	0,0123	0,0235	0,0176	0,0138	0,0230

Корреляционная матрица элементов взаимного ориентирования

α'1	κ'1	ω'2	α'2	κ'2
1	-0.153	0.122	-0.236	-0.121
	1	-0.975	-0.040	0.929
		1	0.083	-0.966
			1	-0.060
				1

Остаточные поперечные параллаксы

Ν	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Δq (MM)	-,002	,017	,011	,004	-,001	-,003	,005	-,022	-,011	,004	-,001	,005

Координаты точек модели

N	X _M	$Y_{_M}$	$Z_{_M}$
1	-0,074	-0,008	-198,376
2	100,079	-0,007	-197,268
3	0,008	100,115	-196,232
4	-0,088	-100,119	-198,260
5	100,082	100,078	-200,220
6	100,047	-100,170	-197,255
7	9,971	10,006	-197,818
8	90,064	-10,054	-197,308
9	6,006	104,076	-196,577
10	-4,109	-98,184	-197,775
11	94,080	102,046	-199,173
12	104,072	-94,180	-196,905

	X ₀	Y_0	Z_0	$\omega_{_M}$	$\alpha_{_M}$	$\kappa_{_M}$	t
	1000,501	1000,602	1000,178	-0,029	0,014	0,017	4,994
т	0,059	0,140	0,132	0,007	0,012	0,006	0,000

Элементы внешнего ориентирования модели

Корреляционная матрица элементов внешнего ориентирования модели

X ₀	Y_0	Z_0	ω _M	α _M	κ _M	t
1	0,000	-0,390	0,000	-0,016	0,011	-0,466
	1	0,006	-0,906	0,013	-0,196	-0,004
		1	-0,010	0,406	0,000	0,822
			1	-0,013	-0,002	0,000
				1	0,000	-0,002
					1	0,000
						1

N	Х, м	<i>Y</i> , м	<i>Z</i> , м	<i>Х_м</i> , м	<i>Y_м</i> , м	<i>Z_м</i> , м	<i>dX</i> , м	<i>dY</i> , м	<i>dZ</i> , м
1	1000	1000	10	999,875	1000,058	9,511	-0,125	0,058	-0,489
2	1500	1000	15	1500,034	1000,217	14,915	0,034	0,217	-0,085
3	1000	1500	20	1000,141	1500,065	19,963	0,141	0,065	-0,037
4	1000	500	10	999,963	500,112	10,343	-0,037	0,112	0,343
5	1500	1500	0	1499,894	1500,021	-0,081	-0,106	0,021	-0,081
6	1500	500	15	500,025	500,011	15,238	0,0248	0,011	0,238
7	1050	1050	12	1050,029	1050,080	12,258	0,029	0,080	0,258
8	1450	950	15	1450,034	950,027	14,752	0,034	0,027	-0,248
9	1030	1520	18	1030,089	1519,856	18,223	0,089	-0,144	0,223
10	980	510	13	979,876	509,771	12,765	-0,124	-0,229	-0,235
11	1470	1510	5	1469,920	1509,847	5,149	-0,080	-0,153	0,149
12	1520	530	17	1520,119	529,933	16,963	0,119	-0,067	-0,036
				<u>.</u>		т	0,089	0,121	0,239

Оценка точности по опорным точкам

Элементы внешнего ориентирования снимков

<i>Х_s</i> , м	<i>Ү_s</i> , м	<i>Z_s</i> , м	ω	α	к
1000,501	1000,602	1000,178	-0,0283	3,029	1,0000
1499,891	1000,754	1000,051	0,9623	-1,005	2,0069

§ 2.13. Точность определения координат точек объекта по стереопаре плановых снимков

Так как на стереопаре плановых снимков углы наклона снимков не превышают 1–3°, а базис фотографирования практически горизонтален, для оценки точности определения координат точек местности по стереопаре снимков воспользуемся формулами связи координат точек местности и координат их изображений на стереопаре снимков идеального случая съемки (2.5.4):

$$X = -\frac{Z}{f}x_1; \quad Y = -\frac{Z}{f}y_1; \quad Z = -\frac{B}{p}f.$$

Как известно из теории математической обработки геодезических измерений, квадрат средней квадратической ошибки фунции равен сумме произведений квадратов частных производных от этой функции по соответствующим аргументам (по измеренным величинам) на их средние квадратические ошибки. В нашем случае измеренные величины—*x*, *y*, *p*, поэтому

$$m_X^2 = \left(\frac{\partial X}{\partial Z}\right)^2 m_Z^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial x_1}\right)^2 m_x^2;$$

$$m_Y^2 = \left(\frac{\partial Y}{\partial Z}\right)^2 m_Z^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial y_1}\right)^2 m_y^2;$$

$$m_Z^2 = \left(\frac{\partial Z}{\partial p}\right)^2 m_p^2,$$

(2.13.1)

где m_x, m_y, m_z —средние квадратические погрешности определения координат *X*,*Y*,*Z* точки объекта по стереопаре; m_x, m_y, m_p —средние квадратические погрешности измерения координат точек снимка x_1, y_1 и параллакса *p*.

Найдем частные производные

$$\frac{\partial X}{\partial Z} = -\frac{x_1}{f}; \quad \frac{\partial X}{\partial x_1} = -\frac{Z}{f}; \quad \frac{\partial Y}{\partial Z} = -\frac{y_1}{f}; \quad \frac{\partial Y}{\partial y_1} = -\frac{Z}{f}; \quad \frac{\partial Z}{\partial p} = \frac{Bf}{p^2} = -\frac{Z}{p} = -\frac{Z}{b}.$$
 (2.13.2)

Подставляя (2.13.2) в (2.13.1) получим:

$$m_{X} = \sqrt{\left(\frac{x}{f}m_{Z}\right)^{2} + \left(\frac{Z}{f}m_{x}\right)^{2}} \approx \frac{Z}{f}m_{x};$$

$$m_{Y} = \sqrt{\left(\frac{y}{f}m_{Z}\right)^{2} + \left(\frac{Z}{f}m_{y}\right)^{2}} \approx \frac{Z}{f}m_{y};$$

$$m_{Z} = \sqrt{\left(\frac{Z}{b}m_{p}\right)^{2}} = \frac{Z}{b}m_{p}.$$
(2.13.3)

67



Рис. 2.18

Здесь, в уравнениях (2.13.3) для m_{χ} , m_{γ} второй член, совершенно очевидно, оказывает более существенное влияние на среднюю квадратическую погрешность определения координат, так как в него входит высота фотографирования, которая значительно больше координат точек *x*, *y* на снимке, поэтому первым членом можно принебречь.

В выражениях (2.13.2) величина *р* заменина на *b*—базис в масштабе снимка, так как продольный параллакс любой точки на паре горизонтальных снимков для плоской местности равен базису фотографирования в масштабе снимка (рис. 2.18).

На рис. 2.18 S_1 и S_2 —центры проекции левого и правого снимков стереопары; o_1 и o_2 —соответствующие главные точки снимков; o'_1 и o'_2 —изображения главных точек на соседних снимках.

Таким образом, из формул (2.13.3) следует, что точность определения координат точек объекта по паре снимков зависит:

1) от высоты фотографирования, чем больше высота фотографирования тем ниже точность определения координат;

2) от базиса фотографирования, чем больше базис тем выше точность определения координат точек объекта;

3) от фокусного расстояния камеры; чем больше фокусное расстояние камеры, при одной и той же высоте фотографирования, тем выше точность определения плановых координат точек объекта и ниже точность определения высот точек объекта, так как в этом случае для сохранения перекрытия между снимками следует уменьшить базис фотографирования, а следовательно уменьшается угол засечки для точек объекта;

4) от точности измерения координат и параллаксов точек снимков, чем выше точность измерений, тем выше точность определения координат точек объекта.

Формулы (2.13.3) очень удобны для вычисления предварительной (до выполнения обработки снимков) оценки точности определения координат точек объекта по паре снимков. По этим формулам можно оценить точность в пределах, приблизительно, 10% реальной точности. В большинстве случаев этого бывает достаточно. Безусловно на точность определения координат точек объекта по паре снимков также влияет точность знания элементов внешнего ориентирования снимков. Для оценки точности определения координат точек объекта по паре снимков с учетом всех факторов, влияющих на точность, обычно используют макетные снимки. Макетные снимки моделируют процесс аэросъемки. Они вычисляются следующим образом. Сначала задают координаты точек объекта, элементы внутреннего и внешнего ориентирования снимков, а затем вычисляют координаты точек снимков, используя уравнения связи координат точек снимка и объекта (уравнения коллинеарности). В координаты точек объекта, снимков и в элементы внешнего ориентирования снимков вводят случайные ошибки, имитирующие ошибки изменения этих величин. Затем вычисляют координаты точек объекта по паре макетных снимков и сравнивают с их истинными (заданными) значениями. В результате получают более точную оценку точности определения координат точек объекта по паре снимков (практически ту оценку, которую получим, если реально выполнить аэросъемку и обработку снимков с теми параметрами, которые использовались при создании макетных снимков).

— Пример ——

Вычислим величины средних квадратических погрешностей m_x , m_y и m_z определения координат точек местности по стереопаре снимков, полученных с высоты 2000 м с продольным перекрытием 60%, полноформатной цифровой аэрофотокамерой DMC III, фирмы Z/I. Аэрофотокамера DMC III имеет объектив с фокусным расстоянием 92 мм и матрицу, имеющую размеры по оси x—14592 пикселей, а по оси y—25728 пикселей (размер пикселя 3,9 мкм). Будем считать, что на стереопаре снимков точки были измерены с погрешностями $m_x = m_u = 0,5$ пикселя = 2 мкм и $m_p = 0,3$ пикселя = 1,2 мкм.

При продольном перекрытии снимков стереопары 60% и длине стороны кадра, направленного вдоль направления полета, равного 14592 пикселей или 56,9 мм базис в масштабе снимка

$$b = \frac{56,9 \text{ MM } (100\% - 60\%)}{100\%} = 22,8 \text{ MM}.$$

Средние квадратические погрешности определения координат точки местности, вычисленные по формулам (2.13.3) для нашего примера будут равны:

$$m_{\chi} = \frac{Z}{f} m_{\chi} = \frac{2000 \ \text{m}}{92 \ \text{m}} 0,002 \ \text{m} = 0,04 \ \text{m};$$

$$m_{\chi} = \frac{Z}{f} m_{y} = \frac{2000 \ \text{m}}{92 \ \text{m}} 0,002 \ \text{m} = 0,04 \ \text{m};$$

$$m_{Z} = \frac{Z}{b} m_{p} = \frac{2000 \ \text{m}}{22,8 \ \text{m}} 0,0012 \ \text{m} = 0,10 \ \text{m}.$$

ГЛАВА З

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ФОТОТРИАНГУЛЯЦИЯ

§ 3.1. Назначение и классификация методов фототриангуляции

Фототриангуляция выполняется с целью определения элементов внешнего ориентирования снимков, координат и высот точек местности в системе координат объекта, путем построения и внешнего ориентирования фотограмметрической модели объекта (местности) по снимкам, принадлежащим одному или нескольким перекрывающимся маршрутам.

Эти данные используются в качестве исходной и контрольной информации при выполнении процессов обработки стереопар или одиночных снимков в фотограмметрических системах.

В настоящее время построение сетей пространственной фототриангуляции осуществляется только аналитическим методом, а измерения снимков производится на цифровых стереофотограмметрических системах.

Фототриангуляцию можно разделить на:

маршрутную, в которой построение сети фототриангуляции производится по снимкам, принадлежащим одному маршруту;

блочную, в которой построение сети фототриангуляции производится по снимкам, принадлежащим нескольким маршрутам.

Основными методами построения и уравнивания сетей пространственной фототриангуляции в настоящее время являются методы связок и независимых моделей.

Построение сетей фототриангуляции более простыми и не строгими, с точки зрения метода наименьших квадратов, методами продолжения и независимых маршрутов выполняют как предварительные построения для отбраковки грубых ошибок и нахождения значений начальных приближений определяемых величин перед построением сетей по методам связок или независимых моделей.

§ 3.2. Маршрутная фототриангуляция методом продолжения

Маршрутная фототриангуляция методом продолжения выполняется в следующей последовательности.

1. Строят фотограмметрические модели по смежным (соседним) снимкам маршрута (рис. 3.1).

2. Объединяют построенные модели в модель маршрута путем последовательного присоединения моделей к первой модели. В этом случае все точки модели маршрута определяются в системе координат первой модели, которую в дальнейшем будем называть системой координат модели и обозначать $O_{u}X_{u}Y_{u}Z_{u}$.

Объединение моделей производят по связующим точкам общим для двух смежных моделей, которые выбирают и измеряют на смежных стереопарах в зонах тройного перекрытия снимков (рис. 3.2).





Рис. 3.2

3. Производят внешнее ориентирование модели маршрута по опорным точкам.

4. При необходимости устраняют систематические искажения сети по опорным точкам.

Рассмотрим перечисленные выше процессы более подробно.

Построение фотограмметрических моделей

Производится в три этапа. Сначала выполняют внутреннее ориентирование всех снимков, затем определяют элементы взаимного ориентирования снимков, и наконец, строят фотограмметрические модели путем решения прямых фотограмметрических засечек. При построении независимых моделей обычно используют систему координат модели с началом в центре проекции левого снимка, ось X_M совпадает с базисом фотографирования, а плоскость $Y_M Z_M$ повернута таким образом, что угол $\omega'_1 = 0$.

Таким образом, для построения модели используют элементы взаимного ориентирования $\alpha'_1, \kappa'_1, \omega'_2, \alpha'_2, \kappa'_2$, а параметры b_y, b_z, ω'_1 принимают равными нулю $(b_y = b_z = \omega'_1 = 0)$. (см. главу 2).

Построение модели маршрута

Производится путем последовательного присоединения каждой последующей к первой модели.

Этот процесс выполняется в два этапа. Сначала определяют элементы внешнего ориентирования присоединяемой модели в системе координат модели маршрута $X_{M0i}, Y_{M0i}, Z_{M0i}, \omega_{Mi}, \alpha_{Mi}, \kappa_{Mi}, t_i$, где *i* — номер присоединяемой модели (*i*=2, 3, ..., *n*); *t_i* - масштабный коэффициент *i* модели.

Для определения элементов внешнего ориентирования присоединяемой модели для каждой связующей точки составляют систему уравнений

$$\begin{pmatrix} X_{M_{0i}} \\ Y_{M_{0i}} \\ Z_{M_{0i}} \end{pmatrix} + \mathbf{A}_{Mi} \begin{pmatrix} X_{Mi} \\ Y_{Mi} \\ Z_{Mi} \end{pmatrix} t_{i} - \begin{pmatrix} X_{M} \\ Y_{M} \\ Z_{M} \end{pmatrix} = \mathbf{0},$$
 (3.2.1)

в которой X_M , Y_M , Z_M — координаты связующей точки в системе координат модели маршрута; X_{Mi} , Y_{Mi} , Z_{Mi} — ее координаты в системе координат *i*-й модели.

Для определения элементов внешнего ориентирования модели необходимо не менее трех связующих точек. В качестве связующей точки обязательно используется центр проекции *S* общего для двух соседних моделей снимка.

После определения элементов внешнего ориентирования модели определяют координаты точек присоединяемой модели в системе координат модели маршрута по формулам

$$\begin{pmatrix} X_{M} \\ Y_{M} \\ Z_{M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{M_{0i}} \\ Y_{M_{0i}} \\ Z_{M_{0i}} \end{pmatrix} + \mathbf{A}_{Mi} \begin{pmatrix} X_{Mi} \\ Y_{Mi} \\ Z_{Mi} \end{pmatrix} t_{i}.$$
(3.2.2)

Необходимо отметить, что координаты связующих точек и общего для соседних моделей центра проекции снимка *S* в системе координат модели маршрута определяются дважды (по двум соседним моделям). Разности этих координат ΔX , ΔY , ΔZ служат критерием точности построения модели маршрута и позволяют выявить грубые измерения.

В качестве окончательного значения координат точек модели маршрута берутся их средние значения из двух определений.

Рис. 3.3 и 3.4 иллюстрируют процесс построения модели маршрута.


Рис. 3.3





Внешнее ориентирование модели маршрута

Производится по опорным точкам в два этапа. Сначала определяют элементы внешнего ориентирования модели маршрута X_0 , Y_0 , Z_0 , ω_M , α_M , κ_M , t в системе координат объекта *OXYZ*. Этот процесс полностью аналогичен процессу внешнего ориентирования фотограмметрической модели, построенной по стереопаре снимков. После определения элементов внешнего ориентирования модели маршрута вычисляют координаты точек модели маршрута в системе координат объекта:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + \mathbf{A}_M \begin{pmatrix} X_M \\ Y_M \\ Z_M \end{pmatrix} t.$$
(3.2.3)

Устранение систематических искажений маршрутной сети по опорным точкам

Вследствие неполного учета систематических ошибок снимка, вызываемых дисторсией объектива, атмосферной рефракцией и другими причинами, координаты точек сети, определенные по формулам (3.2.3), могут содержать систематические ошибки, которые накапливаются от модели к модели.

Систематические искажения сети маршрутной фототриангуляции можно описать с помощью полиномов, например, полиномов 2-го порядка:

$$\begin{cases} X_{u} = X + A_{0} + A_{1}X + A_{2}Y + A_{3}XY + A_{4}X^{2}; \\ Y_{u} = Y + B_{0} + B_{1}X + B_{2}Y + B_{3}XY + B_{4}X^{2}; \\ Z_{u} = Z + C_{0} + C_{1}X + C_{2}Y + C_{3}XY + C_{4}X^{2}, \end{cases}$$
(3.2.4)

где A_i, B_i, C_i — коэффициенты полиномов; X, Y, Z — координаты точек сети, определенные в результате внешнего ориентирования модели маршрута; $X_{\mu}, Y_{\mu}, Z_{\mu}$ — координаты точек сети, исправленные за влияние систематических ошибок.

Для определения коэффициентов полиномов необходимо не менее пяти планово-высотных опорных точек, расположенных по схеме, представленной



Рис. 3.5

во-высотных опорных точек, расположенных по схеме, представленной на рис. 3.5, так как каждая опорная точка позволяет составить три линейных уравнения с 15-ю неизвестными коэффициентами полиномов A_i, B_i, C_i :

$$\begin{cases} X + A_0 + A_1 X + A_2 Y + A_3 X Y + A_4 X^2 - X_u = \vartheta_x; \\ Y + B_0 + B_1 X + B_2 Y + B_3 X Y + B_4 X^2 - Y_u = \vartheta_y; \\ Z + C_0 + C_1 X + C_2 Y + C_3 X Y + C_4 X^2 - Z_u = \vartheta_z, \end{cases}$$
(3.2.5)

где X_{μ} , Y_{μ} , Z_{μ} — геодезические координаты опорной точки в системе координат объекта.

В результате решения системы уравнений (3.2.5) находят значения коэффициентов полиномов A_i , B_i , C_i . Если опорных точек больше пяти, то решение производят методом наименьших квадратов. По координатам точек сети X, Y, Z и значениям коэффициентов A_i , B_i , C_i находят по формулам (3.2.4), исправленные за систематические искажения координаты точек сети X_μ , Y_μ , Z_μ .



Следует отметить, что в случае если направление оси X_M системы координат модели маршрута не совпадает с осью X системы координат объекта (рис. 3.6), перед выполнением процесса исключения систематических ошибок необходимо предварительно перевычислить координаты X, *Y*, *Z* опорных и определенных точек сети из системы координат объекта во вспомогательную систему координат объекта $OX^*Y^*Z^*$, ось X^* которой параллельна оси X_M системы координат модели в системе координат объекта.

Вычисления производят по формулам

$$\begin{pmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{\kappa_M}^T \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}.$$
 (3.2.6)

Затем производят устранение систематических искажений координат точек сети по методике, описанной выше и перевычисляют исправленные значения координат точек сети $X_{u}^{*}, Y_{u}^{*}, Z_{u}^{*}$ в систему координат объекта по формулам

$$\begin{pmatrix} X_u \\ Y_u \\ Z_u \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{\kappa_M} \begin{pmatrix} X_u^* \\ Y_u^* \\ Z_u^* \end{pmatrix}.$$
 (3.2.7)

В формулах (3.2.6) и (3.2.7) матрицы преобразования координат имеют вид:

$$\mathbf{A}_{\kappa_{M}} = \begin{pmatrix} \cos \kappa_{M} & -\sin \kappa_{M} & 0\\ \sin \kappa_{M} & \cos \kappa_{M} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{A}_{\kappa_{M}}^{T} = \begin{pmatrix} \cos \kappa_{M} & \sin \kappa_{M} & 0\\ -\sin \kappa_{M} & \cos \kappa_{M} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

здесь к_м — угол разворота системы координат модели.

§ 3.3. Блочная фототриангуляция по методу независимых маршрутов

Блочная фототриангуляция по методу независимых маршрутов выполняется сле-

дующим образом. Сначала строят модели маршрутов по методике, изложенной в §3.2, а затем объединяют их в блочную сеть по связующим точкам, расположенным в межмаршрутном перекрытии, с одновременным их внешним ориентированием по опорным точкам (рис. 3.7).

Для объединения моделей маршрута в блочную модель с одновременным ее внешним ориентированием для каждой связующей точки составляют уравнения



$$X_i - X_j = 0; \quad Y_i - Y_j = 0; \quad Z_i - Z_j = 0,$$
 (3.3.1)

75

в которых X_i , Y_i , Z_i и X_j , Y_j , Z_j — координаты связующей точки в системе координат объекта, определенные соответственно по *i*-й и *j*-й моделям.

Значения X_i , Y_i , Z_i и X_j , Y_j , Z_j определяются по формулам:

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{0i} \\ Y_{0i} \\ Z_{0i} \end{pmatrix} + \mathbf{A}_{Mi} \begin{pmatrix} X_{Mi} \\ Y_{Mi} \\ Z_{Mi} \end{pmatrix} t_i; \quad \begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{0j} \\ Y_{0j} \\ Z_{0j} \end{pmatrix} + \mathbf{A}_{Mj} \begin{pmatrix} X_{Mj} \\ Y_{Mj} \\ Z_{Mj} \end{pmatrix} t_j$$

Таким образом в уравнениях (3.3.1) неизвестными являются элементы внешнего ориентирования *i* и *j* моделей.

Для каждой опорной точки (планово-высотной), измеренной в маршруте, составляют уравнения

$$\begin{pmatrix} X_{0i} \\ Y_{0i} \\ Z_{0i} \end{pmatrix} + \mathbf{A}_{Mi} \begin{pmatrix} X_{Mi} \\ Y_{Mi} \\ Z_{Mi} \end{pmatrix} t_i - \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{0}, \qquad (3.3.2)$$

где *i* — номер модели; *X*, *Y*, *Z* — координаты опорной точки в системе координат объекта.

Уравнения поправок соответствующие уравнениям (3.3.1) и (3.3.2) имеют вид:

$$\begin{aligned} a_{1}\delta X_{0i} + a_{2}\delta Y_{0i} + a_{3}\delta Z_{0i} + a_{4}\delta \omega_{Mi} + a_{5}\delta \alpha_{Mi} + a_{6}\delta \kappa_{Mi} + \\ &+ a_{7}\delta t_{i} + a_{8}\delta X_{oj} + a_{9}\delta Y_{oj} + a_{10}\delta Z_{oj} + \\ &+ a_{11}\delta \omega_{Mj} + a_{12}\delta \alpha_{Mj} + a_{13}\delta \kappa_{Mj} + a_{14}\delta t_{j} + l_{x} = \vartheta_{x}; \\ b_{1}\delta X_{0i} + b_{2}\delta Y_{0i} + b_{3}\delta Z_{0i} + b_{4}\delta \omega_{Mi} + b_{5}\delta \alpha_{Mi} + b_{6}\delta \kappa_{Mi} + \\ &+ b_{7}\delta t_{i} + b_{8}\delta X_{oj} + b_{9}\delta Y_{oj} + b_{10}\delta Z_{oj} + \\ &+ b_{11}\delta \omega_{Mj} + b_{12}\delta \alpha_{Mj} + b_{13}\delta \kappa_{Mj} + b_{14}\delta t_{j} + l_{y} = \vartheta_{y}; \\ c_{1}\delta X_{0i} + c_{2}\delta Y_{0i} + c_{3}\delta Z_{0i} + c_{4}\delta \omega_{Mi} + c_{5}\delta \alpha_{Mi} + c_{6}\delta \kappa_{Mi} + \\ &+ c_{7}\delta t_{i} + c_{8}\delta X_{oj} + c_{9}\delta Y_{oj} + c_{10}\delta Z_{oj} + \\ &+ c_{11}\delta \omega_{Mj} + c_{12}\delta \alpha_{Mj} + c_{13}\delta \kappa_{Mj} + c_{14}\delta t_{j} + l_{z} = \vartheta_{z}; \end{aligned}$$

$$a_{1}\delta X_{0i} + a_{2}\delta Y_{0i} + a_{3}\delta Z_{0i} + a_{4}\delta\omega_{Mi} + a_{5}\delta\alpha_{Mi} + a_{6}\delta\kappa_{Mi} + a_{7}\delta t_{i} + l_{x} = \vartheta_{x};$$

$$b_{1}\delta X_{0i} + b_{2}\delta Y_{0i} + b_{3}\delta Z_{0i} + b_{4}\delta\omega_{Mi} + b_{5}\delta\alpha_{Mi} + b_{6}\delta\kappa_{Mi} + b_{7}\delta t_{i} + l_{y} = \vartheta_{y};$$

$$c_{1}\delta X_{0i} + c_{2}\delta Y_{0i} + c_{3}\delta Z_{0i} + c_{4}\delta\omega_{Mi} + c_{5}\delta\alpha_{Mi} + c_{6}\delta\kappa_{Mi} + c_{7}\delta t_{i} + l_{z} = \vartheta_{z}.$$

(3.3.4)

Для плановой опорной точки (X, Y) составляются только два первых уравнения поправок (3.3.4), а для высотной опорной точки (Z) только третье уравнение. В результате совместного решения системы уравнений поправок (3.3.3) и (3.3.4) по методу наименьших квадратов находят значения элементов внешнего ориентирования всех моделей маршрутов в системе координат объекта.

Затем вычисляют координаты точек блочной сети в системе координат объекта в каждом маршруте:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{0i} \\ Y_{0i} \\ Z_{0i} \end{pmatrix} + \mathbf{A}_{Mi} \begin{pmatrix} X_{Mi} \\ Y_{Mi} \\ Z_{Mi} \end{pmatrix} t_i.$$
(3.3.5)

Координаты межмаршрутных связующих точек в этом случае вычисляются дважды. За окончательное значение берется среднее из них. Общее количество неизвестных, определяемых в результате решения системы уравнений поправок в этом методе блочной фототриангуляции, определяется по формуле

$$N=7n,$$
 (3.3.6)

где *п* — количество маршрутов.

Общее количество уравнений поправок определяется по формуле

$$M = 3m + 3k + 2i + l, \tag{3.3.7}$$

где m — число межмаршрутных связующих точек; k — число планово-высотных опорных точек, измеренных в маршрутах; i и l — число плановых и высотных опорных точек, измеренных в маршрутах.

Для сети, изображенной на рис. 3.7

$$N=7\cdot3=21; M=3\cdot14+3\cdot8=42+24=66,$$

так как m=14 (две опорные точки, расположенные в межмаршрутном перекрытии, используются как связующие), а k=8 (две опорные точки измерены в двух соседних маршрутах).

§ 3.4. Построение и уравнивание маршрутной и блочной фототриангуляции по методу независимых моделей

В этом методе построение и уравнивание сетей маршрутной и блочной фототриангуляции производят в два этапа. Сначала по всем смежным (соседним) снимкам в каждом маршруте строятся фотограмметрические модели (аналогично тому как это делалось в способе фототриангуляции методом продолжения), а затем определяют элементы внешнего ориентирования каждой модели и координаты точек сети в системе координат объекта.

Определение элементов внешнего ориентирования фотограмметрических моделей в системе координат объекта производят следующим образом. Для каждой связующей точки (находящейся в зоне тройного перекрытия снимков или в межмаршрутном перекрытии), измеренной в двух моделях, и центра проекции, общего для двух смежных моделей снимка, составляют уравнения

$$X_i - X_j = 0; \quad Y_i - Y_j = 0; \quad Z_i - Z_j = 0,$$
 (3.4.1)

в которых координаты точки в *i* и *j* моделях в системе координат объекта определяют по формулам:

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{0i} \\ Y_{0i} \\ Z_{0i} \end{pmatrix} + \mathbf{A}_{Mi} \begin{pmatrix} X_{Mi} \\ Y_{Mi} \\ Z_{Mi} \end{pmatrix} t_i; \quad \begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{0j} \\ Y_{0j} \\ Z_{0j} \end{pmatrix} + \mathbf{A}_{Mj} \begin{pmatrix} X_{Mj} \\ Y_{Mj} \\ Z_{Mj} \end{pmatrix} t_j;$$

где X_{Mi} , Y_{Mi} , Z_{Mi} и X_{Mj} , Y_{Mj} , Z_{Mj} — координаты точки в системах координат *i* и *j* моделей. Для каждой опорной точки, измеренной на модели, составляются уравнения

$$\begin{pmatrix} X_{0i} \\ Y_{0i} \\ Z_{0i} \end{pmatrix} + \mathbf{A}_{Mi} \begin{pmatrix} X_{Mi} \\ Y_{Mi} \\ Z_{Mi} \end{pmatrix} t_i - \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{0}.$$
 (3.4.2)

Если при аэрофотосъемке с помощью ГНСС определялись координаты центров проекций снимков X_{Sk} , Y_{Sk} , Z_{Sk} в системе координат объекта, то для каждого центра проекции составляются уравнения:

$$\begin{pmatrix} X_{0i} \\ Y_{0i} \\ Z_{0i} \end{pmatrix} + \mathbf{A}_{Mi} \begin{pmatrix} X_{SkMi} \\ Y_{SkMi} \\ Z_{SkMi} \end{pmatrix} t_i - \begin{pmatrix} X_{Sk} \\ Y_{Sk} \\ Z_{Sk} \end{pmatrix} = \mathbf{0},$$
(3.4.3)

где X_{SkMi} , Y_{SkMi} , Z_{SkMi} — координаты центра проекции k-го снимка в системе координат i-й модели.

Уравнения поправок, соответствующие уравнениям (3.4.1), имеют вид аналогичный уравнениям поправок (3.3.3), а уравнения поправок, соответствующие уравнениям (3.4.2) и (3.4.3), имеют вид аналогичный уравнениям поправок (3.3.4) (см. §3.3). В результате решения полученной системы уравнений поправок по методу наименьших квадратов находят уравненные значения элементов внешнего ориентирования всех моделей в системе координат объекта.

Необходимо отметить, что если при аэрофотосъемке были определены с помощью ГНСС координаты центров проекций снимков, то можно построить и уравнять блочную сеть без использования опорных точек на земной поверхности. При построении и уравнивании маршрутной сети необходима, по крайней мере, одна опорная точка. Это связано с тем, что центры проекции, являющиеся в данном случае опорными точками, расположены практически на одной прямой.

По полученным значениям элементов внешнего ориентирования моделей определяют координаты точек сети и центров проекции снимков в системе координат объекта:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{0i} \\ Y_{0i} \\ Z_{0i} \end{pmatrix} + \mathbf{A}_{Mi} \begin{pmatrix} X_{Mi} \\ Y_{Mi} \\ Z_{Mi} \end{pmatrix} t_i.$$
(3.4.4)

Для точек сети и центров проекций снимков, координаты которых были определены по нескольким моделям, в качестве окончательного значения берутся средние значения этих координат.

Значения угловых элементов внешнего ориентирования снимков определяют в два этапа. Сначала находят матрицу преобразования координат снимка по формуле

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{M} \mathbf{A}', \tag{3.4.5}$$

где **А'** — матрица преобразования координат, определяющая угловую ориентацию системы координат снимка *Sxyz* относительно системы координат модели $O_M Y_M X_M Z_M$, элементы a_{ij} которой являются функцией угловых элементов взаимного ориентирования ω' , α' , κ' *i*-го снимка; **A**_M — матрица преобразования координат, определяющая угловую ориентацию системы координат модели $O_M Y_M X_M Z_M$ относительно системы координат объекта *OYXZ*, элементы a_{ij} которой являются функцией угловых элементов внешнего ориентирования модели ω_M , α_M , κ_M .

По значениям элементов матрицы А вычисляют значения угловых элементов внешнего ориентирования снимка:

$$\omega' = \operatorname{arctg}\left(-\frac{a_{23}}{a_{33}}\right); \quad \alpha' = \operatorname{arcsin}\left(a_{13}\right); \quad \kappa' = \operatorname{arctg}\left(-\frac{a_{12}}{a_{11}}\right). \quad (3.4.6)$$

Общее количество неизвестных, определяемых при построении и уравнивании сети, можно определить по формуле N = 7n, где n — количество независимых моделей.

Общее количество уравнений поправок определяют по формуле M = 3m + 3k + 2i + l + S, где m — число связующих точек на смежных моделях;

k — число планово-высотных опорных точек, измеренных на моделях; i — число плановых опорных точек, измеренных на моделях; l — количество высотных опорных точек, измеренных на моделях; S — количество уравнений поправок, составленных для центров проекций, определенных с помощью системы ГНСС (S=6n, где n — количество независимых моделей).

Для сети, изображенной на рис. 3.8, состоящей из двух маршрутов, в каждом из которых четыре снимка (три стереопары):

1	\triangle	O(1)	\circ (1)	Δ	1	
	-¢-	-\$-(1)	-\$-(1)	-¢-		
	O(1)	0(4)	0 ④ [2 △	1	
	- \ -	-\$-(1)	-\$-(1)	-¢-		
1	\triangle	O(1)	O(1)	Δ	1	

— плавная точка снимка;

О — точка сети;

△ — планово-высотная точка;

(*m*) — число связующих точек на смежных моделях;

[] — число планово-высотных опознаков, измеренных на моделях

Рис. 3.8

 $N = 7 \cdot 6 = 42; M = 2m + 3k = 3 \cdot 18 + 3 \cdot 6 = 54 + 18 = 72.$

Если при этом координаты центров проекций были определены системой ГНСС, то дополнительно составляют S уравнений поправок Таким образом, $S=6n=6\times 6=36$; M=114.

§ 3.5. Построение и уравнивание маршрутной и блочной фототриангуляции по методу связок

С геометрической точки зрения сеть фототриангуляции по методу связок строится под условием пересечения соответственных проектирующих лучей в точках объекта, а для каждой связки проектирующих лучей – в соответствующем центре проекции (рис. 3.9).



Рис. 3.9

Математической основой метода связок являются известные уравнения коллинеарности, которые составляются для каждого изображения точки (определяемой и опорной), измеренной на снимке:

$$x_0 - f \frac{x^*}{z^*} - x = 0; \quad y_0 - f \frac{y^*}{z^*} - y = 0,$$
 (3.5.1)

где $\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{pmatrix}$ = $\mathbf{A}^T \begin{pmatrix} X - X_s \\ Y - Y_s \\ Z - Z_s \end{pmatrix}$; *х*, *у* — координаты изображения точки местности, изме-

ренной на снимке; X, Y, Z — координаты точки местности в системе координат объекта OXYZ; X_s, Y_s, Z_s — координаты центров проекции снимка в системе координат объекта; **A** — матрица преобразования координат, элементы a_{ij} которой являются функциями угловых элементов внешнего ориентирования снимка.

Уравнения поправок, соответствующие условным уравнениям (3.5.1), в общем случае, имеют вид:

$$a_{1}\delta X_{s} + a_{2}\delta Y_{s} + a_{3}\delta Z_{s} + a_{4}\delta\omega + a_{5}\delta\alpha + a_{6}\delta\kappa + a_{7}\delta X + a_{8}\delta Y + a_{9}\delta Z + l_{x} = \vartheta_{x};$$

$$b_{1}\delta X_{s} + b_{2}\delta Y_{s} + b_{3}\delta Z_{s} + b_{4}\delta\omega + b_{5}\delta\alpha + b_{6}\delta\kappa + b_{7}\delta X + b_{8}\delta Y + b_{9}\delta Z + l_{y} = \vartheta_{y}.$$
(3.5.2)

В случае, если в уравнения (3.5.1) входят известные параметры, то из уравнений поправок (3.5.2) исключаются члены, соответствующие этим параметрам. Например, для точек, у которых известны координаты *XYZ* (опорные точки) уравнения поправок имеют вид:

$$a_{1}\delta X_{s} + a_{2}\delta Y_{s} + a_{3}\delta Z_{s} + a_{4}\delta\omega + a_{5}\delta\alpha + a_{6}\delta\kappa + l_{x} = \vartheta_{x};$$

$$b_{1}\delta X_{s} + b_{2}\delta Y_{s} + b_{3}\delta Z_{s} + b_{4}\delta\omega + b_{5}\delta\alpha + b_{6}\delta\kappa + l_{y} = \vartheta_{y}.$$
(3.5.3)

Если при съемке были определены угловые и линейные элементы внешнего ориентирования снимка, уравнения поправок имеют вид:

$$a_{7}\delta X + a_{8}\delta Y + a_{9}\delta Z + l_{x} = \vartheta_{x};$$

$$b_{7}\delta X + b_{8}\delta Y + b_{9}\delta Z + l_{y} = \vartheta_{y}.$$
(3.5.4)

Таким образом, на основании уравнений (3.5.2)–(3.5.4) составляют систему уравнений поправок

$$\mathbf{A\delta} + \mathbf{L} = \mathbf{V}, \tag{3.5.5}$$

где А — матрица ($M \times N$) коэффициентов (частных производных) уравнений поправок; M — количество уравнений поправок (строки); N — количество неизвестных (столбцов); δ — вектор неизвестных размерностью N; L — вектор свободных членов уравнений поправок размерностью M; V — вектор поправок в измерения (невязки уравнений поправок) размерностью M.

Полученную таким образом систему уравнений поправок решают методом приближений по способу наименьших квадратов под условием $V^{T}PV$ =min, где P — диагональная матрица размерностью $M \times M$ весов измерений,

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_M \end{pmatrix}.$$
 (3.5.6)

Веса измерений *p*_i можно вычислить по формуле

$$p_i = \frac{1}{m_i^2},$$
 (3.5.7)

где *m_i* — средняя квадратическая погрешность измерения *i*.

Для решения уравнений поправок по способу наименьших квадратов составляют нормальные уравнения вида:

или

$$\mathbf{N}\boldsymbol{\delta} + \mathbf{L}^{N} = \mathbf{0}. \tag{3.5.8}$$

где N— матрица коэффициентов нормальных уравнений размерностью $N \times N$; L^N — вектор свободных членов нормальных уравнений размерностью N.

 $\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \delta + \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L} = \mathbf{0}$

Решение уравнений (3.5.8) получается как

$$\delta = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{L}^N \tag{3.5.9}$$

ИЛИ

$$\delta = \mathbf{Q}\mathbf{L}^N,\tag{3.5.10}$$

где Q — обратная матрица нормальных уравнений.

Таким образом получают поправки к приближенным значениям неизвестных, на величины которых последние уточняются. Затем процесс составления и решения уравнений поправок повторяется. Так поступают до тех пор пока поправки к приближенным значениям неизвестных не станут пренебрегаемо малыми величинами. В последнем приближении делают оценку точности, вычисляя средние квадратические ошибки неизвестных:

$$m_j = \mu \sqrt{\mathcal{Q}_{jj}}, \qquad (3.5.11)$$

где Q_{jj} — диагональные элементы обратной матрицы нормальных уравнений; μ — средняя квадратическая ошибка единицы веса, которая вычисляется по формуле

$$P_1$$
 $\Delta 3$
 $\Delta 4$
 P_2
 $\phi 1$
 $\phi 2$
 $\phi 5$
 $\phi 6$
 P_3
 $\Delta 7$
 $\Delta 8$
 P_4

 +
 -
 главная точка снимка;

 \bigcirc
 -
 точка сети;

 Δ
 -
 планово-высотная точка;

$$\mu = \sqrt{\frac{\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{M - N}}.$$
(3.5.12)

В результате находят уравненные значения элементов внешнего ориентирования снимков сети и координаты точек сети в системе координат объекта.

Рассчитаем величины M и N для блочной сети, изображенной на рис. 3.10. Сеть состоит из двух мершрутов, по одной стереопаре в каждом (P_1-P_2 и P_3-P_4). Продольное и поперечное перекрытие составляют 60%. В качестве опоры имеется четыре планово-высотные точки. Каждый снимок дает шесть неизвестных элементов внешнего ориентирования, а каждая точка — три неизвестные координаты. В нашем случае имеем четыре снимка (P_1, P_2, P_3, P_4) и четыре определяемые точки с номерами 1,2,5,6. Таким образом $N=6\times4+3\times4=36$. Теперь

подсчитаем количество уравнений. Каждая точка, измеренная на каждом снимке дает два уравнения коллинеарности. В нашем случае на каждом снимке измерено по шесть точек, следовательно $M=2\times6\times4=48$.

Структура уравнений поправок (матрица **A** и вектор свободных членов **L**) для нашего примера показана на рис. 3.11. Здесь серым цветом показаны значащие коэффициенты уравнений поправок, а остальные коэффициенты равны нулю. Причем, светлосерым цветом показаны коэффициенты уравнений поправок (3.5.2), а темносерым цветом — коэффициенты уравнений поправок (3.5.3).



Рис. 3.11

На рис. 3.12 показана структура нормальных уравнений (3.5.8). Левая верхняя матрица N_{11} является гипердиагональной матрицей с подматрицами размером 6×6 элементов, а правая нижняя матрица N_{22} является также гипердиагональной матрицей с подматрицами размерностью 3×3 элемента. Обращение гипердиагональных матриц сводится к обращению каждой подматрицы независимо друг от друга, что существенно сокращает время на вычисление обратной матрицы и не требует большого объема памяти компьютера. Подматрицы N_{12} и N_{12}^{T} представляют собой разреженные матрицы, которые выражают корреляционные связи между неизвестными элементами внешнего ориентирования снимков и координатами точек объекта.



Рис. 3.12

Для сокращения вычислительного процесса из уравнений (3.5.8) можно исключить неизвестные элементы внешнего ориентирования δ_1 или неизвестные координаты точек местности. Сначала исключим элементы внешнего ориентирования снимков. Для этого запишим уравнение (3.5.8) в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{12}^T & N_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1^N \\ L_2^N \end{pmatrix};$$
(3.5.13)

$$N_{11}\delta_{1} + N_{12}\delta_{2} = L_{1}^{N}$$

$$N_{11}^{T}\delta_{1} + N_{22}\delta_{2} = L_{2}^{N}$$
(3.5.14)

Теперь выделем из первого уравнения (3.5.17) δ₁ и подставим его во второе уравнение, тогда получим:

$$\begin{split} \delta_1 &= N_{11}^{-1} (L_1^N - N_{12} \delta_2); \\ N_{12}^T N_{11}^{-1} (L_1^N - N_{12} \delta_2) + N_{22} \delta_2 - L_2^N = 0 \end{split}$$

После преобразований получим:

или

$$N_{12}^{T}N_{11}^{-1}L_{1}^{N} - N_{12}^{T}N_{11}^{-1}N_{12}\delta_{2} + N_{22}\delta_{2} - L_{2}^{N} = 0$$

$$(N_{12}^{T}N_{11}^{-1}N_{12} - N_{22})\delta_{2} = L_{2}^{N} - N_{12}^{T}N_{11}^{-1}L_{1}^{N}.$$
 (3.5.15)

Уравнение (3.5.15) целесообразно применять в случае, когда снимков в блоке много, а точек определяемых мало. Определив координаты точек объекта в блоке, определяют элементы внешнего ориентирования снимков, путем решения обратных засечек для каждого снимка отдельно. Эта задача решается легко с точки зрения затрат машинного времени.

Если снимков в блоке много, а определяемых точек мало, то целесообразно сначала определить элементы внешнего ориентирования снимков. Для этого из второго уравнения (3.5.14) выражаем δ_2 и подставляем в первое:

$$\begin{split} \delta_2 &= N_{22}^{-1} (L_2^N - N_{12}^T \delta_1); \\ N_{11} \delta_1 &+ N_{12} N_{22}^{-1} L_2^N - N_{12} N_{22}^{-1} \delta_1 - L_1^N = 0. \end{split}$$

После преобразований получим:

 $(N_{11} - N_{12}N_{22}^{-1}N_{12}^{T})\delta_{1} + N_{12}N_{22}^{-1}L_{2}^{N} - L_{1}^{N} = 0$ $(N_{11} - N_{12}N_{22}^{-1}N_{12}^{T})\delta_{1} = L_{1}^{N} - N_{12}N_{22}^{-1}L_{2}^{N}.$ (3.5.16)

Вычислив элементы внешнего ориентирования всех снимков блока по (3.5.16) можно получить координаты всех определяемых точек путем решения прямых многократных засечек для каждой точки в отдельности.

Таким образом строится сеть фототриангуляции по способу связок, если координаты опорных точек измерены заведомо точнее (в 2–3 раза) координат точек, получаемых в результате фототриангуляции. В результате получается жесткая вставка сети фототриангуляции в сеть опорных точек.

Если опорная информация соизмерима по точности с точностью определения координат точек в результате фототриангуляции, то целесообразно к общей системе уравнений поправок, составленной на основе уравнений коллинеарности, добавить следующие уравнения для опорной информации.

или

Для каждой планово-высотной опорной точки составляются уравнения поправок

$$\delta X + l_X = \vartheta_X; \quad \delta Y + l_Y = \vartheta_Y; \quad \delta Z + l_Z = \vartheta_Z, \tag{3.5.17}$$

в которых $l_X = X^0 - X$; $l_Y = Y^0 - Y$; $l_Z = Z^0 - Z$; X, Y, Z — измеренные координаты опорной точки; X^0 , Y^0 , Z^0 — приближенные значения координат опорной точки.

Для плановой опорной точки составляются два первых уравнения из системы уравнений (3.5.17), а для высотной опорной точки — третье уравнение. Если с помощью системы ГНСС были определены координаты центров проекций снимков *S*, то для каждого центра проекции составляются уравнения поправок

$$\delta X_{s} + l_{x_{s}} = \vartheta_{x_{s}}; \quad \delta Y_{s} + l_{y_{s}} = \vartheta_{y_{s}}; \quad \delta Z_{s} + l_{z_{s}} = \vartheta_{z_{s}}, \tag{3.5.18}$$

в которых $l_{X_S} = X_S^0 - X_S$; $l_{Y_S} = Y_S^0 - Y_S$; $l_{Z_S} = Z_S^0 - Z_S$; X_S, Y_S, Z_S — измеренные координаты центров проекции снимков; X_S^0, Y_S^0, Z_S^0 — их приближенные значения.

В случае, если при съемке с помощью навигационного комплекса, включающего инерциальную и ГНСС-системы, были определены угловые элементы внешнего ориентирования (ЭВО) снимков для каждого снимка составляются уравнения поправок:

$$\delta\omega + l_{\omega} = \vartheta_{\omega}; \quad \delta\alpha + l_{\alpha} = \vartheta_{\alpha}; \quad \delta\kappa + l_{\kappa} = \vartheta_{\kappa}, \tag{3.5.19}$$

в которых $l_{\omega} = \omega^0 - \omega;$ $l_{\alpha} = \alpha^0 - \alpha;$ $l_{\kappa} = \kappa^0 - \kappa;$ ω, α, κ — измеренные значения угловых ЭВО; $\omega^0, \alpha^0, \kappa^0$ — их приближенные значения.

Общее количество неизвестных, определяемых при построении и уравнивании блочной сети по способу связок, можно определить по формуле

$$N = 6n + 3k,$$
 (3.5.20)

где *n* — количество снимков в сети; *k* — количество определяемых точек (включая опорные геодезические точки).

Общее количество уравнений поправок можно определить по формуле

$$M = 2m + 3c + 2i + l + 3s + 3j, \tag{3.5.21}$$

$\triangle 2$	03	03	△ 2
- Ģ -2	-ф-3	-ф-3	- 今 -2
04	06	06	∆4
- 今 -2	-ф-3	-ф-3	- 今 - 2
△ 2	03	03	$\triangle 2$

— главная точка снимка;

точка сети;

△ — планово-высотная точка;

Рис. 3.13

где m — общее количество измеренных на снимках точек; c — количество планово-высотных опорных точек; i — количество плановых опорных точек; i — количество высотных опорных точек; s — количество центров проекций снимков, координаты которых были определены с помощью системы ГНСС; j — количество снимков, угловые элементы которых были определены.

Рассчитаем величины *M* и *N* для блочной сети, изображенной на рис. 3.13, построенной

по двум маршрутам, в каждом из которых четыре снимка, с использованием в качестве опорной информации координаты опорных точек и центров проекции снимков. На рис. 3.13 цифрами указано число снимков, на которых изобразилась данная точка.

Для блочной сети, изображенной на рис. 3.13, n=8, k=20, поэтому $N=6\cdot8+3\cdot20=108$, чего следует, что m=60, c=5, S=8. Следовательно, $M=2\cdot60+3\cdot5+3\cdot8=159$. В нашем случае $M\neq N$, значит система имеет решение.

§ 3.6. Построение и уравнивание маршрутной и блочной сетей фототриангуляции по методу связок с самокалибровкой

При построении и уравнивании сетей маршрутной и блочной фототриангуляции в измеренные на снимках значения координат точек вводятся поправки, позволяющие исключить систематические ошибки снимков, вызываемые дисторсией объектива съемочной камеры, деформацией фотопленки, атмосферной рефракцией. Однако снимки, тем не менее, имеют остаточные систематические искажения, которые вызваны изменением в полете параметров элементов внутреннего ориентирования и дисторсии объектива съемочной камеры из за отличия температуры и давления от их значений при проведении калибровки съемочной камеры, отличием параметров слоя атмосферы от параметров стандартной атмосферы, влиянием на положение точек на снимке оптического люка и другими причинами.

Систематические искажения снимков можно исключить или в значительной мере ослабить их влияние и, как следствие, повысить точность построения сети фототриангуляции при ее построении и уравнивании по методу связок с самокалибровкой.

В этом методе построения и уравнивания сети фототриангуляции в отличие от метода, изложенного в § 3.5, для каждой точки, измеренной на снимке, составляются уравнения

$$x_0 - f \frac{x^*}{z^*} - x - \Delta_x = 0; \quad y_0 - f \frac{y^*}{z^*} - y - \Delta_y = 0, \tag{3.6.1}$$

в которых

$$\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{pmatrix} = \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} X - X_s \\ Y - Y_s \\ Z - Z_s \end{pmatrix}; \Delta_x, \Delta_y$$
 — полиномы, описывающие систематические

искажения снимков.

Полиномы, описывающие в уравнениях (3.6.1) систематические искажения снимков, могут иметь различный вид. В качестве примера приведем один из таких полиномов, описывающий радиальную и тангенсальную дисторсию:

$$\Delta_{x} = x \left(k_{1}r^{2} + k_{2}r^{4} + k_{3}r^{6} \right) + p_{1} \left(y^{2} + 3x^{2} \right) + 2p_{2}xy;$$

$$\Delta_{y} = y \left(k_{1}r^{2} + k_{2}r^{4} + k_{3}r^{6} \right) + \left(2p_{1}xy + p_{2} \left(x^{2} + 3y^{2} \right) \right),$$
(3.6.2)
The $r = \sqrt{x^{2} + y^{2}}.$

Уравнения поправок, соответствующие уравнениям (3.6.1), имеют вид:

$$a_{1}\delta X_{s} + a_{2}\delta Y_{s} + a_{3}\delta Z_{s} + a_{4}\delta\omega + a_{5}\delta\alpha + a_{6}\delta\kappa + a_{7}\delta X + a_{8}\delta Y + a_{9}\delta Z + a_{10}f + a_{11}x_{0} + a_{12}y_{0} + a_{13}\delta k_{1} + a_{14}\delta k_{2} + a_{15}\delta k_{3} + a_{16}\delta p_{1} + a_{17}\delta p_{2} + l_{x} = \vartheta_{x};$$

$$b_{1}\delta X_{s} + b_{2}\delta Y_{s} + b_{3}\delta Z_{s} + b_{4}\delta\omega + b_{5}\delta\alpha + b_{6}\delta\kappa + b_{7}\delta X + b_{8}\delta Y + b_{9}\delta Z + b_{10}f + b_{11}x_{0} + b_{12}y_{0} + b_{13}\delta k_{1} + b_{14}\delta k_{2} + b_{15}\delta k_{3} + b_{16}\delta p_{1} + b_{17}\delta p_{2} + l_{y} = \vartheta_{y}.$$
(3.6.3)

Построение и уравнивание сети фототриангуляции производится аналогично построению и уравниванию сети фототриангуляции по методу связок в результате решения по методу наименьших квадратов системы уравнений поправок (3.6.1) и уравнений поправок, составленных для опорных точек, и измеренных значений элементов внешнего ориентирования снимков. В результате решения определяют значения элементов внешнего ориентирования снимков, координат точек местности и коэффициентов полинома (3.6.2).

Необходимо заметить, что общее количество неизвестных, определяемых при построении и уравнивании сети фототриангуляции в рассматриваемом способе, увеличивается на количество коэффициентов полинома (в нашем случае эта величина равна пяти).

При построении сети необходимо контролировать степень корреляции коэффициентов полинома, элементов внешнего ориентирования снимков и координат точек местности. В случае большой степени корреляции коэффициентов полинома между собой и другими определяемыми величинами эти коэффициенты необходимо исключить или использовать другой вид полинома.

§ 3.7. Технология построения сетей фототриангуляции

Ниже приводится технология построения сетей фототриангуляции и требования к выполнению всех этапов построения сети согласно «Инструкции ...».

Инструкция по фотограмметрическим работам при создании цифровых топографических карт и планов

3.1. Фототриангуляция должна выполняться путем построения блочных или маршрутных фотограмметрических сетей. При многомаршрутной, площадной аэросъемке формируются и уравниваются блочные сети.

3.1.1. Для построения маршрутных фотограмметрических сетей необходимо, чтобы фактическое продольное перекрытие снимков было не менее 60%. Для блочных фотограмметрических сетей при таком же продольном перекрытии снимков поперечное перекрытие их должно составлять не менее 30% или более.

3.1.2. Если фотограмметрическое сгущение выполняется с целью определения плановых координат и высот точек местности, то для обработки предпочтение следует отдавать снимкам, полученным широкоугольными и сверх широкоугольными

съемочными камерами. При фотограмметрическом сгущении планового обоснования могут использоваться снимки, полученные нормальноугольными съемочными фотокамерами.

3.2. В фотограмметрические сети включают:

a) пункты геодезических сетей и точки съемочного обоснования, а также опорные фотограмметрические точки, определяемые при построении фотограмметрических сетей по каркасным маршрутам;

б) основные фотограмметрические точки (в углах моделей), используемые как опорные или контрольные при последующей обработке отдельных моделей или снимков на процессах составления оригинала и трансформирования снимков;

в) ориентировочные точки, по которым осуществляется внешнее ориентирование снимков и создаются отдельные модели, т.е. элементарные звенья сети;

г) связующие точки, лежащие в зоне тройного перекрытия снимков и служащие для соединения соседних элементарных звеньев при формировании маршрутной сети;

д) общие точки, предназначенные для объединения перекрывающихся маршрутных сетей в блок;

е) точки для связи со смежными участками;

ж) точки на урезах вод и наиболее характерные точки местности, отметки которых должны быть подписаны на карте или плане (при большом числе характерных точек часть из них определяется в процессе стереорисовки рельефа на фотограмметрических приборах);

з) закрепленные на местности точки инженерного назначения, координаты которых должны быть определены при фототриангулировании (при съемках в масштабах 1:5000–1:500);

и) дополнительные точки, служащие для придания большей жесткости отдельным элементарным звеньям и сети в целом.

3.2.1. Точки для взаимного ориентирования снимков размещают группами по 2–3 в шести стандартных зонах стереопары. Радиус стандартной зоны может составлять порядка 0,1 размера базиса фотографирования в масштабе снимка.

3.2.2. Число связующих точек для соединения моделей в маршрутную сеть должно быть не менее пяти-шести в полосе тройного продольного перекрытия.

3.2.3. Общие точки для соединения маршрутов в блок размещают равномерно по всей полосе поперечного перекрытия. Количество таких точек зависит от ширины полосы, но в любом случае с каждой стороны стереопары следует намечать не меньше трех точек при 30% поперечном перекрытии и не менее шести точек при 60% поперечном перекрытии.

3.2.4. Фотограмметрические точки разного назначения должны по возможности совмещаться. Общее число их на стереопару при стандартных продольном и поперечном перекрытиях должно быть не меньше 30 при автоматическом отождествлении идентичных точек снимков и не меньше 20, если стереоскопические измерения снимков выполняет непосредственно исполнитель, работающий на фотограмметрическом приборе. 3.2.5. При выборе точек следует соблюдать следующие требования:

выбранная точка должна изображаться на возможно большем числе смежных снимков;

соседние точки должны располагаться на снимке на расстоянии друг от друга не менее 0,05 его базиса;

точки в зонах тройного, четвертного и т.д. перекрытий снимков желательно располагать не на одной прямой;

точка, изобразившаяся на нескольких маршрутах, должна быть включена в фототриангуляционную сеть в каждом из них;

точки не должны располагаться ближе 10 мм от края снимка.

3.2.6. Точки сети следует выбирать при стереоскопическом рассматривании снимков с увеличением не менее $4-6^{\times}$. Их размещают на плоских участках и совмещают с надежно отождествляемыми контурами. Не допускается выбор точек на крутых скатах, затененных участках оврагов и лощин; последние определяют только в качестве характерных, если это обусловлено назначением съемки (например, при съемке масштаба 1:2000 для целей мелиорации). При автоматическом отождествлении идентичных точек они должны выбираться с учетом требований программного обеспечения (схожесть на всех перекрывающихся снимках по геометрии, фототону, разности контрастов и др.).

3.3.3. Фотограмметрическое сгущение опорной сети с использованием цифровых фотограмметрических приборов требует наличия растровых изображений снимков или их фрагментов. Растровое изображение может быть получено как непосредственно в процессе выполнения аэро- или космической съемки цифровыми камерами, так и путем сканирования снимков, полученных традиционными съемочными фотокамерами. В этом случае подбирается величина элемента сканирования (пикселя) снимков, исходя из требуемой точности определения координат точек сгущения. Для измерения на цифровых фотограмметрических приборах следует применять метод автоматического отождествления точек на смежных снимках. В зависимости от используемого программного обеспечения автоматическое отождествление может выполняться для двух, трех и т.д. (до шести или более) снимков, на которых изображается измеряемая точка.

3.5. В состав исходной информации для программы фототриангуляции кроме паспортных данных съемочной камеры, измеренных на снимках координат точек и координатных меток, а также каталога координат опорных и контрольных точек могут входить:

а) длины и азимуты отрезков, превышения между объектами местности;

б) координаты центров проектирования снимков, определяемые по наблюдениям спутниковых систем ГЛОНАСС или GPS;

в) значения угловых элементов внешнего ориентирования снимков, высот фотографирования и высот центров проекции над изобарической поверхностью или их функции, определенные в полете. При условии, что точность координат центров проектирования, выраженная в масштабе снимков, сопоставима с измерительной точностью самих снимков, использование при фототриангулировании таких координат в качестве дополнительной исходной информации позволяет существенно сократить необходимое число опорных точек. На блок среднего размера (10 маршрутов по 15 стереопар) в этом случае необходимо определять не менее пяти планово-высотных опознаков, располагая их по схеме «конверт». При большем размере блока и повышенных требованиях к точности сети количество необходимых опознаков увеличивается. В первую очередь дополнительные опознаки следует располагать в середине сторон блока, а затем – равномерно по площади его.

Исходная информация для уравнивания переносится в компьютерный файл с помощью вспомогательных программных средств, прилагаемых к программе фототриангуляции или текстовых редакторов. Комплектование материалов для обработки и сама обработка ведутся в соответствии с требованями руководства по эксплуатации используемой программы.

3.6. При одинаковой геометрической схеме блока и сопоставимом качестве снимков используемый программный продукт для построения фототриангуляции должен обеспечивать стабильную (одного порядка) точность сгущения, выраженную в масштабе снимков, независимо от масштаба картографирования, физико-географических условий района работ и условий аэросъемки.

Используемая программа для уравнивания фотограмметрических сетей должна обеспечивать надежное определение пространственных координат точек сети различного размера и конфигурации. Важно, чтобы программа предоставляла возможности интерактивного редактирования исходных данных (включение, исключение, изменение данных).

Уравнивание сети может выполняться на основе либо условий компланарности и масштаба, либо условий коллинеарности проектирующих лучей связок. При правильной организации вычислительного процесса оба вида уравнивания приводят к одинаковым результатам.

В реальных программах фототриангуляционные сети создаются двумя способами:

1) посредством совместного уравнивания полной совокупности геодезических, фотограмметрических и других измерений на всю сеть;

2) путем предварительного формирования отдельных частей сети (одиночных моделей, триплетов, маршрутных сетей) и последующего объединения таких частей в более крупное построение.

Теоретически первый вариант предпочтительнее и он рекомендуется в качестве основного. На практике, однако, на точность окончательных результатов влияют в большей степени погрешности съемочного обоснования и стереоизмерений, нежели эксплуатационные возможности и алгоритмы различных программ. Поэтому повышения качества продукции следует добиваться, в первую очередь, за счет сокращения погрешностей измерений. Работоспособность программ проверяется по контрольным примерам. Общие требования к программному продукту для фототриангуляции сформулированы в приложении 5.

3.7. Процесс построения сетей пространственной фототриангуляции должен контролироваться путем анализа значений и распределения погрешностей измеренных величин и их функций, выявленных на всех этапах построения и уравнивания:

внутреннего ориентирования снимков;

взаимного ориентирования снимков;

построения маршрутных сетей;

соединения смежных маршрутов;

построения блочных сетей.

Критерием точности служат значения максимальных и средних погрешностей измеренных и определяемых величин. Для выявления грубых погрешностей на каждом этапе построения сети следует руководствоваться не только ее значением на точке, но и положением этой точки на снимке и положением в сети относительно других точек.

3.7.1. На стадии внутреннего ориентирования снимков величина коэффициентов деформации должна отличаться от единицы не более чем на несколько единиц четвертого после десятичной точки знака, а их разность по осям X и У не должна превышать нескольких единиц пятого знака. Если эта разность больше, следует искать причину и устранить ее влияние.

3.7.2. На стадии взаимного ориентирования снимков среднее значение остаточных поперечных параллаксов не должно превышать 7 мкм. На стадии построения свободной маршрутной сети средние квадратические расхождения координат связующих точек, вычисленные в смежных стереопарах не должны превышать в плане 15 мкм, а по высоте – 15 мкм, умноженных на отношение фокусного расстояния фотокамеры к базису фотографирования на снимке. Средние квадратические значения остаточных погрешностей условий компланарности на точках снимков в свободной маршрутной сети также не должны превышать 10 мкм.

3.7.3. Средние погрешности переноса общих точек с маршрута на маршрут, выявленные при уравнивании свободного фототриангуляционного блока, не должны превышать 40 мкм.

3.7.4. Качество сетей, уравненных по опорным данным, оценивается по следующим критериям:

a) по остаточным расхождениям фотограмметрических и геодезических координат на опорных точках;

б) по расхождениям фотограмметрических и геодезических координат контрольных геодезических точек, не использованных при уравнивании сетей;

в) по разности бортовых данных и фотограмметрических значений соответствующих величин;

г) по остаточным погрешностям условий компланарности.

3.7.5. Для каркасных маршрутов остаточные средние погрешности высот на опорных геодезических точках после внешнего ориентирования не должны превышать 0,15 высоты сечения рельефа, а погрешности плановых координат – 0,15 мм в масштабе карты (плана). Средние расхождения между фотограмметрическими высотами контрольных точек и их геодезическими отметками не должны быть более 1/5 высоты сечения рельефа, а расхождения в плане – 0,25 мм в масштабе карты (плана). Число предельных расхождений, равных удвоенным средним, не должно быть более 5%. При соблюдении указанных допусков данные из каркасного маршрута могут использоваться для уравнивания заполняющей фотограмметрической сети. Точки с бо́льшими расхождениями плановых координат или высот исключают.

3.7.6. Остаточные средние расхождения высот на опорных геодезических точках после внешнего ориентирования маршрутной или блочной сети не должны превышать 0,15 высоты сечения рельефа, а плановых координат – 0,2 мм в масштабе карты (плана).

Средние расхождения уравненных высот и геодезических отметок контрольных точек не должны превышать:

а) 0,2 h_{cev} — при съемках с высотой сечения рельефа 1 м, а также при съемках в масштабах 1:1000 и 1:500 с сечением 0,5 м;

б) 0,25 h_{cey} — при съемках с высотой сечения рельефа 2 и 2,5 м, а также при съемках в масштабах 1:2000 и 1:5000 с сечением 0,5 м;

в) 0,35 h_{cey} — при съемках с высотой сечения рельефа 5 и 10 м.

Средние расхождения в плановом положении контрольных точек не должны быть более 0,3 мм. Предельно допустимые расхождения, равные удвоенным средним, могут встречаться не чаще чем в 5% случаев в открытых районах и 10% — в залесенных районах.

3.7.7. Средние расхождения высот на общих точках смежных маршрутов не должны превышать:

а) 0,4 h_{cev} — при съемках с высотой сечения рельефа 1 м, а также при съемках в масштабах 1:1000 и 1:500 с сечением 0,5 м;

б) 0,5 h_{ceq} — при съемках с высотой сечения рельефа 2 и 2,5 м, а также при съемках в масштабах 1:2000 и 1:5000 с сечением 0,5 м;

в) 0,7 h_{cey} — при съемках с высотой сечения рельефа 5 и 10 м.

Средние расхождения в плановом положении общих точек смежных маршрутов не должны быть более 0,5 мм в масштабе карты (плана).

3.7.8. Остаточные погрешности условий коллинеарности в фототриангуляционных сетях, уравненных по опорным данным, не должны превышать аналогичные значения, полученные в свободных маршрутных сетях, более чем в 2 раза. Для таких погрешностей должен соблюдаться закон нормального распределения, т.е. количество погрешностей в каждом следующем интервале их должно быстро уменьшаться. Предельные значения погрешностей не должны превосходить утроенных средних значений, причем количество предельных погрешностей должно быть не более 1% общего числа их.

3.7.9. Средние разности бортовых данных и фотограмметрических значений соответствующих величин должны лежать в пределах удвоенной точности бортовых систем.

3.7.10. При превышении допустимых значений погрешностей анализируют измерения, а также правильность координат опорных и контрольных точек. При выявлении погрешностей или грубых промахов результаты должны быть откорректированы, а процесс уравнивания фототриангуляции выполнен повторно. При повторении процесса уравнивания блочной сети результаты каждого предыдущего счета следует использовать как стартовые для очередного, последующего счета.

3.8. После завершения процесса фототриангулирования по результатам его составляют каталоги координат точек фотограмметрического сгущения, элементов внешнего (а для цифровых систем и внутреннего) ориентирования снимков и проводят оценку их точности. К каталогу прилагается комплект фотоабрисов точек.

Кроме основного каталога, составляют каталог координат контрольных фотограмметрических точек для проверки оригиналов созданных цифровых карт (планов) Отделом технического контроля.

Результаты оценки должны быть записаны в формуляры трапеций и в технический отчет. Отчет должен содержать сведения о методике исполнения работ по фотограмметрическому сгущению опорной сети, качестве сетей и итоговой точности определения координат. Исходные данные и полученные окончательные результаты фототриангуляции следует сохранять в текстовом формате и форматах программ обработки путем создания архивной копии файлов на машинных носителях.

§ 3.8. Особенности фототриангуляции по снимкам, полученным многокамерными съемочными системами

В настоящее время для аэрофотосъемки застроенных территорий все чаще применяют многокамерные съемочные системы, позволяющие делать съемку не только в надир, но и перспективную. Это нужно для более детального отображения вертикальных поверхностей зданий и сооружений при построении их трехмерных моделей.

На рис. 3.14 показаны, в качестве примера несколько таких систем, применяемых в пилотируемой аэрофотосъемке. На рис. 3.15 показаны примеры подобных систем, разработанных для аэрофотосъемки с беспилотных воздушных судов (БВС).



Рис. 3.14: *a* — Leica CityMapper; *б* — Leica RCD30 Penta; *в* — Vexcel Ultracam

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ФОТОТРИАНГУЛЯЦИЯ



Особенностью этих систем является то обстоятельство, что все камеры находятся в одном корпусе и жестко закреплены между собой. Аэрофотосъемка

выполняется синхронно всеми камерами. В результате в один момент времени получается несколько снимков. Например, камерой Leica RCD30 Penta, состоящей из пяти камер (одна камера направлена в надир, а остальные четыре камеры направлены вперед, назад, влево и впарво относотельно направления полета), получают сразу пять снимков с небольшими перекрытиями (рис. 3.16). Некоторые камеры получают плановые и перспективные снимки без перекрытий.





Аэрофотосъемку выполняют со стандартными перекрытиями между снимками, полученными камерой, направленной в надир. Фототриангуляция выполняется по способу связок. При этом число неизвестных можно определить по формуле

$$N_1 = 6n_s n + 3k, (3.8.1)$$

где n_s — число камер в съемочной системе; n — количество снимков в сети, снятых одной камерой (например, в надир); k — количество определяемых точек.

Число неизвестных в общей системе уравнений можно существенно уменьшить, если использовать, то обстоятельство, что взаимное положение и ориентация камер в системе не меняется во время съемки. Тогда достаточно определить элементы внешнего ориентирования снимков, полученных одной камерой (например камерой, направленной в надир) и элементы взаимного ориентирования между этой камерой и остальными камерами (например между камерой, направленной в надир и наклонными камерами). Тогда

$$N_2 = 6(n + n_s - 1) + 3k. \tag{3.8.2}$$

Совершенно очевидно, что N_2 на много меньше, чем N_1 . Такое решение позволяет существенно сократить время, необходимое для фототриангуляции и снижает требования к компьютеру, с точки зрения объема памяти. Например, съемка велась камерой Leica RCD30 Penta. Получен блок, состоящий из плановых 1000 снимков, и 4000 перспективных снимков. Тогда количество



неизвестных в системе уравнений будет (не считая координат точек местности) равно $N_1 = 6 \times 5 \times 1000 = 30\,000, N_2 = 6 \times (1000 + 5 - 1) = 6024.$

Рис. 3.17

Теперь получим уравнение коллинеарности, которое будем использовать для точек, измеренных на перспективных снимках. Эти уравнения должны зависеть от элементов внешнего ориентирования планового снимка и элементов взаимного ориентирования планового и перспективного снимков. На рис. 3.17 показана пара снимков, полученных камерой, направленной в надир (плановый снимок P_1) и наклонной камерой (перспективный снимок P_2). Точка местности M_1 изобразилась в точке m_1 на плановом снимке, а точка местности M_2 изобразилась в точке m_2 на перспективном снимке.

Для всех точек, измеренных на плановых снимках, составляют классические уравнения коллинеарности

$$x_{1} = x_{01} - f_{1} \frac{a_{11}(X - X_{S1}) + a_{21}(Y - Y_{S1}) + a_{31}(Z - Z_{S1})}{a_{13}(X - X_{S1}) + a_{23}(Y - Y_{S1}) + a_{33}(Z - Z_{S1})};$$

$$y_{1} = y_{01} - f_{1} \frac{a_{12}(X - X_{S1}) + a_{22}(Y - Y_{S1}) + a_{32}(Z - Z_{S1})}{a_{13}(X - X_{S1}) + a_{23}(Y - Y_{S1}) + a_{33}(Z - Z_{S1})}.$$
(3.8.3)

Здесь в качестве неизвестных выступают элементы внешнего ориентирования планового снимка.

Для точек, измеренных на перспективных снимках, составляют уравнения коллинеарности, зависящие от элементов внешнего ориентирования планового снимка P_1 . и элементов взаимного ориентирования снимков P_1 и P_2 . Получим соответствующие уравнения. Из рис. 3.17 следует, что векторы R_M , R_{S1} и R_{S2} определяют соответственно положение точки местности M_2 и центров проекции S_1 и S_2 снимков P_1 и P_2 относительно начала системы координат объекта *OXYZ*. Вектор *B* определяет положение центра проекции S_2 снимка P_2 относительно центра проекции S_1 . S_1xyz — система координат планового снимка (надирной камеры). Векторы $S_2m_2 = r_2$ и $S_2M = R_2$ определяют положение точек m_2 и M_2 относительно центра проекции S_2 . Таким образом

$$R_{M} = R_{S2} + R_{2}; \tag{3.8.4}$$

$$R_{s2} = R_{s1} + A_1 B; (3.8.5)$$

$$R_2 = r_2 N, (3.8.6)$$

где *B* — базис фотографирования в системе координат планового снимка; *A*₁ — матрица поворота, определяющая угловую ориентацию системы координат планового снимка относительно системы координат объекта, элементами которой являются направляющие косинусы, зависящие от угловых элементов внешнего ориентирования планового снимка ω₁, α₁, *κ*₁; *N* — скаляр.

Если r_2 — вектор, определяющий положение точки m_2 в системе координат перспективного снимка (измеренные величины), тогда чтобы выполнялось уравнение (3.8.4) небходимо, чтобы все величины в него входящие были заданы в единой системе координат объекта, поэтому

$$R_{2} = A_{1} A'_{2} r_{2} N, \qquad (3.8.7)$$

$$R_{M} = R_{S1} + A_{1}B + N(A_{1}A'_{2}r_{2}).$$
(3.8.8)

Здесь A'_2 — матрица преобразования системы координат перспективного снимка $S_2 xyz$ относительно системы координат планового снимка $S_1 xyz$. Тогда матрица $C_2 = A_1 A'_2$ определяет угловую ориентацию перспективного снимка относительно системы координат объекта.

Запишем (3.8.8) в следующем виде с учетом (3.8.5):

$$R_{M} = R_{S2} + NC_{2}r_{2}. \tag{3.8.9}$$

Выразим из (3.8.9) *г*₂, тогда получим:

$$r_2 = 1/N C_2^T (R_M - R_{S2}). \tag{3.8.10}$$

В координатной форме выражение (3.8.10) имеет вид:

$$\begin{cases} x_{2} - x_{o2} \\ y_{2} - y_{o2} \\ -f \end{cases} = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} X^{*} \\ Y^{*} \\ Z^{*} \end{pmatrix}$$

$$x_{2} = x_{o2} + \frac{1}{N} X^{*};$$

$$y_{2} = y_{o2} + \frac{1}{N} Y^{*};$$

$$-f_{2} = \frac{1}{N} Z^{*}.$$

$$(3.8.11)$$

ИЛИ

Здесь

$$\begin{pmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \end{pmatrix} = C_2^T \begin{pmatrix} X - X_{s_2} \\ Y - Y_{s_2} \\ Z - Z_{s_2} \end{pmatrix}.$$
(3.8.12)

Из третьего выражения (3.8.11) следует, что $\frac{1}{N} = -\frac{f_2}{Z^*}$.

Подставив значение 1/*N* в первые два уравнения выражения (3.8.11), получим формулы связи координат точек перспективного снимка и соответствующей точки местности, выраженные через элементы внешнего ориентирования планового снимка и элементы взаимного ориентирования планового и перспективного снимков:

$$x_{2} = x_{o2} - f_{2} \frac{X^{*}}{Z^{*}};$$

$$y_{2} = y_{o2} - f_{2} \frac{Y^{*}}{Z^{*}},$$

которые в координатной форме записываются так:

$$x_{2} = x_{o2} - f_{2} \frac{c_{11}(X - X_{S2}) + c_{21}(Y - Y_{S2}) + c_{31}(Z - Z_{S2})}{c_{13}(X - X_{S2}) + c_{23}(Y - Y_{S2}) + c_{33}(Z - Z_{S2})};$$

$$y_{2} = y_{o2} - f_{2} \frac{c_{12}(X - X_{S2}) + c_{22}(Y - Y_{S2}) + c_{32}(Z - Z_{S2})}{c_{13}(X - X_{S2}) + c_{23}(Y - Y_{S2}) + c_{33}(Z - Z_{S2})},$$
(3.8.13)

где, согласно (3.8.5)

$$\begin{pmatrix} X_{S2} \\ Y_{S2} \\ Z_{S2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{S1} \\ Y_{S1} \\ Z_{S1} \end{pmatrix} + A_1 \begin{pmatrix} B_X \\ B_Y \\ B_Z \end{pmatrix},$$

а c_{ii} — направляющие косинусы матрицы поворота системы координат $S_2 xyz$ относительно системы координат объекта *ОХҮZ*, которые вычисляются как $C_2 = A_1 A'_2$.

Таким образом в уравнениях (3.8.13) в качестве неизвестных выступают элементы внешего ориентирования планового снимка $(X_{S1}, Y_{S1}, Z_{S1}, \omega_1, \alpha_1, \kappa_1)$, элементы взаимного ориентирования пары снимков $(B_X, B_Y, B_Z, \omega_2', \alpha_2', \kappa_2')$ и координаты точки местности. При этом измеренными величинами являются координаты соответственной точки на перспективном снимке x_2 , y_2 . Для точек, измеренных на плановых снимках составляют традиционные уравнения коллинеарности (3.8.3) с неизвестными элементами внешнего ориентирования этих снимков, а уравнения (3.8.13) составляют для всех точек, измеренных на перспективных на перспективных снимках. Эти уравнения решаются совместно, в резудьтате получают элементы внешнего ориентирования всех снимков, полученных надирной камерой и элементы взаимного ориентирования наклонной камеры и камеры, направленной в надир. Поскольку уравнения коллинеарности нелинейны относительно неизвестных, поэтому задача решается методом последовательных приближений по способу наименьших квадратов. Для этого от классических уравнений коллинеарности (3.8.3) переходят к следующим уравнениям поправок:

$$a_{1}\delta X_{s1} + a_{2}\delta Y_{s1} + a_{3}\delta Z_{s1} + a_{4}\delta\omega_{1} + a_{5}\delta\alpha_{1} + a_{6}\delta\kappa_{1} + a_{7}\delta X + a_{8}\delta Y + a_{9}\delta Z + l_{x} = \vartheta_{x};$$

$$b_{1}\delta X_{s1} + b_{2}\delta Y_{s1} + b_{3}\delta Z_{s1} + b_{4}\delta\omega_{1} + b_{5}\delta\alpha_{1} + b_{6}\delta\kappa_{1} + b_{7}\delta X + b_{8}\delta Y + b_{9}\delta Z + l_{y} = \vartheta_{y}.$$
(3.8.14)

а от уравнений (3.8.13) к уравнениям поправок вида:

$$c_{1}\delta X_{S1} + c_{2}\delta Y_{S1} + c_{3}\delta Z_{S1} + c_{4}\delta\omega_{1} + c_{5}\delta\alpha_{1} + c_{6}\delta\kappa_{1} + + c_{7}\delta B_{X} + c_{8}\delta B_{Y} + c_{9}\delta B_{Z} + c_{10}\delta\omega_{2}' + c_{11}\delta\alpha_{2}' + c_{12}\delta\kappa_{2}' + + c_{13}\delta X + c_{14}\delta Y + c_{15}\delta Z + l_{x} = \vartheta_{x};$$

$$d_{1}\delta X_{S1} + d_{2}\delta Y_{S1} + d_{3}\delta Z_{S1} + d_{4}\delta\omega_{1} + d_{5}\delta\alpha_{1} + d_{6}\delta\kappa_{1} + + d_{7}\delta B_{X} + d_{8}\delta B_{Y} + d_{9}\delta B_{Z} + d_{10}\delta\omega_{2}' + d_{11}\delta\alpha_{2}' + d_{12}\delta\kappa_{2}' + + d_{13}\delta X + d_{14}\delta Y + d_{15}\delta Z + l_{y} = \vartheta_{y},$$
(3.8.15)

где δX_{s1} , ..., δZ — поправки к приближенным значениям неизвестных элементов внешнего ориентирования планового снимка, элементов взаимного ориентирования пары снимков и координат точки местности; a_i , b_i — частные производные от классических уравнений коллинеарности (3.8.3) по соответствующим аргументам; $c_{i'} d_i$ — частные производные от уравнений (3.8.13) по соответствующим аргументам; l_x , l_u — свободные члены.

Покажем на примере как выглядет система уравнений поправок, составленная на основе уравнений (3.8.14) и (3.8.15). Рассмотрим тот же пример (см. рис. 3.10). При этом будем считать, что снимки P_1, P_2 и P_3P_4 получены стереокамерой (см. рис. 3.15). Таким образом будем определять элементы внешнего ориентирования двух снимков P₁, P₃ и элементы взаимного ориентирования пары камер. Кроме того, в качестве неизвестных будут координаты четырех связующих точек 1,2,5.6. Структура системы уравнений поправок для такой сети показана на рис. 3.18. Здесь серым цветом показаны значащие коэффициенты уравнений поправок, остальные равны нулю. Причем темносерым цветом показаны коэффициенты уравнений поправок, записанные для опорных точек 3,4,7,8 (см. рис. 3.10), координаты которых известны. Эту сеть фототриангуляции можно решить и классическим методом, когда неизвестными будут являться все элементы внешнего ориентирования всех снимков. В этом случае структура уравнений поправок будет выглядеть, как показано на рис. 3.11. Если сравнить две структуры (см. рис. 3.11 и рис. 3.18), то увидим, что количество уравнений одинаковое, а число неизвестных меньше в случае, когда определяются элементы взаимного ориентирования. В этом случае, очевидно, точность фототриангуляции должна быть выше, так как не определяются зависимые величины (элементы внешнего ориентирования снимков, полученных второй камерой, так как они зависят от элементов внешнего ориентирования первой камеры и элементов взаимного ориентирования).

Теперь рассмотрим пример для съемочной системы Leica RCD30 Penta (см. рис. 3.14). На рис. 3.19 показан фрагмент изображения, полученный камерой, направленной в надир (находится в центре) и четырех фрагментов той же местности, полученных наклонными камерами, направленными в разные стороны. Естественно, что снимки с наклонных камер получены с других точек пространства (другие маршруты съемки и не соседние снимки вдоль маршрута).

	Элементы внешнего ориентирования снимков									0	Элементы взаимного ориентирования снимков						Координаты связующих точек												I		
																														ļ	
																														1	
																														1	
																														1	
						-	-																								
			-			-	-								-	-			-											•	-
.14																															
3.8								<u> </u>					<u> </u>																	ļ	
К (<u> </u>					<u> </u>																		
lBO																															
Ipa																															
IOI																															
I RI					Ì											Ì														1	
HE																														1	
BH																														1	
/pa								-			-		-																	1	-
\sim						-																					-				
					<u> </u>			-					├		<u> </u>	<u> </u>			<u> </u>												
						<u> </u>		<u> </u>					<u> </u>																		
													<u> </u>																	Į	
																														1	
								╞──					╞																	1	
					-	-		╞──				<u> </u>	-																	-	
					<u> </u>	-	-																							1	
					<u> </u>	-	<u> </u>	├					├─		<u> </u>				<u> </u>								┣─				
																			-												
								<u> </u>																							
15)																															
∞.																															
(3 (3																															
BOK																															
pa																														1	
IOI								İ																			1			1	
ЦΚ																														1	
НΗ				-	-																										
3He						-												<u> </u>	<u> </u>								-				
pat				<u> </u>	<u> </u>													<u> </u>	<u> </u>								<u> </u>				
N				<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>													<u> </u>								<u> </u>				
					<u> </u>	L																									
																														1	
					İ	İ																					İ			1	
																														1	

Рис. 3.18





На рис. 3.20 показана схема съемки и засечки на связующих точках. Как видно из рис. 5.20, связующие точки изображаются на снимках, полученных надирной и наклонными камерами. Все пять камер можно считать одной широкоугольной камерой. При этом элементы внешнего ориентирования этой широкоугольной камеры можно считать равными соответствующим величинам для надирной камеры, а элементы внешнего ориентирования наклонных камер будут равны ЭВО надирной





камеры плюс элементы взаимного ориентирования надирной и наклонной камеры. Поэтому для связующих точек, изобразившихся на надирных снимках записываем обычные уравнения коллинеарности (3.8.3), а для точек, изобразившихся на наклонных снимках — уравнения (3.8.13). Предположим, что получено два снимка камерой, направленной в надир и 8 снимков четырьмя наклонными камерами (по два снимка каждой камерой). Предположим также, что измерено на каждом снимке по три связующие точки. Тогда структура системы уравнений поправок будет выглядеть, как показано на рис. 3.21. Здесь серым цветом показаны значащие коэффициенты уравнений поправок по способу наименьших квадратов методом последовательных приближений находят уравненные значения элементов внешнего ориентирования всех снимков, полученных надирной камерой и элементы взаимного ориентирования этой камеры и наклонных камер съемочной системы.

Мы рассмотрели пример, состоящий из двух снимков, полученных камерой, направленной в надир. В реальных проектах это число составляет несколько тысяч плюс снимки полученные наклонными камерами. Поэтому данный метод уравнивания блочных сетей фототриангуляции находит свое применение, так как резко сокращает число неизвестных и повышает точность уравнивания за счет исключения из уравнивания зависимых величин.



Рис. 3.21

§ 3.9. Особенности фототриангуляции по снимкам, полученным с беспилотных воздушных судов (БВС)

С точки зрения теории фототриангуляции нет никакой разницы с какого носителя камеры получены снимки с пилотируемого воздушного судна или беспилотного. Однако есть некоторые особенности съемки с беспилотных воздушных судов, это:

большие углы наклона снимков;

применение в некоторых случаях камер со щелевым затвором; применение динамической опорной точки. Рассмотрим каждую из этих особенностей более подробно. Большие углы наклона снимков При аэрофотосъемке с беспилотных воздушных судов могут возникнуть большие значения углов наклона снимков, прежде всего из-за отсутствия в большинстве случаев гиростабилизирующей установки на БВС из-за ее большого веса и малого веса самого БВС. В результате во время съемки порывы ветра приводят к наклонам БВС. На рис. 3.22 приведены некоторые примеры реальной съемки с пилотируемого носителя и беспилотных воздушных судов. Как видим у БВС углы наклона могут достигать 20°. Это может привести к фотограмметрическим разрывам при построении фототриангуляции, т.е. может отсутствовать зона тройного перекрытия. Для уменьшения вероятности появления фотограмметричеких разрывов аэрофотосъемку выполняют с 80% продольным и 70% поперечным перекрытиями. Кроме того, все программные продукты, реализующие фототриангуляцию по снимкам, полученным с БВС, предусматривают измерение большого количества связующих точек (несколько десятков тысяч), равномерно распеределенных по площади снимков, в отличии от классической фототриангуляции по снимкам пилотируемой аэрофотосъемки, где связующие точки измеряются, в основном, группами в стандартных зонах.



Рис. 3.22

Продолжение рис. 3.22



Рис. 3.22

Естественно, что такое большое количество точек измеряется не вручную, а автоматически. Способы автоматических измерений координат точек снимков будут рассмотрены в главе 5.

Применение камер с щелевым затвором

Если во время съемки применялись камеры с щелевым затвором, то надо иметь в виду, что снимки, полученные такими камерами, нельзя обрабатывать, классическими методами, так как снимки не подчиняются законам центральной проекции. Центральная проекция существует только в пределах строк, из которых состоит изображение. На рис. 3.23 показан принцип работы электронного щелевого затвора. В фокольной плоскости объектива располагается светочувствительная матрица. Во время экспонирования считывание изображения происходит не одновременно со всей матрицы, а последовательно, что приводит к тому, что у каждой строки итогового изображения будут свои элементы внешнего ориентирования, так как во время сканирования изображения БВС перемещалось в пространстве и наклонялось. В результате получается снимок, состоящий из множества строк, каждая из которых имеет свои элементы внешнего ориентирования (рис. 3.24).





Рис. 3.24

Здесь для сравнения показан снимок, полученный камерой с центральным затвором, у которого единые элементы внешнего ориентирования для всего снимка, так как он получен в единый момент времени.

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= -f \frac{X^*}{Z^*} \\ y &= -f \frac{Y^*}{Z^*} \end{aligned} ; \quad \begin{pmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \end{pmatrix} = \mathbf{A}_i^T \begin{pmatrix} X - X_{Si} \\ Y - Y_{Si} \\ Z - Z_{Si} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$
(3.9.1)

Здесь *x*, *y*—измеренные координаты точки снимка; *X*,*Y*,*Z*—координаты соответствующей точки местности; X_{S_i} , Y_{S_i} , Z_{S_i} —значения линейных элементов внешнего ориентирования камеры в момент формирования изображения *i*-ой строки изображения; **A**_i, ω_i , α_i , κ_i —матрица поворота и соответствующие ей углы наклона и поворота системы координат камеры в момент формирования *i*-ой строки изображения.

Строго говоря во время фототриангуляции необходимо определить элементы внешнего ориентирования всех строк всех снимков, входящих в блок. По понятным причинам это очень сложная задача, так как для каждой строки необходимо иметь минимум три опорные точки. Задача невыполнима традиционным способом, но ее можно решить следующим образом. Представим элементы внешнего ориентирования камеры, входящие в уравнения (3.9.1) в следующем виде:

$$X_{Si} = X_{S0} + k_1 x; \quad Y_{Si} = Y_{S0} + k_2 x; \quad Z_{Si} = Z_{S0} + k_3 x; \omega_i = \omega_0 + k_4 x; \quad \alpha_i = \alpha_0 + k_5 x; \quad \kappa_i = \kappa_0 + k_6 x,$$
(3.9.2)

где $X_{s0}, ..., \kappa_0$ —значения элементов внешнего ориентирования сканера в момент формирования первой строки снимка; $k_1, ..., k_6$ —коэффициенты, характеризующие закон изменения элементов внешнего ориентирования сканера во времени.

Таким образом, для каждого снимка, входящего в блок, полученного камерой с электронным щелевым затвором, в результате фототриангуляции по способу связок определяются 12 неизвестных (6 элементов внешнего ориентирования камеры в момент формирования изображения первой строки и 6 коэффициентов, описывающих закон изменения элементов внешнего ориентирования сканера во времени).

В некоторых случаях применяют упрощенную математическую модель снимков, полученных камерой с щелевым затвором, считая, что угловые элементы внешнего ориентирования всех строк одинаковые и не меняются во время формирования снимка, тогда в (3.9.1):

$$\begin{pmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \end{pmatrix} = \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} X - X_{Si} \\ Y - Y_{Si} \\ Z - Z_{Si} \end{pmatrix}.$$

В этом случае для каждого снимка определяют 9 неизвестных (6 элементов внешнего ориентирования камеры в момент формирования изображения первой строки и 3 коэффициента, описывающих закон изменения линейных лементов внешнего ориентирования сканера во времени).

Следует отметить, что математическая модель (3.9.1) с учетом (3.9.2) — приближенная, так как не учитывает то обстоятельство, что во время экспозиции движется не только «щель» в плоскости изображения, но и сам беспилотник движется и наклоняется. Эти два движения могут быть параллельными или перпендикулярными по отношению друг к другу. Поэтому общая рекомендация — избегать применения таких камер для метрических целей. Если все таки приходится применять подобную камеру для аэрофотосъемки, то следует учитывать особенность таких камер и не использовать программное обеспечение, разработанное для кадровых снимков (камеры с центральным затвором), в данном случае используют специальное ПО.

Применение динамической опорной точки

На рис. 3.25 показана испанская мобильная картографическая система «mapKITE», отличительной особенностью которой, является то, что она объединяет наземный и воздушный сегменты. Наземный сегмент состоит из традиционных компонентов, таких как лазерный сканер, камеры, ГНСС и инерциальная система. Кроме того, на крыше автомобиля размещается маркированная точка в виде правильных геометрических фигур, черных на белом фоне, с тем чтобы она четко изображалась на снимках, получаемых с беспилотника. Воздушный сегмент мобильной

картографической системы предназначен для аэрофотосъемки и состоит из БВС, на котором установлена камера и ГНСС геодезического класса.



Рис. 3.25

Съемка выполняется одновременно наземным и воздушным сегментами мобильной картографической системы. При этом БВС летит над автомобилем (рис. 3.26), так чтобы на аэрофотоснимках, изображалась маркированная точка, расположенная на крыше автомобиля. Координаты этой точки определяются с помощью ГНСС и инерциальной системы в любой момент съемки. Таким образом получаем динамическую опорную точку, которая изображается почти на всех снимках. Измерение координат опорных точек на снимках выполняется автоматически, так как точки маркированные. Поэтому фототриангуляция может быть выполнена полностью автоматически. Применение динамической опорной точки особенно выгодно в случае съемки вытянутых объектов, например, дорог (автомобильных, железных и т.д). Традиционно аэрофотосъемка таких объектов выполняется несколькими перекрывающимися маршрутами, несмотря на то, что весь объект хорошо изображается на одном маршруте. Это связано с тем, что опорные точки в виде центров фотографирования, измеренных в полете, в случае одного маршрута распологаются вдоль

одной линии. Это приводит к неопределенности решения задачи фототриангуляции, так как снимки маршрута будет «крутиться» вокруг этой линии. Возникает многозначность решения относительно поперечных углов наклона снимков. Наличие опорных точек на земле в виде динамической опорной точки устраняет эту неопределенность, таким образом аэрофотосъемку протяженных объектов можно выполнять одним маршрутом (см. рис. 3.26).



Рис. 3.26

ГЛАВА 4

ПРОЕКТИВНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ФОТОГРАММЕТРИИ

В настоящее время проективная геометрия все чаще применяется для фотограмметрической обработки снимков, особенно полученных неметрическими камерами. В отличии от традиционных перспективных преобразований проективные учитывают разномасштабность вдоль осей координат и их неперпендикулярность (неортогональность). В традиционной фотограмметрии эти параметры определяются в результате калибровки камеры. При использовании проективных преобразований для решения фотограмметрических задач можно не знать элементы внутреннего ориентирования камеры, поэтому они чаще всего применяются при обработки наземных снимков и снимков, полученных с беспилотных воздушных судов. Кроме того, нет необходимости знать начальные приближения неизвестных, так как исходные уравнения являются линейными относительно этих величин, а как следствие нет итерационного процесса. С другой стороны, минимальное число точек при решении любой задачи больше, чем при решении той же задачи традиционным методом. Проективные преобразования можно представить как перспективные плюс аффинные преобразования. Далее приводятся решения фотограмметрических задач через проективные преобразования.

§ 4.1. Связь координат точек местности и снимка через проективные преобразования

Связь координат точек местности и снимка можно выразить через однородные координаты этих точек. В векторной форме это соотношение выглядет так:

$$r = K \cdot \left[A \middle| R_{S} \right] \cdot R, \tag{4.1.1}$$

(---)

а в координатной

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & x_0 \\ 0 & f_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & X_s \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & Y_s \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & Z_s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}.$$
(4.1.2)
Здесь r— вектор, определяющий положение точки снимка; $(x,y,1)^{T}$ —его однородные координаты в системе координат снимка; K—матрица элементов внутреннего ориентирования снимка (верхний треугольный аффинный оператор); f_x , f_y — фокусное расстояние камеры при разных масштабах вдоль осей x и y; x_0 , y_0 —координаты главной точки снимка; A—матрица поворота системы координат снимка относительно системы координат объекта; a_{ij} —ее элементы; R_s —вектор, определяющий положение центра проекции; $(X_s, Y_{s'}Z_s)$ —его координаты в системе координат объекта; R—вектор, определяющий положение точки объекта в системе координат объекта; $(X,Y,Z,I)^T$ —его однородные координаты.

Важным свойством этой проективной модели является то, что точки, лежащие на одной прямой в пространстве объекта будут, также лежать на одной прямой на изображении. Если известны элементы внутреннего ориентирования камеры, то уравнение (4.1.1) можно записать в следующем виде:

$$K^{-1}r = \left[A \middle| R_{s}\right] \cdot R, \tag{4.1.3}$$

обозначим $r' = K^{-1}r$, тогда

$$r' = \left[A \middle| R_S \right] \cdot R; \tag{4.1.4}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & X_s \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & Y_s \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & Z_s \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}.$$
(4.1.5)

Как известно из математики, чтобы перейти от однородных координат $(x, y, w)^T$ к обычным Евклидовым достаточно разделить координаты вектора на последнюю компоненту и затем ее отбросить, т.е. $(x,y,w)^T \rightarrow (x/w, y/w)^T$. От Евклидовых координат $(x,y)^T$ перейти к однородным можно за счет добавления к координатам вектора единички: $(x,y)^T \rightarrow (x,y,1)^T$. Тогда уравнение (4.1.5) можно записать следующим образом:

$$x = \frac{a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + X_{s}}{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + Z_{s}};$$

$$y = \frac{a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + Y_{s}}{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + Z_{s}}.$$
(4.1.6)

В выражениях (4.1.6) числитель и знаменатель можно разделить на произвольное число. Результат не изменится. Тогда разделим их на Z_{s} , в результате получим:

$$x = \frac{L_{1}X + L_{2}Y + L_{3}Z + L_{4}}{L_{9}X + L_{10}Y + L_{11}Z + 1};$$

$$y = \frac{L_{5}X + L_{6}Y + L_{7}Z + L_{8}}{L_{9}X + L_{10}Y + L_{11}Z + 1}.$$
(4.1.7)

109

Здесь *х,у* — координаты точки на снимке; *Х,Y,Z* — координаты соответственной точки на объекте; *L*₁, ..., *L*₁₁ — коэффициенты проективных преобразований.

На основе уравнений можно решить обратную, прямую фотограмметрическую засечки и фотогриангуляцию.

§ 4.2. Обратная проективная фотограмметрическая засечка

В результате решения обратной проективной фотограмметрической засечки находят коэффициенты проективных преобразований на основании уравнений (4.1.7), связывающих координаты точек местности и снимка. Для этого представим эти уравнения следующим образом:

$$L_{1}X + L_{2}Y + L_{3}Z + L_{4} - xXL_{9} - xYL_{10} - xZL_{11} - x = v_{x};$$

$$L_{5}X + L_{6}Y + L_{7}Z + L_{8} - yXL_{9} - yYL_{10} - yZL_{11} - y = v_{y}.$$
(4.2.1)

Уравнения (4.2.1) линейны относительно неизвестных коэффициентов проективных преобразований. Эти уравнения составляют для всех опорных точек и решают по методу наименьших квадратов.

Уравнения (4.2.1) можно представить в матричном виде:

1

$$\mathbf{B}\mathbf{M} + \mathbf{L} = \mathbf{v},\tag{4.2.2}$$

 $\begin{bmatrix} L_1 \end{bmatrix}$

В результате находят значения всех одиннадцати коэффициентов. Минимальное число опорных точек в этом случае равно шести, нележащие в одной плоскости.

Зная коэффициенты проективных преобразований можно вычислить элементы внутреннего и внешнего ориентирования снимка по следующим формулам:

$$\begin{aligned} x_0 &= (L_1 L_9 + L_2 L_{10} + L_3 L_{11}) L^2; \quad y_0 &= (L_5 L_9 + L_6 L_{10} + L_7 L_{11}) L^2; \\ f_x &= \sqrt{(L_1^2 + L_2^2 + L_3^2) L^2 - x_0^2}; \quad f_y &= \sqrt{(L_5^2 + L_6^2 + L_7^2) L^2 - y_0^2}, \end{aligned}$$
(4.2.4)

где $L = \frac{-1}{\sqrt{L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2}}$.

Координаты центра проекции определяются следующим образом:

$$\begin{bmatrix} X_{S} \\ Y_{S} \\ Z_{S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{1} & L_{2} & L_{3} \\ L_{5} & L_{6} & L_{7} \\ L_{9} & L_{10} & L_{11} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} L_{4} \\ L_{8} \\ 1 \end{bmatrix}.$$
 (4.2.5)

Направляющие косинусы, т.е. элементы матрицы поворота определяются как:

$$a_{11} = \frac{L(x_0L_9 - L_1)}{f_x}; \quad a_{12} = \frac{L(y_0L_9 - L_5)}{f_y}; \quad a_{13} = LL_9;$$

$$a_{21} = \frac{L(x_0L_{10} - L_2)}{f_x}; \quad a_{22} = \frac{L(y_0L_{10} - L_6)}{f_y}; \quad a_{23} = LL_{10}; \quad (4.2.6)$$

$$a_{31} = \frac{L(x_0L_9 - L_1)}{f_x}; \quad a_{32} = \frac{L(y_0L_9 - L_5)}{f_y}; \quad a_{33} = LL_{11}.$$

По элементам матрицы поворота можно вычислить сами углы поворота по формулам (1.3.6).

§ 4.3. Прямая проективная фотограмметрическая засечка

Если известны коэффициенты проективных преобразований пары перекрывающихся снимков, то по формулам (4.1.7) можно найти координаты точек объекта, решив прямую фотограмметрическую засечку. Для этого уравнения (4.1.7) представим в следующем виде:

$$(L_{1} - xL_{9})X + (L_{2} - xL_{10})Y + (L_{3} - xL_{11})Z + L_{4} - x = v_{x}; (L_{5} - yL_{9})X + (L_{6} - yL_{10})Y + (L_{7} - yL_{11})Z + L_{8} - y = v_{y}.$$
(4.3.1)

Уравнения (4.3.1) линейны относительно неизвестных координат точек объекта *X*,*Y*,*Z*. Если засечка решается по стереопаре, то составляют четыре уравнения (4.3.1) и решают их по методу наименьших квадратов. В результате находят значения координат точки объекта в системе координат объекта. Если точка изобразилась на нескольких снимках, то эти уравнения составляют по всем измерениям на всех снимках и решают совместно по методу наименьших квадратов. В результате решается многократная проективная фотограмметрическая засечка.

Таким образом, проективные преобразования имеют ряд неоспоримых достоинств. Прежде всего это то обстоятельство, что исходные уравнения линейны относительно неизвестных, а значит не требуется знания начальных приближений этих неизвестных и отсутствует итерационный процесс. Кроме того, можно не знать элементы внутреннего ориентирования снимков, что имеет осбое значение при обработке снимков, полученных неметрической (некалиброванной) камерой. Вместе с тем, такой подход к решению фотограмметрических задач не лишен недостатков. Для решения обратной засечки необходимо иметь минимум шесть опорных точек (против трех при решении задачи классическим способом). Эти точки не должны располагаться в одной плоскости.

= Пример =

Исходные данные

Элементы внутреннего ориентирования камеры: f = 100,0 мм, $x_0 = 0$ мм, $y_0 = 0$ мм. Элементы внешнего ориентирования снимков:

 $X_s = 1000 \text{ m}, \quad Y_s = 1000 \text{ m}, \quad Z_s = 1000 \text{ m}, \quad w = 2^\circ, \quad a = 5^\circ, \quad k = 7^\circ.$ $X_s = 1500 \text{ m}, \quad Y_s = 1000 \text{ m}, \quad Z_s = 1000 \text{ m}, \quad w = 7^\circ, \quad a = 3^\circ, \quad k = 8^\circ.$

N⁰	Х, м	<i>Y</i> , м	<i>Z</i> , м	<i>х</i> ₁ , мм	<i>у</i> ₁ , мм	<i>х</i> ₂ , мм	<i>у</i> ₂ , мм
1	1000	1000	100	8,760	-3,498	-48,295	-4,717
2	1500	1000	-30	59,597	-9,719	5,276	-12,280
3	1000	1500	80	15,187	50,013	-37,579	44,465
4	1000	500	40	2,423	-56,104	-55,272	-58,440
5	1500	1500	-100	61,302	37,536	11,078	31,199
6	1500	1500	100	73,433	47,004	12,300	40,311
7	1000	1500	30	14,831	47,300	-35,572	41,803
8	1000	500	-10	2,767	-53,463	-52,237	-56,089
9	1500	1500	30	68,610	43,225	11,821	36,717
10	1500	1500	140	76,568	49,447	12,615	42,616

Координаты опорных точек и соответствующие им координаты точек снимков В координаты точек снимков введены случайные ошибки измерений со средней квадратической погрешностью равной 0,01 мм.

Результаты вычислений

```
Коэффициенты проективных преобразований для пары снимков, вычисленные по (4.2.3)
```

Снимок	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7	L_8	L_9	L_{10}	L ₁₁
1	0,093	0,011	-0,008	-96,237	-0,011	0,093	0,003	-85,461	-8,554	2,234	-0,001
2	0,100	0,014	-0,005	-160,227	-0,013	0,100	0,012	-92,681	-6,882	0,000	-0,001

L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7	L_8	L_9	L_{10}	L_{11}
1	0,39	0,09	-0,97	0,36	0,94	0,50	-0,86	0,76	0,03	-0,00
	1	0,19	-0,60	0,63	0,56	0,50	-0,71	0,82	-0,70	0,20
		1	-0,04	-0,02	0,00	0,03	0,01	-0,03	0,06	0,07
			1	-0,48	-0,97	-0,57	0,94	-0,88	0,16	-0,06
				1	0,37	0,63	-0,69	0,68	-0,64	0,38
					1	0,48	-0,92	0,85	-0,09	-0,04
						1	0,65	0,63	-0,44	0,60
							1	-0,95	0,37	-0,14
								1	-0,58	0,17
									1	-0,47
										1

Корреляционная матрица коэффициентов проективных преобразований

Координаты точек объекта, определенные по (4.3.1)

Nº	Х, м	<i>Y</i> , м	<i>Z</i> , м
1	1000,055	999,996	100,097
2	1500,004	1000,005	-30,019
3	1000,121	1499,871	80,121
4	999,854	499,643	39,436
5	1500,039	1500,029	-100,105
6	1499,956	1500,003	99,999
7	999,848	1500,166	29,810
8	1000,121	500,333	-9,453
9	1500,010	1499,906	30,125
10	1499,990	1500,047	139,990

Элементы внутреннего ориентирования снимков вычисленные по (4.2.4)

Снимок	<i>x</i> ₀	У ₀	f_x	f_y
1	-0,060	-0,010	100,017	100,028
2	-0,006	-0,210	100,037	100,049

Элементы внешнего ориентирования снимков, вычисленные по (4.2.5) и (1.3.6)

Снимок	<i>X_s</i> , м	<i>Y_s</i> , м	<i>Z_s</i> , м	ω ⁰	α^0	κ^0
1	-999,711	-1000,130	-1000,383	1,986	5,015	6,993
2	-1499,287	-998,614	-1000,422	6,950	2,951	8,006

	1716	прицы п		mea	childre in	0 (1.2.0).		
	0,989	-0,119	0,09	(0,989	-0,132	0,067)	
$A_1 =$	0,121	0,992	-0,024 ; A	$l_2 = $	0,139	0,9834	-0,113	
	-0,087	0,034	0,996)		-0,051	0,121	0,991)	

Матрицы поворота, вычисленные по (4.2.6):

§ 4.4. Взаимное ориентирование пары снимков на основе проективных преобразований

Как известно, условием взаимного ориентирования пары снимков, является пересечение соответственных лучей (векторов). Математически это условие выражается так: смешанное произведение компланарных векторов равно нулю (2.7.1)

$$\vec{B}(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2) = 0. \tag{4.4.1}$$

Здесь \vec{B} , $\vec{r_1}$, $\vec{r_2}$ — векторы, определяющие положение базиса фотографирования и соответственных точек пары перекрывающихся снимков в системе координат модели, в общем случае произвольно расположенной и ориентированной в пространстве; B_{χ} , B_{γ} , B_{χ} , X'_1 , Y'_1 , Z'_1 , X'_2 , Y'_2 , Z'_2 — координаты соответствующих векторов в этой системе координат.

Условие (4.4.1) связывает между собой только направления векторов и выполняется при любых значениях их модулей, поэтому значение модуля вектора \vec{B} можно выбрать произвольно, например равным единице. Поэтому в дальнейшем вместо вектора \vec{B} будем использовать вектор $\mathbf{b} = (bx, by, bz)^T$, модуль которого равен единице. Из математики известно, что смешанное произведение трех векторов можно записать следующим образом:

$$b(r_1 \times r_2) = r_1(b \times r_2) = r_2(b \times r_1) = 0, \qquad (4.4.2)$$

а векторное произведение двух векторов можно представить в виде произведения двух матриц:

$$b \times r_2 = S_b \cdot r_2$$
 II $b \times r_1 = S_b \cdot r_1$, (4.4.3)

где $S_{\scriptscriptstyle h}$ —кососимметричная матрица базиса фотографирования

$$S_{b} = \begin{bmatrix} 0 & -b_{z} & b_{y} \\ b_{z} & 0 & -b_{x} \\ -b_{y} & b_{x} & 0 \end{bmatrix}.$$
 (4.4.4)

Тогда условие компланарности (4.4.1) можно записать следующим образом:

$$b(r_1 \times r_2) = r_1^T \cdot S_b \cdot r_2 = 0$$
 (4.4.5)

или в координатной форме

$$(X_1'Y_1'Z_1')^T \cdot \begin{bmatrix} 0 & -b_z & b_y \\ b_z & 0 & -b_x \\ -b_y & b_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_2' \\ Y_2' \\ Z_2' \end{pmatrix} = 0.$$
 (4.4.6)

Если обозначить через r'_1 и r'_2 векторы, определяющие положение соответственных точек пары снимков в системе координат снимков, то очевидно можно записать следующее:

$$r_1 = A_1 r_1'; \qquad r_2 = A_2 r_2', \tag{4.4.7}$$

где A_1 и A_2 — матрицы поворота первого и второго снимков стереопары, зависящие от элементов взаимного ориентирования пары снимков.

Если выбрать систему элементов взаимного ориентирования левого снимка, то $A_1 = E$, т.е. единичной матрице, так как элементы взаимного ориентирования этого снимка равны нулю. Если элементы внутреннего ориентирования снимков неизвестны, то (4.4.7) записывается так:

$$r_1 = A_1 K^{-1} r_1'; \qquad r_2 = A_2 K^{-1} r_2',$$
(4.4.8)

где *К*—матрица элементов внутреннего ориентирования снимка (4.1.2). Она может быть индивидуальная для первого и второго снимков, если они получены разными камерами. Подставив (4.4.8) в (4.4.5) получим следующую линейную систему уравнений:

$$r_1^T \cdot S_b \cdot r_2 = r_1'^T \cdot (K^{-1})^T \cdot S_b \cdot A_2^{-1} K^{-1} \cdot r_2' = 0.$$
(4.4.9)

Введем обозначение

$$F = (K^{-1})^T \cdot S_b \cdot A_2^{-1} K^{-1}, \qquad (4.4.10)$$

где *F*—фундаментальная матрица.

Тогда уравнение взаимного ориентирования (условие компланарности) может быть записано так

$$r_1'^T \cdot F \cdot r_2' = 0. \tag{4.4.11}$$

Фундаментальная матрица *F* представляет собой матрицу размером 3×3:

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix}$$
(4.4.12)

и содержит в себе все элементы взаимного и внутреннего ориентирования пары снимков. Причем, уравнение (4.4.11) не изменится, если его умножить или разделить на какое-либо число, например, на f_{33} . Тогда уравнение (4.4.11) можно записать так в однородных координатах:

$$\begin{pmatrix} x_1 \ y_1 \ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0.$$
 (4.4.13)

Для нахождения восьми элементов фундаментальной матрицы достаточно иметь 8 общих точек на пару снимков, составив систему линейных уравнений:

$$x_1 x_2 f_{11} + y_1 x_2 f_{21} + x_2 f_{31} + x_1 y_2 f_{12} + y_1 y_2 f_{22} + y_2 f_{32} + x_1 f_{13} + y_1 f_{23} + 1 = 0.$$
(4.4.14)

Поскольку матрица коэффициентов системы уравнений (4.4.14) является вырожденной, то ее решение лучше осуществлять через сингулярное разложение.

Если элементы внутреннего ориентирования известны, то координаты соответственных точек снимков можно преобразовать следующим образом:

$$r_1'' = K^{-1} r_1'; \qquad r_2'' = K^{-1} r_2', \tag{4.4.15}$$

а фундаментальная матрица сократится до существенной *Е*. В результате уравнение взаимного ориентирования запишется так:

$$r_1^{'''} \cdot S_b \cdot A_2^{-1} \cdot r_2^{''} = r_1^{'''} \cdot E \cdot r_2^{''} = 0, \qquad (4.4.16)$$

где $E = S_b \cdot A_2^{-1}$.

Существенную матрицу *Е* можно найти по аналогии с фундаментальной матрицей, решив систему линейных уравнений (4.4.16). Для ее нахождения достаточно будет иметь пять общих точек.

Найдя фундаментальную или существенную матрицы для пары снимков можно найти коэффициенты уравнения прямой, соответствующей базисной линии:

$$l_2 = (a_2, b_2, c_2)^T = Er_1'';$$
 $l_2 = (a_2', b_2', c_2')^T = Fr_1.$

Общее уравнение базисной линии при этом будет следующим:

$$a_2x_2'' + b_2y_2'' + c_2 = 0;$$
 $a_2'x_2 + b_2'y_2 + c_2' = 0.$

Таким образом, зная существенную *E* или фундаментальную *F* матрицы можно найти для любой точки одного снимка положение базисной линии на втором снимке, на которой находится соответственная точка.

— Пример —

Исходные данные

Элементы внутреннего ориентирования камеры: f = 100,0 мм, $x_0 = 0,0$ мм, $y_0 = 0,0$ мм. Элементы внешнего ориентирования снимков:

 $X_s = 1000 \text{ m}, \quad Y_s = 1000 \text{ m}, \quad Z_s = 1000 \text{ m}, \quad \omega = 1^\circ, \quad \alpha = 3^\circ, \quad \kappa = 2^\circ.$ $X_s = 1500 \text{ m}, \quad Y_s = 1000 \text{ m}, \quad Z_s = 1000 \text{ m}, \quad \omega = -2^\circ, \quad \alpha = -1^\circ, \quad \kappa = 5^\circ.$ 116

N⁰	<i>х</i> ₁ , мм	<i>у</i> ₁ , мм	<i>z</i> ₁ , mm	х ₂ , мм	<i>у</i> ₂ , мм	<i>z</i> ₂ , mm
1	5,246	-1,742	1	-57,794	8,397	1
2	55,186	-3,495	1	-1,738	3,496	1
3	7,081	52,197	1	-52,726	64,207	1
4	3,423	-54,883	1	-58,390	-44,076	1
5	53,175	42,918	1	2,253	49,522	1
6	61,163	-61,596	1	-6,460	-50,928	1
7	5,036	52,469	1	-51,936	64,462	1
8	8,573	-51,002	1	-50,051	-40,724	1
9	63,066	53,184	1	6,308	59,767	1
10	66,347	-65,855	1	-4,508	-54,688	1
11	7,601	3,618	1	-53,942	13,603	1
12	57,311	0,354	1	1,429	7,053	1

Однородные координаты точек снимков стереопары, в которые введены случайные ошибки измерений со средней квадратической погрешностью равной 0,01 мм:

Результаты вычислений

Фундаментальная матрица, вычисленная по первым 8 точкам, путем сингулярного разложения матрицы коэффициентов исходных линейных уравнений:

$$F = \begin{pmatrix} 4, 3 \times 10^{-5} & -3, 3 \times 10^{-5} & -0,0154 \\ -1, 0 \times 10^{-4} & 9, 8 \times 10^{-5} & -0,1870 \\ 0,0056 & 0,1876 & 1 \end{pmatrix}.$$

Невязки проективных уравнений взаимного ориентирования на каждой точке:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0	0	0	0	0	0	0	-0,004	0,008	-0,008	0,008

Матрица элементов внутреннего ориентирования и ее обратная матрица:

$$K = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Координаты точек снимков, преобразованные, согласно (4.4.15)

N⁰	<i>х</i> ′ ₁ , мм	<i>у</i> ′ ₁ , мм	<i>z</i> ′ ₁ , мм	<i>х</i> ′ ₂ , мм	<i>y</i> ′ ₂ , мм	<i>z</i> ′ ₂ , mm
1	0,052	-0,017	1	-0,578	0,084	1
2	0,552	-0,035	1	-0,017	0,034	1
3	0,071	0,522	1	-0,527	0,642	1
4	0,034	-0,549	1	-0,584	-0,441	1
5	0,532	0,429	1	0,023	0,495	1
6	0,612	-0,615	1	-0,065	-0,509	1
7	0,050	0,525	1	-0,519	0,645	1
8	0,086	-0,510	1	-0,501	-0,407	1
9	0,631	0,532	1	0,063	0,598	1
10	0,663	-0,659	1	-0,045	-0,547	1
11	0,076	0,036	1	-0,539	0,136	1
12	0,573	0,003	1	0,014	0,071	1

Существенная матрица *E*, вычисленная по тем же восьми точкам, имеет вид, приведенный ниже. Вычисления выполнялись путем сингулярного разложения матрицы коэффицентов исходных уравнений:

$$E = \begin{pmatrix} 0,4308 & -0,3341 & -1,5401 \\ -1,0119 & 0,9862 & -18,6994 \\ 0,5577 & 18,7644 & 1 \end{pmatrix}.$$

Невязки проективных уравнений взаимного ориентирования на каждой точке имеют те же значения, что и полученные по фундаментальной матрице:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0	0	0	0	0	0	0	-0,004	0,008	-0,008	0,008

ГЛАВА 5

АВТОМАТИЗАЦИЯ ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Автоматизация измерений координат точек снимков позволяет в значительной мере уменьшить степень участия оператора и, как следствие, значительно повысить производительность выполнения работ. Фотограмметрические процессы выполняются, как известно, на основе монокулярных и стереоскопических измерений.

Монокулярные измерения координат точек снимков применяются при выполнении процесса внутреннего ориентирования снимков (измерение координат координатных меток), измерении координат маркированных точек, особенно при решении прикладных задач по наземным снимкам, при калибровке съемочных камер (измерение координат маркированных точек тест-объекта) и т.п. Автоматизация монокулярных измерений практически сводится к автоматическому нахождению на снимке изображения маркированной точки (в виде геометрической фигуры: круг, крест, треугольник и т.д.) и вычислению геометрического центра этих точек.

Стереоскопические измерения применяются при выполнении практически всех фотограмметрических процессов (взаимное ориентирование пары снимков, внешнее ориентирование модели, построение цифровых моделей рельефа, рисовка контуров и др.). Задача автоматизации стереоскопических измерений — автоматическое отыскание на паре снимков идентичных (соответственных) точек.

§ 5.1. Корреляционный метод измерения соответственных точек на паре снимков

В настоящее время в цифровых фотограмметрических системах в подавляющем большинстве случаев используются методы автоматического отождествления соответственных точек, основанные на сравнении значений одноименных пикселей идентичных по размеру фрагментов цифровых снимков вокруг измеряемых точек (эти методы иногда называют площадными методами). Такими методами являются корреляционный и метод наименьших квадратов. Они широко применяются в цифровых фотограмметрических системах.

Рассмотрим сначала корреляционный метод измерений соответственных точек на паре снимков. На рис. 5.1 показан принцип отождествления соответственных

точек на паре снимков, который заключается в следующем. На одном из снимков стереопары измеряется любая точка (см. рис. 5.1, *a*), затем вокруг этой точки (см. рис. 5.1, δ) формируется фрагмент изображения в виде матрицы, которую будем называть эталонной, и накладывается на второй снимок (см. рис. 5.1, *в*). Эталонную матрицу перемещают по второму снимку (в пределах области поиска) с шагом один пиксель (рис. 5.2) и каждый раз сравнивают соответствующие яркости первого и второго снимков в пределах размеров эталонной матрицы. Если все яркости совпадают, то это означает, что найдена соответственная (идентичная) точка на втором снимке (см. рис. 5.1, *г*). Критерием решения задачи может служить разность соответствующих яркостей пикселей двух фрагментов изображений, которая должна быть равна нулю для идентичных точек. Однако на практике в качестве критерия применяется значение коэффициента корреляции *R*, которое менее подвержено влиянию шумов изображений.







Положение матрицы, при котором значение коэффициента корреляции максимально, соответствует матрице, построенной вокруг соответственной точки на втором снимке стереопары. Таким образом находят координаты соответственной точки на правом снимке. Коэффициент корреляции *R* изменяется в пределах от 0 до 1 и вычисляется по формуле

$$R = \frac{\sum_{1}^{n} D_{1}(x_{1}, y_{1})_{i} D_{2}(x_{2}, y_{2})_{i}}{\sqrt{\sum_{1}^{n} D_{1}^{2}(x_{1}, y_{1})_{i} \sum_{1}^{n} D_{2}^{2}(x_{2}, y_{2})_{i}}},$$
(5.1.1)

где D_1, D_2 — яркости пикселей соответственно первого и второго цифровых снимков стереопары; *i* — номер пикселя в матрице; *n* — количество пикселей в матрице (например, матрицы размерностью 5×7, изображенной на рис. 5.2, *n*=35); x_1, y_1 и x_2, y_2 — пиксельные координаты элементов матрицы на первом и втором снимках.





Для компенсации различия в значениях коэффициентов контрастности снимков стереопары, коэффициент корреляции вычисляют по нормализованным значениям яркостей каждого пикселя. Нормализованные значения яркостей каждого пикселя получают путем вычитания из значений яркостей каждого пикселя среднего значения яркостей всех пикселей матрицы:

$$R = \frac{\sum_{1}^{n} [D_{1}(x_{1}, y_{1})_{i} - D_{1}'][D_{2}(x_{2}, y_{2})_{i} - D_{2}']}{\sqrt{\sum_{1}^{n} [D_{1}(x_{1}, y_{1})_{i} - D_{1}']^{2} \sum_{1}^{n} [D_{2}(x_{2}, y_{2})_{i} - D_{2}']^{2}}},$$
(5.1.2)
ГДЕ $D_{1}' = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} D_{1}(x_{1}, y_{1})_{i}; \quad D_{2}' = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} D_{2}(x_{2}, y_{2})_{i}.$

С геометрической точки зрения формулы (5.1.1) и (5.1.2), по которым вычисляется коэффициент корреляции, являются скалярным произведением двух *n*-мерных векторов, координатами которых, в нашем случае, являются значения элементов двух сравниваемых матриц, то есть значения яркостей каждого из элементов матриц. Из аналитической геометрии известно, что скалярное произведение двух векторов — косинус угла между ними. При равенстве координат векторов два вектора

совпадают и поэтому значение угла между ними равно нулю, а значение косинуса равно единице.

По методике поиска соответственных точек на стереопаре снимков, изложенной выше, можно получать координаты соответственных точек с точностью до одного пикселя. Для получения координат с подпиксельной точностью можно уменьшить шаг перемещения матрицы, например, установить его равным 0,5 пикселя. В этом случае необходимо увеличить исходные цифровые изображения в два раза, т.е. один пиксель исходного изображения занимает 2×2 пикселей в увеличенном изображении.



На рис. 5.3 показан пример получения увеличенного в два раза изображения. Если осуществлять поиск соответственных точек на стереопаре снимков по таким изображениям, то точность определения координат будет равна 0,5 пикселя.

Более широко в цифровых фотограмметрических системах применяют другой метод идентификации соответственных точек на стереопаре снимков с подпиксельной точностью. В этом методе, сначала находят пиксель, соответствующий максимальному значению коэффициен-

Рис. 5.3

та корреляции R_{max}. Затем в пределах 2-3 пикселей относительно этого пикселя вдоль осей х и у берут соответствующие им значения коэффициента корреляции *R*_i. Зависимость значений коэффициентов корреляции *R*_i от значений координат *x* и ц описывают обычно полиномами второй степени

$$R = a_0 + a_1 x + a_2 x^2; \quad R = b_0 + b_1 y + b_2 y^2.$$
(5.1.3)

На рис. 5.4 графически представлена зависимость (5.1.3) коэффициента корре-



Рис. 5.4

ляции *R* от координаты *x*.

Для определения коэффициентов полиномов (5.1.3) по значениям координат х и у и коэффициентам корреляции R_i составляют две системы уравнений (отдельно для осей х и у):

$$a_{0} + a_{1}x + a_{2}x^{2} - R = v_{x};$$

$$b_{0} + b_{1}y + b_{2}y^{2} - R = v_{y}.$$
(5.1.4)

Значения коэффициентов полиномов находят в результате решения системы линейных уравнений (5.1.4) по методу наименьших ква-

дратов. Значения координат соответственной точки на изображении с подпиксельной точностью находят как максимумы (локальные экстремумы) функций (5.1.3). Для этого воспользуемся известным положением, что производные функций (5.1.3) в точке локального экстремума $R_{\rm max}$ равны нулю, то есть:

$$x_{\max} = -\frac{a_1}{2a_2}; \quad y_{\max} = -\frac{b_1}{2b_2}.$$
 (5.1.5)

На рис. 5.5 показаны возможные случаи при вычислении максимального коэффициента корреляции. Первый вариант (см. рис 5.5, *a*) соответствует малоконтрастным

изображениям. В этом случае максимальное значение коэффициента корреляции определяется ненадежно (с большой погрешностью) и как следствие ненадежно отождествление. Второй вариант (см. рис. 5.5, *б*) гораздо лучше, чем первый (несмотря на меньшее абсолютное значение максимального коэффициента



корреляции), так как у корреляционной функции ярко выраженный максимум. Поэтому при реализации алгоритма отождествления одноименных точек на основе метода корреляции при принятии решения о соответствии точек следует анализировать не только величину максимального коэффициента корреляции, но и крутизну корреляционной функции. Крутизну функции можно оценить, например, по углу ф (см. рис. 5.5), чем меньше этот угол, тем лучше отождествление.

§ 5.2. Измерение соответственных точек по методу наименьших квадратов

Идея метода заключается в нахождении продольного и поперечного параллаксов путем минимизации разности между яркостями фрагментов изображений двух снимков под известным условием V^TV =min. Другими словами находится такое положение и форма матрицы поиска (фрагмента изображения на втором снимке), при котором сумма квадратов разностей яркостей этого фрагмента и соответствующих яркостей эталонной матрицы (фрагмента изображения на первом снимке) будут минимальны.

Для этого решают систему уравнений вида:

$$f_1(x_1, y_1) - f_2(x_2, y_2) = 0, (5.2.1)$$

где $x_2 = x_1 - p$, $y_2 = y_1 - q$, $f_1(x_1, y_1)$ — функция распределения яркостей D_1 в пределах фрагмента изображения с центром в измеряемой точке первого снимка с координатами $x_1, y_1; f_2(x_2, y_2)$ — функция распределения яркостей D_2 в пределах фрагмента изображения с центром в соответствующей точке второго снимка с координатами $x_2, y_2; p$ — продольный параллакс; q — поперечный параллакс. Сначала предположим, что *p* и *q* не изменяются в пределах эталонной матрицы (фрагмента изображения вокруг измеряемой точки), т.е. предположим, что имеем идеальную пару снимков равнинной местности (отсутствуют углы наклона и разность высот фотографирования). Тогда параллаксы можно найти из решения уравнений (5.2.1). Закон изменения яркостей изображений (функции *f*) в зависимости от координат точек снимков нам неизвестен, и он носит нелинейный характер. Однако нам известны дискретные значения этих функций (яркости) для пикселей с координатами x_i , y_i . Это позволяет составить уравнения (5.2.1) для каждого пикселя фрагментов изображений. Поскольку уравнения (5.2.1) являются нелинейными относительно неизвестных, то переходят к линейным уравнениям поправок, которые можно записать в виде $a_1\delta p + a_2\delta q + \ell = v$ или в общем виде

$$\mathbf{A}_2 \delta + L = V, \tag{5.2.2}$$

где A_2 — матрица частных производных от правого снимка по параллаксам; δ — поправки к неизвестным; L — свободные члены (значения функции (5.2.1), вычисленные по приближенным значениям неизвестных); V — невязки уравнений;

$$\mathbf{A}_{2} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{2}^{i}}{\partial p} & \frac{\partial f_{2}^{i}}{\partial q} \\ \dots & \dots \\ \frac{\partial f_{2}^{n}}{\partial p} & \frac{\partial f_{2}^{n}}{\partial q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{x}^{i} & g_{y}^{i} \\ \dots & \dots \\ g_{x}^{n} & g_{y}^{n} \end{bmatrix}; \quad \delta = \begin{bmatrix} \delta_{p} \\ \delta_{q} \end{bmatrix}; \quad L = \begin{bmatrix} f_{1}^{i} - f_{2}^{i} \\ \dots & \dots \\ f_{1}^{n} - f_{2}^{n} \end{bmatrix};$$

 $i = 1 \div n$; n — количество пикселей в эталонной матрице; g_x , g_y — составляющие градиента второго изображения в пикселе i.

Решение находится как

$$\boldsymbol{\delta} = \left(\mathbf{A}_{2}^{T} \mathbf{A}_{2}\right)^{-1} \mathbf{A}_{2}^{T} L.$$
 (5.2.3)

Далее на величины этих поправок уточняют неизвестные параллаксы и переходят к следующему приближению. Для реализации второй и последующих итераций формируют матрицу поиска на правом снимке с уточненными координатами пикселей:



Рис. 5.6

$$x_2 = x_1 - p + \delta_p; \quad y_2 = y_1 - q + \delta_q.$$

Для получения яркостей изображения матрицы поиска обычно используют двойное линейное интерполирование. На рис. 5.6 показано положение матрицы поиска на правом снимке на нулевой итерации — $f_2^{0}(x_2y_2)$ и после *i*-й итерации — $f_2^{i}(x_2y_2)$.

Так поступают до тех пор, пока поправки не станут пренебрегаемо малыми величинами. В результате находят уравненные значения параллаксов.

§ 5.3. Проблемы автоматического стереоотождествления одноименных точек

При стереоскопическом рассматривании снимков у оператора не возникает проблем с отождествлением одноименных точек стереопары. Автоматические методы отождествления точек стереопары не всегда дают однозначно правильное решение. Изложенные выше методы идентификации соответственных точек на стереопаре снимков предполагают, что фрагменты изображений, выбранные вокруг соответственных точек на снимках стереопары, являются изображениями одного и того же участка снимаемого объекта. Однако это возможно только в том случае, когда стереопара снимков является идеальной (угловые элементы внешнего ориентирования снимков равны нулю, а базис фотографирования параллелен оси X системы координат объекта), участок снимаемого объекта представляет собой горизонтальную плоскость (рис. 5.7). В этом случае все пиксели на левом и правом снимках в пределах некоторой области (например, 5×5 пикселей) вокруг соответственных точек m_1 и m_2 являются изображениями одних и тех же точек местности.





В реальных случаях оба снимка стереопары имеют, в общем случае, различные значения углов наклона и разворота снимков, базис фотографирования не параллелен оси полета носителя, а рельеф местности не является горизонтальной плоскостью (рис. 5.8). В этом случае один и тот же участок местности (на рис. 5.8 он выделен серым цветом) изображается по разному на паре снимков. Теперь если взять одинаковые фрагменты изображений (например, 5×5 пикселей) вокруг соответствующих точек m_1 и m_2 на первом и втором снимках, то увидим, что соответствующие пиксели будут отображать различные участки местности. Причем, чем дальше от центра фрагмента находится пиксель, тем больше расхождение. Учитывая то, что

основой всех площадных методов отождествления одноименных точек пары снимков является, по сути, сравнение яркостей соответствующих пикселей в пределах фрагментов снимков, то очевидно разномасштабность, углы наклона и поворота снимков и рельеф местности снижают надежность автоматического отождествления соответствующих точек стереопары.



	0	m_1	





Кроме геометрических несоответствий изображений на паре снимков могут быть фотометрические различия этих снимков. Причинами фотометрических несоответствий пары снимков могут быть: различные отражательная способность поверхности и освещение; повторяемость поверхности объекта; большая величина шумов изображений. На рис. 5.9 показаны два фрагмента изображения одного и того же участка местности, которые имеюют фотометрические искажения.





Существуют различные алгоритмы, позволяющие учесть как геометрические, так и фотометрические несоответствия двух и более снимков при автоматическом отождествлении одноименных точек. Так, например, корреляционный метод (см. § 5.1) позволяет учесть некоторые фотометрические искажения путем вычисления нормализованного коэффициента корреляции. Геометрические искажения изображений можно учесть при отождествлении по методу корреляции, используя аффинные преобразования фрагментов изображений. Такой подход полностью повторяет отождествление по методу наименьших квадратов с учетом геометрических искажений изображений. Способы учета геометрических и фотометрических искажений будут рассмотрены далее на примере метода наименьших квадратов, который позволяет наиболее полно учесть все виды искажений.

§ 5.4. Отождествление соответственных точек по методу наименьших квадратов с учетом геометрических и фотометрических несоответствий снимков

До сих пор (см. § 5.2) мы предполагали, что параллаксы — постоянные величины в пределах фрагментов изображений. Однако на практике это не так. Вследствие геометрических несоответствий двух фрагментов изображений, вызванных влиянием разности высот фотографирования, углов наклона снимков и рельефа местности, параллаксы в каждом пикселе будут свои (см. § 5.3). Кроме того, снимки имеют фотометрические несоответствия (различия).

Геометрические несоответствия двух фрагментов изображений можно описать с помощью аффинных, конформных, проективных или перспективных преобразований. Для снимков, полученных по законам центрального проектирования, наилучшим образом подходят перспективные преобразования (уравнения коллинеарности). Позже будет рассмотрен этот вариант.

Как показывает практика, для небольших фрагментов изображений геометрические несоответствия с достаточной степенью точности могут быть описаны с помощью аффинных преобразований. Рассмотрим этот вариант учета разности геометрических несоответствий двух фрагментов изображений:

$$x_2 = b_1 x_1 + b_2 y_1 - p; \quad y_2 = c_1 x_1 + c_2 y_1 - q, \tag{5.4.1}$$

где x_1y_1 и x_2y_2 — координаты соответственных пикселей в пределах фрагментов изображений на левом и правом снимках; *р* и *q* — продольный и поперечный парралаксы; b_1b_2 и c_1c_2 — коэффициенты аффинных преобразований.

Тогда исходное уравнение (5.2.1) примет вид:

$$f_1(x_1, y_1) - f_2(b_1x_1 + b_2y_1 - p, c_1x_1 + c_2y_1 - q) = 0.$$
(5.4.2)

В уравнении (5.4.2) неизвестными являются параллаксы p, q и коэффициенты аффинных преобразований b_1, b_2, c_1, c_2 . Соответствующее уравнение поправок можно записать так:

$$a_1 \delta p + a_2 \delta q + a_3 \delta b_1 + a_4 \delta b_2 + a_5 \delta c_1 + a_6 \delta c_2 + l = v.$$
(5.4.3)

127

. ...

Частные производные имеют вид:

$$a_1 = g_x; \quad a_2 = g_y; \quad a_3 = g_x x_1; \quad a_4 = g_x y_1; \quad a_5 = g_y x_1; \quad a_6 = g_y y_1;$$
 (5.4.4)

свободный член ℓ вычисляется по формуле (5.4.2) по приближенным значениям неизвестных.



Рис. 5.10

Неизвестные параллаксы и коэффициенты аффинных преобразований находят по способу наименьших квадратов методом последовательных приближений. Причем после каждого приближения, уточнив значения неизвестных параллаксов и коэффициентов аффинных преобразований, следует сформировать новый фрагмент изображения (матрицу поиска) на правом снимке (рис. 5.10).

При этом координаты пикселей матрицы поиска вычисляются по формулам (5.4.1), а соответствующие яркости – по исходному снимку методом двойного линейного интерполирования. Здесь следует учитывать то обстоятельство, что в результате аффинных преобразований каждый пиксель матрицы поиска может увеличиться по площади и для получения его яркости следует использовать все пиксели исходного снимка, которые он накрывает, а не только четыре соседних пикселя. Полученные таким образом яркости изображения участвуют в формировании уравнений (5.4.3).

Фотометрические различия между двумя фрагментами изображений могут быть описаны с помощью, например, линейных преобразований. Тогда уравнение (5.4.2) можно записать как:

$$k_0 + k_1 f_1(x_1, y_1) - f_2(b_1 x_1 + b_2 y_1 - p, c_1 x_1 + c_2 y_1 - q) = 0,$$
(5.4.5)

а соответствующее уравнение поправок

$$a_1\delta p + a_2\delta q + a_3\delta b_1 + a_4\delta b_2 + a_5\delta c_1 + a_6\delta c_2 + a_7\delta k_0 + a_8\delta k_1 + l = v.$$
(5.4.6)

Частные производные $a_1 - a_6$ вычисляются по (5.4.4), а остальные по формулам

$$a_7 = 1; \ a_8 = f_1(x_1, y_1).$$
 (5.4.7)

Таким образом, на основе уравнения (5.4.6) находят по методу наименьших квадратов продольный и поперечный параллаксы для данной точки с учетом геометрических и фотометрических различий между фрагментами изображений двух снимков. Следует отметить, что если обрабатываются цветные снимки, то коэффициенты фотометрических преобразований k_0 и k_1 находят для каждого канала (красный, синий, зеленый). Для этого для каждого пикселя составляют три уравнения (5.4.6).

Как показывают экспериментальные исследования, применение цветных изображений приводит к незначительному повышению точности отождествления одноименных точек по сравнению с черно-белыми изображениями или по сравнению с отождествлением по одному красному каналу. Поэтому иногда цветные изображения переводят в черно-белые и затем выполняют фотограмметрическую обработку, что сокращает время обработки.

Метод наименьших квадратов позволяет найти параллаксы с точностью до 0,01 пикселя. Однако этот метод имеет и существенный недостаток – необходимость знания начальных приближений параллаксов с достаточной точностью (1–2 пикселя) и выполнения большого числа приближений, что может замедлить процесс вычислений.

Несколько слов о величине фрагментов изображений. Очевидно, что она влияет на точность отождествления точек. Чем меньше размеры фрагментов изображений, тем меньше число избыточных измерений, а как следствие понижается точность и надежность отождествления. С другой стороны, при увеличении размеров фрагментов изображений увеличивается вероятность ложных отождествлений. Поэтому желательно иметь возможность менять размеры фрагментов в зависимости от качества исходных снимков. Если снимки хорошего фотографического качества с высоким контрастом и с изображением большого количества деталей местности отождествление можно начать с применения фрагментов размером 5×5, 7×7 или 9×9. Для снимков с повышенным уровнем фотометрического шума и низкой текстурой рекомендуется применять фрагменты размером 21×21 и даже более.

§ 5.5. Вычисление градиента изображения

Градиент изображения широко применяется при реализации различных способов автоматического измерения координат точек снимков, а также при выделении границ объектов по изображению. Рассмотрим методы вычисления градиента изображения.

Градиент изображения f(x, y) в точке (x, y) определяется как двумерный вектор

$$G[f(x,y)] = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}.$$
 (5.5.1)

Из векторного анализа известно, что вектор G указывает направление максимального изменения функции f в точке (x, y); g_x, g_y — составляющие градиента по осям x и y; $\partial f/\partial x$ и $\partial f/\partial y$ — первые производные от изображения f по координатам x и y.

Рис. 5.11 поясняет смысл производных изображения, здесь приведены изображения светлого объекта простой формы на темном фоне, кривая яркостей изображения вдоль горизонтальной линии, а также первая и вторая производные этой кривой. Следует отметить, что участки кривой, соответствующие границе (переход от темной области к светлой и наоборот), представляют собой наклонные, а не вертикальные линии, какие должны быть в случае резкого изменения яркости изображения. Это связано с тем, что границы на цифровом изображении в результате дискретизации обычно слегка размыты.



Первая производная всех участков кривой с постоянной яркостью равна нулю и является постоянной величиной на участках изменения яркости. С другой стороны, вторая производная равна нулю на всех участках, кроме начальных и конечных точек изменения яркости. С учетом этого, очевидно, что величина первой производной может быть использована для обнаружения наличия границ объектов на изображении, а знак второй производной — для определения, на темной (фон) или на светлой (объект) стороне границы располагается пиксель границы. Например,

знак второй производной (см. рис. 5.11) положителен для пикселей, расположенных на внешних сторонах границ объекта, и отрицателен для пикселей внутренних светлых сторон этих границ. Те же рассуждения справедливы для случая нахождения темного объекта на светлом фоне. Отметим, что знак второй производной при этом также позволяет определить переход яркости на границе.

На практике при определении границ часто вычисляют величину вектора *G*, называемого обычно градиентом:

$$G = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$
(5.5.2)

или для упрощения вычислений градиент аппроксимируется абсолютными значениями

$$G \cong \left| \boldsymbol{g}_{\boldsymbol{x}} \right| + \left| \boldsymbol{g}_{\boldsymbol{y}} \right|. \tag{5.5.3}$$

Вычисление составляющих градиента можно выполнить несколькими способами. Один из подходов состоит в использовании разностей яркостей между соседними пикселями:

$$g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = f(x,y) - f(x-1,y); \quad g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = f(x,y) - f(x,y-1). \tag{5.5.4}$$

Однако на практике чаще используют другой подход, основанный на свертке исходного изображения размером 3×3 пикселя с маской (оператором) с центром в точке, имеющей координаты *x*, *y*. Такой подход менее чувствителен к фотометрическим шумам, которые присущи любым изображениям. Здесь градиент вычисляется не из двух соседних пикселей, а из анализа всех 9 пикселей, окружающих точку с координатами *x*, *y*:

$$G = \begin{bmatrix} f(x,y) * H_x \\ f(x,y) * H_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix},$$
(5.5.5)

где * — знак свертки; H_x, H_y — маски (операторы, фильтры).

В качестве примера маски приведем оператор Собеля, как наиболее часто употребимый при вычислении градиентов:

$$H_{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad H_{y} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$
(5.5.6)

Свертка вычисляется по формулам:

$$g_{x} = f(x,y) * H_{x} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} f(x,y)_{ij} H_{xij};$$

$$g_{y} = f(x,y) * H_{y} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} f(x,y)_{ij} H_{yij},$$
(5.5.7)

где *п* — число строк; *m* — число столбцов в маске (для оператора Собеля *n=m=3*).

Если взять фрагмент изображения f размером 3×3 с координатами центрального пикселя x, y, то составляющие градиента для этого пикселя, с учетом (5.5.6) и (5.5.7), можно вычислить следующим образом:

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 \\ f_4 & f_5 & f_6 \\ f_7 & f_8 & f_9 \end{bmatrix};$$
(5.5.8)

$$g_{x} = f(x, y) * H_{x} = (f_{3} + 2f_{6} + f_{9}) - (f_{1} + 2f_{4} + f_{7});$$

$$g_{y} = f(x, y) * H_{y} = (f_{1} + 2f_{2} + f_{3}) - (f_{7} + 2f_{8} + f_{9}).$$
(5.5.9)

Приведем некоторые другие примеры операторов: оператор Прайвита

$$H_{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad H_{y} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$
(5.5.10)

оператор Робертца

$$H_{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}; \quad H_{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$
 (5.5.11)

На рис. 5.12, *а* показан фрагмент цифрового снимка с изображением квадрата. Здесь пиксели, у которых значение яркости равно 10, принадлежат фону, а с яркостью равной 20 — объекту (квадрату). На рис. 5.12, *б* показано соответствующее

10	10	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	10	10
10	10	20	20	20	20	10	10
10	10	20	20	20	20	10	10
10	10	20	20	20	20	10	10
10	10	20	20	20	20	10	10
10	10	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	10	10
a							

градиентное изображение, полученное путем свертки исходного изображения с оператором Робертца (5.5.11), а величина самого градиента вычислялась по (5.5.3).

10	10	10	10	10	10	10	10
10	10	20	20	20	10	10	10
10	20	0	0	0	20	10	10
10	20	0	0	0	20	10	10
10	20	0	0	0	20	10	10
10	10	20	20	20	10	10	10
10	10	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	10	10
б							

Рис. 5.	12
---------	----

На рис. 5.13 показан пример работы оператора Собеля (см. рис. 5.13, *а* — исходный снимок; рис. 5.13, *б* — градиентное изображение, полученное в результате обработки исходного изображения оператором Собеля; рис. 5.13, *в* — составляющая градиента вдоль оси *x*; рис. 5.13, *г* — составляющая градиента вдоль оси *y*).



Рис. 5.13

§ 5.6. Методы, позволяющие сузить область поиска соответственных точек на смежных снимках

Использование априорной информации о параметрах съемки

Для сужения области поиска соответственных точек на правом снимке и, как следствие, снижения времени поиска соответственных точек на стереопаре снимков, можно использовать имеющуюся предварительную информацию о параметрах съемки. Например, если известна величина продольного перекрытия между снимками (рис. 5.14, *a*), то соответствующие точки на правом снимке следует искать не по всей площади снимка, а только в пределах этого перекрытия вдоль оси *x*. Зная возможные пределы изменения поперечных параллаксов Δq , можно ограничить область поиска вдоль оси *y* (заштрихованная область на рис. 5.14, *б*). Если известны превышения точек изображенной на снимках стереопары местности, можно вычислить максимальное значение разностей продольных параллаксов Δp соответственных точек и ограничить область поиска вдоль оси *x* (заштрихованная область на рис. 5.14, *в*).



На практике для ограничения области поиска соответственных точек на паре снимков чаще всего используют пирамиду изображений и базисные линии (если известны элементы взаимного ориентирования снимков).

Рассмотрим более подробно эти подходы к выбору области поиска соответственных точек на паре снимков.

Построение пирамиды изображений

Использование при автоматизации измерений соответственных точек на стереопаре снимков пирамиды изображений является одним из эффективных методов ускорения этого процесса. Пирамида изображений представляет набор изображений, получаемых последовательно из исходных изображений путем преобразования и пропорционального уменьшения числа строк и столбцов. Например, следующее за исходным в пирамиде изображение получают объединением в один пиксель четырех пикселей исходного (значение пикселя принимают равным среднему арифметическому из четырех значений пикселей исходного изображения). Таким же образом строятся последующие снимки пирамиды (рис. 5.15, *a*). На рис. 5.15, *б* показан пример пирамиды из четырех уровней для аэроснимка.

Измеренная на исходном левом изображении точка проектируется на снимок самого высшего уровня пирамиды и идентифицируется корреляционным методом с точностью до одного пикселя на втором снимке стереопары идентичного уровня пирамиды.



Рис. 5.15

Учитывая, что изображение верхнего уровня имеет малые размеры (небольшое число строк и столбцов) поиск соответственной точки на этих снимках выполняется весьма быстро. Затем процесс идентификации продолжается на стереопаре нижнего уровня. Учитывая, что положение искомой точки известно с точностью до пикселя на снимке высшего уровня, область поиска локализуется на снимке пирамиды в пределах нескольких пикселей, что позволяет произвести быструю идентификацию соответственной точки на снимке. Таким же образом производят поиск на всех снимках пирамид изображений, закончив этот процесс на исходных снимках стереопары.

Этот метод часто используется при построении цифровых моделей рельефа по сте-

реопаре снимков. На первом этапе отождествляют соответственные точки на самом верхнем уровне пирамиды. Поскольку на верхнем уровне пирамиды число пикселей существенно меньше по сравнению с исходными снимками, то отождествление можно выполнить для всех пикселей стереопары достаточно быстро. Затем для каждой пары соответственных пикселей данного уровня пирамиды находят 4 пикселя для каждого снимка на более нижнем уровне (в соответствии с методом формирования пирамиды). Среди этих пикселей находят пару соответственных пикселей методом корреляции и спускаются на следующий уровень. Таким образом доходят до исходных снимков. В результате имеем густую сеть соответственных точек пары снимков, для которых решается прямая засечка и получается ЦМР.

Использование базисных линий на снимках стереопары

Известно, что если пара снимков и базис фотографирования взаимно ориентированы, то любая пара соответственных точек находится в базисной плоскости, проходящей через базис фотографирования *B* и соответственные точки *m*₁ и *m*₂ на стереопаре снимков (рис. 5.16). Следы сечения снимков стереопары базисными плоскостями называют *базисными* (или эпиполярными) линиями (линии *a*-*b* и *c*-*d*).

Очевидно, что, измерив точку на одном из снимков стереопары, можно провести через эту точку и центры проекции базисную плоскость и построить на другом снимке стереопары базисную линию, на которой будет находиться точка, соответственная измеренной на первом снимке. Для нахождения соответственной точки достаточно провести ее поиск вдоль найденной базисной линии.

Этот поиск выполняется следующим образом. По измеренным на первом снимке стереопары координатам x_1 , y_1 точки, вокруг которой формируется эталонная

матрица, известным значениям элементов внутреннего и взаимного ориентирования снимков заданному значению координаты x_c (может быть любое значение. Сначала можно взять минимально возможное значение координаты, чтобы получить точку на краю снимка) на втором снимке стереопары вычисляется значение координаты y_c точки снимка, расположенной на базисной линии (рис. 5.17). Затем производится формирование мат-рицы вокруг этой точки и вычисляется коэффициент корреляции R. Задавая значение координаты x_c с шагом один пиксель, осуществляют поиск соответственной точки на снимке по базисной линии и находят на ней соответственную точку по максимуму коэффициента корреляции *R*.

Учитывая, что вследствие ошибок





определения значений элементов взаимного ориентирования координата y_c может быть вычислена с ошибкой, для повышения точности определения координат соответственной точки производят формирование матриц в точках снимка со смещением центральной точки в пределах 1–2 пикселей по оси *y*.

Формулу для вычисления координаты y_c получают следующим образом. Из рис. 5.17 следует, что векторы B, r_1, r_c компланарны, так как находятся в од-

ной плоскости. Смешанное произведение этих векторов $B(r_1 \times r_c)=0$. В случае использования в качестве элементов взаимного ориентирования параметров $\alpha'_1, \kappa'_1, \omega'_2, \alpha'_2, \kappa'_2$, задавая значения параметров $b_y = b_z = \omega'_1 = 0$, в координатной форме смешанное произведение векторов имеет вид:



Рис. 5.17

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ X'_1 & Y'_1 & Z'_1 \\ X'_c & Y'_c & Z'_c \end{vmatrix} = Y'_1 Z'_c - Y'_c Z'_1 = 0,$$
(5.6.1)

в котором

$$X'_{1} = a_{11}x_{1} + a_{12}y_{1} - a_{13}f$$

$$Y'_{1} = a_{21}x_{1} + a_{22}y_{1} - a_{23}f$$

$$Z'_{1} = a_{31}x_{1} + a_{32}y_{1} - a_{33}f$$

$$X'_{c} = a_{11}x_{c} + a_{12}y_{c} - a_{13}f$$

$$Y'_{c} = a_{21}x_{c} + a_{22}y_{c} - a_{23}f$$

$$Z'_{c} = a_{31}x_{c} + a_{32}y_{c} - a_{33}f$$

Так как, искомое значение y_c входит только в выражения Y_c и Z_c , то уравнение (5.6.1) можно представить в виде:

$$Y_1'(a_{31}x_c + a_{32}y_c - a_{33}f) - Z_1'(a_{21}x_c + a_{22}y_c - a_{23}f) = 0.$$

В результате простых преобразований этого выражения получим:

$$y_{c} = \frac{Y_{1}'(a_{31}x_{c} - a_{33}f) - Z_{1}'(a_{21}x_{c} - a_{23}f)}{Y_{1}'a_{32} - Z_{1}'a_{22}}.$$
(5.6.2)

Поиск точек на стереопаре снимков идеального случая съемки

Известно, что на стереопаре снимков идеального случая съемки (угловые элементы внешнего ориентирования снимков съемки равны нулю, а базис фотографирования параллелен оси Х системы координат объекта) ординаты и соответственных точек равны и, как следствие, значения поперечных параллаксов для всех соответственных точек равны нулю. Очевидно, что при автоматической идентификации точек на стереопаре снимков область поиска на снимке ограничивается линией параллельной оси х снимка.

Преобразование (*трансформирование*) исходной стереопары снимков в стереопару снимков идеального случая съемки очень широко применяется в цифровых фотограмметрических системах. Полученные таким образом стереопары снимков используются для выполнения работ по построению цифровых моделей рельефа и цифровых моделей объектов, так как при их использовании упрощается выполнение процессов идентификации соответственных точек на стереопаре снимков и создаются наиболее комфортные условия для стереонаблюдения и измерения снимков.

Для цифрового трансформирования снимков необходимо предварительно выполнить определение элементов взаимного ориентирования снимков. В результате цифрового трансформирования создается стереопара снимков идеального случая



съемки в системе координат фотограмметрической модели, ось Хкоторой параллельна базису фотографирования.

Использование базисных линий на нескольких перекрывающихся снимках

Если, предположим, имеется три перекрывающихся снимка, то после измерений на втором снимке можно провести на третьем снимке две базисные линии по второму и третьему и первому и третьему снимкам (рис. 5.18). Здесь линия kl параллельна базису фотографирования B_2 , а линия np параллельна базису фотографирования В₃. В результате соответствующая точка *m*₃ получится как точка пересечения двух базисных линий.

Этот метод эффективен в цифровых интерактивных фотограмметрических системах (например, в системе CDW, Германия) для обработки наземных снимков в режиме монокулярных измерений. Измерив координаты точки m_1 на левом снимке, на правом снимке проводится соответствующая базисная линия *cd*. Оператор находит соответствующую точку на правом снимке вдоль этой линии. На третьем снимке рисуют уже две базисные линии. Оператору (или коррелятору) остается только уточнить выбор соответственной точки в районе пересечения этих прямых.

§ 5.7. Методы автоматического отождествления соответственных точек, основанные на выделении деталей изображения

Сущность этих методов состоит в следующем: сначала выделяются детали изображений, а затем они отождествляются. В качестве деталей изображения можно использовать точки, линии, полигоны и т.д. Для выделения этих элементов применяются различные операторы, с которыми осуществляется свертка изображений. Например, для выделения характерных точек существуют операторы Moravec, Harris, Forstner, FAST, Mar-Hildreth и др. Задача этих операторов найти на изображении области с наибольшим изменением контраста, в которых затем получатся наилучшие результаты отождествления. Например, *оператор Moravec* позволяет выделить точки с контрастом, превышающем некоторый порог. Onepamop Harris позволяет выделить точки, относящиеся к изображениям углов. Выделенные с помощью *оператора Forstner* точки инвариантны к поворотам, и как следствие в этих точках отождествление получается более надежно. Onepamop Marr-Hildreth (или оператор LoG — Лапласиан Гауссиана) фильтрует изображение и одновременно выделяет зоны изменений значений яркостей изображения. Все эти операторы часто называют детекторами, так как они позволяют найти на снимках характерные точки. Соответственные точки на соседнем снимке можно найти с помощью методов корреляции, описанных выше, а можно сначала найти характерные точки на соседнем снимке с помощью техже операторов, описать каждую точку с помощью, так называемых дескрипторов, а затем сравнивая дескрипторы точек на смежных снимках выявить соответственные точки.

Наиболее известен *дескриптор* — *SIFT* (масштаб-но-инвариантное преобразование) — это алгоритм, позволяющий описать точку снимка некоторыми локальными признаками, которые инвариантны к сдвигу, повороту и масштабу.

Существуют операторы (Roberts, Prewitt, Sobel, Canny и др.), которые позволяют выделить линии и полигоны. Эти операторы основаны на выделении границ изменений значений яркостей изображения. Задача этих операторов выделить участки на изображениях с наибольшим контрастом, в которых можно получить наилучшие результаты при автоматизированных методах измерений. В результате сужается область поиска одноименных точек на паре снимков, что позволяет резко сократить время на вычислительный процесс. После выделения элементов изображений применяются площадные алгоритмы отождествления соответственных точек.

§ 5.8. Детекторы характерных точек снимка

Оператор Моравека (Moravec)

Этот детектор позволяет проанализировать изменение значений пикселей вокруг данного пикселя с координатами *x*, *y*. Как правило, анализируются пиксели по четырем направлениям — вдоль строк, столбцов и двух диагоналей вокруг данного пикселя. Изменения значений пикселей в каждом направлении вычисляется как сумма квадратов разностей между соседними пикселями:

$$M_{1} = \frac{1}{n(m-1)} \sum_{\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}-1} [f(x,y) - f(x,y+1)]^{2};$$

$$M_{2} = \frac{1}{(n-1)m} \sum_{-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}-1} \sum_{-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} [f(x,y) - f(x+1,y)]^{2};$$

$$M_{3} = \frac{1}{(n-1)(m-1)} \sum_{-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}-1} \sum_{-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}-1} [f(x,y) - f(x+1,y+1)]^{2};$$

$$M_{4} = \frac{1}{(n-1)(m-1)} \sum_{-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}-1} \sum_{-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}-1} [f(x,y+1) - f(x+1,y)]^{2};$$

$$M = \min(M_{1}, M_{2}, M_{3}, M_{4}),$$
(5.8.1)

где *n* и *m* — число пикселей в фрагменте изображения вдоль оси *x* и вдоль оси *y* вокруг данного пикселя.





Далее выполняется сравнение значения M с некоторым пороговым значением и если M превышает это значение, то данный пиксель принимается как значащий (в котором следует проводить корреляцию) и ему присваивается значение «1», в противном случае — «0». Таким образом, получаем матрицу зон изображения с наиболышим контрастом, в которых следует выполнять корреляцию. К основным недостаткам данного метода относят не инвариантность к углам поворота. На рис. 5.19 приведен пример выделения характерных точек (красные кресты) с помощью оператора Моравека на аэро- и наземном снимке.

Оператор Харриса (Harris)

Метод Харриса является модификацией метода Моравека и основан на анализе градиентного изображения. Вокруг точки снимка выделяется окно W размером $n \times n$ (обычно размер окна равен 5х5 пикселей, но может быть и другим) с центром (x,y), которое затем сдвигается на некоторое значение (u,v) (рис. 5.20).

Тогда взвешенная сумма квадрата разностей между сдвинутым и исходным окном (т.е. изменение окрестности точки (x,y) при сдвиге на (u,v)) определяется по формуле



Рис. 5.20

$$E(u,v) = \sum_{(x,y)\in W} P(x,y)(f(x+u,y+v) - f(x,y))^2 \approx$$

$$\approx \sum_{(x,y)\in W} P(x,y)(g_x(x,y)u - g_y(x,y)v)^2 \approx (x,y)M\binom{x}{y},$$
(5.8.2)

где М — автокорреляционная матрица

$$M = \begin{bmatrix} \sum f_x^2 & \sum f_x f_y \\ \sum f_x f_y & \sum f_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix};$$
(5.8.3)

P(*x*,*y*) — весовая функция (рис. 5.21)



Критерием, на основании которого принимается решение о том, является точка характерной или нет служат собственные значения матрицы M: λ_1 , λ_2 , которые вычисляются по формуле

 $\lambda_1\lambda_2 = C - B^2$; $\lambda_1 + \lambda_2 = A + C$; $R = \lambda_1\lambda_2 - k(\lambda_1 + \lambda_2), (5.8.4)$ где k — эмпирическая константа $k \in [0,04; 0,06].$

Таким образом, для каждой точки вычисляется значение R, в случае если оно превышает некоторое пороговое значение точка считается изображением угла. Детектор Харриса инвариантен к поворотам, частично инвариантен к аффинным изменениям яркости. К недостаткам стоит отнести чувствительность к шуму и зависимость детектора от масштаба изображения.

На рис. 5.22 приведен пример выделения характерных точек (красные кресты) с помощью оператора Харриса на аэро- и наземном снимке.



Рис. 5.22

Оператор Форстнера (Forstner)

Позволяет оценить степень корреляции данного пикселя с окружающими его пикселями в некоторой области, например, 5×5 пикселей (то есть позволяет выделить те пиксели изображения, где наилучшим образом с точки зрения точности и надежности будет выполнено отождествление одноименных точек одним из площадных методов) и вычислить ожидаемую точность этого отождествления.

Оператор Форстнера основан на анализе градиентного изображе-ния для выбранной области вокруг данного пикселя. Для этого вычисляется матрица нормальных уравнений

$$N = \begin{pmatrix} \sum g_x^2 & \sum g_x g_y \\ \sum g_x g_y & \sum g_y^2 \end{pmatrix},$$
 (5.8.5)

где g_x , g_y — составляющие градиента вдоль осей x и y, которые вычисляются по (5.5.4).

Обратная матрица к нормальным уравнениям, которая определяет точность измерений, вычисляется как

$$Q = N^{-1} = \frac{1}{|N|} \begin{pmatrix} \sum g_x^2 & -\sum g_x g_y \\ -\sum g_x g_y & \sum g_y^2 \end{pmatrix}.$$
 (5.8.6)

Оценку точности измерений можно выполнить, вычислив значение *w*, которое характеризует величину (площадь) эллипса ошибок:

$$\omega = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{|N|}{\text{Sp}N} = \frac{\sum g_x^2 \sum g_y^2 - (\sum g_x g_y)^2}{\sum g_x^2 + \sum g_y^2},$$
(5.8.7)

где |N| — определитель; SpN — след матрицы N.

Кроме этого можно вычислить параметр *q*, который характеризует сжатие эллипса ошибок:

$$q = 4 \frac{|N|}{(\operatorname{Sp}N)^2} = 4 \frac{\sum g_x^2 \sum g_y^2 - (\sum g_x g_y)^2}{\left(\sum g_x^2 + \sum g_y^2\right)^2}; \quad 0 \le q \le 1.$$
(5.8.8)

Таким образом, оператор Форстнера позволяет на основе анализа величин w и q выполнить классификацию изображения и выделить зоны наилучшей корреляции. Например, чтобы избежать выполнения отождествления (корреляции) для пикселя, лежащего на границе где корреляция не определена вдоль этой границы, эллипс ошибок должен быть близок к кругу (q близка к 1), а сама ошибка w — маленькой. Следует отметить, что этот оператор инвариантен к поворотам изображения.

На рис. 5.23 приведен пример выделения характерных точек (красные кресты) с помощью оператора Форстнера на аэро- и наземном снимке.



Рис. 5.23

Оператор FAST

Оператор FAST (Features from accelerated segment test) основан на анализе пикселей в круговом окне радиуса *r*. Если *n* смежных пикселей вокруг точки имеют схожую яркость, то данная точка считается характерной.

Пусть вокруг точки f(x,y) дана окружность некоторого радиуса r, яркости f(u), сравниваются с яркостью центрального пикселя, а значения показателя схожести c(u) определяется по формуле

$$c(u) = \begin{cases} d, \text{ если } f(u) \le f(x,y) - t; \\ s, \text{ если } f(x,y) - t \lhd f(u) \lhd f(x,y) + t; \\ b, \text{ если } f(x,y) + t \le f(u), \end{cases}$$
(5.8.9)

где *t* — пороговое значение, а значения *d*, *s*, *b* задаются произвольно.

Считается, что найдена характерная точка (изображение угла), если большая часть соседних пикселей c(u) = d или c(u) = b. Оригинальный алгоритм имеет ряд недостатков, например, вблизи некоторой окрестности может обнаружится несколько характерных точек, эффективность алгоритма зависит от порядка обработки изображения и распределения пикселей.

На рис. 5.24 приведен пример выделения характерных точек (красные кресты) с помощью оператора FAST на аэро- и наземном снимке.



Рис. 5.24

Оператор Марра (LoG — Лапласиан Гауссиана)

Одновременно сглаживает (фильтрует) изображение и выделяет границы объектов. Он получается из второй производной, симметричной сглаживающей функции Гаусса, откуда и происходит его название. На рис. 5.25 показаны кривая нормального распределения Гаусса и соответствующая ей кривая оператора LoG в двумерном пространстве. Известно, что функция Гаусса (в трехмерном пространстве) образуется поверхностью вращения кривой нормального распределения и описывается выражением



$$W(x,y) = W(r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}; \quad r^2 = x^2 + y^2, \tag{5.8.10}$$

где **о** — ширина распространения функции Гаусса.

Дифференцируя (5.8.10) по *х* и *у*, получим:

$$W'_{x}(x,y) = -\frac{x}{2\pi\sigma^{4}}e^{-\frac{x^{2}+y^{2}}{2\sigma^{2}}}; \quad W'_{y}(x,y) = -\frac{y}{2\pi\sigma^{4}}e^{-\frac{x^{2}+y^{2}}{2\sigma^{2}}}.$$
 (5.8.11)

Вторые производные имеют вид:

$$W_{x}''(x,y) = -\frac{x^{2} - \sigma^{2}}{2\pi\sigma^{6}}e^{-\frac{x^{2} + y^{2}}{2\sigma^{2}}}; \quad W_{y}''(x,y) = -\frac{y^{2} - \sigma^{2}}{2\pi\sigma^{6}}e^{-\frac{x^{2} + y^{2}}{2\sigma^{2}}}, \tag{5.8.12}$$

по которым получается оператор Лапласа (LoG):

$$LoG = \frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{2\pi\sigma^6} e^{\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}.$$
 (5.8.13)

Здесь единственная переменная — это σ, причем с помощью этой величины можно задавать масштаб фильтрации (сглаживания). Выполняя свертку изображения с функцией (5.8.13), получим новое изображение, в котором значения пикселей будут максимальны на границах, а перемена знака функции от пикселя к пикселю укажет на положение границы, которая лежит в месте пересечения графика функции с нулевой плоскостью. Основная трудность при реализации данного подхода

заключается в выборе значения переменной σ (масштабного коэффициента) функции (5.8.13). От нее зависит степень подробности выделения границ, а следовательно, и степень сглаживания изображения.

На рис. 5.26 приведен пример выделения характерных точек (красные кресты) с помощью оператора LoG на аэро- и наземном снимке.



Рис. 5.26

Описанные выше детекторы (операторы), позволяющие выделить характерные точки снимков, не единственные. Существуют другие операторы, например, Shi-Tomasi, SUSAN, Trajkovic, CSS, CPDA, Dreshler и др. В большинстве своем они применяются в компьютерном зрении. Для целей топографии наиболее часто используется оператор Ферстнера для выделения характерных точек.

§ 5.9. Дескрипторы характерных точек снимков

Результат работы детекторов — множество характерных точек, для которых необходимо построить математическое описание. Для этого применяются дескрипторы.

Входными данными дескриптора являются изображение и набор особых точек, выделенных на снимках, выходом — множество векторов признаков для исходного набора характерных точек. Необходимо отметить, что некоторые дескрипторы
решают одновременно две задачи — поиск характерных точек и построение описателей этих точек.

Признаки (описатели) строятся на основании информации об яркости, цвете и текстуре характерной точки. Но характерные точки могут быть представлены углами, ребрами или даже контуром объекта, поэтому, как правило, вычисления выполняются для некоторой окрестности.

Существует достаточно много различных дескрипторов, позволяющих описать характерные точки снимков. Например, SIFT, PCA-SIFT, SURF, GLOH, DAISY, BRIEF. Большинство этих дескрипторов являются модификациями дескриптора SIFT, поэтому ниже более подробно рассмотрим именно этот дескриптор.

SIFT (масштабно-инвариантное преобразование)

Этот алгоритм позволяет описать точку снимка некоторыми локальными признаками, которые инвариантны к сдвигу, повороту и масштабу.

1. Выделение характерных точек на изображении, применяя один из описанных выше операторов, например, оператор Форстнера.

2. Описание локальной области, выделенной вокруг точки путем задания радиуса и ориентации локальной системы координат, связанной с этой локальной областью.

3. Детальное описание точки с помощью градиентов по направлениям, заданным относительно ориентации локальной области.

Рассмотрим подробнее каждый из этапов формирования SIFT-описания точки. Выделение характерных точек на изображении выполняется путем применения одного из описанных выше операторов, например, оператора Форстнера. Локальная область задается радиусом *r* окружности с центром в характерной точке и начальным направлением, заданным как направление максимального градиента.



Рис. 5.27

Описание точки задается в виде матрицы размером $l \times l$ элементов, которая формируется по исходной локальной области $4l \times 4l$ пикселей. На рис. 5.27 в качестве примера показано описание характерной точки размером 4×4 элемента, полученное по исходной локальной области 16×16 пикселей. Причем для каждого

элемента описания вычисляются величины градиентов по восьми направлениям. Таким образом, для описания характерной точки в данном случае используется 4×4×8=128 признаков. Вектор, описывающий точку, будет иметь размерность 128.

Описав таким образом все характерные точки на паре снимков, можно найти соответственные точки, сравнивая вектора признаков. Следует также заметить, что данное описание точки не зависит от изменения яркости изображения, так как градиент является признаком инвариантным к изменению яркости.

На рис. 5.28 показан пример отождествления соответственных точек на основе сравнения дескрипторов SIFT. Цветными линиями показаны пары точек, которые считаются соответственными. Точки, которые не соединены линиями, считаются несоответственными.



Рис. 5.28

§ 5.10. Методы отождествления соответстенных точек на паре снимков

Все методы отождествления соответственных точек можно условно разделить на три большие группы: локальные, глобальные и квазиглобальные методы.

К локальным методам отождествления относятся все площадные методы отождествления (корреляционный, метод наименьших квадратов и их модификации), основанные на сравнении фрагментов изображений двух снимков вокруг интересующей точки, исходя из предположения, что продольные параллаксы для всех пикселей этих фрагментов не меняются. Такие методы не очень хорошо работают на участках снимков со слабовыраженной текстурой и на границах объектов с большим перепадом высот (края крыш зданий и т.д.). Кроме того, к локальным методам отождествления соответственных точек можно отнести методы, основанные на выделении характерных точек на снимках, описании их с помощью дескрипторов, которые анализируют локальную область вокруг характерных точек и сравнении дескрипторов. После выделения характерных точек их можно идентифицировать также с помощью алгоритма RANSAC. Алгоритм основан на согласовании случайных выборок. Идея заключается в том, что из набора данных случайным образом выбирается минимально необходимое для решения задачи количество наблюдений, для которых решается целевая функция. Далее полученные результаты применяются для всех остальных данных из набора. Результаты, для которых ошибка решения целевой функции минимальна, считаются правильными и образуют согласованную выборку. К примеру, когда необходимо выполнить отождествление соответственных точек в качестве целевой функции может быть выбрано условие компланарности векторов, т.е. взаимное ориентирование

пары снимков. Решение задачи начинается с того, что из набора исходных координат характерных точек выбирается пять случайных, для них рассчитываются элементы взаимного ориентирования. На следующем этапе для всех точек рассчитывается значение остаточного поперечного параллакса, которое должно быть близким к нулю. Число точек с минимальным остаточным поперечным параллаксом запоминается, и данная операция повторяется для других пяти пар соответственных точек. В результате решения соответственными считаются те точки, для которых число точек с минимальным остаточным поперечным параллаксом было максимальным.

В последнее время широкое распространение получили методы, позволяющие строить плотные облака точек по стереопаре снимков. Причем точки облака определяются для всех соответственных пикселей стереопары. В основе этих методов лежит отождествление всех пикселей левого снимка стереопары с соответствующими пикселями правого снимка. Эти методы получили название глобальные и квазиглобальные методы отождествления соответственных точек.

Методы глобального отождествления основаны на нахождении оптимального отождествления сразу для всех пикселей стереопары снимков. В этой группе методов анализируются не только разности яркостей соответствующих пикселей, но и взаимосвязи между соседними пикселями (каждый пиксель сравнивается со всеми окружающими пикселями) на предмет изменения разностей продольных параллаксов, что позволяет более точно (по сравнению с локальными методами) определить продольные параллаксы для всех пикселей стереопары.

Недостаток этой группы методов — большие затраты машинного времени. Наиболее распространенным в настоящее время алгоритмом построения плотного облака точек по стереопаре снимков является так называемое *квазиглобальное отождествление* (Semi-Global Matching (SGM)), в котором каждый пиксель сравнивается на предмет изменений разности продольных параллаксов не со всеми окружающими пикселямы, а только по восьми направлениям вокруг данного пикселя. Такой подход дает очень хорошие результаты особенно при обработке аэроснимков. Подробно данный метод будет рассмотрен в следующей главе при изучении методов построения цифровых моделей поверхностей и рельефа.

§ 5.11. Автоматизированные методы монокулярных измерений

Монокулярные измерения в фотограмметрии, как известно, выполняются при внутреннем ориентировании снимков (измеряя координатные метки), при обработке одиночных снимков, а также при измерениях маркированных точек в наземной фотограмметрии.

Существует несколько подходов к автоматизации монокулярных измерений: вычисление центра тяжести фигуры (фрагмента изображения); вычисление центра на основе уравнения фигуры; корреляционные методы. Все эти методы применимы для маркированных точек в виде геометрических фигур (круг, крест и т.п.). Рассмотрим каждый из этих методов.

Вычисление центра тяжести фигуры

Для получения координат центра x_c, y_c маркированной точки сначала выделяют фрагмент изображения вокруг данной точки, как показано на рис. 5.29. Затем этот фрагмент изображения можно рассматривать как некоторое материальное тело и применить к нему известный из математического анализа метод вычисления центра тяжести этого тела.



Рис. 5.29

Для дискретного изображения размером *n×m* пикселей можно записать:

$$x_{c} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} f_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} f_{ij}}; \quad y_{c} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} y_{ij} f_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} f_{ij}}, \quad (5.11.1)$$

где f_{ij} — значение яркостей пикселей или их функции (градиенты и т.д.).

Выражения (5.11.1) являются универсальными в смысле формы маркированных точек. Такой подход позволяет определить координаты центра фигуры (маркированной точки) с точность 0,1 пикселя. Однако этот метод очень чувствителен к шумам изображения, поэтому для повышения точности определения координат x_c, y_c сначала целесообразно выполнить предварительную обработку изображения, например, с помощью оператора LoG (5.8.10), что позволит сгладить изображение и одновременно подчеркнуть маркированную точку. Затем выполняют пороговое удаление шумов, например, с помощью следующих преобразований:

$$f(x,y) = \begin{cases} f_{\max} - T_1, & \text{если } f(x,y) > (f_{\max} - T_1); \\ 0, & \text{если } f(x,y) < T_2, \end{cases}$$
(5.11.2)

где f_{max} — максимальное значение яркости фрагмента изображения; T_1 , T_2 — пороговые значения яркости изображения (верхняя и нижняя границы соответственно),

за пределами которых яркость изображения считается принадлежащей шумам.

Таким образом, можно бороться со случайными шумами изображения. Однако при наличии локальных шумов данный метод может привести к грубым ошибкам измерений. Источником такого шума могут быть блики, тени, посторонние изображения объектов, попавшие в обрабатываемый фрагмент с маркированной точкой (рис. 5.30).



В этом случае центр тяжести будет смещен в сторону локального шума. С подобного рода шумами можно бороться, если использовать другой метод нахождения центра маркированной точки, основанный на использовании уравнения фигуры.

Вычисление центра на основе уравнения фигуры

Рассмотрим данный метод нахождения координат центра фигуры на примере маркированной точки в форме круга (рис. 5.31).



Рис. 5.31

Для этого воспользуемся известным уравнением окружности:

$$(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 - R^2 = 0.$$
 (5.11.3)

Это уравнение составляется для всех пикселей с координатами x_i , y_i , имеющих ненулевые значения градиентов в пределах фрагмента изображения, т.е. для пикселей, принадлежащих краям маркированной точки. Решение выполняется по методу наименьших квадратов способом последовательных приближений. Для этого переходят к уравнениям поправок вида:

$$a_1 \delta x_c + a_2 \delta y_c + a_3 \delta R + l = v.$$
 (5.11.4)

В качестве приближенных значений неизвестных координат центра фигуры можно взять координаты, вычисленные как центр тяжести, а для радиуса окружности — значение, вычисленное по разностям координат центра круга и пикселя с максимальным значением градиента.

Чтобы уменьшить влияние фотометрических шумов изображения и выделить пиксели, принадлежащие границе маркированной точки, можно для каждого уравнения (5.11.4) записать следующий вес:

$$P_{i}^{\prime} = e^{-\frac{\left|G_{\max}\right|}{G_{i}} - 1},$$
(5.11.5)

где G_{\max} — максимальное значение градиента в пределах фрагмента изображения; G_i — значение градиента для данного *i* пикселя изображения.

Этот вес играет роль фильтра, который подавляет шумы (порядка 20%) и сужает область пикселей, принадлежащих границе контура, которая получается размытой из-за условий съемки и предварительной обработки изображения, до примерно ±1 пикселя.

С целью уменьшения влияния локальных шумов (см. рис. 5.30) соизмеримых по яркости пикселей с маркированной точкой, можно ввести второй вес для каждого пикселя:

$$P_{i}'' = \begin{cases} 1, & \text{если } |v_{i}| \leq 2\mu; \\ e^{-0,1\left(\frac{|v_{i}|}{\mu}\right)^{4}}, & \text{если } |v_{i}| > 2\mu \text{ и } N \leq 3; \\ e^{-0,1\left(\frac{|v_{i}|}{\mu}\right)^{3}}, & \text{если } |v_{i}| > 2\mu \text{ и } N > 3, \end{cases}$$
(5.11.6)

где v_i —невязка в *i* уравнении (5.11.4); µ—средняя квадратическая ошибка единицы веса; *N*—номер итерации.

Чем больше поправка v_i , тем дальше данный пиксель находится от окружности, а следовательно, этому уравнению присваивается меньший вес (близкий к нулю) и тем самым исключаются из уравнивания пиксели, принадлежащие локальным шумам. Такой подход обеспечивает определение координат геометрического центра маркированной точки с точностью $\approx 0,03 \div 0,05$ пикселя, причем с весом, полученным из уравнивания. Таким образом, решается одновременно и один из наиболее сложных вопросов фотограмметрии — нахождение весов измерений.

Аналогично выполняется определение координат точек в виде эллипса. Для точек в виде креста можно использовать пересечение двух прямых, заданных двумя уравнениями и т.д. В качестве примера рассмотрим способ обнаружения и измерения координат маркированной точки (рис. 5.32), предложенный С. А. Кадничанским.

Для обнаружения маркированной точки на цифровом изображении предлагается использовать специальную маску размером 7×7 пикселей, как показано на рис. 5.33. С помощью этой маски сканируется весь снимок с шагом один пиксель и каждый раз вычисляются средние значения a_1 , a_2 , a_3 , a_4 для четырех угловых пикселей, а затем разности средних значений по четырем направлениям:

$$g_1 = a_2 - a_1; g_2 = a_3 - a_2; g_3 = a_4 - a_3; g_4 = a_1 - a_4.$$

Если маска попадает на центр марки, $g_1 > G$; $g_2 < -G$; $g_3 > G$; $g_4 < -G$, где G—заданная пороговая разность значений яркостей сравниваемых пикселей. Величина G задается эмпирически на основании измерений значений яркостей пикселей на изображении марок.

Так как для каждой марки может быть найдено несколько положений маски, удовлетворяющих этим условиям, то все эти положения необходимо запомнить, а затем выбрать наилучшее, удовлетворяющее условию: $S = g_1 - g_2 + g_3 - g_4 = S_{max}$, где S_{max} —максимальное значение S из всех положений маски для данной марки, что соответствует условию максимального контраста изображения марки в пределах маски.

Решив задачу нахождения марки на цифровом изображении, находят координаты центра марки с подпиксельной точностью как точку пересечения двух прямых *A* и *B* (рис. 5.34). Для этого сначала находят точки, принадлежащие границам черного и светлого полей, путем построения профилей яркостей пикселей по направлениям, параллельным сторонам маски (желтые точки на рис. 5.34). Эти точки можно также найти путем вычисления градиентов изображения для фрагмента снимка с изображением марки. Максимальные значения градиетов укажут на пиксели, принадлежащие границе светлого и темного полей, а величины составляющих градиента укажут к какой прямой *A* или *B* относится данный пиксель.

Затем по способу наименьших квадратов находят коэффициенты P_A, Q_A и P_B, Q_B уравнений прямых A и B:

$$P_A x_A + Q_A = y_A$$
$$P_B x_B + Q_B = y_B$$



Зная коэффициенты прямых *А* и *В* вычисляют координаты центра маркированной точки, как точку пересечения этих прямых.

Как показали экспериментальные исследования, точность измерения координат центра маркированных точек данным способом характеризуется средним значением около 0,04 пикселя.



Рис. 5.32



Рис. 5.33



Рис. 5.34

Корреляционный метод

Данный метод нами рассмотрен выше при изучении вопросов отождествления одноименных точек на паре изображений (см. § 5.1). При реализации монокулярных измерений, особенно при необходимости измерения множества однотипных точек (например, сетки крестов), часто используют корреляционные методы. В качестве эталонной матрицы берут фрагмент изображения одной из маркированных точек (например, креста) на этом же снимке и выполняют корреляцию (как это описано выше) с целью нахождения координат всех маркированных точек на этом снимке. Здесь может быть использован и метод наименьших квадратов для нахождения соответственных точек.

ГЛАВА 6

МЕТОДЫ СОЗДАНИЯ ЦИФРОВОЙ МОДЕЛИ ПОВЕРХНОСТИ, РЕЛЬЕФА И МЕСТНОСТИ ПО СНИМКАМ

В настоящей и следующей главах будут рассмотрены методы создания основных пространственных данных о местности, которые можно получить в результате фотограмметрической обработки кадровых аэрофотоснимков. В качестве таких пространственных данных будем понимать следующие: цифровая модель поверхности (ЦМП), цифровая модель рельефа (ЦМР), цифровапя модель объекта, цифровая модель местности (ЦММ), ортофотоплан, ортофотоплан истинный.

ЦМП (цифровая модель поверхности)—набор данных, содержащий пространственные координаты (в определенной системе отсчёта) множества точек, лежащих на всех открытых поверхностях: поверхности земли, зданий, сооружений и проч., отображающих поверхность с определенной точностью и детальностью.

ЦМР (цифровая модель рельефа)—набор данных, содержащий пространственные координаты множества точек земной поверхности в определенной системе отсчёта, отображающих земную поверхность с определенной точностью и детальностью.

ЦМО (цифровая модель объекта) — набор данных, содержащий пространственную информацию о положении, форме и других характеристиках объекта (текстура, семантическая информация и т.д).

ЦММ (цифровая модель местности)—набор данных, содержащий цифровую модель рельефа и цифровые модели объектов местности с определенной точностью и детальностью.

Ортофотоплан — цифровое изображение местности в проекции карты или плана, созданное по исходным снимкам с учётом цифровой модели рельефа и трехмерных векторных моделей отдельных заданных типов объектов местности, возвышающихся над земной поверхностью.

Ортофотоплан истинный — цифровое изображение местности в проекции карты или плана, созданное по исходным снимкам с учётом цифровой модели рельефа и трехмерных векторных моделей всех зданий и сооружений, возвышающихся над земной поверхностью или с учётом плотной цифровой модели поверхности, среднее расстояние между точками которой соизмеримо с номинальным пространственным разрешением аэрофотоснимка. Цифровые модели поверхности, рельефа, объектов и местности могут быть регулярными и нерегулярными. Отличие между этими моделями заключается в том, что в регулярных моделях плановые координаты задаются в виде регулярной сетки с заданным шагом, а в каждом узле этой сетки определяется высота точки поверхности земли или объекта, а в нерегулярной модели каждая точка имеет свои отличные от всех точек координаты. В результате в нерегулярной модели могут быть отображены отрицательные формы рельефа. Другими словами в регулярной модели для точки с заданными плановыми координатами существует только одна точка на поверхности объекта, а в нерегулярной модели может существовать несколько точек на поверхности объекта. На рис. 6.1 показан пример нерегулярной и регулярной модели поверхности. Нерегулярные модели часто называют 3D-модели, а регулярные—2.5D-модели.



Нерегулярная 3D-модель поверхности

Регулярная 2.5D-модель поверхности

§ 6.1. Создание цифровой модели поверхности на основе корреляционного метода отождествления соответственных точек

Рис. 6.1

3D-цифровая модель поверхности может быть создана в результате воздушного лазерного сканирования или путем фотограмметрической обработки аэрофотоснимков. Рассмотрим более подробно последний вариант.

Идея создания такой модели очень проста. Последовательно для каждого пикселя левого снимка стереопары находится соответствующий пиксель (или точка с подпиксельной точностью) на правом снимке методом корреляции и решается прямая засечка для этой пары точек. В результате получается трехмерная модель поверхности в виде плотного облака точек в пределах стереопары. Аналогично поступают с другими стереопарами. Так как элементы внешнего ориентирования всех снимков получаются в единой системе координат в результате фототриангуляции, то все модели получаются в единой системе координат. Общие точки смежных моделей можно усреднить.

На рис. 6.2 показан оптимальный вариант нахождения соответствующей точки на правом снимке, если известны пределы изменения высот для данного участка местности, т.е Z_{\min} и Z_{\max} .

Эта информация позволяет найти на правом снимке отрезок базисной линии *cd*, в пределах которого находится соответствующая точка.

Координаты концов участка базисной линии *cd*, вдоль которого следует осуществлять поиск соответственной точки, вычисляются следующим образом. Сначала, используя прямые формулы коллинеарности,

$$X = X_{s} + (Z - Z_{s}) \frac{a_{11}(x - x_{0}) + a_{12}(y - y_{0}) - a_{13}f}{a_{31}(x - x_{0}) + a_{32}(y - y_{0}) - a_{33}f};$$

$$Y = Y_{s} + (Z - Z_{s}) \frac{a_{21}(x - x_{0}) + a_{22}(y - y_{0}) - a_{23}f}{a_{31}(x - x_{0}) + a_{32}(y - y_{0}) - a_{33}f},$$
(6.1.1)

вычисляют координаты X, Y точек M_c и M_d , используя Z_{\min}, Z_{\max} и координаты x, y точки m_1 на левом снимке. Затем по обратным формулам

$$x = x_0 - f \frac{a_{11}(X - X_s) + a_{21}(Y - Y_s) + a_{31}(Z - Z_s)}{a_{13}(X - X_s) + a_{23}(Y - Y_s) + a_{33}(Z - Z_s)};$$

$$y = y_0 - f \frac{a_{12}(X - X_s) + a_{22}(Y - Y_s) + a_{32}(Z - Z_s)}{a_{13}(X - X_s) + a_{23}(Y - Y_s) + a_{33}(Z - Z_s)}$$
(6.1.2)

вычисляются координаты точек *с* и *d* на правом снимке.

Применяя автоматические методы отождествления одноименных точек вдоль отрезка базисной линии cd, находят соответственную точку m_2 . Естественно, чем точнее известны Z_{\min} и Z_{\max} , тем меньше отрезок cd и меньше время поиска соответственной точки.

Для ускорения процесса нахождения соответственных точек можно сначала выполнить трансформирование снимков стереопары, т.е получить снимки идеального случая съемки, когда углы наклона снимков и базиса фотографирования равны нулю (рис. 6.3). Тогда все базисные линии будут параллельны оси *x* снимка, т.е. все соответственные точки будут иметь одинаковые ординаты на левом и правом снимках.

Рассмотренный выше метод создания цифровой модели поверхности имеет ряд недостатков. Прежде всего это большие затраты машинного времени и большой объем ручной редакторской работы, так как корреляционный метод не всегда дает хорошие результаты, особенно при городской застройке.



Рис. 6.3

§ 6.2. Создание регулярной цифровой модели поверхности по паре снимков на основе корреляционного метода отождествления соответственных точек

Предположим, что требуется построить по паре снимков регулярную цифровую модель поверхности, т.е. определить высоты точек местности Z в узлах регулярной сетки (рис. 6.4). Такую цифровую модель поверхности часто называют 2,5 D-моделью. Плановые координаты X, Y узлов сетки заданы в системе координат объекта. В этом случае задаваясь Z_{\min} и Z_{\max} для данного участка местности можно вычислить соответствующие точки на левом и правом снимках *a,b* и *c,d* (см. рис. 6.3), используя для этого уравнения коллинеарности (6.1.2). Очевидно, что в пределах отрезков *ab* и *cd* существует только одна пара соответственных точек, а именно—изображение точки M местности. Поэтому, применяя один из методов отож-дествления вдоль этих линий, находят соответственные точки m_1, m_2 и решают прямую засечку. Задачу можно решить гораздо быстрее, если задаться некоторым шагом изменения высот точек местности ΔZ . Тогда для каждого значения $Z_i=Z_{\min}+i\Delta Z$ $(i=1÷n, n=(Z_{\max}-Z_{\min})/\Delta Z)$ вычисляют значения координат точек снимков по уравнениям (6.1.2) и коэффициенты корреляции для этих точек. Максимальное значение коэффициента корреляции укажет на соответствующие точки, а следовательно, и на точку М с искомой координатой Z (см. рис. 6.4). Для ускорения процесса нахождения координаты Z точки M шаг ΔZ на первом этапе можно выбрать большим и найти высоту точки М достаточно грубо. Затем уточняем координату Z, определяя ее вокруг найденной кординаты и в пределах заданной ΔZ . Для этого последовательно уменьшют шаг ΔZ , доведя его до величины точности, с которой необходимо получить координату Z. Таким образом, получают координату Z с заданной точностью. Аналогично поступают со всеми узлами регулярной сетки. В результате получаем матрицу высот точек поверхности на данный участок местности.



§ 6.3. Создание регулярной цифровой модели поверхности по множеству снимков на основе корреляционного метода отождествления соответственных точек

Слабым местом метода построения цифровой модели поверхности по паре снимков является плохая идентификация точек на участках снимков со слабовыраженной текстурой и на границах объектов с большим перепадом высот (края крыш зданий и т.д.).. Проблема может быть решена, если увеличить количество снимков объекта, полученных с различных точек фотографирования, и для каждой точки объекта находить лучшее значение коэффициента корреляции из различных сочетаний снимков.

На рис. 6.5 видно, что изображения на парах перекрывающихся снимков $S_1 - S_2$, $S_3 - S_4$, $S_1 - S_4$, $S_1 - S_3$, $S_2 - S_3$ вокруг интересующей нас точки различные, поэтому корреляция между ними будет низкая. Для пары снимков $S_2 - S_4$ коэффициент корреляции будет максимальным, так как изображения вокруг интересующей нас точки идентичны. Этот вариант снимков используется для вычисления координаты Z данной точки.

Для повышения надежности идентификации соответственных точек рекомендуется выполнять съемку с продольным и поперечным перекрытиями не менее 60%. В этом случае существуют много комбинаций пар снимков при анализе корреляции для каждой точки. Поэтому, например, в цифровой фотограмметрической системе INPHO (MATCH-T DSM) анализ корреляции для данной точки проводится по направлениям, указанным стрелками (см. рис. 6.5, *в*).







в

Рис. 6.5

§ 6.4. Создание цифровой 3D-модели поверхности на основе квазиглобального метода отождествления соответственных точек

Наиболее распространенный в настоящее время алгоритмом построения плотного облака точек по стереопаре снимков — так называемое квазиглобальное отождествление (Semi-GlobalMatching (SGM) — метод, предложенный Хиршмюллером. В литературе можно встретить другое название: полуглобальный метод отождествления соответственных точек. Рассмотрим более подробно данный метод. Суть метода заключается в том, чтобы каждому пикселю левого снимка стереопары S_1 (рис. 6.6) был найден соответствующий пиксель на правом снимке S_2 .

Метод рассчитан на применение трансформированных снимков, т.е. все соответствующие точки находятся вдоль базисных (эпиполярных) линий. Каждый пиксель левого снимка сравнивается со всеми пикселями второго снимка в пределах возможного изменения продольных параллаксов p^{\max} и каждый раз вычисляется «стоимость» C_{xup} отождествления.

Эта стоимость чаще всего вычисляется как разность соответствующих яркостей пикселей:

$$C_{xyp} = D_{xy}^1 - D_{py}^2, ag{6.4.1}$$

где D_{xy}^1 , D_{py}^2 — яркости пикселей соответственно первого и второго снимков стереопары; *p* — продольный параллакс, $p=x_1-x_2$.

По (6.4.1) вычисляется стоимость для каждого пикселя левого снимка с координатами x, y и всех пикселей, лежащих в строке с ординатой y на правом снимке и в пределах возможных продольных параллаксов $p=1\div p^{\max}$, а результат заносится в соответствующую ячейку куба с координатами x, y, p(см. рис. 6.6, a). Таким образом, формируется куб стоимостей отождествления каждого пикселя на левом снимке с возможными пикселями на правом. Анализируя эти стоимости находят минимальные значения для каждого пикселя (см. рис. 6.6, δ), так как чем меньше стоимость, тем больше вероятность того, что пиксели являются соответствующими (тот же принцип, что и в локальных методах отождествления). В результате имеем для каждого пикселя левого снимка соответствующее значение продольного параллакса. Решение, показанное на рис. 6.6, δ , является только первым приближением, так как основано на сравнении яркостей между пикселями и не учитывает связей между ними.



Рис. 6.6

На втором этапе анализируются параллаксы каждого пикселя со всеми соседними пикселями по восьми направлениям, и стоимость отождествления пикселей увеличивается в зависимости от величины разности продольных параллаксов. В общем виде задачу полуглобального отождествления можно записать в виде некоторого функционала, зависящего от параллаксов:

$$E(p) = \sum \left\{ C_{xyp} + \sum P_1 \left[\left| p - p_q \right| = 1 \right] + \sum P_2 \left[\left| p - p_q \right| > 1 \right] \right\}.$$
(6.4.2)

159

Здесь C_{xyp} — стоимость отождествления точки с координатами x, y на левом снимке и точки с координатами x-p, y на правом снимке. Второе слагаемое добавляет «штраф» P_1 =1 в значение стоимости C_{xyp} для текущего параллакса p, если разность параллаксов p и p_q (продольный параллакс соседнего пикселя) равна единице, в остальных случаях P_1 =0. Третье слагаемое добавляет к стоимости отождествления C_{xyp} штраф P_2 , если разность параллаксов соседних пикселей больше единицы. Глобальные методы отождествления минимизируют функционал (6.4.2) в двумерном



Рис. 6.7

пространстве, анализируя все связи каждого пикселя изображения, что очень трудоемко. Поэтому в полуглобальном методе анализ связей пикселей выполняется по независимым одномерным направлениям, что позволяет осуществить достаточно быстрые алгоритмы минимизации функционала (6.4.2). Обычно используют восемь направлений вокруг данного пикселя. Добавление стоимости по каждому из восьми направлений L_r (рис. 6.7) можно выполнить независимо на основе рекурсивной формулы

$$L_{r}(x, y, p) = C(x, y, p) + \min \left\{ L_{r}(x_{r}, y_{r}, p), L_{r}(x_{r}, y_{r}, p-1) + P_{1}, L_{r}(x_{r}, y_{r}, p+1) + P_{1}, \min_{i} L_{r}(x_{r}, y_{r}, i) + P_{2} \right\} - \min_{k} L_{r}(x_{r}, y_{r}, k),$$
(6.4.3)

где x, y—координаты рассматриваемого пикселя; p—значение параллакса, для которого выполняется вычисление стоимости отождествления; $x_r = x - r$; $y_r = y - r$; направления r задаются путем смещения к одному из восьми пикселей соседних с данным, т.е. $r_1 = (1, 0), r_2 = (1, 1), ..., r_8 = (1, --1)$.

Минимизация по *i* и *k* выполняется по выбранному диапазону рассматриваемых параллаксов. Первый член в (6.4.3) представляет собой стоимость отождествления пикселей для данного параллакса, второй — стоимость оптимального предшествующего отождествления с добавлением штрафа, а третье слагаемое добавляется для предотвращения излишнего роста стои-мости. Третье слагаемое не влияет на выбор оптимальных значений.

Финальное значение (сглаженное) стоимости для каждого пикселя и каждого параллакса S(x, y, p) получается путем суммирования стоимостей $L_r(x, y, p)$ по всем направлениям r:

$$S(x, y, p) = \sum_{r} L_{r}(x, y, p).$$
 (6.4.4)

На заключительном этапе, анализируя S(x, y, p), находят для каж-дого пикселя с координатами x, y соответствующий параллакс p, для которого стоимость S минимальна. Затем достаточно решить прямые фотограмметрические засечки для каждого пикселя, чтобы получить 3D-модель объекта в виде плотного облака точек. На рис. 6.8 показан пример плотного облака точек, построенного по множеству снимков, полученных с беспилотного летательного аппарата.



Рис. 6.8

§ 6.5. Создание регулярной цифровой модели поверхности на основе квазиглобального метода отождествления соответственных точек в пространстве объекта



Регулярную цифровую модель поверхности в виде плотного облака точек можно построить по множеству снимков по методу квазиглобального отждествления соответственных точек в пространстве объекта.

Для этого сначала данный участок местности представляется в виде воксельной структуры (рис. 6.9) в системе координат объекта (*OXYZ*). При этом каждый воксель имеет размеры ΔX , ΔY , ΔZ , которые можно задать, например, равными размерам пикселя изображения на местности или равными погрешности, с которой нужно построить эту модель.

Затем, для каждого вокселя

с координатами XYZ вычисляются координаты x,y соответствующих точек на всех снимках, на которых изображается данная точка местности (координаты x,y находятся в пределах формата снимков), используя при этом уравнения коллинеарности и элементы внутреннего и внешнего ориентирования снимков. По координатам x,y на каждом снимке выбирается яркость ближайшего пикселя или по четырем ближайшим пикселям яркость вычисляется методом двойного линейного интерполирования. Эти яркости используются для вычисления стоимости отождествления $C_{_{XYZ}}$ аналогично (6.4.1):

$$C_{XYZ} = D_{xy}^1 - D_{xy}^2. ag{6.5.1}$$

Стоимость отождествления (6.5.1) вычисляется для всех пар снимков, для которых вычислены координаты x,y. Затем минимальная стоимость из них помещается в соответствующий воксель с координатами *XYZ*. Добавление стоимости осуществляется аналогично (6.4.2), только в пространстве объекта, в зависимости от разности координат Z соседних вокселей:

$$E(Z) = \sum \left\{ C_{XYZ} + \sum P_1 \left[\left| Z - Z_q \right| = 1 \right] + \sum P_2 \left[\left| Z - Z_q \right| > 1 \right] \right\}.$$
 (6.5.2)

Добавление стоимости по восьми направлениям *r* (рис. 6.10) для вокселя с координатами *XYZ* осуществляется аналогично (6.4.3):

$$L_{r}(X,Y,Z) = C(X,Y,Z) + \min\{L_{r}(X_{r},Y_{r},Z), L_{r}(X_{r},Y_{r},Z-\Delta Z) + P_{1}, L_{r}(X_{r},Y_{r},Z+\Delta Z) + P_{1}, \min_{i}L_{r}(X_{r},Y_{r},i\Delta Z) + P_{2}\} - \min_{i}L_{r}(X_{r},Y_{r},k\Delta Z).$$
(6.5.3)

Финальное значение (сглаженное) стоимостей отождествления для каждого вокселя S(X,Y,Z) получается путем суммирования стоимостей $L_r(X,Y,Z)$ по всем направлениям r:

$$S(X,Y,Z) = \sum_{r} L_{r}(X,Y,Z).$$
 (6.5.4)



Результатом отождествления всех соответственных точек снимков является минимальное значение стоимости S(X,Y,Z). А окончательное значение координат Z для каждого вокселя с координатами XY берется тот, для которого стоимость S(X,Y,Z) минимальна.

На рис. 6.11 показан пример построения 2,5D-моделей по множеству снимков, описанным выше методом. На рис 6.11, *а* показан один из исходных снимков, а на рис. 6.11, *б* регулярная 2,5D-модель поверхности.

Среди достоинств рассмотренного метода построения плотного облака точек по множеству перекрывающихся снимков можно отметить следующие. Данный метод работает с исходными снимками в отличии от классического квазиглобального метода отождествления (3D-модель), для реализации которого необходимо трансформировать исходные снимки, причем каждый снимок трансформируется несколько раз. При этом в основе метода заложена подпиксельная точность отождествления соответственных точек (в классическом методе — точность отождествления 1 пиксель) и работа сразу с множеством перекрывающихся снимков (в классическом методе сначала обрабатываются отдельные стереопары, а затем карты параллаксов объединяются в одну).



Рис. 6.11

К недостаткам метода можно отнести следующее. Не в полной мере решается вопрос использования всех снимков, на которых изобразилась данная точка, так как используется только та пара снимков, в которой разность яркостей минимальна для данной точки. Безусловно это не может служить оптимальным решением, так как в этом случае не учитывается геометрия засечек, на одном или нескольких снимках точка может попасть в мертвую зону, что может привести к ложному отождествлению и т.д.

Один из путей решения проблемы может быть построение более сложной структуры $C_{_{XYZ}}$ (см. рис. 6.9), в которой вдоль оси Z, будут располагаться разности плотностей для всех возможных перекрытий снимков.

Вместо разностей яркостей изображений (6.5.1) можно использовать нормализованное значение коэффициента корреляции, как стоимость отождествления:

$$C_{XYZ} = 1 - \frac{\sum_{1}^{n} \left\{ D_{XY}^{1} - D^{1} \right\} \left\{ D_{XY}^{2} - D^{2} \right\}}{\sqrt{\sum_{1}^{n} \left\{ D_{XY}^{1} - D^{1} \right\}^{2} \sum_{1}^{n} \left\{ D_{XY}^{2} - D^{2} \right\}^{2}}},$$
(6.5.5)

где $D^1 = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} D_{XY}^1; D^2 = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} D_{XY}^2.$

Применение нормализованного значения коэффициента корреляции позволит более надежно выполнять отождествление соответствующих точек, за счет того, что анализируются не только плотности изображений данной точки на паре снимков, но и ее окрестности. Причем учитываются отличия двух изображений по яркости путем вычитания среднего значения для фрагмента изображений вокруг определяемой точки. Кроме того, данный подход позволит более надежно выявить те снимки, на которых данная точка не изображается. Для ускорения вычислительного процесса можно использовать воксельную пирамиду.

Использование существующих цифровых моделей поверхности или рельефа в процессе отождествления соответствующих точек по множеству снимков, позволит ограничить область поиска точек поверхности в пределах точности имеющихся моделей.

Применение метода наименьших квадратов для отождествления соответтсввенных точек по множеству снимков может привести к повышению точности построения облака точек.

§ 6.6. Создание цифровой модели рельефа (ЦМР)

Как отмечалось выше ЦМР это набор данных, содержащий координаты только точек поверхности земли. ЦМР может быть представлена в виде регулярной и не регулярной моделей (2,5D и 3D-модели).

ЦМР можно получить:

 путем редактирования цифровой модели поверхности. Используя редакторские функции цифровой фотограмметрической системы можно выделить отдельные элементы ЦМП (здания, сооружения, растительность и т.д.) и удалить их из ЦМП, оставив только точки, которые принадлежат земле. Затем ее сглаживают, устраняя случайные погрешности;

2) путем стереоскопической рисовки рельефа (набор пикетов или рисовка горизонталей). В случае рисовки горизонталей, рельеф получается в виде набора точек, принадлежащих этим горизонталям.

ЦМР может быть представлена в различных видах. Наиболее распространённым в настоящее время методом представлеения цифровых моделей рельефа местности является метод триангуляции Делоне, в котором рельеф местности представлен в виде пространственной сети треугольников, координаты и высоты вершин которых определены в системе координат объекта. Рельеф местности в пределах треугольника в этом виде ЦМР аппроксимируется плоскостью, проведённой через его вершины. На рис. 6.12 и 6.13 показаны примеры представления цифровой модели рельефа в виде триангуляции Делоне. При формировании ЦМР этим методом по высотным пикетам треугольники генерируются так, чтобы в окружность, проведенную через вершины треугольника, не попадали вершины других треугольников.

По цифровой модели рельефа в виде триангуляции Делоне можно сформировать регулярную ЦМР в виде матрицы высот (рис. 6.14). Для определения высоты узла i матрицы высот, по координатам X_i и Y_i этого узла в системе координат объекта находят вершины треугольника триангуляции Делоне, в котором находится узел i (рис. 6.15). Значение высоты узла i определяют по формуле







Выражение (6.7.1) представляет собой уравнение плоскости, проведенной через вершины треугольника внутри которого находится узел *i*. Коэффициенты уравнения (6.6.1) A, B и C получают в результате решения системы из трёх уравнений A+BX+CY-Z=0, составленных по значениям координат X, Y и высот Z каждой из вершин треугольника. В результате получают высоты точек в узлах регулярной сетки (см. рис. 6.14) для данного участка местности. В таком виде ЦМР хранится



в памяти компьютера, т.е. хранятся только высоты в определенной последовательности, как числа матрицы, а плановое положение задается положением высоты в матрице (строка и столбец) умноженные на шаг сетки.

ЦМР часто представляют в виде горизонталей (рис. 6.16), которые являются производными от цифровой модели рельефа, представленной в виде регулярной сетки или триангуляции Делоне. Горизонтали получаются путем обычного линейного интерполирования между узлами сетки треугольников или квадратов (рис. 6.17). Кроме того, как отмечалось выше, горизонтали часто получают путем стереоскопической рисовки рельефа. Последний путь всегда предпочтительнее, так как дает наилучшее описание рельефа (отображаются все формы рельефа).



Рис. 6.16





Плотность точек цифровой модели рельефа может быть различна и зависит от характера рельефа. Чем больше перепады высот, тем плотнее должна быть ЦМР и наоборот, чем местность более равнинная, тем меньше плотность точек ЦМР допускается. Плотность ЦМР регулируется национальным стандартом по аэрофототопографической съемке или техническим заданием на выполнение работ.

§ 6.7. Создание цифровой модели местности (ЦММ)

Цифровая модель местности — набор данных, содержащий цифровую модель рельефа и цифровые модели объектов местности с определенной точностью и детальностью. ЦММ создается путем стереовекторизации объектов местности по исходным снимкам, векторизации по ортофотоплану или по цифровой модели поверхности. На рис. 6.18 показан пример стереовекторизации объектов местности по исходным снимкам в цифровой фотограмметрической системе ФОТОМОД. В результате каждый объект (здание, дорога и т.д.) представляется в виде ломаной линии, в каждой точке перегиба которой известны координаты *XYZ* в системе координат объекта. Затем такую модель объектов можно снабдить атрибутивной информацией и записать в определенный слой геоинформационной системы. Кроме того на такие векторные объекты можно нанести искуственные или натуральные текстуры.



Рис. 6.18

На рис. 6.19 показан пример ЦММ с искуственными текстурами, которые выбираются из соответствующих библиотек для типовых объектов. На рис. 6.20 приведен пример ЦММ с натуральными текстурами. Натуральные текстуры берутся с исходных снимков, по которым делалась фототриангуляция или с дополнительных снимков, сделанных специально для нанесения текстур, особенно когда речь идет о высоких зданиях (делаются дополнительные снимки стен). В любом случае для всех снимков следует иметь элементы внутреннего и внешнего ориентирования, для того чтобы каждую точку объекта спроектировать на снимок и взять с него яркость или цвет и присвоить соответствующей точке объекта. Из всего многообразия снимков, покрывающих объект, выбирается тот, оптическая ось которого направлена ближе к перпендикуляру к плоскости того участка объекта, который в данный момент подлежит текстурированию.



Рис. 6.19



Рис. 6.20



Рис. 6.21

На рис. 6.21 приведен пример векторизации по ортофотоплану, построенному с использованием цифровой модели поверхности (справа). Результатом являются полилинии 2D. Если при векторизации используется еще и ЦМР или ЦМП в качестве подложки под ортофотоплан, то в результате получим полилинии 3D. В этом случае плановые координаты берутся с ортофотоплана, а высота с ЦМР или ЦМП.



Рис. 6.22

Полученная пространственная информация в виде цифровых моделей поверхности, цифровых моделей рельефа, ортофотоплана, цифровой модели местности и т.д. обычно составляет основу определенных слоев геинформационной системы (рис. 6.22). Состав этих слоев может быть различным и зависит от назначения геоинформационной системы (ГИС).

ГЛАВА 7

ЦИФРОВОЕ ТРАНСФОРМИРОВАНИЕ КАДРОВЫХ СНИМКОВ

§ 7.1. Назначение и области применения цифрового трансформирования снимков

Трансформированием снимков в фотограмметрии называют процесс преобразования исходного снимка объекта в изображение объекта в заданной проекции. При цифровом трансформировании исходный снимок представляет собой цифровое изображение, получаемое или непосредственно цифровой съемочной камерой или путем преобразования аналогового снимка в цифровую форму на сканере. Основные области применения цифрового трансформирования—топография и картография.

При создании и обновлении карт различного назначения по аэро- и космическим снимкам выполняют трансформирование изображения местности в проекции карты. Эти изображения могут быть созданы по одиночным снимкам или по нескольким перекрывающимся снимкам. Цифровое трансформирование выполняется с точностью, соответствующей точности предъявляемой действующими нормативными документами к точности карт соответствующего масштаба.

Цифровые трансформированные изображения используют для создания контурной части карт, путем векторизации цифровых изображений в среде САD или ГИС, а также как самостоятельные картографические документы. В частном случае, для ограниченных по площади территорий, если используется локальная система координат, трансформированное изображение представляет собой ортогональную проекцию земной поверхности на горизонтальную плоскость. Помимо топографии и картографии цифровое трансформирование используется для создания по исходным снимкам перспективных изображений местности из заданных точек пространства. Такие изображения используют в военной области, например, в летных тренажерах и в архитектуре – при проектировании различных сооружений. Цифровое трансформирование применяют также для преобразования стереопар исходных снимков в стереопару снимков идеального случая съемки в системе координат фотограмметрической модели. Такое преобразование выполняется в цифровых стереофотограмметрических системах.

В настоящей главе рассматриваются теоретические основы и методы цифрового фототрансформирования снимков.

§ 7.2. Методы цифрового трансформирования снимков

Цифровое трансформирование снимков выполняется с целью получения цифрового изображения объекта в заданной проекции по исходному снимку объекта. На рис. 7.1 приведена классификация методов цифрового трансформирования снимков.



Рис. 7.1

При цифровом трансформировании снимка сначала задают пустую (нулевую) матрицу, соответствующую трансформированному снимку, т.е. каждый элемент которой равен нулю. Задача заключается в том, чтобы перенести яркости d_{ij} с исходного снимка на трансформированный снимок. При этом может быть два подхода, так называемое прямое и обратное трансформирование (рис. 7.2).

Прямое трансформирование выполняется следующим образом. Для каждого пикселя исходного снимка с координатами *x*, *y* вычисляют соответствующие координаты трансформированного снимка

$$x^{\mathrm{T}} = f(x, y); \quad y^{\mathrm{T}} = f(x, y),$$
 (7.2.1)

по которым переносят яркость d с исходного на трансформированный снимок (см. рис. 7.2).

Очевидно, что координаты x^{T} и y^{T} в результате вычислений получаются дробными (вещественными) числами, например, $x^{T}=151,3$ и $y^{T}=20,7$, а координаты матрицы

цифрового трансформированного снимка являются целыми числами ($x_j^{T} = 1, 2, ..., n, y_j^{T} = 1, 2, ..., m$). В результате пиксель исходного снимка не совпадает в точности с каким-либо центром пикселя трансформированного снимка. Он как бы накрывает 4 пикселя трансформированного снимка (рис. 7.3).



Обратное трансформирование

Рис. 7.2

Здесь пунктиром показано положение пикселя, которое он должен занимать в матрице трансформированного снимка согласно вычисленным координатам. Возникает вопрос, какому из четырех пикселей матрицы трансформированного снимка присвоить яркость d_{ij} с исходного снимка? Один из возможных вариантов, это распределить соответствующую яркость между четырьмя пикселями пропорционально площади покрытия каждого пикселя трансформированного снимка исходным пикселем. Таким образом, яркость любого пикселя трансформированного снимка d^{T} будет





складываться из приращений соответствующих яркостей Δd_{ij} пикселей исходного снимка, т.е. $x = f(x^{T}, y^{T});$ $y = f(x^{T}, y^{T}),$ где k—число пикселей исходного снимка, покрывающих данный пиксель трансформированного снимка.

Обратное трансформирование выполняется по обратным (7.2.1) формулам:

$$x = f(x^{\mathrm{T}}, y^{\mathrm{T}}); \quad y = f(x^{\mathrm{T}}, y^{\mathrm{T}}),$$
 (7.2.2)

т.е. задаваясь координатами x^{T} , y^{T} какого-либо пикселя на трансформированном изображении, по формулам (7.2.2) вычисляют координаты соответствующего пикселя на исходном снимке x, y, по которым берется яркость d и переносится на трансформированное изображение. Здесь также возникает проблема вычисления яркости d на исходном снимке из-за того, что координаты x, y получаются дробными числами. Вопрос решается следующим образом. Можно округлить координаты x, y до целых чисел j и i соответственно (например, x=150,3; y=21,7, тогда j=150, i=22), взять из матрицы исходного снимка яркость d_{ij} и присвоить ее соответствующему пикселю трансформированного снимка. Такой метод называется методом «ближайшего соседа». Однако этот метод приводит к некоторому снижению фотометрического и геометрического качества трансформированного снимка. Другой подход связан с применением методов интерполирования яркостей между соседними пикселями. Чаще всего применяется метод двойного линейного интерполирования, суть которого будет рассмотрена ниже.

Вид функций (7.2.1) и (7.2.2) зависит от геометрии построения исходного снимка и от вида проекции, в которую будет трансформироваться данный снимок. Для снимков, представляющих собой центральную проекцию, в качестве таких функций чаще используют прямые и обратные уравнения коллинеарности, связывающие координаты точки объекта, снимка и центр проекции.

На практике чаще используют обратное трансформирование, так как при прямом трансформировании могут возникнуть разрывы в изображении (пустые пиксели на трансформированном снимке), более сложно решается вопрос определения и заполнения мертвых зон, а также метод требует больших затрат машинного времени.

Комбинированное трансформирование представляет собой комбинацию из пря-





мого и обратного методов трансформирования. Применяется как один из методов определения и заполнения мертвых зон на ортофотоснимке. В качестве проекции трансформирования обычно используют картографическую, ортогональную или центральную проекции. Рис. 7.4 иллюстрирует суть трансформирования исходного снимка в заданную проекцию. Для этого для любой точки местности М, изобразившейся в точке *т* на исходном снимке, вычисляется ее положение (координаты) в заданной проекции (М_к--картографической, *М*₀ — ортогональной или *М*₁₁ — центральной), куда переносится соответствующая яркость с исходного снимка. Таким образом получается изображение местности в картографической, ортогональной или центральной проекции.

Следует отметить, что центральная проекция, как проекция трансформирования применяется для получения перспективных изображений на данный участок местности, задаваясь соответствующими элементами внешнего ориентирования нового снимка. Кроме того, центральная проекция широко применяется для получения идеальных стереопар снимков (с углами наклона равными нулю), необходимых для облегчения процесса стереонаблюдений и измерений. При этом в качестве системы координат объекта *OXYZ* используется фотограмметрическая система координат и соответственно элементы взаимного ориентирования пары исходных снимков. При этом используются формулы связи координат точек горизонтального и наклонного снимков. В этом случае естественно ЦМР не нужна.

В случае трансформирования мелкомасштабных снимков на большие территории следует использовать картографическую проекцию, например, проекцию Гаусса–Крюгера, учитывающую кривизну Земли. Цифровая модель рельефа задается как правило в одной из геоцентрических или топоцентрических систем координат.

Ниже более подробно рассматриваются основные методы трансформирования снимков, как наиболее часто используемые, проблемы, возникающие при этом и способы их решения.

§ 7.3. Цифровое ортофототрансформирование снимка

Исторически сложилось так, что под ортофототрансформированием понимается преобразование исходного снимка не только в ортогональную, но и в картографичекую проекцию. В результате цифрового ортофототрансформирования исходный снимок преобразуется в цифровое изображение земной поверхности, представляющее собой картографическую или ортогональную проекцию. Все зависит

от того, в какой системе координат заданы элементы внешнего ориентирования снимка и ЦМР. Рассмотрим принципиальную схему цифрового ортофототрансформированния снимка (рис. 7.5), полагая, что ЭВО снимка и ЦМР заданы в системе координат объекта *OXYZ*.

Исходными материалами при цифровом трансформировании снимков служат:

цифровое изображение исходного фотоснимка;

цифровая модель рельефа (ЦМР);

значение элементов внутреннего и внешнего ориентирования снимков.

В большинстве случаев при трансформировании снимков используется





цифровая модель рельефа (ЦМР) или поверхности (ЦМП) в виде матрицы высот (2,5D), представляющая собой регулярную сетку квадратов на местности, стороны которых параллельны осям X и Y системы координат объекта OXYZ (см. рис. 7.5), в каждом узле которой определена высота. Координаты и высоты узлов сетки квадратов определены в системе координат объекта.

Цифровое трансформирование снимка выполняется следующим образом. Сначала формируется прямоугольная матрица цифрового трансформированного изображения, строки и столбцы которой параллельны осям X и Y системы координат объекта, а координаты одного из углов матрицы заданы в этой же системе координат. Размер элементов (пикселей) матрицы обычно выбирают приблизительно равным величине $\Delta \times m$, где Δ —размер пикселя цифрового изображения исходного снимка; m—знаменатель среднего масштаба исходного снимка. Значения координат начала системы координат создаваемой матрицы выбирают кратными величине элементов матрицы.

Для формирования цифрового трансформированного изображения каждому элементу цифрового изображения a_{ij}^* необходимо присвоить яркость соответствующего участка объекта, взятую с исходного цифрового снимка. Эта операция выполняется следующим образом. По значениям индексов *i* и *j* элементов матрицы a_{ij}^* определяются координаты *X*, *Y* центра соответствующего пикселя цифрового трансформированного изображения в системе координат объекта. По координатам X_i , Y_i точки объекта, соответствующей центру пикселя, по цифровой модели рельефа определяется высота этой точки Z_i . Определение значения Z_i по ЦМР (ЦМП) в виде матрицы высот выполняется методом билинейного интерполирования (рис. 4.8).

На рис. 7.6 $\Delta X = X_i - X_1$; $\Delta Y = Y_i - Y_1$, где X_1 и Y_1 — координаты 1-го узла цифровой модели рельефа.



Рис. 7.6

Высота точки Z_i вычисляется по формуле

$$Z_i = Z_K + \frac{Z_M - Z_K}{\Delta D} \Delta X_i, \qquad (7.3.1)$$

где $Z_K = Z_1 + \frac{Z_2 - Z_1}{\Delta D} \Delta Y_i; \quad Z_M = Z_3 + \frac{Z_4 - Z_3}{\Delta D} \Delta Y_i.$ 174 По координатам X_i , Y_i , Z_i и значениям элементов внутреннего и внешнего ориентирования снимка вычисляются координаты x, y соответствующей точки на исходном цифровом снимке в системе координат снимка *Sxyz*.

Вычисления производятся по формулам

$$x = x_0 - f \frac{x^*}{z^*}; \quad y = y_0 - f \frac{y^*}{z^*}, \tag{7.3.2}$$

B KOTOPHIX
$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{bmatrix} = \mathbf{A}^T \begin{bmatrix} X - X_s \\ Y - Y_s \\ Z - Z_s \end{bmatrix}.$$

По значениям координат *x*, *y* точки снимка, которая является проекцией центра пикселя матрицы цифрового трансформированного изображения, находят ближайшие к этой точке четыре пикселя цифрового изображения снимка. А затем методом билинейной интерполяции, определяют значение яркости *D_i* или цвета соответствующего пикселя матрицы цифрового трансформированного изображения. Таким же образом определяются яркости или цвет всех остальных пикселей цифрового трансформированного изображения.

Помимо метода билинейной интерполяции для формирования цифрового трансформированного изображения применяют метод «ближайшего соседа», в котором по координатам *x*, *y* находят пиксель снимка, на который проектируется точка, соответствующая центру пикселя цифрового трансформированного изображения, и значение его яркости или цвета присваивается пикселю цифрового трансформированного изображения. Метод «ближайшего соседа» позволяет сократить время формирования цифрового трансформированного изображения по сравнению с методом билинейной интерполяции, однако изобразительные и геометрические свойства формируемого цифрового изображения при этом ухудшаются. Иногда применяют бикубический сплайн для апроксимации яркостей пикселей. Этот метод дает хорошие результаты, но требует большего времени для формирования изображения. Поэтому чаще всего применяется метод двойного линейного интерполирования.

При создании цифровых трансформированных изображений местности в проекции карты, плановые координаты узлов цифровой модели рельефа определяют в системе координат карты. В России топографические карты создаются в проекции Гаусса–Крюгера в государственной системе координат ГСК-2011 и местных системах координат. Высоты узлов цифровой модели рельефа задают равными геодезическим высотам *H* этих узлов относительно поверхности референц-эллипсоида.

По значениям координат узлов X, Y в картографической проекции в государственной системе координат вычисляют значения геодезической широты B и долготы L узлов цифровой модели рельефа, а затем по величинам B, L и H—координаты узлов X_{rq} , Y_{rq} и Z_{rq} в геоцентрической системе координат. Эти преобразования подробно изложены в курсах высшей геодезии и математической картографии.

В остальном процесс цифрового трансформирования аналогичен процессу создания цифрового ортофотоизображения. Необходимо только отметить, что элементы внешнего ориентирования снимка в этом случае, должны быть определены в геоцентрической системе координат.

Вместо геоцентрической системы координат можно использовать топоцентрическую систему координат $O_{\tau \eta} X_{\tau \eta} Y_{\tau \eta} Z_{\tau \eta}$. Начало топоцентрической системы координат обычно выбирают в середине обрабатываемого участка местности. Ось $X_{\tau \eta}$ топоцентрической системы координат лежит в плоскости меридиана, проходящего через начало системы координат. Ось $Z_{\tau \eta}$ совпадает с нормалью к поверхности референц-эллипсоида в начале системы координат, а ось $Y_{\tau \eta}$ дополняет систему до правой. При использовании топоцентрической системы координат элементы внешнего ориентирования исходного снимка должны быть определены в этой системе координат.

§ 7.4. Смещения точек на ортофотоснимке из-за погрешностей цифровой модели рельефа и погрешностей углов наклона исходного снимка

На точность построения ортофотоснимка влияет прежде всего точность цифровой модели рельефа (рис. 7.7) и точность определения угловых элементов внешнего ориентирования снимков (рис. 7.8).



На рис. 7.7 точка местности M изображается на исходном снимке в точке m, а на ортофотоснимке она должна изображаться в точке M_0 . Из-за того, что цифровая модель рельефа не совпадает точно с реальным рельефом в точке M_0 будет изображение точки m_{μ} , а точка местности M изобразится на ортофото со смещением на величину Δ , вызванную погрешностью ЦМР.

На рис. 7.8 точка местности M также изображается на исходном снимке в точке m, а на ортофотоснимке она должна изображаться в точке M_0 . Однако в этом месте на ортофото появится точка исходного снимка m', а изображение точки m исходного снимка будет смещено на величину Δ , вызванную погрешностью определения углов наклона исходного снимка (на рис. 7.8 показано красным пунктиром положение снимка с ошибочной угловой ориентацией и соответствующее направление луча на точку m).

Если в результате оценки точности ортофотоснимка получаются величины, выходящие за пределы допустимых погрешностей, то следует проверить ЦМР на предмет ее точности. Если ЦМР удовлетворяет по точности создаваемому ортофотоплану, то следует проверить результаты фототриангуляции, в результате которой определяются угловые элементы внешнего ориентирования снимков.

Если превышения точек на участке местности, изображенной на снимке, незначительны, при создании цифрового трансформированного изображения значения высот точек местности, соответствующих центрам пикселей трансформированного изображения, принимаются равными среднему значению высоты участка местности. В этом случае нет необходимости в создании цифровой модели рельефа местности, так как трансформированное цифровое изображение представляет собой центральную проекцию исходного снимка на горизонтальную плоскость, расположенную на высоте Z, равной среднему значению высоты участка местности. Такой метод трансформирования допустим в случае, если ошибки в положении точек на трансформированном изображении, вызываемые рельефом местности, не превышают допустимых значений.

Величины максимально допустимых значений превышений точек местности $h_{\rm max}$ относительно средней плоскости, при которых ошибки в положении точек на трансформированном изображении не будут превышать установленного допуска $\Delta R_{\rm max}$, можно определить по формуле

$$h_{\max} = \frac{f}{r} \Delta R_{\max} , \qquad (7.4.1)$$

где f — фокусное расстояние съёмочной камеры; r — расстояние на исходном снимке от главной точки до точки на снимке.

Как следует из формулы (7.4.1) величина ошибки ΔR_{max} прямо пропорциональна значению r, поэтому при определении h_{max} измеряется значение r до наиболее удаленной от главной точки снимка точки, участвующей в формировании трансформированного изображения. Следует отметить, что формулу (7.4.1) используют только в случае, если трансформирование выполняется по снимкам, углы наклона которых не превышают 3–5°.

Аналогичным образом можно определить величину допустимой ошибки ΔZ_{max} определения высот точек местности, соответствующих центрам пикселей трансформированного изображения, по цифровой модели рельефа:

$$\Delta Z_{\max} = \frac{f}{r} \Delta R_{\max}.$$
 (7.4.2)

В случае, если трансформирование снимков выполняется с целью создания или обновления карт и планов значение ΔR_{max} выбирается равным 0,3 мм на карте или плане, то есть $\Delta R_{\text{max}} = 0,3M$ мм, где M—знаменатель масштаба создаваемой карты.

§ 7.5. Цифровое ортофототрансформирование снимков с изображением сооружений

Известно, что одна из проблем ортофотоизображений — непра-вильное отображение искусственных сооружений (дома и другие постройки), имеющих превышения над цифровой моделью рельефа (ЦМР). Возвышающиеся над поверхностью земли части этих сооружений изображаются со смещением относительно их положения в ортогональной проекции. Чтобы получить правильное отображение в ортогональной (картографической) проекции таких объектов необходимо иметь трехмерную цифровую модель сооружений (ЦМС), которая может быть получена в результате векторизации объектов по стереопарам.



На рис. 7.9 показано формирование ортофотоснимка без учета цифровой модели искусственных сооружений и с учетом ЦМС (рис. 7.10). Если ортофотоизображение создается только по цифровой модели рельефа, то точка С, находящаяся на крыше здания, изобразится на ортофотоизображении в точке C'_0 вместо своего правильного положения в ортогональной проекции C_0 . При этом точка местности M на ортофотоснимке не изобразится, так как лежит в мертвой зоне 1–2 (см. рис. 7.9). Таким образом, крыша здания будет смещена на ортофотоснимке относительно своей ортогональной проекции. Если имеется цифровая модель сооружений (см. рис. 7.10), то точка С изобразится на ортофотоснимке

дважды: в точках C_0 и C'_0 . В этом случае крыша здания займет правильное положение в ортогональной проекции, а в мертвой зоне 1-2 будет ее же изображение.

Существуют различные алгоритмы определения и заполнения мертвых зон изображением с других снимков, на которых они изобразились. Кроме того мертвые зоны можно определить на основе вычисления видимостей какого-либо объекта с заданной точки съемки *S* (рис. 7.11).

Выявление видимости объекта на снимке начинается с центрального элемента цифровой модели местности (элемент, находящийся под центром проекции снимка S) и затем осуществляется проверка на условие видимости соседних элементов вокруг центрального, то есть определяется, закрывает ли исходный элемент соседний. Для этого сравнивают угол α, составленный лучом, направленным из точки S на элемент A и отвесной линией, с углом β-углом между направлением на элемент В и отвесной линией. Если $\alpha < \beta$, то элемент *A* не закрывает соседний элемент В. Для сохранения результатов анализа создается матрица «ограничений» таких же размеров, как и ортофотоснимок. Элементы матрицы соответственно принимают значения «0», если элемент закрыт другим лучом или «1»в противном случае. Следующий шаг обработки заключается в умножении каждого элемента матрицы пикселей ортофотоизображения на соответствующий элемент матрицы «ограничений». Затем осуществляется поиск пикселей, имеющих яркость «0», и присвоение этим элементам значений яркостей из соседних ортофото-



Рис. 7.11

снимков. Очевидно, что данный метод может быть реализован только при наличии ЦММ с шагом, равным размеру пикселя на ортофото. Получение такой плотной ЦММ является достаточно сложной задачей, в основном из-за большого объема

работ по редактированию такой модели, особенно при наличии искусственных сооружений. Кроме того, проблематичным становится выявление мертвых зон в случае, если группа элементов закрывает другую группу элементов. Поэтому такой подход практически не пригоден для решения проблемы отображения искусственных сооружений. Он может быть применен только для мелкомасштабных снимков.

Существует другой метод, который больше подходит для создания ортофотоизображения местности с искусственными сооружениями. Метод предусматривает наличие цифровой модели рельефа и цифровой модели сооружений, представленных в векторном виде. Основная идея заключается в получении так называемой «**индексной матрицы**», которая имеет размеры исходного снимка. Каждому элементу этой матрицы присваивается определенный код (число): 0—для пикселей, отображающих поверхность земли; 1—для пикселей, лежащих на верхней части сооружения («крыше»); 2—для пикселей, принадлежащих вертикальным стенам (рис. 7.12).



0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2	2	2	2	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	2	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	2	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	2	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0		1	1	1	0	0
0	0	0				1	1	1	0	0
0	0	0				1	1	1	0	0
0	0	0							0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



Процесс создания индексной матрицы и ортофотоснимка состоит из следующих этапов:

1) вся индексная матрица (размером с исходный снимок) заполняется кодом 0, т.е. как бы все пиксели принадлежат поверхности земли;
2) перевычисляются все полигоны, принадлежащие крышам сооружений и вертикальным стенам, в систему координат исходного снимка;

3) заполняется индексная матрица кодами 1 и 2 для крыш и стен соответственно. При этом учитывается видимость стен;

4) формируется ортофотоизображение с учетом только цифровой модели крыш, используя прямое или обратное трансформирование. В результате получают «ортофотоизображение крыш»;

5) на исходном снимке стираются все пиксели, имеющие коды 1 или 2. В результате получают «изображение-маску» (без изображений сооружений);

6) формируется ортофотоизображение с учетом только цифровой модели рельефа методом обратного трансформирования. Получают «ортофотоизображение земли»;

7) комбинируют «ортофотоизображение земли» с «ортофотоизображением крыш», используя растровую алгебру. При этом мертвые зоны заполнятся белым цветом. Мертвые зоны можно заполнить изображением с других исходных снимков, создав по ним независимые ортофотоснимки, а затем сформировать из них общее ортофотоизображение на заданный участок, используя растровую алгебру.

Этот способ является эффективным для отдельно стоящих зданий при неплотной застройке. Кроме того, он не решает проблемы мертвых зон, образуемых естественными формами рельефа.

Ортофотоизображение можно строить на заданный участок сразу по всем исходным снимкам (без построения отдельных ортофотоснимков по каждому исходному снимку) с учетом ЦМР и ЦМС, что позволит значительно сократить вычислительный процесс и более адекватно выбрать снимок, с которого следует брать изображение. Идея метода показана на рис. 7.13. Для пикселя ортофотоснимка M_0 с координатами X, Y по ЦМР определяют координату Z точки местности M. Затем по ЦМС анализируют есть ли над этой точкой сооружение. Если нет (как в данном

случае), то переходят к анализу пересечения лучей MS_1 , MS_2 , MS_3 с ЦМС для снимков, на которых должна изобразиться данная точка. Для луча *MS*₃ такое пересечение существует, поэтому снимок S₃ из дальнейшей обработки исключается, так как точка М на нем не изобразилась. Теперь встает вопрос, с какого снимка S₁ или S₂ взять яркость? Естественно, лучше взять яркость со снимка S₂, так как луч *MS*₂ ближе к надирному лучу, а следовательно, изображение точки М будет иметь меньшие искажения за счет центральной проекции исходных снимков.



Рис. 7.13

Для пикселя ортофотоснимка C_0 с координатами X, Y, после нахождения координаты Z по ЦМР, к последней прибавляют высоту сооружения h, взятую из ЦМС. Яркость берут со снимка, для которого соответствующий проектирующий луч ближе к надирному, т.е. со снимка S_2 .

Таким образом формируется ортофотоизображение, на котором все искусственные сооружения будут представлены в ортогональной проекции. В случае, если ЦМС отсутствует, то можно минимизировать смещения искусственных сооружений на ортофотоизображении путем формирования его сразу по всем снимкам, выбирая для каждого пикселя ортофотоизображения луч наиболее близкий к надирному.

§ 7.6. Цифровое ортофототрансформирование снимков с использованием цифровой модели поверхности

В последнее время широко распространились методы создания цифровой модели поверхности (ЦМП) по снимкам местности в виде плотного облака точек. Каждая точка этого облака имеет три координаты X, Y, Z в системе координат объекта и яркость изображения в данной точке d. Методы создания таких облаков были рассмотрены в главе 6. Плотность ЦМП может достигать размера пикселя исходного изображения на местности. Тогда построение ортофото может быть выполнено путем простого ортогонального проектирования облака точек на регулярную сетку ортофото (рис. 7.14). Для этого достаточно перенести яркости d с облака точек на ортофото по координатам X,Y. Очевидно, что координаты точек ЦМП не будут совпадать с соответствующими координатами пикселей ортофото, т.е. они не будут кратными размеру пикселя ортофото Δ , так как получаются путем решения прямых фотограмметрических засечек. Поэтому в случае **прямого трансформирования**



яркость переносится методом накопления (см. §7.2), т.е. когда яркость каждой точки ЦМП (облака точек) M переносится в ортофото пропорционально разностям координат X,Y этой точки и координат четырех соседних пикселей ортофото.

Ортофото можно сформировать и на основе применения принципа обратного трансформирования. В этом случае для каждого пикселя ортофото M_0 с координатами X_0 , Y_0 выбираются точки ЦМП, лежащие в радиусе размера пикселя ортофото Δ . По этим точкам вычисляется среднее значение яркости, которое присваивается пикселю ортофото. Для повышения точности формирования ортофото можно вместо среднего значения яркости использовать средневзвешенное значение в зависимости от расстояния между центром пикселя ортофото с координатами X_0 , Y_0 и данной точкой ЦМП с координатами X, Y или выполнить аппроксимацию яркостей. С другой стороны, если для формирования яркости данного пикселя ортофото попало несколько точек ЦМП с разными Z, то это говорит о том, что точки принадлежат вертикальной плоскости (см. рис. 7.14), например, стене дома. В этом случае яркость следует взять у точки ЦМП с максимальной Z, которая будет при-

надлежать крыше дома. Другим вариантом решения проблемы может быть предварительное автоматическое редактирование ЦМП путем выделения и удаления точек, принадлежащих отвесным плоскостям (рис. 7.15).



Если ЦМП строится в виде 2.5D и с шагом равным шагу размера пикселя ортофото, то в этом случае истинное ортофото получается одновременно с получением ЦМП.

На рис. 7.16 показан пример построения ортофото в программном продукте UltraMap с использованием цифровой модели рельефа (DTMOrtho) и цифровой модели поверхности (DSMOrtho). Безусловно построение ортофото на основе ЦМП дает наилучший результат в смысле положения искусственных сооружений на ортофотоплане, однако, это требует пока значительных затрат по редактированию плотной цифровой модели поверхности в виде облака точек.



DTMOrtho



Рис. 7.16

§ 7.7. Создание цифровых фотопланов

Цифровым фотопланом называется цифровое трансформированное изображение местности (объекта), созданное по перекрывающимся исходным снимкам. Цифровые фотопланы могут быть сформированы из трансформированных изображений, созданных по каждому из перекрывающихся снимков, или путём формирования фотоплана непосредственно в результате трансформирования всех перекрывающихся исходных снимков. На рис. 7.17 представлен принцип формирования цифрового фотоплана по трансформированным изображениям, созданным по каждому из перекрывающихся снимков.

Для создания фотоплана используются цифровые трансформированные изображения снимков с одинаковым номинальным пространственным разрешением,









выраженное размером пикселя на местности и имеющие координаты начал систем координат цифровых изображений O_1 и O_2 кратные размеру пикселя. При создании цифрового фотоплана в зоне перекрытия трансформированных изображений снимков проводят линию пореза в виде полилинии с узлами К_i (см. рис. 7.17). Затем, в каждой строке определяют граничные пиксели, совмещенные с линией пореза, и приступают к формированию матрицы цифрового фотоплана. Координата начала системы координат цифрового фотоплана Хом принимается равной наименьшему значению координат X_{01} и X_{02} начал систем координат цифровых трансформированных изображений снимков, а Уом-наибольшему значению координат Y_{O1} и Y_{O2} .

Формирование цифрового фотоплана производят следующим образом. Каждая строка матрицы фотоплана формируется из строки трансформированного изображения снимка P_1 , включая граничный пиксель и строки изображения снимка P_2 , начиная с пикселя, следующего за граничным. Описанным методом можно присоединить к созданному фотоплану другие перекрывающиеся изображения снимков.

Цифровые фотопланы могут быть созданы непосредственно по всем перекрывающимся исходным цифровым снимкам. Рис. 7.18 иллюстрирует процесс формирования цифрового фотоплана этим методом.

В рассматриваемом методе на перекрывающихся цифровых изображениях снимков проводят линии пореза, которые представляют собой полилинии. По координатам точек полилинии в системе координат цифрового снимка определяют координаты проекций точек полилинии на цифровом фотоплане в системе координат объекта и формируют полилинии на цифровом фотоплане. По этим полилиниям определяют граничные пиксели, которые формируют границы участков цифрового фотоплана, создание которых будет производиться по соответствующим цифровым изображениям снимков. Формирование цифрового фотоплана в пределах каждого из этих участков производится аналогично процессу формирования цифрового ортофотоснимка (см. §4.3).

Определение координат Х, У узлов полилинии в системе координат цифрового фотоплана по значениям координат x, y их изображений в системе координат снимка производится методом приближений следующим образом. Сначала вычисляются значения координат X, Уузла в системе координат цифрового фотоплана по формулам

$$X = X_{s} + (Z - Z_{s})\frac{X'}{Z'}; \quad Y = Y_{s} + (Z - Z_{s})\frac{Y'}{Z'},$$
(7.7.1)

в которых $\begin{bmatrix} X'\\Y'\\Z' \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} x - x_0\\y - y_0\\-f \end{bmatrix}.$

В первом приближении значение высоты узла принимают равной среднему значению высот точек цифровой модели рельефа Z₁ (рис. 7.19). По вычисленным значениям X₁, Y₁ по цифровой модели рельефа методом билинейной интерполяции (см. §4.3), определяют уточненное значение высоты узла Z₂, по которому по формулам (4.6.1) определяют уточненное значение координат узла Х₂, У₂. По координатам Х₂, У₂ узла, в свою очередь, определяют новое значение высоты узла Z₃. Вычисление продолжают до тех пор, пока разность значений координат Х и У узла в приближениях не будут превышать установленного допуска.



Рис. 7.19

§ 7.8. Создание регулярной цифровой модели поверхности и истинного ортофотоплана на основе метода наименьших квадратов

Точность создания истинного ортофотоплана в значительной степени зависит от точности цифровой модели поверхности, а та в свою очередь зависит от многих факторов. Одним из существенных факторов, влияющих на точность построения ЦМП является то обстоятельство, что при нахождении высоты точки ЦМП не в полной мере учитывается то, что точка изображается на многих снимках. Берется та пара снимков, где отождествление лучше. Это естественно соответствует случаю, когда перекрытие между снимками больше. Однако в этом случает будет меньше угол прямой засечки. Поэтому здесь рассмотрим одновременное построение цифровой модели поверхности и ортофотоплана, основанное на методе наименьших квадра-





тов отождествления соответствующих точек сразу по всем снимкам, входящим в блок. Такой подход позволяет выполнить отождествление сразу для множества одноименных точек, учитывая не только фотометрическое соответствие точек, но и геометрию построения фотограмметрической модели. Это естественно должно повысить точность построения цифровой модели поверхности и самого ортофотоплана.

Соотношение между яркостями изображения F(X, Y) на ортофотоплане точек местности X, Y, Z и яркостями соответствующих точек на исходных снимках $f_i(x_i, y_i)$ может быть записано следующим образом (рис. 7.20):

(701)

$$F(X,Y) - k_i t_i(x_i, y_i) = 0, (7.8.1)$$

где *k*_{*i*}—коэффициенты фотометрических преобразований; *i*—номер снимка;

$$x_{i} = x_{0} - f \frac{a_{11}(X - X_{Si}) + a_{21}(Y - Y_{Si}) + a_{31}(Z - Z_{Si})}{a_{13}(X - X_{Si}) + a_{23}(Y - Y_{Si}) + a_{33}(Z - Z_{Si})};$$

$$y_{i} = y_{0} - f \frac{a_{12}(X - X_{Si}) + a_{22}(Y - Y_{Si}) + a_{32}(Z - Z_{Si})}{a_{13}(X - X_{Si}) + a_{23}(Y - Y_{Si}) + a_{33}(Z - Z_{Si})}.$$
(7.8.2)

Предположим, что элементы внутреннего и внешнего ориентирования снимков известны, тогда в уравнениях (7.8.1) с учетом (7.8.2) неизвестными являются: яркость пикселя на ортофотоплане F с заданными координатами X, Y; отметка Z соответствующей точки местности и коэффициенты k_i фотометрических преобразований снимков, причем для одного из снимков этот коэффициент фиксируют, приняв равным единице, чтобы избежать неопределенности в определении этих коэффициентов.

Уравнение (7.8.1) можно составить для каждого пикселя ортофотоплана. Для этого сначала по координатам X, Y пикселя ортофотоплана определяют приближенную высоту Z^0 соответствующей точки местности, используя для этого приближенную цифровую модель поверхности. Затем по уравнениям (7.8.2) вычисляют координаты соответствующих точек на исходных снимках, по которым берется (методом двойного линейного интерполирования) яркость f_i . Уравнение (7.8.1) нелинейно относительно неизвестных, поэтому переходят к линейным уравнениям поправок

$$a_1 \delta F + a_2 \delta Z + a_3 \delta k_i + l = v, \qquad (7.8.3)$$

которые решают по методу наименьших квадратов способом последовательных приближений. В результате находят яркости пикселей ортофотоплана и соответствующие высоты точек местности.

Если элементы внешнего ориентирования снимков неизвестны, то их можно найти совместно с решением основной задачи по построению ортофотоплана и ЦМП на основе уравнений (7.8.1). Тогда уравнения поправок примут вид:

$$a_{1}\delta F + a_{2}\delta Z + a_{3}\delta k_{i} + a_{4}\delta X_{s} + a_{5}\delta Y_{s} + a_{6}\delta Z_{s} + a_{7}\delta\alpha + a_{8}\delta\omega + a_{9}\delta\kappa + l = v.$$
(7.8.4)

Кроме того, в этом случае к общей системе уравнений (7.8.4) следует добавить обычные уравнения поправок для опорных точек, полученные из уравнений коллинеарности (7.8.2). Данный метод отождествления одноименных точек с одновременным построением цифровой модели рельефа реализуется в случае, если на данный участок местности имеется более двух снимков. Для двух снимков общее число неизвестных, подлежащих одновременному определению, превышает число уравнений. Число неизвестных N можно подсчитать по формуле N=2P+(S-1)+6S, где P—число точек ЦМР, подлежащих определению (число пикселей ортофото); S—число снимков. Число уравнений M=PS.

Предположим, например, что мы хотим построить ЦМР, состоящую из 100 точек (P=100) по двум снимкам (S=2), при этом элементы внешнего ориентирования снимков известны, тогда N=2·100+(2–1)=201; M=100·2=200.

Таким образом, задача по двум снимкам не решается (N > M). Если добавить третий снимок, то максимальное значение M (если все точки изобразились и на третьем снимке) будет равно 300. В этом случае задача решается (N < M).

Слабым местом метода является необходимость знания хороших начальных приближений для цифровой модели поверхности и большое число приближений. Для уменьшения числа приближений в качестве начальных значений неизвестных следует брать цифровую модель поверхности и ортофотоплан, построенные по способу квазиглобального отождествления в пространстве объекта (см. главу 6).

§ 7.9. Оценка точности цифровых трансформированных фотоснимков и фотопланов

Созданные в результате цифрового трансформирования снимков цифровые изображения местности по точности должны соответствовать требованиям, предъявляемым нормативными документами, если фотопланы предназначены для создания топографических карт (планов) или технического задания на производство работ.

Контроль созданных трансформированных фотоснимков и фотопланов проводят по расхождениям значений координат контрольных точек, измеренных

непосредственно на цифровом плане, и координат этих точек, определенных в результате геодезических измерений или в результате построения сети пространственной фототриангуляции. В качестве контрольных точек выбираются только точки, расположенные непосредственно на земной поверхности, так как изображения объектов местности возвышающихся над ней (крыши домов, мосты и т.п.), имеют на фотопланах искажения. Контроль фотопланов также производится по расхождениям одноименных контуров, расположенных на линии пореза (граничной линии) смежных трансформированных фотоснимков. В случае если трансформированные фотоснимки и фотопланы выполнялись для создания топографических карт (планов) и выполнения кадастровых работ, средние расхождения в плане положения контрольных точек не должны превышать величины 0,5 мм в масштабе создаваемой карты (плана), а расхождения одноименных контуров на линии пореза — величины 0,7 мм.

При цифровом трансформировании снимков с целью контроля точности определения элементов ориентирования исходных снимков и точности построения цифровой модели рельефа перед выполнением процесса формирования цифровых трансформированных изображений может быть выполнена априорная оценка их точности. Априорная оценка точности производится по контрольным точкам путем сравнения значений их плановых координат, определенных в результате геодезических или фотограмметрических определений, и значений координат расчетного положения изображения контрольной точки на трансформированном изображении.

Определение плановых координат расчетного положения изображения контрольной точки производится по значениям координат изображений контрольных точек на исходных снимках, значениям элементов внутреннего и внешнего ориентирования снимков, параметрам внутреннего ориентирования снимка в системе координат цифрового изображения с использованием цифровой модели рельефа. При этом используется алгоритм, аналогичный алгоритму определения координат углов граничной линии на фотоплане (см. § 7.7). При определении координат в качестве начального приближения используется высота контрольной точки, значение которой было определено в результате геодезических или фотограмметрических определений. Проведение априорной оценки точности позволяет проконтролировать качество фотограмметрических работ, выполняемых для обеспечения процесса цифрового трансформирования, и при необходимости повторить эти процессы.

ГЛАВА 8

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ СКАНЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

§ 8.1. Классификация аэрокосмических систем дистанционного зондирования

Все системы дистанционного зондирования можно условно разделить на две группы — кадровые и сканерные съемочные системы. В кадровых съемочных системах всё изображение получается в один момент времени. Сканерная съемочная система позволяет получать непрерывное изображение снимаемой поверхности за счет перемещения носителя (самолета, спутника). В сканерной системе в один момент времени формируется изображение одной точки или строки в зависимости от типа съемочной системы, поэтому у каждой строки или пикселя сканерного изображения свои элементы внешнего ориентирования.

До сих пор мы рассматривали фотограмметрическую обработку снимков, полученных кадровыми съемочными системами. В этой главе рассмотрим особенности фотогрмметрической обработки изображений, получаемых сканерными съемочными системами дистанционного зондирования. На рис. 8.1 показана условная классификация съемочных систем дистанционного зондирования. Сканерные съемочные системы можно разделить на две группы: **пассивные** и **активные** съемочные системы.

К пассивным сканерным съемочным системам относятся те, которые основаны на фиксации отраженной от объекта солнечной энергии. В свою очередь, пассивные сканерные системы можно разделить на две подгруппы: **оптико-электронные** и **оптико-механические системы**. В оптико-электронных сканерах в один момент времени получается изображение одной строки, а в оптико-механическом сканере – одной точки. Кроме того, к пассивным сканерным съемочным системам относятся панорамные аэрофотоаппараты, АФА со шторно-щелевым затвором. Последние в настоящее время часто используются при аэросъемке с беспилотных летательных аппаратов. Здесь следует заметить, что АФА со шторно-щелевыми затворами имеют свой отличный от всех других съемочных систем принцип построения изображения. Изображение строится за счет перемещения щели затвора.



Рис. 8.1

К активным относятся те системы, которые облучают объект съемки электромагнитными импульсами, лазерным лучом и т.п., что позволяет измерять расстояния до точек объекта, а на изображении фиксируют интенсивность отраженного сигнала. К таким системам относятся радиолокационные и лазерно-локационные сканерные съемочные системы. Лазерно-локационные съемочные системы (лидары) относятся к особому типу сканерных съемочных систем, которые не формируют изображение, а получают облако точек с координатами каждой точки и интенсивностью отраженного сигнала. Рассмотрим более подробно каждую из этих систем

§ 8.2. Принцип формирования изображения с помощью оптико-электронной сканерной съемочной системы. Системы координат сканера

Оптико-электронные сканеры основаны на применении линеек и матриц ПЗС, формирующих в один момент времени строку изображения. На рис. 8.2 показан принцип сканирования с помощью оптико-электронной сканерной съемочной системы (здесь Δ —размер пикселя линейки ПЗС, Δ_{M} —его размер на местности). Линейка ПЗС располагается в фокальной плоскости объектива. Изображение формируется



Рис. 8.3

за счет перемещения носителя камеры. В результате получают непрерывное изображение снимаемого участка местности, состоящее из множества строк. В пределах одной строки изображение соответствует центральной проекции со своими элементами внешнего ориентирования, которые фиксируются во время съемки. Знание элементов внешнего ориентирования каждой строки изображения необходимо для корректной фотограмметрической обработки таких изображений. В некоторых сканерных системах в качестве сенсора используется не линейка, а матрица ПЗС (рис. 8.3), что позволяет уменьшить смаз изображения. Принцип функционирования системы электронной компенсации смаза состоит в том, что заряд, накопленный пикселями строки изображения, переносится на пиксели соседней строки синхронно с перемещением изображения в плоскости матрицы, затем к следующей строке, и так далее во все время экспозиции. Пиксели каждой строки (в пределах диапазона перемещения изображения за время экспозиции) продолжают накапливать заряд, освещаясь лучами, приходящими от тех же самых точек объекта. Это позволяет избежать смаза и работать при более низких уровнях освещенности.

У некоторых съемочных сканерных систем в фокальной плоскости находятся несколько матриц, расположенных в шахматном порядке с перекрытием (рис. 8.4). Здесь одна строка изображения формируется также путем накопления зарядов от строки к строке матриц ПЗС.



Рис. 8.4

У космических сканерных съемочных систем для получения хорошего разрешения на местности фокусное расстояния f как правило более одного метра. В табл. 8.1 приведены некоторые примеры космических оптико-электронных съемочны систем.

На рис. 8.5 показана система координат сканера с одной линейкой или матрицей ПЗС. Начало системы координат сканера *Sxyz* совпадает с центром проекции *S*; ось *z* проходит через центр проекции перпендикулярно к линейке (матрице) ПЗС; ось *y*—параллельна линейке или строкам матрицы ПЗС; ось *x*—дополняет систему координат до правой (совпадает с направлением полета носителя).

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ...

Название (страна)		Разрешение, м	Ширина полосы захвата, км	Высота орбиты, км
WorldView-3 (CIIIA)		0,31	13.1	617
GeoEye-1 (CIIIA)	0	0,5	15	681
КАМРЅАТ-3 (Ю. Корея)	16	0,5	16	685
SPOT 6 (Франция)		1,5	60	694
Pleades (Франция, Италия)		0,5	20	694
Ресурс-П (РФ)		1	38	475
Канопус-В (РФ)		2,7	23	675





Рис. 8.5





Рис. 8.7

Для сканеров, у которых в фокальной плоскости находятся два ряда матриц, расположенных в шахматном порядке, начало системы координат сканера *Sxyz* также совпадает с центром проекции *S*; ось *z* проходит через центр проекции перпендикулярно к фокальной плоскости; ось *y*—параллельна строкам матриц ПЗС; ось *x*—дополняет систему координат до правой (рис. 8.6).

На рис. 8.7 показана система координат сканерного изображения: ось y_c —совпадает с одной из строк изображения; начало системы координат *O* находится в середине строки, ось x_c —дополняет систему до правой. По измеренной координате x_c точки изображения $m(x_c, y_c)$ можно узнать в какой строке находится данная точка, а следовательно, и время формирования изображения этой строки и ее элементы внешнего ориентирования.

Измерив координату y_c , можно восстановить проектирующий луч, определяющий направление на точку местности, т.е. вектор r_m (см. рис. 8.5, 8.6) имеет следующие координаты в системе координат сканера:

$$r_{m} = \begin{pmatrix} x_{c} - x_{0} \\ y_{c} - y_{0} \\ -f \end{pmatrix}, \qquad (8.2.1)$$

где $x_0 y_0$ — координаты главной точки сканерной съемочной системы в системе координат сканера; x_i — абсцисса последней строки матрицы ПЗС в системе координат сканера, в которой заканчивается формирование строки изображения; i — номер матрицы (четная, нечетная). В одной строке, в зависимости от y_c будут пиксели с разными x_i , так как строка формируется из разных матриц со смещением по оси x.

Величины y_0 и x_i определяются в результате калибровки сканерной съемочной системы. Для сканерной съемочной системы, у которой в качестве сенсора используется линейка ПЗС, $x_i=0$.

Координаты соответствующего единичного вектора *r* можно определить по формуле

$$r = \begin{pmatrix} \frac{x_i - x_0}{|r_m|} \\ \frac{y_c - y_0}{|r_m|} \\ -\frac{f}{|r_m|} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \qquad (8.2.2)$$

где $|r_m| = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_c - y_o)^2 + f^2}.$

Все дальнейшие рассуждения и определение координат точек местности по сканерным изображениям будут одинаковыми для всех типов оптико-электронных сканеров.

§ 8.3. Принцип формирования изображения с помощью оптико-механической сканерной съемочной системы. Системы координат сканера

Изображение строки в оптико-механическом сканере формируется за счет вращения зеркала, а строки — за счет перемещения носителя съемочной системы. Таким образом, каждый пиксель изображения имеет свои элементы внешнего ориентирования: θ — угол поля зрения сканера, началом системы координат сканера является точка S — точка пересечения оси вращения зеркала и главной оптической оси объектива; ось x совпадает с осью вращения зеркала; ось z — с биссектрисой угла поля зрения системы; ось y дополняет систему до правой (рис. 8.8).



Система координат сканерного изображения задается так же как и для оптикоэлектронного сканера, т.е. ось y_c совпадает с одной из строк изображения, начало системы координат *о* находится в середине строки, а ось x_c дополняет систему до правой (рис. 8.9). По измеренным координатам точки изображения x_c, y_c можно получить время формирования изображения данного пикселя, а следовательно, и элементы внешнего ориентирования сканера в этот момент.

Направление на точку местности *M* (см. рис. 8.9) в системе координат сканера определяет единичный вектор *r*, координаты которого можно определить следующим образом:

$$r = \begin{pmatrix} 0\\ \sin \varphi\\ -\cos \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\\ y\\ z \end{pmatrix}; \quad \varphi = \frac{\theta}{l_y} y_m, \tag{8.3.1}$$

где l_y — размер кадра в пикселях вдоль оси y; y_m — координата точкиm в системе координат изображения.

Все дальнейшие рассуждения и определение координат точек местности по сканерным изображениям будут одинаковыми для оптико-механического и оптикоэлектронного сканеров.



Рис. 8.9

§ 8.4. Методы получения стереопар сканерных изображений

Существует два основных метода получения стереопар сканерных изображений: со смежных орбит и с одной орбиты (в аэросъемке маршрут эквивалентен орбите).

Смежные орбиты (рис. 8.10).

Недостаток: нельзя точно выбрать базис, одну и ту же территорию снимают в разное время (различные освещенность, тени и т.д.).

Одна орбита — одна камера наклоняется сначала на угол α₁, а затем на угол α₂. Задавая различные углы наклона камеры можно выбрать длину базиса *B* (рис. 8.11).

Одна орбита — три камеры с наклоном оптических осей относительно друг друга на угол α, при этом одна камера смотрит в надир. В результате имеем три стереопары (рис. 8.12). У каждой камеры должно быть свое фокусное расстояние с тем, чтобы масштабы изображений были одинаковыми:

$$\frac{1}{m} = \frac{f_0}{D_0}.$$
 (8.4.1)

Очевидно, что $D_H = \frac{D_0}{\cos \alpha}$, тогда для сохранения масштаба должно быть $f_H = \frac{f_0}{\cos \alpha}$. Аналогично для камеры, которая направлена вперед $f_{\Pi} = \frac{f_0}{\cos \alpha}$.



Рис. 8.10









Одна камера с тремя линейками. Для получения стереоскопических сканерных изображений в фокальной плоскости объектива сканерной съемочной системы располагают не одну а три или более линейки ПЗС, формирующих изображение одного и того же участка местности под разными углами (рис. 8.13).



Рис. 8.13

Величины x_{μ}, x_{π} являются постоянными величинами для камеры и определяются в результате ее калибровки. Координаты единичного вектора *r*, определяющего направление на точку местности в системе координат сканера, в зависимости от расположения линейки ПЗС будут вычисляться по следующим формулам:

$$r = \begin{pmatrix} (x_{\mu} - x_{0})/|r_{m}| \\ (y_{c} - y_{0})/|r_{m}| \\ -f/|r_{m}| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$
(8.4.2)

где $|r_m| = \sqrt{(x_n - x_0)^2 + (y_c - y_0)^2 + f^2};$ $r = \begin{pmatrix} (x_n - x_0)/|r_m| \\ (y_c - y_0)/|r_m| \\ -f/|r_m| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$ (8.4.3)

где $|r_m| = \sqrt{(x_{\mu} - x_0)^2 + (y_c - y_0)^2 + f^2}$.

§ 8.5. Математическая модель сканерных изображений

Под математической моделью сканерных изображений будем понимать связь координат точек изображений и соответствующих координат точек местности. Эта связь может быть выражена в виде строгих математических зависимостей (строгая математическая модель) или в виде приближенных математических зависимостей (приближенная математическая модель) Рассмотрим каждую их них.

Строгая математическая модель сканерных изображений

Эта модель выражается в виде известных уравнений коллинеарности: прямые формулы

$$X = X_{Si} + (Z - Z_{Si})\frac{X'}{Z'};$$

$$Y = Y_{Si} + (Z - Z_{Si})\frac{Y'}{Z'},$$

$$Y = Y_{Si} + (Z$$

обратные формулы

$$\begin{aligned} x &= z \frac{X^*}{Z^*}; \\ y &= z \frac{Y^*}{Z^*}, \end{aligned} \right\}, \text{ где } \begin{pmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \end{pmatrix} = \mathbf{A}_i^T \begin{pmatrix} X - X_{Si} \\ Y - Y_{Si} \\ Z - Z_{Si} \end{pmatrix}.$$
 (8.5.2)

Здесь x, y, z — координаты единичного вектора, определяющие направление на точку сканерного изображения (8.2.2), (8.3.1), (8.4.2), (8.4.3); X,Y,Z — координаты соответствующей точки местности; X_{Si}, Y_{Si}, Z_{Si} — значения линейных элементов внешнего ориентирования съемочной системы в момент формирования изображения *i* строки или точки изображения; $A_i, \omega_i, \alpha_i, \kappa_i$ — матрица поворота и соответствующие ей углы наклона и поворота системы координат сканера в момент формирования *i*-ой строки или точки изображения.

По координате x_c (абсцисса в системе координат сканерного изображения) определяем время формирования изображения *i*-ой строки изображения, а следовательно, элементы внешнего ориентирования сканера во время формирования изображения этой строки. Уравнения (8.5.1) и (8.5.2) применяются для обработки сканерных изображений в случае, когда известны элементы внешнего ориентирования сканера во время формирования изображения.

Приближенная математическая модель сканерных изображений

Применяется в случае обработки последних, когда элементы внешнего ориентирования сканера неизвестны. В этом случае применяют различные функции для описания закона изменения элементов внешнего ориентирования сканера во время формирования изображения. 1. Аппроксимация элементов внешнего ориентирования (ЭВО) различными полиномами. Связь координат точек сканерного изображения и местности может быть представлена известными уравнениями коллинеарности (8.5.1), (8.5.2), в которых:

$$\begin{aligned} X_{Si} &= X_{S0} + k_1 \Delta t_i; \quad Y_{Si} = Y_{S0} + k_2 \Delta t_i; \quad Z_{Si} = Z_{S0} + k_3 \Delta t_i; \\ \omega_i &= \omega_0 + k_4 \Delta t_i; \quad \alpha_i = \alpha_0 + k_5 \Delta t_i; \quad \kappa_i = \kappa_0 + k_6 \Delta t_i, \end{aligned}$$
(8.5.3)

где $X_{s0}, ..., \kappa_0$ —значения элементов внешнего ориентирования сканера в момент формирования первой строки снимка; $k_1, ..., k_6$ —коэффициенты, характеризующие закон изменения элементов внешнего ориентирования сканера во времени

$$\Delta t_i = t_i - t_0, \tag{8.5.4}$$

где t_i —время получения *i*-й строки изображения; t_0 —время получения первой строки изображения.

Эти величины определяются по измерениям *x*_с точек на сканерном изображении. Уравнения (8.5.3) характеризуют линейный закон изменения элементов внешнего ориентирования сканера в зависимости от времени. Возможна другая модель изменения ЭВО сканера, например, полином второй степени:

$$X_{Si} = X_{So} + k_1 \Delta t_i + d_1 \Delta t_i^2;$$

.....
$$\kappa_i = \kappa_{So} + k_6 \Delta t_i + d_6 \Delta t_i^2.$$
 (8.5.5)

Коэффициенты *d* будут описывать ускорение изменения ЭВО сканера.

Значения элементов внешнего ориентирования сканера в момент формирования изображения начальной строки и закон изменения этих элементов во времени можно определить в результате решения обратной фотограмметрической засечки по опорным точкам.

Каждая опорная точка дает возможность составить два уровнения (8.5.2) с учетом (8.5.3). Для определения неизвестных значений ЭВО сканера в момент формирования первой строки $X_{s_0}, ..., \kappa_0$ и коэффициентов $k_1, ..., k_6$ необходимо измерить минимум шесть опорных точек для составления 12 уравнений. Если еще необходимо определить d_i (ускорение), то необходимо 9 опорных точек.

При решении обратной засечки по сканерному изображению для равнинной местности возникает неопределенность (множественность) решения задачи определения элементов внешнего ориентирования сканера. Как видно из рис. 8.14 для различных положений сканера в пространстве X_{s0} , X_{si} лучи, проходящие через центр проекции и точки снимка, проходят через соответствующие точки на местности. Чтобы избежать этого эффекта следует зафиксировать один из элементов — X_{s0} , Z_{s0} или α_0 . При космической съемке лучше зафиксировать высоту фотографирования Z_{s0} .



Рис. 8.14

2. Связь координат точек местности и сканерного изображения, выраженная через дробно-рациональные функции (RPC-коэффициенты). В последнее время широкое распространение получили так называемые RPC-коэффициенты (rational polynomial coefficients), которые входят в дробно-рациональные функции, описывающие связь координат точек местности и сканерного изображения. Эти функции имеют следующий вид:

прямые функции

$$X = \frac{R_1(x, y, Z)}{R_2(x, y, Z)}; \quad Y = \frac{R_3(x, y, Z)}{R_4(x, y, Z)};$$
(8.5.6)

обратные функции

$$x = \frac{P_1(X, Y, Z)}{P_2(X, Y, Z)}; \quad y = \frac{P_3(X, Y, Z)}{P_4(X, Y, Z)},$$
(8.5.7)

где x, y—координаты точек сканерного изображения; X,Y,Z—координаты соответствующих точек местности; $R_1(x, y, Z), R_2(x, y, Z), R_3(x, y, Z), R_4(x, y, Z), P_1(X, Y, Z), P_2(X, Y, Z), P_3(X, Y, Z), P_4(X, Y, Z)$ —полиномы, имеющие, например, следующий вид

$$R(x, y, Z) = b_{1} + b_{2}x + b_{3}y + b_{4}Z + b_{5}xy + b_{6}xZ + + b_{7}yZ + b_{8}x^{2} + b_{9}y^{2} + b_{10}Z^{2} + b_{11}xyZ + b_{12}x^{3} + + b_{13}xy^{2} + b_{14}xZ^{2} + b_{15}x^{2}y + b_{16}y^{3} + b_{17}yZ^{2} + + b_{18}x^{2}Z + b_{19}y^{2}Z + b_{20}Z^{3};$$
(8.5.8)

$$P(X,Y,Z) = a_{1} + a_{2}X + a_{3}Y + a_{4}Z + a_{5}XY + a_{6}XZ + + a_{7}YZ + a_{8}X^{2} + a_{9}Y^{2} + a_{10}Z^{2} + a_{11}XYZ + a_{12}X^{3} + + a_{13}XY^{2} + a_{14}XZ^{2} + a_{15}X^{2}Y + a_{16}Y^{3} + a_{17}YZ^{2} + + a_{18}X^{2}Z + a_{19}Y^{2}Z + a_{20}Z^{3}.$$
(8.5.9)

Коэффициенты a_i , b_i , входящие в уравнения (8.5.9), называются RPCкоэффициентами и поставляются с космическими сканерными изображениями вместо элементов внешнего ориентирования сканера во время получения изображения. При определении RPC-коэффициентов часто используют вместо пространственных координат *X*,*Y*,*Z* точек местности долготу, широту и высоту *L*,*B*,*H*.

3. Связь координат точек местности и сканерного изображения, выраженная через аппроксимирующие функции. В качестве аппроксимирующих функций могут быть использованы различные функции, например:

проективная модель (иначе ее называют Direct Linear Transformation—DLT)

$$x = \frac{A_1 X + A_2 Y + A_3 Z + A_4}{C_1 X + C_2 Y + C_3 Z + 1}; \quad y = \frac{B_1 X + B_2 Y + B_3 Z + B_4}{C_1 X + C_2 Y + C_3 Z + 1},$$
(8.5.10)

здесь в качестве неизвестных выступают 11 коэффициентов, для нахождения которых необходимо иметь минимум шесть опорных точек;

аффинная модель

 $x = A_1X + A_2Y + A_3Z + A_4;$ $y = B_1X + B_2Y + B_3Z + B_4,$ (8.5.11) в этом случае необходимо иметь минимум четыре опорные точки для нахождения восьми неизвестных коэффициентов;

параллельно-перспективная модель

$$x = \frac{L_1 X + L_2 Y + L_3 Z + L_4}{L_5 X + L_6 Y + L_7 Z + 1}; \quad y = L_8 X + L_9 Y + L_{10} Z + L_{11}, \tag{8.5.12}$$

необходимо иметь минимум шесть опорных точек для нахождения 11 неизвестных коэффициентов.

Как показали многочисленные эксперименты из всех приближенных методов описания математической модели сканерных изображений наиболее адекватно описывают первые два метода: метод, основанный на вычислении закона изменения элементов внешнего ориентирования сканера во времени формирования изображения и метод RPC-коэффициентов. Как следствие они дают наиболее точные результаты обработки сканерных изображений.

§ 8.6. Определение RPC-коэффициентов

Как следует из формул (8.5.6) и (8.5.7) RPC-коэффициенты можно найти по опорным точкам. Минимальное число опорных точек в этом случае равно 40, так как одна опорная точка дает два уравнения с 80 неизвестными. Такое количество опорных точек измерить в поле практически нереально. Задачу можно решить гораздо проще, если известны элементы внутреннего и внешнего ориентирования сканера во время формирования изображения.

Рассмотрим процесс получения RPC-коэффициентов на примере изображений, полученных оптико-электронным сканером.

На первом этапе устанавливают однозначное соответствие между пикселями сканерного изображения и пространством объекта. Для этого сначала восстанавливают связки проектирующих лучей по элементам внутреннего





ориентирования сканера и координатам x, y пикселей сканерного изображения (рис. 8.15). Теперь, если сориентировать каждую связку проектирующих лучей строки по элементам внешнего ориентирования сканера в момент формирования этой строки S₁, то проектирующие лучи пройдут, как известно, через соответствующие точки местности. Координаты точек местности можно вычислить по (8.5.1), если известны соответствующие высоты Z этих точек. Задаваясь высотами некоторых плоскостей $Z_1, Z_2, Z_3, ...,$ можно вычислить координаты X, Y, Z_i (*i*=1,2,3,...) точек пересечения проектирующих лучей с этими плоскостями. В результате будем иметь набор точек местности с координатами Х, Ү, Z_i, каждой из которых соответствует точка на сканерном изображении с координатами х, у. Количество плоскостей с известными отметками можно задать произвольно. Например, взять три плоскости с отметками, равными минимальной, максимальной и средней высоте на данном участке местности. Таким образом, можно получить для каждого пикселя сканерного изображения (координаты x, y) по три точки в пространстве объекта (координаты X, Y, Z). Конечно такое огромное количество соответствующих точек изображения и местности никто не вычисляет, а задают некоторую регулярную сетку в плоскости изображения (например, каждый сотый пиксель вдоль оси x и вдоль оси y) и для каждого узла этой сетки вычисляют по три точки в пространстве объекта. Теперь достаточно составить уравнения (8.5.6) или (8.5.7) для каждой пары соответствующих точек изображения (x, y) и местности (X, Y, Z) и решить их относительно RPCкоэффициентов методом наименьших квадратов.

К достоинствам данного метода аппроксимации математической модели сканерных изображений можно отнести следующее:

хорошие результаты, с точки зрения точности, обработки сканерных изображений, соизмеримые с разрешающей способностью изображений;

универсальность метода, он подходит для всех типов сенсоров.

Имея RPC-коэффициенты можно обрабатывать сканерные изображения без опорных точек на земле. Однако для получения наилучшей точности определения координат точек местности по сканерному изображению целесообразно иметь

опорные точки на земле для устранения систематических ошибок, возникающих из-за разных условий определения элементов внешнего ориентирования сканера во время съемки и координат опорных точек на земле.

Для этого по опорным точкам вычисляют поправки в координаты точек сканерного изображения, описанные уравнением первого или второго порядка:

$$x + \delta_x = \frac{P_1(X, Y, Z)}{P_2(X, Y, Z)}; \quad y + \delta_y = \frac{P_3(X, Y, Z)}{P_4(X, Y, Z)},$$
(8.6.1)

где

$$\begin{array}{l} \delta_x = c_0; \\ \delta_y = d_0; \end{array} \tag{8.6.2}$$

$$\delta_{x} = c_{0} + c_{1}x + c_{2}y; \delta_{y} = d_{0} + d_{1}x + d_{2}y;$$
(8.6.3)

$$\delta_{x} = c_{0} + c_{1}x + c_{2}y + c_{3}xy + c_{4}x^{2} + c_{5}y^{2}; \delta_{y} = d_{0} + d_{1}x + d_{2}y + d_{3}xy + d_{4}x^{2} + d_{5}y^{2}.$$
(8.6.4)

Для вычисления поправок типа сдвиг (8.6.2) достаточно иметь одну опорную точку (два уравнения с двумя неизвестными c_0 и d_0).

Для вычисления поправок, описанных аффинными преобразованиями (8.6.3), достаточно иметь минимум три опорные точки (шесть уравнений с шестью неизвестными).

Для определения коэффициентов полиномов второй степени, описывающих систематические ошибки RPC-коэффициентов нужно иметь минимум шесть опорных точек (12 уравнений с 12 неизвестными).

Если число опорных точек больше минимального, то задача решается по способу наименьших квадратов. В следующем параграфе будет приведен соответствующий пример.

§ 8.7. Определение координат точек местности по одиночному сканерному изображению

Если при съемке с необходимой точностью были определены элементы внешнего ориентирования съемочной системы в момент получения строки изображения, то определение координат точек местности выполняется по известным формулам:

$$X = X_{Si} + (Z - Z_{Si})\frac{X'}{Z'};$$

$$Y = Y_{Si} + (Z - Z_{Si})\frac{Y'}{Z'},$$
(8.7.1)

где $\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \mathbf{A}_i \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; X_{Si}, Y_{Si}, Z_{Si}$ —значения линейных элементов внешнего ориенти-

рования съемочной системы в момент получения изображения *i*-й строки снимка; A_i , ω_i , α_i , κ_i —матрица поворота и соответствующие ей углы наклона и поворота системы координат сканера в момент формирования *i*-й строки изображения.

По координате *x*_с мы определяем время формирования изображения *i*-й строки снимка. Если при съемке элементы внешнего ориентирования сканера неизвестны или известны с недостаточной точностью, обработку снимков производят в два этапа:

1) по опорным точкам определяют значения элементов внешнего ориентирования сканера в момент формирования изображения начальной строки и закон изменения этих элементов во времени;

2) по формулам (8.7.1) определяют координаты точек местности.

Эта методика подходит только для космических снимков, так как траекторию движения аппарата в космосе легко смоделировать. Если известны RPC-коэффициенты, то задача решается по уравнениям (8.5.6) или по уравнениям (8.6.1) при наличии опорных точек.

= Пример =

Дано: космическое изображение, полученное отечественным аппаратом «Ресурс-П» №3 при съемке в надир, на котором измерены 21 точка с известными геодезическими координатами. Эти точки служили в различных сочетаниях в качестве опорных и контрольных. В табл. 8.2 преведены результаты оценки точности на опорных и контрольных точках в зависимости от применяемой модели учета систематических ошибок (8.6.1)–(8.6.4).

Таблица 8.2

			СКП, м	
Длина фрагмента, км	Модель	Число Опорных/ контрольных точек	Опорные точки	Контрольные точки
60	RPC	0/21	-	4,8
	RPC+ сдвиг	1/20	_	2,8
	RPC+аффинные преобразования	14/7	0,7	0,7
	RPC+полином 2 степени	14/7	0,4	0,5
30	RPC	0/21	_	4,1
	RPC+ сдвиг	1/20	_	2,7
	RPC+аффинные преобразования	14/7	0,6	0,7
	RPC+полином 2 степени	14/7	0,6	0,7

§ 8.8. Определение координат точек объекта по стереопаре сканерных снимков

Возможны различные варианты решения задачи определения координат точек объекта по стереопаре сканерных снимков в зависимости от состава исходной информации:

1) бортовая аппаратура позволяет определять с достаточной точностью элементы внешнего ориентирования сканера;

2) элементы внешнего ориентирования сканера во время съемки не измерялись или просто неизвестны;

3) бортовая аппаратура позволяет определять с достаточной точностью изменения элементов внешнего ориентирования сканера во времени;

4) для изображений известны RPC-коэффициенты.

Рассмотрим каждый из этих вариантов более подробно.

1. Если во время съемки фиксировались элементы внешнего ориентирования сканера, то координаты точек местности определяются на основании решения прямой засечки:

$$\begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{S1j} \\ Y_{S1j} \\ Z_{S1j} \end{pmatrix} + N_j \mathbf{A}_{1j} \begin{pmatrix} x_{1j} \\ y_{1j} \\ z_{1j} \end{pmatrix},$$
(8.8.1)

где $X_{s_{1j}}, Y_{s_{1j}}, Z_{s_{1j}}$ — линейные элементы внешнего ориентирования сканера во время формирования изображения точки *j* местности на левом снимке стереопары; A_{1j} — матрица поворота левого снимка во время формирования изображения точки *j* местности; x_{1j}, y_{1j}, z_{1j} — координаты единичного вектора, точки *j* на левом снимке стереопары; N — скаляр, вычисляется по известной для кадровых снимков формуле.

2. Если элементы внешнего ориентирования сканера во время съемки не измерялись, то координаты точек местности определяются в два этапа:

1) для каждого снимка стереопары решается обратная засечка по опорным точкам на основании уравнений (8.5.2)–(8.5.4). В результате определяют элементы внешнего ориентирования сканера во время формирования изображения первой строки левого и правого снимков стереопары и законы изменения этих элементов во времени;

2) решают прямые засечки по (8.8.1) и определяют координаты точки местности.

3. Если бортовая аппаратура позволяет определять с достаточной точностью изменения элементов внешнего ориентирования сканера во времени, то координаты точек местности можно определить следующим образом:

для всех измерений, выполненных по стереопаре, вычисляют координаты единичных векторов *r* в системе координат сканера в момент формирования изображения первой строки;

определяют элементы внешнего ориентирования сканера во время формирования изображения первой строки левого и правого снимков стереопары;

определяют координаты точек местности.

Рассмотрим каждый из этих этапов более подробно.

Перевычисление измерений в систему координат сканера в момент формирования изображения первой строки осуществляется по формуле

$$\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_{ij} \\ \boldsymbol{y}_{ij} \\ \boldsymbol{z}_{ij} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{ij} \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}'_{ij} \\ \boldsymbol{y}'_{ij} \\ \boldsymbol{z}'_{ij} \end{pmatrix},$$
(8.8.2)

где i = 1,2 — номер снимка стереопары; j — номер точки; A_{ij} — матрица поворота, которая вычисляется по приращениям угловых элементов внешнего ориентирования сканера $\Delta \alpha_{ij}, \Delta \omega_{ij}, \Delta \kappa_{ij}$ для точки j относительно первой строки, которые измеряются во время съемки; $x'_{ij}, y'_{ij}, z'_{ij}$ — координаты единичных векторов точки j, полученные по (8.2.2), (8.3.1), (8.4.2), (8.4.3) на основе измерений по стереопаре.

После преобразований (8.8.2) имеем все измерения в единой для каждого снимка стереопары системе координат сканера в момент формирования изображения первой строки.

Теперь необходимо определить элементы внешнего ориентирова-ния сканера во время формирования изображения первой строки левого и правого снимков стереопары. Для этого можно составить две группы уравнений: уравнения компланарности для всех точек, измеренных на стереопаре сканерных снимков, и уравнения коллинеарности для опорных точек. Эти группы уравнений решают совместно по методу наименьших квадратов способом приближений.

Уравнение компланарности имеет вид:

$$\begin{vmatrix} X_{s2j} - X_{s1j} & Y_{s2j} - Y_{s1j} & Z_{s2j} - Z_{s1j} \\ X'_{1j} & Y'_{1j} & Z'_{1j} \\ X'_{2j} & Y'_{2j} & Z'_{2j} \end{vmatrix} = 0,$$
(8.8.3)

где

$$\begin{pmatrix} X_{Sij} \\ Y_{Sij} \\ Z_{Sij} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{Si0} \\ Y_{Si0} \\ Z_{Si0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta X_{Sij} \\ \Delta Y_{Sij} \\ \Delta Z_{Sij} \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} X'_{ij} \\ Y'_{ij} \\ Z'_{ij} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_i \begin{pmatrix} x_{ij} \\ y_{ij} \\ z_{ij} \end{pmatrix}.$$
(8.8.4)

В данном случае матрица поворота **А** вычисляется по угловым элементам внешнего ориентирования сканера при формировании изображения первой строки α_{i0} , ω_{i0} , κ_{i0} ; x_{ij} , y_{ij} , z_{ij} — координаты точки *j* на снимке *i* в системе координат сканера при формировании изображения первой строки, вычисленные по (8.7.2); ΔX_{Sij} , ΔY_{Sij} , ΔZ_{Sij} — изменения линейных элементов внешнего ориентирования сканера относительно первой строки . В уравнениях (8.8.3) неизвестными являются элементы внешнего ориентирования сканера при формировании изображения первой строки X_{Si0} , Y_{Si0} , Z_{Si0} , α_{i0} , ω_{i0} , κ_{i0} . Для каждой опорной точки составляют уравнения коллинеарности:

$$y_{ij} = z_{ij} \frac{X^*}{Z^*}; \quad y_{ij} = z_{ij} \frac{Y^*}{Z^*},$$
 (8.8.5)

где $\begin{pmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \end{pmatrix} = \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} X_j - X_{Sij} \\ Y_j - Y_{Sij} \\ Z_j - Z_{Sij} \end{pmatrix}; x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}$ — координаты опорной точки *j* на снимке *i* в си-

стеме координат сканера при формировании изображения первой строки, вычисленные по (8.2.2); X_j , Y_j , Z_j — координаты опорной точки в системе координат объекта; X_{Sii} , Y_{Sii} , Z_{Sii} вычисляются по (6.7.4).

В уравнениях (8.8.5) неизвестными так же как и в (8.8.3) являются элементы внешнего ориентирования сканера при формировании изображения первой строки $X_{S_{i0}}$, $Y_{S_{i0}}$, $Z_{S_{i0}}$, α_{i0} , ω_{i0} , κ_{i0} , которые находят в результате их совместного решения способом последовательных приближений по методу наименьших квадратов. Для этого сначала от нелинейных уравнений (8.8.3) переходят к уравнения поправок:

$$a_{1}\delta X_{S10} + a_{2}\delta Y_{S10} + a_{3}\delta Z_{S10} + a_{4}\delta\alpha_{S10} + a_{5}\delta\omega_{S10} + a_{6}\delta\kappa_{S10} + a_{7}\delta X_{S20} + a_{8}\delta Y_{S20} + a_{9}\delta Z_{S20} + a_{10}\delta\alpha_{S20} + a_{11}\delta\omega_{S20} + a_{12}\delta\kappa_{S20} + l = v,$$
(8.8.6)

а от уравнений (8.7.5) переходят к уравнениям поправок вида:

$$b_{1}\delta X_{Si0} + b_{2}\delta Y_{Si0} + b_{3}\delta Z_{Si0} + b_{4}\delta\alpha_{Si0} + b_{5}\delta\omega_{Si0} + b_{6}\delta\kappa_{Si0} + l_{x} = v_{x};$$

$$c_{1}\delta X_{Si0} + c_{2}\delta Y_{Si0} + c_{3}\delta Z_{Si0} + c_{4}\delta\alpha_{Si0} + c_{5}\delta\omega_{Si0} + c_{6}\delta\kappa_{Si0} + l_{y} = v_{y}.$$
(8.8.7)

В результате совместного решения этих групп уравнений получают уравненные значения элементов внешнего ориентирования сканера при формировании изображения первой строки X_{si0} , Y_{si0} , Z_{si0} , α_{i0} , ω_{i0} , κ_{i0} , для пары сканерных снимков.

Теперь можно решить прямые засечки для определяемых точек и найти их координаты в системе координат объекта. Прямая засечка может быть решена на основе уравнений (8.8.1) или (8.8.5). Если прямая засечка решается на основе уравнений (8.8.5), то сначала переходят к уравнениям поправок вида:

$$b_{7}\delta X + b_{8}\delta Y + b_{9}\delta Z + l_{x} = v_{x}; \quad c_{7}\delta X + c_{8}\delta Y + c_{9}\delta Z + l_{y} = v_{y}, \quad (8.8.8)$$

которые составляют для каждого изображения точки на паре снимков. В результате решения уравнений (8.8.8) способом последовательных приближений по методу наименьших квадратов находят координаты X, Y, Z определяемой точки в системе координат объекта.

4. Если для изображений, составляющих стереопару, известны RPC-коэффициенты. Прямая засечка может быть решена на основе уравнений (8.5.7). В этом случае сначала от уравнений (8.5.7) переходят к уравнениям поправок вида:

$$b_{1}\delta X + b_{2}\delta Y + b_{3}\delta Z + l_{x} = v_{x}; \quad c_{1}\delta X + c_{2}\delta Y + c_{3}\delta Z + l_{y} = v_{y}, \quad (8.8.9)$$

которые составляют для каждого изображения точки на паре снимков. В результате решения уравнений (8.8.9) способом последовательных приближений по методу наименьших квадратов находят координаты X, Y, Z определяемой точки в системе координат объекта.

§ 8.9. Принцип формирования радиолокационных изображений. Системы координат

На рис. 8.16 показан принцип радиолокационной съемки. Короткий импульс электромагнитной волны от передатчика, расположенного на носителе (самолете или спутнике), излучается в вертикальной плоскости с помощью направленной антенны. При достижении поверхности Земли электромагнитная волна отражается. Часть отраженной энергии возвращается к антенне. Принятый сигнал квантуется. В результате получаются



дискретные сигналы, пропорциональные принятой в данный момент энергии, зависящей от отражающей способности определенного участка местности. Одновременно определяются наклонные дальности от передатчика до каждого из элементарных участков местности на основе измерения времени запаздывания отраженного сигнала. Эти элементарные участки местности определяют разрешение съемочной системы. Таким образом, значение пикселя радиолокационного изображения зависит от интенсивности отраженного радиосигнала от соответствующей точки объекта, а положение пикселя вдоль строки радиолокационного изображения пропорционально наклонной дальности до данной точки. Строки изображения формируются за счет движения носителя.

На рис. 8.17 показан пример изображения одного и того же участка местности в видимом диапазоне (см. рис. 8.17, а) и в радиодиапазоне (см. рис. 8.17, б). Если расстояния до точек объекта равны между собой — D₁ и D₂ (рис. 8.18), то эти разные точки объекта изобразятся в одной точке на снимке. Диапазон измеряемых расстояний и соответственно полоса обзора определяются параметрами съемочной системы и лежат в пределах начальной D_0 и конечной D_k измеряемых дальностей. Чтобы увеличить захват местности (полосу обзора), нужно увеличить время от начала посыла импульсов до их приема.



а



Система координат радиолокационного изображения задается следующим образом (рис. 8.19). Ось y_c совпадает с одной из строк изображения. Начало системы координат *о* совпадает с точкой, соответствующей начальной дальности D_0 , которая фиксируется в момент съемки. Ось x_c дополняет систему до правой. Таким образом, измерив координату y_c любой точки изображения, можно узнать наклонную дальность до этой точки:

$$D = D_0 + ky_c, (8.9.1)$$

где *k* — масштабный коэффициент, который определяется в результате калибровки системы.

Система координат самой радиолокационной системы задается следующим образом (рис. 8.20): начало системы координат совпадает с точкой излучения радиоимпульса S, оси y, z лежат в плоскости излучения импульсов, ось x дополняет систему до правой. Плоскость излучения радиоимпульсов может быть произвольно ориентирована в пространстве.



§ 8.10. Методы получения стереопар радиолокационных изображений

На рис. 8.21 показан традиционный метод получения стереопар радиолокационных изображений съемки с двух параллельных маршрутов, а на рис. 8.22 — с двух разновысотных маршрутов (базис съемки *B* располагается вертикально). В первом случае (см. рис. 8.21) базис съемки *B* располагается горизонтально. Съемку с вертикального базиса удобно применять в случае, когда полеты над изучаемой территорией небезопасны, например, над территорией противника.



§ 8.11. Определение координат точек объекта по одиночному радиолокационному изображению

Положение точки местности M в системе координат объекта OXYZ определяет вектор \vec{R}_M . Вектор \vec{D} определяет положение той же точки относительно начала системы координат радиолокационной системы Sxyz. Вектор \vec{R}_S задает начало системы координат радиолокационной системы Sxyz в системе координат объекта. Нужно определить координаты точки M.

Из рис. 8.23 следует, что

$$\vec{R}_M = \vec{R}_S + \vec{D} \tag{8.11.1}$$

или в координатной форме

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix}.$$
 (8.11.2)



Здесь D_x, D_y, D_z — координаты вектора \tilde{D} в системе координат объекта. Эти координаты можно выразить через соответствующие координаты в системе координат радиолокационной системы:

$$\begin{pmatrix} D_X \\ D_Y \\ D_Z \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$
 (8.11.3)

Для определения координат x, y, z в системе координат радиолокационной системы воспользуемся рис. 8.24, из которого следует, что



где *D* — наклонная дальность (берется со снимка). Подставляя (8.11.3) и (8.11.4) в (8.11.2) получим:

$$X = X_{s} + (a_{12}\sin\varphi - a_{13}\cos\varphi)D;$$

$$Y = Y_{s} + (a_{22}\sin\varphi - a_{23}\cos\varphi)D;$$

$$Z = Z_{s} + (a_{32}\sin\varphi - a_{33}\cos\varphi)D.$$

(8.11.5)



Элементы внешнего ориентирования радиолокационной системы известны из бортовых измерений. Неизвестным является угол ф, который можно найти из третьего уравнения выражения (8.11.5) при условии, что высота точки Z известна.

Так как это уравнение нелинейно, то переходят к линейному уравнению поправок

$$a\delta\varphi = l_{\chi},\tag{8.11.6}$$

в результате решения которого находят угол ф.

Угол ф можно также найти, если известна высота фотографирования относительно определяемой точки $H = Z_s - Z$. Тогда, как следует из рис. 8.25,



Рис. 8.25

$$\cos\varphi = \frac{H}{D}.\tag{8.11.7}$$

Определив угол φ, вычисляют координаты *X* и *Y* точки *M* по первым двум уравнениям выражений (8.11.5).

§ 8.12. Определение координат точек объекта по стереопаре радиолокационных изображений

Предположим, что точка местности M изобразилась на паре радиолокационных изображений, полученных в момент S_1 и S_2 (рис. 8.26), следовательно, известны наклонные дальности D_1 и D_2 . Необходимо найти координаты вектора R_M .

Из рис. 8.26 следует, что

$$\vec{R}_{M} = \vec{R}_{Si} + D_{i}, \ i=1,2$$
 (8.12.1)

или в координатной форме

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{Si} \\ Y_{Si} \\ Z_{Si} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_{Xi} \\ D_{Yi} \\ D_{Zi} \end{pmatrix}.$$
 (8.12.2)

Подставляя в (8.12.2) значения D_{χ_i} , D_{γ_i} , D_{Z_i} из (8.11.3) получим

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{Si} \\ Y_{Si} \\ Z_{Si} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_{Xi} \\ D_{Yi} \\ D_{Zi} \end{pmatrix}.$$
 (8.12.3)

Здесь неизвестными являются углы проектирования ϕ_1 , ϕ_2 . Чтобы их найти воспользуемся соотношением, которое следует из рис. 8.26:



Рис. 8.26

$$B = D_1 - D_2 \tag{8.12.4}$$

или в координатной форме

$$\begin{pmatrix} B_X \\ B_Y \\ B_Z \end{pmatrix} = D_1 \mathbf{A}_1 \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \varphi_1 \\ -\cos \varphi_1 \end{pmatrix} - D_2 \mathbf{A}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \varphi_2 \\ -\cos \varphi_2 \end{pmatrix}.$$
 (8.12.5)

Из уравнений (8.12.5) найдем ϕ_1 и ϕ_2 , составив систему уравнений поправок вида:

$$a_{1}\delta\phi_{1} + a_{2}\delta\phi_{2} + l_{X} = v_{X};$$

$$b_{1}\delta\phi_{1} + b_{2}\delta\phi_{2} + l_{Y} = v_{Y};$$

$$c_{1}\delta\phi_{1} + c_{2}\delta\phi_{2} + l_{Z} = v_{Z}.$$

$$(8.12.6)$$

В этой системе три уравнения с двумя неизвестными. Задача решается по методу наименьших квадратов способом последовательных приближений. После нахождения углов φ_1 и φ_2 вычисляют координаты точки M по формулам (8.12.3). Аналогично поступают со всеми остальными точками.

§ 8.13. Радиолокационная интерферометрия

Радиолокационная интерферометрия представляет собой метод обработки радиолокационных изображений, позволяющий анализировать разности фаз между двумя радиолокационными изображениями, полученными с очень короткого базиса съемки (порядка 200–300 м при высоте съемки около 780 км). Съемка может выполняться одновременно двумя антеннами или одной антенной последовательно. В любом случае величина базиса съемки *В* должна быть известна с высокой степенью точности.

На рис. 8.27 показана геометрия радиолокационной интерферометрии (см. рис. 8.27, *a*) и пример съемки с помощью спутника TanDEM-X (см. рис. 8.27, *б*). Здесь D_1 , D_2 — наклонные дальности до точки местности; S_1 , S_2 — точки излучения радиоимпульсов; B — базис съемки; а — наклон базиса съемки; H — высота съемки; h — высота точки местности M.

Из рис. 8.27, а следует, что

$$\sin(\varphi - \alpha) = \frac{D_2^2 - D_1^2 - B^2}{2D_1 B}.$$
(8.13.1)





б

Рис. 8.27

Все величины, входящие в (8.13.1), известны, за исключением угла ϕ , который и определяется по формуле (8.13.1), тогда

$$h = H - D_1 \cos \varphi. \tag{8.13.2}$$

Точность определения высоты точки местности по (8.13.2) относительно низкая и зависит прежде всего от точности определения наклонных дальностей. Для космической съемки это метры.

Обозначим через ΔD разность наклонных дальностей, тогда интерферометрическая фаза, которая регистрируется, может быть вычислена как:

$$\Delta \Phi = \frac{4\pi}{\lambda} \Delta D; \qquad (8.13.3)$$

$$\sin(\varphi - \alpha) = \frac{\Delta D^2 + 2D\Delta D - B^2}{2DB},$$
(8.13.4)

где $D_2 = D + \Delta D; D = D_1; \lambda$ — длина волны.

Вычислив по (8.13.4) угол ϕ можно снова вычислить высоту точки по (8.13.2). В данном случае точность будет значительно выше, так как ΔD может быть определена с миллиметровой точностью. Точность высот точек, которая может быть достигнута, зависит от величины шума интерферометрической фазы $\delta \Phi$:

$$\delta h = \frac{D\lambda \sin \varphi}{4\pi B_0} \delta \Phi. \tag{8.13.5}$$

Из формулы (8.13.5) следует, что чем больше компонента базиса B_0 , тем лучше разрешение по высоте. Однако существует критический максимум базиса съемки, при котором интерферометрия становится невозможной:

$$B_0^{\text{KPHT}} = \frac{D\lambda \operatorname{tg} \varphi}{2\delta_D}, \qquad (8.13.6)$$

где δ_{D} — разрешение по дальности радиолокационной системы.

Например, для спутниковой радиолокационной системы Envisat длина критического базиса составляет около 1100 м. Современные радиолокационные съемочные системы для каждого пикселя регистрируют амплитуду и фазу. Амплитуда, как правило, используется для формирования яркости радиолокационного изображения. Изображение фазы используется в радарной интерферометрии.

На рис. 8.28 схематично показана технология обработки радиолокационных изображений с целью построения цифровой модели рельефа описанным выше методом интерферометрии. Сначала по радиолокационным снимкам находят соответствующие точки. Поскольку базис съемки маленький по сравнению с наклонной дальностью, отождествление соответственных точек корреляционным методом

не вызывает трудностей. Теперь зная координаты соответственных точек на снимках, по ним берут соответствующие фазы, которые фиксировались во время съемки. По формуле (8.13.3) вычисляют разность наклонных дальностей ΔD , а по (8.13.4) — угол φ . Затем по формуле (8.13.2) вычисляют превышение *h* в данной точке. Таким образом можно поступить со всеми пикселями радиолокационных изображений. В результате получим плотную цифровую модель рельефа (см. рис. 8.28).



Рис. 8.28

В 2000 г. была создана цифровая модель рельефа для 80% всей суши земного шара по радиолокационным космическим снимкам (SRTM mission) с точностью ± 16 м.

Радиолокационная интерферометрия часто применяется для оценки изменений рельефа, вызванных различными причинами, например, сейсмическими подвижками, деформацией поверхности при разработке месторождений нефти, газа
и т.д. Это направление называется дифференциальной интерферометрией. Метод позволяет измерять деформации поверхности с точностью долей длины волны радиолокационной съемочной системы, т.е. с точностью порядка нескольких миллиметров. Принципиальное преимущество дифференциальной радиолокационной интерферометрии перед другими методами мониторинга вертикальных деформаций заключается в возможности прямой фиксации изменений рельефа, произошедших между съемками.

§ 8.14. Определение координат точек местности для случая, когда измеряются эементы внешнего ориентирования (ЭВО) сенсора во время съемки

Современные съемочные системы, как правило, состоят из самого сенсора, приемника глобальной навигационной системы и инерциальной навигационной системы, которые жестко связаны между собой на борту летательного аппарата.

В качестве сенсора применяются кадровые аэрофотоаппараты (камеры), оптико-механические и оптико-электронные сканерные съемочные системы, лазерно-локационные съемочные системы, радиолокационные съемочные системы и др. Эти сенсоры, как известно, предназначены для съемки земной поверхности и других объектов. Глобальная навигационная система позиционирования ГНСС предназначена для определения линейных элементов внешнего ориентирования (ЭВО) сенсора во время съемки. Инерциальное измерительное устройство (ииу) предназначено для определения угловых элементов и совместно с ГНСС-линейных ЭВО сенсора.

Получим формулы для вычисления координат точек объекта, если известны элементы внешнего ориентирования сенсора, измеренные в полете. На рис. 8.29 показаны:

OXYZ — система координат объекта, в которой измеряется положение антенны приемника ГНСС (вектор $R_{\rm ГНСС}$); Sxyz система координат сенсора, в которой определяется положение точки объекта M (вектор R); $O_{\rm ИИУ}XYZ$ — система координат инерциального измерительного устройства, в которой определяются в результате калибровки всей съемочной системы вектор $r_{\rm ИИУ/ГНСС}$, определяющий положение антенны ГНСС и вектор $r_{\rm ИИУ/S}$, определяющий положение сенсора.



Рис. 8.29

Таким образом, вектор R_M , определяющий положение точки M объекта в системе координат объекта, можно получить (см. рис. 8.29), по формуле

$$R_{M} = R_{HHY} + \mathbf{A}_{HHY} r_{HHY/S} + \mathbf{A}_{HHY} \mathbf{A}_{HHY/S} R, \qquad (8.14.1)$$

где $R_{HHY} = R_{FHCC} - A_{HHY}r_{FHCC/HHY}$; A_{HHY} — матрица поворота, которая вычисляется по трем углам, измеряемым инерциальным измерительным устройством, т.е. эта матрица определяет угловую ориентацию системы координат $O_{HHY}XYZ$ относительно системы координат объекта OXYZ; $A_{HHY/S}$ — матрица поворота, определяющая угловую ориентацию системы координат сенсора Sxyz относительно системы координат инерциального измерительного устройства $O_{HHY}XYZ$. Эта матрица определяется в результате угловой калибровки съемочной системы.

Формула (8.14.1) может быть применена для любого сенсора, различие заключается только в определении координат вектора R в системе координат сенсора.

Для кадровой съемочной системы:

$$R = Nr; \quad r = \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -f \end{pmatrix},$$

где N — скаляр; x, y — измеренные координаты точки на снимке; x_0, y_0, f — элементы внутреннего ориентирования съемочной камеры.

Для сканерной съемочной системы:

$$R = Nr; \quad r = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$

где x, y, z — координаты единичного вектора, определяющего направление на точку местности M в системе координат сенсора (определяются на основе измерений по сканерному изображению).

Для радиолокационной и лазерно-локационной съемок:

$$R = \begin{pmatrix} 0\\ \sin \varphi\\ -\cos \varphi \end{pmatrix} D,$$

где D — измеренное расстояние от точки S до точки M; φ — угол наклона вектора R в плоскости Syz системы координат сенсора, который в радиолокационной съемочной системе вычисляется, а в лазерно-локационной системе — измеряется.

§ 8.15. Фототриангуляция по сканерным изображениям

Как известно, современные сканерные съемочные системы оснащены ГНСС/ИИУ системами для измерения элементов внешнего ориентирования сканера во время съемки. Точность этих определений вполне достаточна для решения определенного класса задач. Однако для получения максимально возможной точности обработки сканерных изображений целесообразно выполнить фототриангуляцию, которая позволяет совместно уравнять результаты фотограмметрических измерений связующих точек с результатами бортовых измерений. В результате получают более точные и надежные элементы внешнего ориентирования сканера. Для выполнения фототриангуляции необходимо выполнить съемку как минимум с тройным перекрытием сканерных изображений. Такая съемка получается, например, с помощью сканера, имеющего три линейки ПЗС в фокальной плоскости. В результате

каждая точка местности изображается на трех сканерных снимках (рис. 8.30). Если съемка ведется параллельными маршрутами с перекрытием (рис. 8.31), то в зоне перекрытия маршрутов точки местности изображаются на шести сканерных снимках. На рис. 8.32 показана схема съемки с помощью сканера, имеющего три линейки ПЗС в фокальной плоскости. При этом одна линейка снимает местность вперед по направлению полета носителя, другая снимает в надир, а третья – назад. Таким образом, для одного и того же участка местности имеем три изображения (см. рис. 8.32), полученных под разными углами, т.е. имеем три стереопары.









Рис. 8.32

Для выполнения фототриангуляции сначала из всех центров проекции выделяют, так называемые «фиксированные центры проекции» через равные интервалы времени. На рис. 8.30 эти центры проекции показаны черными квадратиками (S_k, S_{k+1}, \ldots) , а соответствующие им строки изображений на рис. 8.32 выделены черным цветом. В результате фототриангуляции определяют элементы внешнего ориентирования сканера для фиксированных центров проекции. Интервал времени между двумя фиксированными центрами проекции зависит от точности ГНСС и инерциальной системы. Чем точнее инерциальная система тем больше интервал времени между фиксированными центрами проекции можно выбрать, с тем чтобы не терять точность определения координат центров проекции при интерполировании. С геометрической точки зрения расстояние между двумя фиксированными центрами проекции при интерполировании. С геометрической точки зрения расстояние между двумя фиксированными центрами проекции при интерполировании.

Фототриангуляция выполняется на основе известных уравнений коллинеарности:

$$x = -f \frac{a_{11}(X - X_s) + a_{21}(Y - Y_s) + a_{31}(Z - Z_s)}{a_{13}(X - X_s) + a_{23}(Y - Y_s) + a_{33}(Z - Z_s)};$$

$$y = -f \frac{a_{12}(X - X_s) + a_{22}(Y - Y_s) + a_{32}(Z - Z_s)}{a_{13}(X - X_s) + a_{23}(Y - Y_s) + a_{33}(Z - Z_s)},$$
(8.15.1)

где X, Y, Z — координаты точки объекта M (см. рис. 8.30) в системе координат объекта; x, y — координаты соответствующей точки в системе координат сканера; X_s , Y_s , Z_s , ω , α , κ — элементы внешнего ориентирования сканера в момент формирования изображения точки объекта M.

ЭВО сканера вычисляются следующим образом:

$$X_{s} = cX_{sk} + (1-c)X_{sk+1} - \delta X_{s}$$

$$Y_{s} = cY_{sk} + (1-c)Y_{sk+1} - \delta Y_{s};$$

$$Z_{s} = cZ_{sk} + (1-c)Z_{sk+1} - \delta Z_{s};$$

$$\omega = c\omega_{k} + (1-c)\omega_{k+1} - \delta\omega;$$

$$\alpha = c\alpha_{k} + (1-c)\alpha_{k+1} - \delta\alpha;$$

$$\kappa = c\kappa_{k} + (1-c)\kappa_{k+1} - \delta\kappa,$$

где $c = \frac{t_{k+1} - t}{t_{k+1} - t_k}$; $\delta X_s = c X_{Sk}^{\Gamma HCC} + (1 - c) X_{Sk+1}^{\Gamma HCC} - X_s^{\Gamma HCC}$; $\delta Y_s = c Y_{Sk}^{\Gamma HCC} + (1 - c) Y_{Sk+1}^{\Gamma HCC} - Y_s^{\Gamma HCC}$; $\delta Z_s = c Z_{Sk}^{\Gamma HCC} + (1 - c) Z_{Sk+1}^{\Gamma HCC} - Z_s^{\Gamma HCC}$; $\delta \omega = c \omega_k^{HHY} + (1 - c) \omega_{k+1}^{HHY} - \omega^{HHY}$; $\delta \alpha = c \alpha_k^{HHY} + (1 - c) \alpha_{k+1}^{HHY} - \alpha^{HHY}$;

 $\delta \kappa = c \kappa_k^{HHy} + (1-c) \kappa_{k+1}^{HHy} - \kappa^{HHy}; X_{Sk}, Y_{Sk}, Z_{Sk}, \omega_k, \alpha_k, \kappa_k$ — элементы внешнего ориентирования сканера в момент формирования изображения в фиксированном центре проекции $S_k; X_{Sk+1}, Y_{Sk+1}, Z_{Sk+1}, \omega_{k+1}, \alpha_{k+1}, \kappa_{k+1}$ — ЭВО сканера в момент формирования 220 изображения в фиксированном центре проекции S_{k+1} ; c — коэффициент интерполяции; t — время формирования изображения точки объекта M; t_k и t_{k+1} — ближайшие к t время, когда сканер находился в фиксированных центрах проекции S_k и S_{k+1} ; $X_{Sk}^{\Gamma HCC}$, $Y_{Sk}^{\Gamma HCC}$, $Z_{Sk}^{\Gamma HCC}$, $X_{Sk+1}^{\Gamma HCC}$, $Y_{Sk+1}^{\Gamma HCC}$, $Z_{Sk+1}^{\Gamma HCC}$, $Z_{Sk}^{\Gamma HCC}$,

Уравнения (8.15.1) составляются для связующих и опорных точек. В качестве неизвестных в этих уравнениях выступают элементы внешнего ориентирования сканера в момент формирования изображения в фиксированных центрах проекции и координаты *X*,*Y*,*Z* связующих точек. В качестве связующих точек выбирают любые контурные точки, опознанные на перекрывающихся изображениях и равномерно распределенные по площади изображений. Уравнения (8.15.1) являются нелинейными, поэтому переходят к линейным уравнениям поправок и задачу решают по методу наименьших квадратов способом последовательных приближений. К системе уравнений (8.15.1) добавляют уравнения для бортовых измерений, выполненных с помощью ГНСС и ИИУ, аналогично тому, как это делалось в фототриангуляции по способу связок по кадровым снимкам. Эти группы уравнений решают совместно. В результате получают уравненные значения ЭВО сканера в момент формирования изображения в фиксированных центрах проекции и координаты связующих точек. Если результаты бортовых измерений отсутствуют, по каким-либо причинам, то фототриангуляцию можно выполнить только по связующим и опорным точкам.

По элементам внешнего ориентирования сканера в момент формирования изображения в фиксированных центрах проекции, полученным в результате фототриангуляции, и по результатам бортовых измерений ГНСС/ИИУ определяют уточненные значения элементов внешнего ориентирования для каждой строки сканерного изображения и выполняют по ним трансформирование каждой строки изображения. Полученные таким образом изображения используются для получения цифровой модели рельефа, ортофотопланов и т.п.

§ 8.16. Ортофототрансформирование изображений, полученных сканерными съемочными системами

Ортофототрансформирование кадровых космических снимков выполняется по тем же алгоритмам, что и аэрофотоснимки. При создании ортофотопланов по изображениям, полученным с помощью сканерных съемочных систем, имеются особенности, связанные прежде всего с геометрией построения таких изображений. Как известно, у таких изображений каждый пиксель или строка (в зависимости от типа сканерной системы) имеют свои элементы внешнего ориентирования. Поэтому достаточно сложно реализовать обратное трансформирование из-за невозможности установить однозначное соответствие между точками местности и сканерного изображения. Ортофототрансформирование сканерных изображений можно выполнить с помощью прямого трансформирования по известным элементам внешнего ориентирования каждой строки или точки или с помощью обратного трансформирования, используя RPC-коэффициенты. Рассмотрим каждый из этих вариантов ортофототрансформирования.

Прямое трансформирование. Суть метода заключается в следующем. Предположим, что для каждого пикселя m(x, y) сканерного изображения известны элементы внешнего ориентирования (рис. 8.33).





Тогда можно найти координаты X, Y, Zсоответствующей точки местности M как точки пересечения вектора S_im с цифровой моделью рельефа. Затем в пиксель ортофотоизображения с координатами X, Y переносится яркость пикселя исходного изображения d (см. рис. 8.33). Таким образом поступают с каждым пикселем сканерного изображения. В результате получают ортофотоплан на заданный участок местности.

Определение координат X, Y, Z точки местности M производится методом приближений, следующим образом. Сначала вычисляются значения координат X, Y в системе координат цифрового ортофотоплана по формулам

$$X = X_{s} + (Z - Z_{s})\frac{X'}{Z'}; \qquad \begin{bmatrix} X'\\Y'\\Y'\\Z' \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} x - x_{0}\\y - y_{0}\\-f \end{bmatrix}$$
(8.16.1)

или по формулам

$$X = \frac{R_1(x, y, Z)}{R_2(x, y, Z)}; \quad Y = \frac{R_3(x, y, Z)}{R_4(x, y, Z)}.$$
(8.16.2)

В первом приближении значение высоты узла принимают равной среднему значению высот точек цифровой модели рельефа Z_1 (рис. 8.34). По вычисленным значениям X_1 , Y_1 по цифровой модели рельефа методом билинейной интерполяции определяют уточненное значение высоты точки Z_2 , по которому определяют

уточненное значение координат точки X_2, Y_2 . По координатам X_2, Y_2 , в свою очередь, определяют новое значение высоты точки Z_3 . Вычисление продолжают до тех пор, пока разность значений координат X и Y точки в приближениях не будут превышать установленного допуска. Возможен вариант, в котором контролируется разность высот точек в приближениях.

Прямое трансформирование имеет некоторые недостатки, а именно этот метод требует больших затрат машинного времени из-за итерационного про-



цесса нахождения координат точки местности *M*, соответствующей точке сканерного изображения *m*. Кроме того, в этом случае могут получиться разрывы в изображении ортофотоплана.

Обратное трансформирование. Суть обратного трансформирования заключается в следующем. Задаваясь координатами X, Y какого-либо пикселя на ортофотоплане, по цифровой модели рельефа определяют координату Zточки местности M (см. рис. 8.33). Затем по известным элементам внутреннего и внешнего ориентирования снимка и координатам точки местности Mпо уравнениям коллинеарности вычисляют координаты x, y, соответствующей точки m на исходном снимке по которым берется яркость d и переносится на ортофотоплан.

Реализация данного принципа трансформирования для сканерных изображений проблематична, так как неизвестно в какой момент времени было сформировано изображение точки местности M, а следовательно, непонятно на какой строке сканерного изображения находится данное изображение, т.е. элементы внешнего ориентирования какой строки сканерного изображения следует использовать для данной точки. Поэтому задача обратного трансформирования реализуется в полной мере только при наличии RPC-коэффициентов. В этом случае, после нахождения координаты Z точки M местности по цифровой модели рельефа вычисляют координаты x,y точки m сканерного изображения, используя уравнения (8.5.7). Затем, по полученным координатам берется яркость изображения d и переносится на ортофотоснимок.

В настоящее время большинство поставщиков сканерных космических изображений поставляют эти изображения вместе со значениями RPCкоэффициентов. Если на данный участок местности имеются еще и опорные точки, то возможно уточнение значений RPC- коэффициентов в современных фотограмметрических системах. Это позволяет несколько повысить точность построения ортофотоплана по таким изображениям.



§ 8.17. Особенности обработки космических изображений, полученных отечественным аппаратом Ресурс-П

Рис. 8.35



Рис. 8.36

Как известно, некоторые сканерные съемочные системы (например, система, установленная на КА Ресурс П) имеют в фокальной плоскости объектива набор матриц, расположенных в шахматном порядке, как это показано на рис. 8.6. Изображение получается за счет перемещения космического аппарата. Причем строка изображения формируется путем накопления световой энергии, поступающей от одного и того же участка местности последовательно от одной строки матрицы к другой. В результате получается изображение, состоящее из сканов (рис. 8.35 и 8.36), каждый из которых получен с помощью своей матрицы. Матрицы расположены в фокальной плоскости с небольшим перекрытием (см. рис. 8.6 и 8.35). Это перекрытие между сканами используется для объединения соседних сканов в одно единое изображение. Большинство алгоритмов получения единого изобра-

жения основано на нахождении общих точек в зоне перекрытия сканов и вычисления коэффициентов уравнений (аффинные, проективные, полиномы различных степеней и т.д.), позволяющих сдвинуть, повернуть, растянуть один скан относительно другого, с тем чтобы изображение последующего скана было продолжением предыдущего. Такой подход получения единого изображения дает хорошие результаты если местность равнинная. В случае горной местности в зоне перекрытия сканов будут смещения одноименных точек, зависящие от превышений на местности, т.е. эти смещения будут разные в разных частях изображений. Можно использовать полиномы более высоких степеней для описания этих смещений, вызванных рельефом местности. Однако, совершенно очевидно, что этот подход не может дать хороших результатов, особенно при больших перепадах высот на местности. Кроме того, при объединении сканов в единое изображение, каждая строка которого (рис. 8.37)

будет состоять из фрагментов изображений, полученных в разных сканах (четные и нечетные ряды матриц). Количество фрагментов в строке общего изображения равно числу матриц, формирующих изображение отдельных сканов. Элементы внешнего ориентирования для четных и нечетных фрагментов будут естественно разными, так как эти фрагменты получены в разное время (см. рис. 8.35). Элементы внешнего ориентирования результирующей строки (см. рис. 8.37) берут, как правило, равными средним значениям между четными и нечетными фрагментами. Естественно, это приводит к некоторой методической ошибке при дальнейшей фотограмметрической обработке единого изображения.

Рис. 8.37

Задачу можно решить по другому. Предположим, что для каждой строки каждого скана известны элементы внешнего ориентирования. Кроме того, известна цифровая модель рельефа на данный участок местности. Тогда можно выполнить ортотрансформирование каждого скана в отдельности, рассматривая их как независимые изображения, а затем получить единый ортофотоплан путем объединения уже трансформированных изображений отдельных сканов.

Такой подход подразумевает реализацию прямого метода трансформирования (см. § 8.16). Недостатком этого метода, как известно, является необходимость выполнения итерационного процесса нахождения точек пересечения проектирующих лучей (вектор *r* на рис. 8.6), восстановленных для каждого пикселя исходных сканов по элементам внутреннего и внешнего ориентирования сканера, с учетом цифровой модели рельефа. Это достаточно длительный процесс. Кроме того, в результирующем изображении могут появиться «пустые» пиксели. Поэтому лучше сначала вычислить RPC-коэффициенты для каждого скана в отдельности (см. § 8.6), а затем реализовать обратное трансформирование, свободное от этих недостатков.

На рис. 8.38 показан принцип формирования ортофотоплана по множеству сканов. Суть заключается в следующем. Задаваясь координатами X,Y какого-либо пикселя M_0 на ортофотоплане, по цифровой модели рельефа определяют координату Z точки местности M. Затем по известным RPC-коэффициентам скана и координатам точки местности M по уравнениям (8.6.1) вычисляют координаты соответствующей точки m на исходном скане x, y, по которым берется яркость d и переносится на ортофотоплан. Так поступают со всеми пикселями ортофотоплана. Если точка местности M изобразилась на двух сканах в зоне перекрытия, то в качестве яркости пикселя ортофотоплана можно взять среднее значение.

Кроме ортофотоплана по этой же схеме можно получить дополнительно изображение данного участка местности в центральной проекции. Для этого достаточно задаться в общем случае произвольными значениями элементов внутреннего и внешнего ориентирования квазиснимка (см. рис. 8.38). Элементы внутреннего ориентирования можно задать, например, такими: $x_0 = y_0 = 0$, f = const. Элементы внешнего ориентирования можно задать следующими: углы наклона и поворота равны нулю, а координаты центра фотографирования квазиснимка взять как средние значения для сканерного изображения. Тогда, получив значение яркости для точки местности M помещают ее не только в ортофотоплан, но и в квазиснимок, вычислив координаты соответствующей точки m(x,y) квазиснимка по уравнениям коллинеарности. Получив таким образом квазиснимок можно обрабатывать его как кадровый снимок в любой фотограмметрической системе.



Рис. 8.38

Точность формирования ортофотоплана и квазиснимка будут завесить в первую очередь от точности исходной цифровой модели рельефа и элементов внешнего ориентирования сканера при получении изображений сканов.

Если имеется стереопара сканерных изображений, то получение ортофотоплана можно выполнить одновременно с построением плотной цифровой модели поверхности, что естественно должно повысить точность ортофотоплана. При этом не требуется ЦМР как исходная информация. Она получается в результате обработки стереопары. В основу метода положено автоматическое построение плотного облака точек по множеству снимков (в нашем случае сканов) на основе полуглобального метода отождествления соответственных точек в пространстве объекта (см. главу 6).

Сначала данный участок местности представляется в виде воксельной структуры (рис. 8.39) в системе координат объекта (*OXYZ*). При этом каждый воксель имеет размеры ΔX , ΔY , ΔZ , которые можно задать, например, равными размерам пикселя изображения на местности или равными заданной точности определения координат точек объекта. Затем, для каждого вокселя с координатами *X*,*Y*,*Z* вычисляются координаты *x*,*y* соответствующих точек на всех сканах стереопары, на которых изображается данная точка местности (координаты *x*,*y* находятся в пределах формата скана), используя при этом уравнения (8.6.1). По координатам *x*,*y* вычисляются соответствующие оптические плотности изображения d_{xy} , которые используются для вычисления стоимости отождествления



$$C_{XYZ} = d_{xy}^1 - d_{xy}^2. ag{8.17.1}$$

Рис. 8.39

Стоимость отождествления (8.17.1) вычисляется для всех пар сканов стереопары, для которых вычислены координаты *x*,*y*. Затем минимальная стоимость из них помещается в соответствующий воксель с координатами *X*,*Y*,*Z*. Далее осуществляется добавление стоимости в зависимости от разности координат *Z* соседних вокселей:

$$E(Z) = \sum \left\{ C_{XYZ} + \sum P_1 \left[\left| Z - Z_q \right| = 1 \right] + \sum P_2 \left[\left| Z - Z_q \right| > 1 \right] \right\}.$$
 (8.17.2)

Затем анализируются координаты Z по восьми направлениям r (красные линии на рис. 8.39) для каждого вокселя с координатами X,Y,Z и осуществляется добавление стоимости следующим образом:

$$L_{r}(X,Y,Z) = C(X,Y,Z) + \min\{L_{r}(X_{r},Y_{r},Z), L_{r}(X_{r},Y_{r},Z-\Delta Z) + P_{1}, L_{r}(X_{r},Y_{r},Z+\Delta Z) + P_{1}, \min_{i}L_{r}(X_{r},Y_{r},i\Delta Z) + P_{2}\} - (8.17.3) - \min_{k}L_{r}(X_{r},Y_{r},k\Delta Z).$$

Финальное значение (сглаженное) стоимостей отождествления для каждого вокселя S(X,Y,Z) получается путем суммирования стоимостей $L_r(X,Y,Z)$ по всем направлениям r:

$$S(X,Y,Z) = \sum_{r} L_{r}(X,Y,Z).$$
 (8.17.4)

Результатом отождествления всех соответственных точек сканов является минимальное значение стоимости S(X,Y,Z). А окончательное значение координат Z для каждого вокселя с координатами X,Y берется то, для которого стоимость S(X,Y,Z)минимальна.

Если каждому вокселю с найденными таким образом значениями Z присвоить яркости, взятые с исходных сканов, то в результате получается регулярная текстурированная цифровая модель поверхности и ортофотоплан как ортогональная проекция этой модели на плоскость (см. рис. 8.39).

§ 8.18. Особенности обработки космических изображений полученных отечественным аппаратом «Канопус-В»

Съемочная система аппарата «Канопус-В» и белорусского аппарата БКА имеют отличительную от многих других съемочных систем, особенность. В фокальной плоскости аппарата находятся шесть матриц ПЗС, расположенных в шахматном порядке в два ряда (относительно направления движения спутника по орбите). В момент съемки все шесть матриц формируют шесть микрокадров. Фактически, эти шесть микрокадров являются одним кадром, так как сформированы в один момент времени и одним объективом. Микрокадры каждого последующего кадра заполняют пустоты между микрокадрами предыдущего кадра, тем самым обеспечивается связь между соседними кадрами. Схема перекрытия микрокадров, показана на рис. 8.40.

Нестандартный подход к формированию изображения делает данные «Канопус-В» и БКА менее привлекательными для потенциальных заказчиков, так как приходится при фотограмметрической обработки иметь дело с множеством

микрокадров, каждый из которых имеет свои RPC-коэффициенты. Поэтому часто это множество микрокадров, принадлежащих одному маршруту съемки, объединяют в один условный кадр с едиными RPC-коэффициентами.



Как известно, для нахождения RPC-коэффициентов для любого изображения (вне зависимости от того, какой съемочной системой это изображение было получено) необходимо иметь множество точек на изображении с координатами x, yи соответствующие им координаты точек объекта X,Y,Z. Тогда, составляя уравнения (8.5.6) или (8.5.7) для каждой пары точек (x,y) и (X,Y,Z) находят RPC-коэффициенты по способу наименьших квадратов.

Наша задача найти множество точек условного кадра, состоящего из нескольких микрокадров, и соответствующих им точек объекта. Это можно сделать следующим образом. Сначала находят множество соответствующих точек снимок–объект для каждого микрокадра в отдельности, используя их RPC-коэффициенты. Затем формируют условный кадр и перевычисляют координаты x_i,y_i точек микрокадров (*i* — номер микрокадра) в систему координат условного кадра x,y. При этом соответствующие им точки объекта будут, естественно, те же, что и для микрокадров. Теперь можно найти RPC-коэффициенты для условного кадра на основе уравнений (8.5.6) или (8.5.7).

Рассмотрим каждый этап получения RPC-коэффициентов для условного кадра более подробно.

На рис. 8.41 показан геометрический принцип получения множества точек снимок-объект для любого микрокадра. Здесь $x_i y_i$ — система координат микрокадра (*i* — номер микрокадра); *OXYZ* — система координат объекта.

На каждом микрокадре задается регулярная сетка, для каждого узла которой вычисляются соответствующие координаты точек объекта по формулам (8.5.6)

или (8.5.7), задаваясь координатой Z. В качестве координаты Z берут, как правило, максимальную, минимальную и среднюю высоты (Z₁, Z₂, Z₂) для данного участка местности (см. рис. 8.41). В нашем случае целесообразно выбрать участок местности, покрываемый условным кадром.





Если в качестве исходной информации для каждого микрокадра известны RPCкоэффициенты для прямых формул (8.5.6), то вычисление координат точек объекта для каждого узла сетки микрокадра выполняется непосредственно по формулам (8.5.6).

Если в качестве исходной информации для каждого микрокадра известны RPCкоэффициенты для обратных формул (8.5.7) (наиболее распространённый вариант на сегодняшний день), то вычисление координат точек объекта для каждого узла сетки микрокадра выполняется следующим образом. Поскольку уравнения (8.5.7) являются нелинейными относительно неизвестных координат X,Y, то решение находят методом последовательных приближений, для этого от уравнений (8.5.7) переходят к уравнениям поправок вида:

$$e_1 \delta X + e_2 \delta Y + l_x = 0; \quad g_1 \delta X + g_2 \delta Y + l_y = 0,$$
 (8.18.1)

где e_1, e_2, g_1, g_2 — частные производные от уравнений (8.5.7) по координатам X, *Y*; δ*X*, δ*Y* — поправки к приближенным значениям неизвестных координат *X*, *Y*; 230

 l_x , l_y — свободные члены уравнений поправок, т.е. значения функций (8.5.7), вычисленные по известным координатам точки микрокадра *x*,*y*, координате *Z*, RPCкоэффициентам и приближенным значениям неизвестных координат *X*,*Y*.

В результате решения уравнений (8.18.1) получают поправки δX , δY , на величины которых уточняют приближенные значения неизвестных и снова составляются и решаются уравнения (8.18.1). Так поступают до тех пор, пока поправки δX , δY станут пренебрегаемо малыми величинами. Аналогично получают координаты в системе координат объекта для всех узлов сетки микрокадров и всех значений Z (см. рис. 8.41).

Далее микрокадры объединяются в единое изображение, условный кадр. На рис. 8.42 отображено расположение микрокадров маршрута съемки в условном кадре. Для нахождения положения микрокадров в общей системе координат условного кадра используются общие точки, находящиеся в зонах перекрытий микрокадров, которые находятся методом корреляции.



Рис. 8.42

Теперь зная, пиксельные координаты узлов сетки микрокадров в единой системе координат условного кадра *x*, *y* и соответствующие им координаты точек объекта в системе координат объекта *X*, *Y*, *Z* можно найти RPC-коэффициенты уравнений (8.5.6) или (8.5.7) единые для всего условного кадра.

ГЛАВА 9

ВОЗДУШНОЕ И НАЗЕМНОЕ ЛАЗЕРНОЕ СКАНИРОВАНИЕ

Лазерный сканер представляет собой прибор, предназначенный для получения трехмерной модели объектов в виде облака точек, каждая точка которого имеет пространственные координаты *X*,*Y*,*Z* и интенсивность отраженного сигнала.

Существуют два типа лазерных сканеров. Первый основан на принципе измерения времени прохождения лазерного луча от сканера до объекта и обратно, что позволяет вычислить расстояние до точки объекта. Второй основан на принципе триангуляции, когда съемка ведется с некоторого жесткого базиса. Кроме того, все лазерные сканеры можно условно разделить на три большие группы: воздушные, наземные и мобильные в зависимости от того куда они устанавливаются. Все они имеют свои конструктивные особенности. Воздушные лазерные сканеры предназначены для создания цифровых моделей поверхности, рельефа и местности. Они устанавливаются на пилотируемые и беспилотные воздушные суда. Наземные лазерные сканеры предназначены для создания 3D-моделей объектов архитектуры, строительства, инженерных объектов и т.д. Съемка ведется со штатива или с руки. Мобильные лазерные сканеры предназначены для съемки вытянутых объектов: дороги, улицы городов, береговая линия и т.д. Они устанавливаются на автомобили, железнодорожный подвижный состав, катера, тракторы и т.д. Сканеры, основанные на принципе триангуляции применяются только в наземных лазерных сканерах.

Ниже более подробно рассматриваются все виды лазерных сканеров.

§ 9.1. Принцип действия воздушного лазерного сканера

Воздушный лазерный сканер по принципу действия напоминает оптико-механический сканер (см. главу 8), только вместо диафрагмы имеется лазер, с помощью которого сканируется (облучается) поверхность Земли (рис. 9.1). Эта съемочная система относится к активным системам. Лазерный луч с определенной частотой импульсов посылается в сторону поверхности Земли, возвращается в съемочную систему и фиксируется в приемнике излучения в виде интенсивности отраженного сигнала. Кроме того, фиксируется время прохождения лазерного луча от лазера до поверхности Земли и обратно до приемника излучений, что позволяет определить расстояние D до данной точки Земли (рис. 9.2). Фиксируя угол поворота зеркала φ , можно определить координаты точки поверхности Земли в системе координат сканера *Sxyz*, а зная элементы внешнего ориентирования сканера в этот момент, можно вычислить координаты этой точки в системе координат объекта *OXYZ*. Таким образом, результатом работы лазерного сканера является трехмерная модель снимаемого объекта в виде облака точек с известными координатами *X*, *Y*, *Z* и интенсивностью отраженного сигнала.

Система координат лазерного сканера задается следующим образом (см. рис. 9.2).



Рис. 9.1





Начало системы S совпадает с точкой пересечения оси вращения зеркала с оптической осью системы. Ось x совпадает с осью вращения зеркала. Ось z проходит через центр проекции S и совпадает с биссектрисой угла поля зрения сканера θ . Ось y дополняет систему до правой. Положительное направление оси x совпадает с направлением полета.

Координаты вектора \overrightarrow{SM} в системе координат сканера определяют как

$$\overline{SM} = \begin{pmatrix} 0\\ \sin \varphi\\ -\cos \varphi \end{pmatrix} D, \qquad (9.1.1)$$
233

где D = vt/2; v — скорость распространения электромагнитных волн; t — время прохождения лазерного луча от сканера до земли и обратно.

Если известны элементы внешнего ориентирования X_{Si} , Y_{Si} , Z_{Si} , α_i , ω_i , κ_i лазерного сканера в момент измерения наклонного расстояния D, то координаты точки M в системе координат объекта можно определить по известным формулам:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{Si} \\ Y_{Si} \\ Z_{Si} \end{pmatrix} + \mathbf{A} \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \varphi \\ -\cos \varphi \end{pmatrix} D.$$
(9.1.2)

Элементы внешнего ориентирования X_{Si} , Y_{Si} , Z_{Si} , α_i , ω_i , κ_i лазерного сканера во время съемки определяются с помощью блока определения положения и ориентации, включающего в себя инерциальное измерительное устройство (ИИУ) и ГНСС-приёмник.

На рис. 9.3 показан принцип формирования отраженного сигнала в зависимости от снимаемого объекта. Лазерный луч сканера может проникать через зеленые насаждения и доходить до земли. Лазерный импульс, выпущенный сканером имеет определенную величину сигнала (красная кривая). Повстречав на своем пути первое препятствие в виде ветки дерева луч отражается и часть энергии возвращается в приемник излучения, затем луч отражается от второй и третьей ветки дерева и наконец от поверхности земли. В результате может быть зафиксировано несколько отражений лазерного луча (синий график на рис. 9.3 при положении самолета *1*. Если лазерный луч отражается от наклонной поверхности (положение самолета *2*), то в этом случае график отраженного сигнала будет более вытянутым, без ярко выраженного экстремума, а следовательно, точность определения расстояния будет естественно ниже. При съемке горизонтальной поверхности без растительности (положение самолета *3*),



Рис. 9.3

получим наилучшую точность определения расстояния до объекта, так как график отраженного сигнала имеет ярко выраженный экстремум с большей амплитудой.

На рис. 9.4 показаны облака точек, полученные по результатам первого (см. рис. 9.4, а) и последнего (см. рис. 9.4, б) отражения лазерного сканера. Как видно, по результатам сканирования можно достаточно хорошо выделить точки, принадлежащие растительности и твердым объектам (земля и здания).

На рис. 9.5 приведены типичные результаты съемки с помощью воздушного лазерного сканера после классификации облака точек (выделения точек, принадлежащих различным объектам: рельеф, строения, растительность и т.п.).







Рис. 9.5

§ 9.2. Устройство и технические характеристики воздушных лазерных сканеров

На рис. 9.6 показана принципиальная схема воздушного лазерного сканера, здесь 1 — лазерный дальномер; 2 — лазерный луч; 3 — вертикальная развертка (вращающаяся полигональная зеркальная призма); 4 — интерфейс, обеспечивающий временными метками все измерения (расстояние, угол сканирования, амплитуда сигнала), используя время от ГНСС приемника; 5 — рабочая станция оператора (компьютер); 6 — цифровой накопитель данных; 7 — высокоскоростной интерфейс передачи данных





В качестве зеркальной призмы могут использоваться призмы различной формы (рис. 9.7), которые обеспечивают съемку земли под разными углами. Некоторые сканеры имеют сразу два сканерных дальномера в одном корпусе (см. рис. 9.7 *б*, *в*), что позво-ляет в два раза увеличить плотность облака точек. На рис. 9.8 показан пример съемки сканером Riegl VQ-1560i, имеющим два дальномера. Каждый из двух каналов формирует параллельные прямые линии сканирования (см. рис. 9.7, *в*).



Рис. 9.7

Их оси развёрнуты относительно друг друга на 28°, что позволяет выполнять измерения с равномерным распределением точек, независящим от рельфа снимаемого участка.

Рис. 9.9 поясняет геометрический смысл некоторых важных характеристик воздушного сканера, здесь Θ — угол поля зрения сканера; H — высота сканирования над землей; SW — полоса захвата; g — угол расхождения лазерного луча; D — размер пятна лазерного луча на земле.



Рис. 9.8



Рис. 9.9

Величины Θ и g указываются в паспорте сканера, а SW и D — вычисляются в зависимости от высоты съемки H:

$$SW = 2H \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right), \qquad D = 2H \operatorname{tg}\left(\frac{g}{2}\right).$$

На рис. 9.10 показаны некоторые примеры наиболее распространенных воздушных лазерных сканеров, в табл. 9.1 приведены их характеристики.



Рис. 9.10

Т	а	б	л	И	Ш	а	9.	1
-	~	~	•••		-	~		-

Характеристики	Trimble AX80	Leica ALS80	Riegl VQ-1560i	АГМ-МС3	Riegl mini VUY-1DL
Расстояние, м: min max	50 4700	100 5000	50 5600	200	3 200
<i>g</i> , мрад	0,25	0,25	0,25		
<i>D</i> на 1000 м, см	25	25	25		16 /100 м
θ, угл. градусы	60	75	60	360	46
<i>SW</i> , м	5400	7600	6500		170
Точность измерения расстояния, мм/м	20/50	50/50	20/250	30/	15/
Частота импульсов, кГц	800	500	2000	600	100
Число отражений	10	Не ограничено	Не ограничено		5
Вес, кг	70	47	65	1.5	2.4

§ 9.3. Принцип действия батиметрического воздушного лазерного сканера

В настоящее время выполняется регулярная съёмка внутренних водоёмов с целью оценки динамики изменения донных отложений и ухудшения водотоков, измерения расхода воды и её уровня, структуры и местных изменений русла рек и прибрежных зон. Также большое внимание уделяется съемке шельфовой зоны морского поборежья. Наиболее экономически целесообразный способ проведения таких съёмок — батиметрическое (гидрографическое) воздушное лазерное сканирование с летательных аппаратов. При этом глубина водоема, которая может позволить изучить рельеф дна в значительной степени зависит от прозрачности воды. При благоприятных условиях съемка дна может быть осуществлена при глубине до 50 м.

Батиметрические лазерные сканеры могут состоять из двух лазерных дальномеров (рис. 9.11). Первый работает в инфракрасном диапазоне волн (длина волны 1064 нм), а второй—в зеленой зоне спектра (длина волны 532 нм). Инфракрасный лазерный луч используется для определения расстояния до поверхности воды, так как он отражается от поверхности воды и не проникает в глубь. Зеленый лазерный луч проникает в воду и отражается от поверхности дна. Глубину воды и координаты точки отражения от поверхности дна можно рассчитать, используя угол сканирования, расстояние до поверхности воды, время прохождения луча и угла отражения зеленого лазерного луча. Батиметричекий лазерный сканер, по сравнению с топографическим воздушным лазерным сканером, требует большей энергии для своей работы, так как лазерный луч подвергается рефракции, поглощению и рассеиванию во время прохождения через воду. Поэтому такой сканер работает на меньших частотах и меньших высотах съемки. Современные гидрографические воздушные сканеры используют один зеленый дальномер, так как он позволяет обработывать несколько отраженных сигналов.



Рис. 9.11

Например, батиметрический сканер Riegl VQ-820-G имеет угол поля зрения 60°, частоту импульсов 520 кГц, точность 25 мм на 150 м. При этом максимальная высота съемки 600 м над водой (для батиметрических измерений) и 1200 м над землей — для топографии.

§ 9.4. Принцип действия наземного лазерного сканера

Наземный сканер предназначен для съемки различных объектов (зданий, сооружений), местности и т.д. Результат съемки — трехмерная модель объекта в виде совокупности точек, для каждой из которых определены пространственные координаты *X*, *Y*, *Z* и интенсивность отраженного сигнала *d*. Все наземные сканеры можно разделить по принципу действия на три группы: импульсные, фазовые и триангуляционные. Рассмотрим каждую из этих групп.

Импульсные и фазовые сканеры представляют собой устройство, объединяющее в себе теодолит, лазерный дальномер и сенсор. Таким образом, для любой точки объекта регистрируются горизонтальный φ и вертикальный v углы с помощью теодолита, расстояние *D* с помощью лазерного дальномера и интенсивность отраженного сигнала *d* дальномера с помощью сенсора (рис. 9.12).



Рис. 9.12

Задавая диапазон (ϕ_{\min} , ν_{\min} , ϕ_{\max} , ν_{\max}) и шаг ($\Delta \phi$, $\Delta \nu$) изменения горизонтальных и вертикальных углов, сканер автоматически с помощью моторов последовательно устанавливает луч лазера и регистрирует параметры ϕ , v, D и d для каждой точки

объекта в заданных пределах. Точность установки $\Delta \phi$, Δv с помощью моторов ниже точности измерения углов ϕ , v, поэтому для каждой точки сканирования регистрируются значения ϕ , v.

Соответствующие координаты точек модели объекта вычисляются по известным формулам:

$$X' = D\cos\nu\sin\varphi; \quad Y' = D\cos\nu\cos\varphi; \quad Z' = D\sin\nu. \tag{9.4.1}$$

Координаты точек модели объекта X', Y', Z' получаются в пространственной системе координат сканера (модели) SX'Y'Z' (см. рис. 9.12). Эта система координат связана с системой отсчетов горизонтальных и вертикальных углов в сканере и в общем случае произвольно ориентирована в пространстве. В зависимости от метода измерения расстояния D сканеры можно разделить на две большие группы: импульсные и фазовые.

Импульсные сканеры основаны на измерении времени *t* (рис. 9. 13, *a*) прохождения лазерного луча от сканера до объекта и обратно. В этом случае расстояние вычисляется как:

$$D = \frac{vt}{2},\tag{9.4.2}$$

где *v*—скорость распространения электромагнитных волн.

Фазовые сканеры основаны на измерении разности фаз $\Delta \phi$ (рис. 9. 13, δ) посылаемых и принимаемых модулированных сигналов и количества целых длин волн между сканером и объектом. Расстояние можно вычислить по формуле

$$D = K\lambda + \frac{\Delta\phi}{2\pi}\lambda,\tag{9.4.3}$$

где *К*—целое число длин волн, укладывающихся на данном расстоянии; λ —длина волны; $\Delta \phi$ —разность фаз между прямой и обратной волной.



На рис. 9.14 показан принцип импульсного/фазового методов измерения расстояний наземным лазерным сканером. Сканирование осуществляется за счет вращения зеркал вокруг горизонтальной и вертикальной осей. Лазерный луч проходит от излучателя до объекта и обратно до приемника. При этом измеряется время прохождения луча (для импульсного сканера) или фаза (для фазового сканера). Главное преимущество фазового метода измерения расстояний—более высокая точность и скорость съемки.



Рис. 9.14

Триангуляционные сканеры. На рис. 9.15 показана принципиальная схема лазерного сканера триангуляционного типа. Сканер состоит из лазера и камеры, фиксирующей положение отраженного от объекта лазерного пятна на линейке ПЗС. Лазер и камера жестко зафиксированы относительно друг друга на величину базиса *В.* Угловая ориентация сканера (луча сканера) относительно камеры (главной оптической оси камеры) также фиксирована, т.е. угол α=const. Сканирование осуществляется за счет перемещения сканера (оператором) относительно объекта или наоборот.

Как следует из рис. 9.15 расстояние от сканера до объекта Z (отстояние) может быть вычислено по формуле

$$Z = \frac{Bf}{p + f \operatorname{tg}\alpha},\tag{9.4.4}$$

где *f*—фокусное расстояние камеры; *p*—координата изображения пятна лазера на линейке ПЗС относительно главной точки.

На практике вместо лазера, генерирующего луч, чаще используют лазер, генерирующий плоскость и дающий на объекте след в виде линии, а вместо камеры, основанной на линейке ПЗС, используют камеру с матрицей ПЗС. Это дает возможность в один момент времени измерять не одну точку объекта, а целый профиль (рис. 9.16).

На рис. 9.17 показан пример триангуляционного сканера фирмы «FARO», входящего в состав контрольно-измерительной машины (измерительной руки), которая позволяет задавать пространственное положение и ориентацию сканера в любой момент времени.







Рис. 9.16



Рис. 9.17

Подобные системы позволяют строить трехмерные модели объектов в виде облака точек в режиме реального времени с высокой степенью точности (от микронов до десятых долей миллиметра в зависимости от отстояния). Максимальное отстояние для триангуляционных сканеров составляет примерно 5 м. Ожидаемую среднюю квадратическую ошибку определения координат точек модели m_Z можно подсчитать по формуле

$$m_Z \approx \frac{Z^2}{fB} m_p. \tag{9.4.5}$$

Здесь m_p —средняя квадратическая ошибка измерения координат точек снимка, принадлежащих профилю (см. рис. 9.15). Эта величина в значительной степени зависит от разрешения камеры и от алгоритмов, применяемых для автоматического измерения координат точек снимков. Формула (9.4.5) получена на основе дифференцирования исходного уравнения (9.4.4) по измеряемой величине *p*. Недостаток метода—высокая стоимость оборудования.



Рис. 9.18

Рассмотрим другой подход к созданию трехмерных моделей объектов, основанный на применении видеокамеры, лазера с плоской разверткой и тест-объекта с сетью опорных точек (рис. 9.18).

Суть метода заключается в следующем. Исследуемый объект (в данном случае это цилиндр) помещается на фоне тест-объекта(см. рис. 9.18). Тест-объект представляет собой две плоские пластины, жестко закрепленные между собой под прямым углом. На каждую из этих пластин нанесены маркированные точки (например, в виде крестов, окружностей и т.д.), координаты X,Y,Z которых определе-

ны заранее. Перед объектом устанавливается неподвижно цифровая видеокамера, которая постоянно его снимает. В это время оператор, держа в руке только лазер с плоской разверткой, сканирует весь объект. В результате на каждом снимке отображается след пересечения плоскости сканирования с объектом 3 и тест-объектом 1 и 2 (рис. 9.19). Причем, если съемку выполнять в затемненном помещении, то на каждом снимке будет изображаться только этот след. Далее, применяя известные алгоритмы фильтрации изображения, можно выделить пиксели, принадлежащие изображению следа пересечения объекта с плоскостью сканирования. Затем для каждого пикселя восстанавливают проектирующий луч r (см. рис. 9.18) и находят точку пересечения этого луча с плоскостью сканирования P_3 . В результате получается

профиль объекта в виде набора точек с известными координатами *X*,*Y*,*Z* в системе координат тест-объекта. Затем плоскость сканирования перемещают и получают следующий профиль и т.д. Кроме того можно поменять точку сканирования или повернуть объект и получить другую серию профилей и т.д. В результате имеем 3D-модель исследуемого объекта в виде облака точек поверхности объекта с известными координатами *X*,*Y*,*Z*. При необходимости можно присвоить каждой точке реальную яркость (цвет) изображения, взяв ее со снимков объекта, полученных при нормальном освещении.

Рассмотрим более подробно алгоритм получения координат *X*,*Y*,*Z* точек объекта. Этап 1. Определение элементов внешнего ориентирования снимков.

Поскольку камера во время съемки стоит неподвижно, то все снимки будут иметь одинаковые элементы внешнего ориентирования, которые определяются путем решения обратной засечки по снимку тест-объекта. Для автоматизации процесса распознавания точек тест-объекта и измерения координат их изображений можно использовать кодированные метки. Предварительно камера калибруется.

Этап 2. Выделение пикселей на снимке (см. рис. 9.19), принадлежащих изображению следа сечения плоскости сканирования P_3 (см. рис. 9.18) с плоскостями тест-объекта P_1 , P_2 и объекта исследований не представляет никаких трудностей, так как яркости этих пикселей значительно отличаются от яркостей других пикселей. Теперь следует разделить все выделенные пиксели на три группы (см. рис. 9.19).Здесь l, 2 участки изображения следов сечения плоскости



Рис. 9.19

сканирования с плоскостями тест-объекта. Очевидно, что они на снимке изображаются в виде отдельных прямых. Это обстоятельство и используется для разделения пикселей на группы. Пиксели, которые не лежат на этих прямых, принадлежат изображению следа сечения плоскости сканирования с объектом.

Этап 3. Вычисление координат X,Y,Z точек, принадлежащих следам сечения плоскостей тест-объекта P_1 и P_2 с плоскостью сканирования P_3 . Другими словами вычисляются координаты векторов $\vec{R_1}$ и $\vec{R_2}$ (см. рис. 9.18) в системе координат объекта. Координаты вектора $\vec{R_1}$ можно определить по известным формулам фотограмметрии:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{pmatrix} + N \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix}, \end{aligned}$$
(9.4.6)
 где $\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -f \end{pmatrix}; x, y$ —координаты вектора (определены на предыдущем этапе);

А—матрица поворота системы координат снимка относительно системы координат объекта (определена в результате решения обратной засечки); X_s , Y_s ,

 Z_s —координаты центра проекции (определены в результате решения обратной засечки); x_0, y_0, f, d_x, d_y —координаты главной точки, фокусное расстояние и поправки за влияние дисторсии объектива (определяются в результате калибровки камеры); N—скаляр.

В уравнении (9.4.6) все величины известны, кроме скаляра *N*. Для его определения зададим плоскость *P*₁ (см. рис. 9.18) следующим уравнением:

$$AX + BY + CZ + D = 0. (9.4.7)$$

Коэффициенты *A*, *B*, *C*, *D* уравнения (9.4.7) находим по методу наименьших квадратов по точкам тест-объекта, у которых Y=const. Так как координаты вектора \vec{R}_1 принадлежат этой плоскости, то можно записать (подставляя (9.4.6) в (9.4.7)) следующее:

$$A(X_{s} + NX') + B(Y_{s} + NY') + C(Z_{s} + NZ') + D = 0,$$
(9.4.8)

откуда

$$N = \frac{AX_s + BY_s + CZ_s + D}{AX' + BY' + CZ'}.$$
(9.4.9)

Подставляя N, вычисленное по (9.4.9), в (9.4.6) получаем все три координаты точки, принадлежащей следу сечения плоскости P_1 плоскостью сканирования P_3 . Аналогично получаем координаты всех точек, принадлежащих этому следу. Затем получаем координаты точек, принадлежащих следу пересечения плоскости тест-объекта P_2 с той же плоскостью сканирования, т.е. координаты векторов \vec{R}_2 , используя при этом тот же алгоритм (9.4.6)–(9.4.9). Коэффициенты A, B, C, D уравнения (9.4.7) в этом случае определяются по точкам тест-объекта, у которых X= const.

Этап 4. Определение координат X,Y,Z точек, принадлежащих следу сечения плоскости сканирования и объекта, т.е. определение координат векторов \vec{R}_3 .

Задача решается по тому же алгоритму (9.4.6)–(9.4.9), описанному выше. Коэффициенты *A*, *B*, *C*, *D* уравнения (9.4.7) плоскости сканирования P_3 (см. рис. 9.18) определяются по методу наименьших квадратов, используя точки, принадлежащие этой плоскости (вектора \vec{R}_1 и \vec{R}_2), которые определены на предыдущем этапе.

Этапы 2–4 повторяются для всех снимков, полученных видеокамерой. Оператор меняет положение и ориентацию лазера, облучая каждый раз различные участки поверхности исследуемого объекта. Если при этом объект оставался неподвижным, то все точки получаются в единой системе координат. В результате получается трехмерная модель объекта в виде плотного облака точек с координатами X,Y,Z. Если объект повернуть, так чтобы изучить поверхность объекта с другой стороны, то в результате получим модель объекта в другой системе координат. Для получения всего объекта в единой системе координат можно воспользоваться алгоритмами соединения трехмерных моделей, которые будут описанны в § 9.6.

Эman 5. Получение яркости изображения (цвета) для каждой точки трехмерной модели объекта.

Соответствующие яркости (цвета) можно получить со снимка исследуемого объекта, используя известные уравнения коллинеарности:

$$x = x_{0} - f \frac{a_{11}(X - X_{s}) + a_{21}(Y - Y_{s}) + a_{31}(Z - Z_{s})}{a_{13}(X - X_{s}) + a_{23}(Y - Y_{s}) + a_{33}(Z - Z_{s})};$$

$$y = y_{0} - f \frac{a_{12}(X - X_{s}) + a_{22}(Y - Y_{s}) + a_{32}(Z - Z_{s})}{a_{13}(X - X_{s}) + a_{23}(Y - Y_{s}) + a_{33}(Z - Z_{s})},$$
(9.4.10)

где *X*, *Y*, *Z*—координаты точки трехмерной модели объекта; *x*, *y*—координаты соответствующей точки на снимке.

По координатам *x*, *y* со снимка берется яркость (цвет) и присваивается соответствующей точке трехмерной модели. Для этих целей снимок может быть получен дру-

гой цифровой камерой с лучшим фотометрическим и геометрическим разрешением, чем у видеокамеры. Таким образом, получается 3D-модель объекта в реальном масштабе времени с реальными текстурами. На рис. 9.20 показан пример применения описанной выше системы фирмы «DAVID».

Очевидно, что триангуляционные сканеры используются для получения трехмерных моделей объектов в виде плотного облака точек для небольших по размерам объектов. Для изучения больших объектов применяют импульсные и фазовые сканеры.



Рис. 9.20

§ 9.5. Внешнее ориентирование трехмерной модели по опорным точкам

Во время съемки сканер (система координат сканера) не ориентируется в пространстве и не нивелируется, поэтому в результате съемки получается трехмерная модель объекта свободно ориентированная в пространстве относительно системы координат объекта. Для получения соответствующих координат точек объекта в системе координат объекта *OXYZ* необходимо выполнить внешнее ориентирование модели. Этот процесс выполняется, как известно, по опорным точкам. В качестве опорных точек чаще всего используют специальные маркированные точки, которые автоматически распознаются в трехмерной модели объекта. На (рис. 9.21) приведены некоторые примеры таких точек, выполненные в виде плоских или пространственных марок, которые можно закрепить на объекте путем наклеивания или используя специальные крепления. Координаты опорных точек в системе координат объекта определяются одним из геодезических методов, например, с помощью электронного тахеометра.



Рис. 9.21

Преобразование координат из системы координат сканера в систему координат объекта осуществляется по известным формулам

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + \mathbf{A} \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix}, \quad (9.5.1)$$

где X, Y, Z—координаты точки объекта в системе координат объекта OXYZ; X', Y', Z' координаты точки объекта в системе координат сканера (модели) SX'Y'Z', вычисляемые по (8.1.1); X₀, Y₀, Z₀—координаты начала системы координат сканера SX'Y'Z' относительно системы координат объекта; **А**—матрица поворота, зависящая от трех углов ω , α , к.

Неизвестные элементы внешнего ориентирования модели (сканера) X_0 , Y_0 , Z_0 , ω , α , к можно определить по опорным точкам. Из (9.5.1) видно, что минимальное число опор-

ных точек равно двум, однако, в этом случае может возникнуть неопределенность в определении угловых элементов. Поэтому минимальным числом опорных точек следует считать три точки, не лежащих на одной прямой. Естественно, лучше иметь больше опорных точек, разнесенных по площади. После перевычисления всех точек модели по формулам (9.5.1) получим внешне ориентированную модель объекта, т.е координаты всех точек модели в системе координат объекта *ОХYZ*.

§ 9.6. Объединение и внешнее ориентирование отдельных дискретных моделей в общую модель объекта

На практике, для получения трехмерной модели всего объекта бывает недостаточно снять его с одной точки, поэтому делают серию съемок с различных точек стояния S_i (рис. 9.22). В этом случае возникает задача объединения трехмерных моделей объекта в единую модель. Эта задача решается по связующим точкам, которые располагаются в зоне перекрытия между моделями. В качестве связующих точек часто используют специальные отражатели-маркеры (те же, что и для внешнего ориентирования модели), которые легко опознаются в соседних моделях.

Задача объединения моделей решается на основе уравнений (9.5.1) аналогично внешнему ориентированию модели. Далее общая модель ориентируется внешне по опорным точкам по методу, описанному в § 9.5. В результате имеем *X*, *Y*, *Z*, *d* для всей совокупности точек объекта в единой системе координат объекта *OXYZ*.



Иногда в качестве связующих точек используют естественные контуры объекта, попавшие в зону перекрытия моделей. Измерение связующих точек может выполняться в интерактивном режиме с помощью оператора или автоматически.

На рис. 9.23 показан пример объединения (взаимного ориентирования) двух моделей по связующим точкам, измерение которых выполнялось автоматически (см. рис. 9.23, *а*—две исходные модели, рис. 9.23, *б*—общая модель объекта).



Рис. 9.23

§ 9.7. Визуализация трехмерных дискретных моделей

Как отмечалось выше, для каждой точки модели объекта фиксируется интенсивность отраженного сигнала, которая может быть использована для визуализации объекта в так называемых псевдоцветах. Для получения реальных яркостей в каждой точке сканирования в сканере применяется цифровая камера, основанная на матрице ПЗС (рис. 9.24). С помощью этой камеры сначала получают серию изображений, покрывающих весь объект в пределах предполагаемого сканирования. Затем объект сканируют, а соответствующие яркости берут с этих снимков. Такой подход позволяет в последующей обработке оперировать не только с облаком точек лазерного сканирования, но и с цифровыми изображениями объекта, что существенно повышает информативность полученной информации об объекте.

Рассмотрим более подробно получение яркостей изображения для каждой точки сканирования со снимков. Итак, сначала производится съемка всего объекта путем поворотов и наклонов камеры (или соответствующего зеркала) с помощью моторов последовательно на углы, равные углам поля зрения камеры (см. рис. 9.24). Здесь стрелками показаны возможные повороты и наклоны камеры в системе координат сканера.



Рис. 9.24

На рис. 9.25 показаны система координат сканера SX'Y'Z', в которой производится определение координат точек объекта M, и система координат камеры $S_i xyz$, которая может изменять свое положение и ориентацию относительно системы координат сканера во время съемки. Наша задача найти координаты вектора \vec{r} в системе координат камеры с тем, чтобы по ним взять со снимка в точке m соответствующую яркость d изображения точки M объекта.



Рис. 9.25

Из рис. 9.25 следует, что

$$\vec{R} = \vec{R}_M - \vec{R}_{Si} \tag{9.7.1}$$

или

$$N\mathbf{A}_i \vec{r} = \vec{R}_M - \vec{R}_{Si}, \qquad (9.7.2)$$

где N—скаляр; \mathbf{A}_i —матрица поворота системы координат камеры в момент съемки *i* относительно система координат сканера; \vec{r} —вектор, определяющий положение точки *m* в системе координат камеры; \vec{R}_M —вектор, определяющий положение точки *M* в системе координат сканера; \vec{R}_{Si} —вектор, определяющий положение начала системы координат камеры относительно системы координат сканера в момент съемки *i*.

Из (9.7.2) имеем

$$\vec{r} = \mathbf{A}_{i}^{T} \frac{1}{N} (\vec{R}_{M} - \vec{R}_{Si})$$
(9.7.3)

или в координатной форме

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ -f \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{i}^{T} \frac{1}{N} \begin{pmatrix} X' - X_{si} \\ Y' - Y_{si} \\ Z' - Z_{si} \end{pmatrix}.$$
(9.7.4)

Если выразить из третьего уравнения выражения (9.7.4) значение 1/N и подставить в первые два, то получим известные в фотограмметрии уравнения коллинеарности:

$$x = -f \frac{a_{11}(X' - X_{Si}) + a_{21}(Y' - Y_{Si}) + a_{31}(Z' - Z_{Si})}{a_{13}(X' - X_{Si}) + a_{23}(Y' - Y_{Si}) + a_{33}(Z' - Z_{Si})};$$

$$y = -f \frac{a_{12}(X' - X_{Si}) + a_{22}(Y' - Y_{Si}) + a_{32}(Z' - Z_{Si})}{a_{13}(X' - X_{Si}) + a_{23}(Y' - Y_{Si}) + a_{33}(Z' - Z_{Si})}.$$
(9.7.5)

В этих уравнениях известны все величины, необходимые для вычисления координат *x*, *y*. Так, координаты точки объекта X',Y',Z' вычисляются по (9.4.1), а элементы внешнего ориентирования снимка следующим образом. Как следует из рис. 9.26, вектор \vec{R}_{si} , определяющий положение центра проекции камеры S_i в момент фотографирования *i* в системе координат сканера SX'Y'Z', равен

$$\vec{R}_{Si} = \vec{R}_{S0} + c_i, \tag{9.7.6}$$

где \vec{R}_{s0} — вектор, определяющий положение точки вращения камеры в системе координат сканера; c_i — вектор, задающий положение центра проекции камеры S_i в системе координат $S_0X'Y'Z'$, параллельной системе координат сканера SX'Y'Z'.

В координатной форме уравнение (9.7.6) имеет вид:

$$\begin{pmatrix} X_{Si} \\ Y_{Si} \\ Z_{Si} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{S0} \\ Y_{S0} \\ Z_{S0} \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} \cos v_k \sin \varphi_k \\ \cos v_k \cos \varphi_k \\ \sin \varphi_k \end{pmatrix},$$
(9.7.7)

где *с*—модуль вектора c_i (величина постоянная для данного сканера и камеры); ϕ_k , v_k —горизонтальный и вертикальный углы наклона камеры (задаются и измеряются сканером—величины кратные соответствующим углам поля зрения камеры).



Рис. 9.26

Величины X_{50} , Y_{50} , Z_{50} , c являются постоянными для данного сканера и определяются в результате его калибровки. Направляющие косинусы а_{іі} в (9.7.5) вычисляют по известным формулам, подставляя в них вместо α, ω соответствующие значения ϕ_k , v_k , при этом $\kappa = 0$. В результате для каждой точки объекта с координатами X',Y',Z' получается яркость изображения d, взятая со снимка по координатам x, y, вычисленным по (9.7.5). Теперь трехмерную модель можно визуализировать в естественных или псевдоцветах (рис. 9.27, 9.28) под различными углами зрения с целью ее измерения (векторизации элементов объекта, определения объемов, площадей и т.д.). Кроме того модель можно представить в виде триангуляции Делоне (см. рис. 9.27).



Рис. 9.27

Рис. 9.28

§ 9.8. Мобильные лазерные сканерные системы

Мобильные сканерные системы предназначены для съемки протяженных объектов, таких как улицы городов, тоннели, береговая линия и т.п. На рис. 9.29 показаны некоторые примеры мобильных сканерных систем.

Мобильная сканерная система состоит из одного или нескольких сканеров, ГНСС-приемника и инерциальной геодезической системы ИИУ. Все эти элементы
жестко закреплены на платформе, которая устанавливается на носитель (автомобиль, катер и др.). Очевидно, что во время сканирования положение и ориентация самого сканера (системы координат сканера SX'Y'Z') будут непрерывно изменяться из-за движения носителя, т.е. в каждый момент времени у сканера будут свои элементы внешнего ориентирования. Для определения этих элементов и служат ГНСС-приемник (определяет линейные элементы внешнего ориентирования сканера $X_{S_i}Y_{S_i}Z_{S}$) и инерциальная система ИИУ (определяет угловые элементы внешнего ориентирования сканера α , ω , к и линейные совместно с ГНСС), входящие в комплект подвижной сканерной системы. Кроме того, для точного определения координат точек объекта в системе координат объекта необходимо знать взаимное положение всех элементов системы. (ГНСС, ИИУ и сканера), которое определяется в результате калибровки системы.

Получим формулы для вычисления координат точек объекта по результатам съемки с помощью мобильной сканерной системы.



Рис. 9.29

На рис. 9.30:

OXYZ—система координат объекта, в которой измеряется положение антенны ГНСС (вектор $R_{_{\Gamma HCC}}$);

SX'Y'Z' — система координат сканера, в которой определяется положение точки объекта M (вектор R);

*О*_{ииу}*XYZ*—система координат инерциального измерительного устройства;

 $r_{_{\rm UUY/ГНСС}}$, $r_{_{\rm UUY/S}}$, $r_{_{\rm ГНСС/S}}$ — векторы, задающие взаимное положение инерциального измерительного устройства, сканера и антенны ГНСС.





Таким образом, вектор R_M , определяющий положение точки M объекта в системе координат объекта, можно получить по следующей формуле:

$$\vec{R}_{M} = \vec{R}_{HHY} + \mathbf{A}_{HHY}\vec{r}_{HHY/S} + \mathbf{A}_{HHY}\mathbf{A}_{HHY/S}\vec{R},$$
(9.8.1)

где $\vec{R}_{HHY} = \vec{R}_{FHCC} - \mathbf{A}_{HHY}\vec{r}_{FHCC/HHY}$.

Тогда $\vec{R}_{M} = \vec{R}_{\Gamma HCC} + \mathbf{A}_{HHY} [\vec{r}_{HHY/S} - \vec{r}_{\Gamma HCC/HHY} + \mathbf{A}_{HHY/S} \vec{R}].$ Окончательно получим

$$\vec{R}_{M} = \vec{R}_{\Gamma H C C} + \mathbf{A}_{H H Y} [\vec{r}_{\Gamma H C C / S} + \mathbf{A}_{H H Y / S} \vec{R}].$$
(9.8.2)

В координатной форме уравнение (9.8.2) можно записать так:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{\Gamma H C C} \\ Y_{\Gamma H C C} \\ Z_{\Gamma H C C} \end{pmatrix} + \mathbf{A}_{H H Y} \begin{bmatrix} X_{S}^{\Gamma H C C} \\ Y_{S}^{\Gamma H C C} \\ Z_{S}^{\Gamma H C C} \end{bmatrix} + \mathbf{A}_{H H Y / S} \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix},$$
(9.8.3)

254

где $X_{\Gamma HCC}Y_{\Gamma HCC}Z_{\Gamma HCC}$ — координаты центра антенны ГНСС-приемника, которые измеряются с помощью этого приемника; $A_{\mu\mu\nu}$ — матрица поворота, которая вычисляется по трем углам α , ω , κ , измеряемым инерциальной системой, т.е. эта матрица определяет угловую ориентацию системы координат $O_{\mu\mu\nu}XYZ$ относительно системы координат объекта OXYZ; $A_{\mu\mu\nu\nu/s}$ — матрица поворота, определяющая взаимную угловую ориентацию (углы $\Delta \alpha$, $\Delta \omega$, $\Delta \kappa$) системы координат сканера SX'Y'Z' и системы координат инерциального измерительного устройства $O_{\mu\mu\nu}XYZ$; $X_{S}^{\Gamma HCC}$, $Y_{S}^{\Gamma HCC}$, $Z_{S}^{\Gamma HCC}$ — координаты вектора $\vec{r}_{\Gamma HCC/S}$, определяющего взаимное положение сканера и антенны ГНСС в системе координат инерциальной системы; X', Y', Z'—измеренные координаты точки объекта в системе координат сканера.

Z'—измеренные координаты точки объекта в системе координат сканера. В уравнениях (9.8.3) величины $X_s^{\Gamma HCC}$, $Y_s^{\Gamma HCC}$, $Z_s^{\Gamma HCC}$ и $A_{_{UUY/S}}$ —постоянные для данной подвижной сканерной системы и определяются в результате калибровки системы. Калибровка выполняется по тест-объекту, который представляет собой набор маркированных точек с известными координатами в системе координат объекта. Этот тест-объект сканируется при неподвижном положении сканерной системы. В результате имеем координаты X', Y', Z' всех точек тест-объекта. Кроме того, фиксируются $X_{\Gamma HCC}Y_{\Gamma HCC}Z_{\Gamma HCC}$ и α , ω , κ , при которых выполнялось сканирование. Таким образом, в уравнениях (9.8.3) неизвестны шесть параметров: $X_s^{\Gamma HCC}$, $Y_s^{\Gamma HCC}$, $Z_s^{\Gamma HCC}$, $\Delta \alpha$, $\Delta \omega$, $\Delta \kappa$. Одна опорная точка дает три уравнения с шестью неизвестными, поэтому минимальное число опорных точек равно двум, однако, в этом случае может возникнуть неопределенность при вычислении угловых элементов. Поэтому минимальным числом опорных точек следует считать три точки, не лежащие на одной прямой. Лучше иметь больше опорных точек, разнесенных по площади. Задача решается по методу наименьших квадратов при использовании всех точек тест-объекта. В результате имеем неизвестные параметры,

которые используются при реальной съемке объекта. На рис. 9.31 показаны примеры съемок, выполненных мобильной сканерной системой.



Рис. 9.31

§ 9.9. Устройство и технические характеристики наземных и мобильных лазерных сканеров

На рис. 9.32 показана принципиальная схема наземного лазерного сканера, здесь *1*—лазерный дальномер; *2*—лазерный луч; *3*—вертикальная развертка (вращающаяся полигональная зеркальная призма); *4*—горизонтальная развертка (вращающаяся оптическая головная часть сканера); *5*—кабель передачи данных; *6*—компьютер; *7*—программное обеспечение.





На рис. 9.33 показаны примеры наиболее распространенных наземных лазерных сканеров, а в табл. 9.1 приведены их основные характеристики. Большинство наземных лазерных сканеров могут быть использованы в качестве составного элемента мобильной сканерной съемочной системы, в которую входят кроме самого сканера приемник ГНСС, инерциальная система и несколько цифровых камер. На рис. 9.34 показаны несколько примеров мобильных сканерных съемочных систем, а в табл. 9.2 их основные технические характеристики. В этой таблице приведена абсолютная точность определения координат точек облака. Она в значительной степени зависит от точности позиционирования и ориентации сканера в пространстве, которые определяются с помощью ГНСС и инерциальной системы, входящих

в состав мобильной сканерной съемочной системы. Относительная точность точек облака выше и зависит от точности самого сканера (см. табл. 9.1). Практически все мобильные системы обеспечивают сканирование и фотосъемку в пределах 360° по горизонтали и 270° по вертикали. Наземные лазерные сканеры могут устанавливаться на различные подвижные платформы в виде тележек для съемки интерьеров, автодорог и т.д.(см. рис. 9.29)



Рис. 9.33



Рис. 9.34

Таблица 9.1

Фирма изготовитель	Марка	Измеряемые расстояния, м	Поле зрения: горизонтальное/ вертикальное, угл. градусы	Точность 3D, (для 50м), мм	Угловая точность, угл. градусы	Линейная точ- ность (для 50 м), мм	Скорость сканирования, точек в секунду
Trimble	TX8	340	360/317		0,005	2	1016000
Trimble	X7	80	360/282		0,058	2	500 000
Leica	ScanStation P50	1000	360/270	4,4	0,002	1	1000 000
Leica	RTC360	130	360/270	6,4		1	2000 000
Leica	BLK360	60	360/300	7 (20м)			360 000
Riegl	VZ-6000	6000	360/60	, í	0.0005	15	222 000
Riegl	VZ-400i	800	360/100			5	500 000
Faro	Focus S70	70	360/300	2(10м)	0,05	1	976000
Z+F	IMAGER5016	365	360/320	, í	0,0004	0,3	1094 000

Таблица 9.2

Фирма изготовитель	Марка	Число сканеров	Число камер	Точность 3D, см	Носитель
Leica	Pegasus Two	1	8	2	Автомобиль, лодка, ж/д вагон
Leica	Pegasus: Backpac	2	5	5	Рюкзак
Trimble	MX2	1–2		1	Автомобиль
Trimble	MX9	2	4	7	Автомобиль
Riegl	VMX-450	2	9	5	Автомобиль, ж/д вагон

§ 9.10. Создание 3D-моделей объекта по материалам наземного лазерного сканирования

На рис. 9.35 показаны основные процессы технологии создания трехмерных моделей объекта с помощью наземного лазерного сканирования.



Рис. 9.35

Полевые работы начинаются с проектирования лазерной съемки. При проектировании выбираются точки стояния сканера таким образом, чтобы покрыть съемкой весь объект, при этом должно быть перекрытие между отдельными сканами с тем чтобы в последствии можно было объединить отдельные сканы в единую модель объекта.

Максимальное расстояние от сканера до объекта *D* можно вычислить по формуле, вытекающей из рис. 9.36:

$$D = \frac{\Delta}{\mathrm{tg}(d\varphi)},\tag{9.10.1}$$

где Δ —точность, с которой следует создать модель объекта; $d\phi$ —угловая точность лазерного сканера (техническая характеристика прибора).

Кроме того, вычисляют угловое разрешение Δφ сканирования для отображения на модели мелких деталей объекта:

$$\operatorname{arctg}(\Delta \varphi) = \frac{d}{D},$$
 (9.10.2)

где *d*—минимальный размер деталей объекта, которые должны быть отображены на модели.

Проект съемки корректируется на местности, учитывая реальные условия (расположение объекта, видимости и т.д.). Если реальное отстояние сканера от объекта меняется относительно вычисленного, то перевычисляют значение $\Delta \phi$. Реальное отстояние не может превышать вычисленного, чтобы обеспечить заданную точность построения модели объекта.

Реальное разрешение сканирования (плотность точек) объекта будет различным в зависимости от расстояния от сканера до различных частей объекта (рис. 9.37), поэтому при расчете $\Delta \varphi$ следует использовать максимальное расстояние. В зонах перекрытия между сканами (рис. 9.38) плотность точек будет выше. Если сканер имеет встроенную камеру, то производят фотосъемку объекта. Эти снимки используются главным образом для присваивания каждой точке модели реальных цветов.

Сканирование производится на каждой станции с вычисленным разрешением, а опорные маркированные точки сканируются отдельно с максимальным разрешением, чтобы определить их координаты с максимально возможной точностью в системе координат сканера.



Рис. 9.37



Рис. 9.38

Координаты опорных точек в системе координат объекта определяют одним из геодезических методов. Как правило, для этих целей используют электронный тахеометр.

Камеральные работы. Предварительная обработка результатов сканирования осуществляется в специальном программном обеспечении для работы с облаком точек и заключается в автоматической или интерактивной фильтрации облака точек с целью исключить точки, не принадлежащие объекту. Кроме того, каждой точке облака присваивается реальный цвет со снимков, полученных встроенной камерой. На рис. 9.39 показан фрагмент облака точек в реальных цветах. Здесь отчетливо видно, что для съемки всего объекта была получена серия снимков с помощью встроенной камеры.



Рис. 9.39

Объединение отдельных моделей в единую модель объекта и внешнее ее ориентирование выполняется по связующим и опорным точкам, как это было описано в § 9.6. Эти процессы выполняются в специализированном программном обеспечении, которое позволяет автоматически измерять координаты маркированных опорных и связующих точек.

От облака точек переходят к 3D-модели, представленной в виде триангуляции Делоне, а затем к векторной 3D модели объекта.

Для создания векторной 3D-модели объекта используют специальное программное обеспечение, которое как правило имеет три метода векторизации объекта: автоматический, автоматизированный и интерактивный. Автоматический метод применяется когда элементы объекта имеют правильную форму (цилиндр, круг, шар, конус и т.д.). Автоматизированный и интерактивный методы применяются для векторизации элементов объекта, имеющих сложную форму. В этом случае эти элементы векторизуются как полилинии или полигоны.

Для удобства оператора часто векторизацию выполняют по фотоснимкам высокого разрешения, полученным внешними цифровыми камерами. В этом случае оператор выполняет распознавание и саму векторизацию деталей объекта по снимку, а результатом векторизации являются не плоские координаты точек снимка, а пространственные координаты точек объекта, так как каждой измеренной точке на снимке находится соответствующая точка на облаке точек.

Результаты векторизации передаются, как правило, для дальнейшего их редактирования и оформления в одну из САD программ (MicroStation, Autocad и др.) или в специальные программы для оформления 3D-модели с реальной текстурой, такие как 3D Мах и т.д. На рис. 9.40 показан пример 3D-модели с реальной текстурой (см. рис. 9.40, б), полученной по облаку точек (см. рис. 9.40, а).



Рис. 9.40

§ 9.11. Классификация и сегментация облака точек

Получив облако точек в результате воздушного, мобильного или наземного лазерного сканирования, часто выполняют сегментацию и классификацию облака точек в зависимости от решаемой задачи.

Сегментация облака точек направлена на выделение групп точек, обладающих аналогичными свойствами (например, кривизна, интенсивность, геометрические свойства и т.д.)

Классификация облака точек означает отнесение набора точек к определенным классам (Земля, растительность, здания и др.) в соответствии с различными критериями.

Наиболее часто алгоритмы сегментации применяются для выделения точек из облака, которые принадлежат плоскости, цилиндру или гладкой поверхности. Плоские сегменты часто используются для выделения домов, а также для внешнего ориентирования облаков точек наземного лазерного сканирования. Цилиндрические сегментыдля выделения трубопроводов и других промышленных объектов. Сегменты гладких поверхностей могут быть использованы для выделения поверхности земли по облаку точек воздушного лазерного сканирования.

Алгоритмы сегментации облака точек

Для сегментации облака точек применяются: преобразование Хафа, RANSAC (RANdom SAmple Consensus)—метод оценки параметров модели на основе случайных выборок, сегментация на основе принципа растущих регионов, нейронные сети и некоторые другие. Рассмотрим более подробно некоторые из методов сегментации облака точек.

Преобразование Хафа, разработанное для анализа изображений (см. главу 5) можно распространить на облако точек, например, для выделения точек, принадлежащих плоскости или цилиндру. Рассмотрим преобразование Хаффа для выделения плоскости в облаке точек. Плоскость в 3D пространстве может быть описана следующим уравнением:

$$p = X\cos\alpha\cos\beta + Y\sin\alpha\cos\beta + Z\sin\beta.$$
(9.11.1)

Здесь *X*,*Y*,*Z*—координаты точки в облаке точек, принадлежащей плоскости; α,β,*p*— параметры плоскости. Точки облака точек, которые компланарны будут соответствовать поверхностям в пространстве параметров, которые пересекаются в точке. Координаты α, β, *p* этой точки пересечения и будут параметрами плоскости в облаке точек. Естественно, чем меньше шаг дискретизации параметров α и β будет задан тем точнее будут найдены параметры плоскости, но при этом увеличивается время вычислений.

Перед преобразованием точек в пространство параметров рекомендуется перенести начало системы координат в центр тяжести облака точек. Это позволяет минимизировать диапазон изменения параметра *р* плоскости. После отбора точек, принадлежащих плоскости, обычно уточняют параметры плоскости путем нахождения последних по методу наименьших квадратов.

Преобразование Хафа может быть пременино для выделения точек, принадлежащих цилиндру. Как известно, цилиндр описывается пятью параметрами (два параметра, определяют направление оси цилиндра и три параметра, определяют окружность). Таким образом, необходимо определить параметры 3D-пространства. Естественно это потребует больших затрат машинного времени и памяти компьютера. Поэтому, как правило, задачу разбивают на два этапа. Сначала находят направление оси цилиндра, а затем параметры окружности, т.е. радиус и координаты центра окружности.

Алгоритм RANSAC—наиболее известный и распространенный метод сегментации облака точек на основе примитивов (линия, плоскость, сфера, цилиндр и т.д.). Метод основан на использовании минимального числа точек, необходимых для определения параметров фигуры, например, для определения линии достаточно двух точек, для плоскости—трех, для цилинндра—пяти и т.д. Сначала по минимальному числу точек, выбранных случайным образом из облака точек, вычисляют параметры фигуры, а затем остальные точки проверяются на соответствие уравнению фигуры, используя заданный порог.

Преимуществом алгоритма RANSAC является его способность дать надёжную оценку параметров фигуры, то есть возможность оценить параметры фигуры с высокой точностью, даже если в исходном наборе данных присутствует значительное количество точек, не принадлежащих фигуре. Недостаток данного метода—большие затраты машинного времени.

На рис. 9.41 показан пример сегментации облака точек городской территории на основе алгоритма RANSAC выделения плоскостей. Облако точек получено в результате фотограмметрической обработки аэроснимков. Как видно из рис. 9.41, *б* достаточно хорошо выделены плоскости на крышах домов и дорогах. Однако выделелась в некоторых местах и растительность. Это недостаток работы алгоритма. Растительность можно будет убрать на этапе классификации облака точек.





Методы сегментация на основе принципа растущих регионов, относятся к автоматизированным методам, так как выбор сегмента, как правило остается за оператором. Суть методов заключается в следующем. Сначала выбирается исходная точка, принадлежащая известному сегменту, затем к ней добавляются соседние точки и по ним по методу наименьших квадратов определяется плоскость. Далее выполняется оценка точности путем вычисления ортогональных расстояний от каждой точки до плоскости. На основе анализа этих расстояний решается вопрос принадлежности данной точки выбранному сегменту.

На рис. 9.42 показан пример ручной сегментации памятника героям Плевны (см. рис. 9.42, δ) и сегментации на основе принципа растущих регионов (см. рис. 9.42, ϵ). Как видно из этого примера автоматизированные методы сегментации не всегда хорошо работают на мелких деталях, поэтому требуется ручная редакция полученной модели.



Рис. 9.42

Классификация облака точек

После того, как облако точек было сегментировано, можно для каждого сегмента (группа точек) назначать класс таким образом, чтобы дать название, поэтому классификация облака точек часто называется семантической сегментацией. Классификацию облака точек можно условно разделить на так называемую контролируемую и неконтролируемую классификацию

При контролируемой классификации исходят из того, что каждая точка из облака точек соответствует набору значений геометрических и радиометрических признаков. При этом правила перехода от признаков в каждой точке из облака точек к классам объектов вырабатывается на «учебном» (тестовом) участке, далее применяется и на остальной части облака точек автоматически. Для классификации всего облака точек обычно требуется большая эталонная выборка, поэтому контролируемую классификацию часто называют классификацией с обучением.

Алгоритмы неконтролируемой классификации основаны на применении пороговых значений. Эти алгоритмы обычно используются при наличии радиометрических данных для точек облака точек (цвет или яркость). Эти алгоритмы основаны на принципе, который предполагает, что радиометрической информации изучаемых объектов достаточно для выполнения процесса классификации облака точек и поэтому можно их использовать без наличия эталонных данных. Классификацию облака точек часто выполняют с целью выделения цифровой модели рельефа (ЦМР) из облака точек, полученного в результате воздушного лазерного сканирования. На первом этапе отделяют растительность, оставляя точки, полученные в результате последнего отражения сигнала лазера (см. рис. 9.4). Затем выполняют фильтрацию облака точек с целью выделения точек, принадлежащих только земле. Для этого разработано достаточно много различных фильтров. В основном это так называемые морфологические фильтры, которые основаны на анализе каждой точки облака относительно окружающих (перепады высот, углы наклона местности и т.д.). Эти же подходы используются для выделения домов вместе с результатами сегментации. В последнее время стали применяться нейронные сети для классификации и сегментации облака точек. Для надежной работы этих алгоритмов необходимо нейронную сеть обучать на очень большой выборке примеров (сотни тысяч). На рис. 9.43 показан пример выделения ЦМР (см. рис. 9.43, б) и домов (см. рис. 9.43, в) из цифровой модели поверхности (см. рис. 9.43, а), используя морфологические операторы.



ГЛАВА 10

АЭРОФОТОТОПОГРАФИЧЕСКАЯ СЪЕМКА

§ 10.1. Введение

Метод аэрофототопографической съемки — основной при создании и обновлении топографических карт и планов масштаба 1:25000 и крупнее; этим методом создаются ортофотопланы, отнесенные к составу сведений Единой электронной картографической основы; он также может использоваться для определения координат характерных точек границ и контуров объектов недвижимости при решении кадастровых задач.

Аэрофототопографическая съемка включает в себя работы по геодезическому обеспечению, аэрофотосъемку (АФС), воздушное лазерное сканирование (при необходимости), камеральные работы по фотограмметрической обработке и созданию продукции в виде карт и планов, ортофотопланов, цифровых моделей рельефа, контуров и границ объектов недвижимости. Аэрофототопографическая съемка очень подробно описана в национальном стандарте «Съемка аэрофототопографическая. Технические требования» [6]. Стандарт устанавливает требования к содержанию и последовательности выполнения технологических процессов, их основным параметрам, способам выполнения, а также требования к конечным и промежуточным результатам работ, к методам контроля их качества и соответствующие допуски.

§ 10.2. Методы аэрофототопографической съемки

Аэрофототопографическая съемка может выполняться следующими методами: стереотопографическая съемка; комбинированная стереотопографическая съемка;

комбинированная аэрофототопографическая съемка.

Стереотопографическая съемка может быть реализована следующими способами: 1) с использованием стереоскопической модели местности, построенной по паре перекрывающихся аэрофотоснимков (стереопаре), визуально наблюдаемой и измеряемой исполнителем; при этом съемка рельефа местности, камеральное дешифрирование снимков и съемка (векторизация) контуров объектов местности выполняются стереоскопически на цифровой стереофотограмметрической станции; этот способ является основным для съемки контуров объектов местности и может использоваться для определения координат точек границ и контуров объектов недвижимости;

2) с использованием пары или нескольких перекрывающихся снимков без построения визуально наблюдаемой стереоскопической модели; при этом определение пространственных координат интересующих точек местности выполняется так же как в стереоскопической съемке путем вычисления прямой многократной фотограмметрической засечки по координатам идентичных точек, отождествленных автоматически или вручную и измеренных на перекрывающихся снимках; этот способ является основным для съемки рельефа путем автоматического создания плотной цифровой модели поверхности и может использоваться для определения координат точек границ и контуров объектов недвижимости.

Стереотопографическая съемка рельефа применяется только для открытой местности свободной от сплошной древесной и кустарниковой растительности.

При комбинированной стереотопографической съемке камеральное дешифрирование снимков и съемка (векторизация) контуров объектов местности выполняются стереоскопически, а съемка рельефа выполняется с использованием воздушного лазерного сканирования (лидарной аэросъемки). Комбинированная стереотопографическая съемка в основном применяется для создания топографических планов местности, закрытой древесной кустарниковой растительностью, а также при наличии многоэтажной застройки.

Комбинированная аэрофототопографическая съемка предусматривает использование ортофотопланов или внешне ориентированных одиночных снимков в качестве источника информации о плановом положении контуров объектов местности, а также об их идентификации и характеристиках. При этом съемка рельефа может выполняться с использованием лидарной аэросъемки или стереотопографической съемки в зависимости от характера местности. Комбинированная аэрофототопографическая съемка в основном применяется при создании топографических карт масштабов 1:10000 и 1:25 000. Топографические карты и планы могут создаваться путем сочетания перечисленных методов в зависимости от съемки тех или иных элементов содержания и характера местности.

Под масштабом векторной цифровой топографической карты (плана) понимается масштаб топографического плана или карты, которому векторная цифровая топографическая карта соответствует по точности, объектовому составу и детальности отображения рельефа и других объектов местности.

§ 10.3. Технологическая схема аэрофототопографической съемки

На рис. 10.1 показана обобщенная технологическая схема выполнения аэрофототопографической съемки.

Подготовительные работы заключаются в планировании всех видов работ, необходимых для создания цифровых моделей местности, карт и планов, фотопланов

и т.д., согласно технического задания, полученного от заказчика работ. Для этого сначала изучают район работ с точки зрения физико-географических условий и топографо-геодезической изученности. Затем составляют технический проект на выполнение работ.





В техническом проекте указывается цель и основные исходные требования к выполнению работ, определяет их содержание и технические условия (параметры), методы и средства выполнения технологических процессов, включая контрольные операции, объёмы выполняемых работ, трудовые затраты, сроки и организацию выполнения проектируемых работ.

Съемочные работы. В зависимости от масштаба цифровой топографической карты может применяться космическая или аэрофотосъемка. Космическая съемка применяется, в основном, для обновления карт. Воздушное лазерное сканирование. применяется для съемки рельефа и является основным для залесенной и закрытой древесной или кустарниковой растительностью местности.

Космическая съемка, чаще применяется для создания ортофотопланов на большие территории в масштабах 1:5000 и мельче. При создании карт более крупного масштаба рекомендуется выполнять аэрофотосъемку. Если предполагается выполнять аэрофотосъемку, то рассчитывают основные ее параметры: высота фотографирования относительно средней плоскости, скорость воздушного судна, номинальное пространственное разрешение на местности, продольное и поперечное перекрытия, расстояние между маршрутами, интервал фотографирования или длина базиса фотографирования. Аэрофотосъемка может выполняться с пилотируемых и беспилотных летательных аппаратов. Выбор типа летательного аппарата определяется экономической целесообразностью применительно ко всему комплексу работ по аэрофототопографической съемке в зависимости от площади и местоположения объекта съемки и требуемых сроков выполнения работ.

При наличии сплошной растительности или высотной застройки рекомендуется запланировать выполнение лидарной съемки рельефа. В этом случае задают следующие параметры лидарной съемки: средняя плотность точек лазерных отражений и точность определения их координат и высот. Затем рассчитывают высоту полёта и допустимый диапазон высот полёта над поверхностью, угол сканирования, частоту сканирования и частоту импульсов, расстояние между маршрутами, ширину полосы захвата и межмаршрутное перекрытие. Для рассчета параметров съемки используется специальное программное обеспечение.

Полевые работы. *Геодезические работы* включают в себя: развитие геодезической сети сгущения (для обеспечения плотности базовых станций); измерения на пунктах Государственной геодезической сети (ГГС) и Государственной нивелирной сети (ГНС), привязка опознаков, ГНСС-измерения на базовых станциях во время АФС.

Как известно, опознаки необходимы для внешнего ориентирования снимков и облака точек лазерного сканирования. Современные ГНСС и инерциальные системы позволяют с высокой точностью определять координаты центорв проекции и угловые элементы внешнего ориентирования камеры и лазерного сканера во время съемки. Поэтому опознаки нужны, в основном, для контроля точности результатов фототриангуляции, обработки данных воздушного лазерного сканирования и уточнения RPC-коэффициентов, в случае применения космических снимков.

Опознаки располагают равномерно по площади участка съемки. В качестве опознаков выбирают контурные точки, уверенно опознаваемые на снимках. Опознаки отмечаются на снимках (рис. 10.2, *a*). Кроме того для каждого опознака составляется абрис (фотоабрис), показывающий его положение относительно ближайших контуров. На рис. 10.2, *б* показан обзорный фотоабрис, а на рис. 10.2, *в* — детальный фотоабрис.

При отсутствии надежно опознаваемых естественных контуров объектов местности необходимо перед производством аэрофотосъемки предусмотреть

маркировку опознаков маркировочными знаками (марками). Маркированный опознак закрепляется знаком временного закрепления. Маркировочные знаки должны иметь форму, размеры и цвет, обеспечивающие их надежное обнаружение и опознавание на аэрофотоснимке и уверенное наведение на центр марки. При отсутствии естественного фона, обеспечивающего высокий контраст, следует проектировать его искусственное создание или применять знак, содержащий в себе сочетание контрастных светлых и темных полей. При проектировании маркировочного знака в виде креста, длина каждого его луча должна быть не менее 4–20 размеров пикселей на местности, а ширина 2–3 размера пикселя. Замаркированный опознак должен вписываться в квадрат со стороной размером не менее 8 пикселей. Для маркировки должны использоваться материалы, обеспечивающие сохранность маркировочного знака в течение всего промежутка времени от маркировки до завершения аэросъемки.

На рис. 10.3 показаны некоторые примеры маркировки опознаков. Пункты ГГС и нивелирной сети, если они не могут быть опознаны на снимках также маркируются.

Для определения координат опознаков могут применяться все геодезические методы, обеспечивающие заданную точность. Основными методами определения координат опознаков, на сегодняшний день, являются методы, основанные на применении ГНСС.





Рис. 10.3

Камеральные работы. Конкретное содержание камеральных (фотограмметрических) работ зависит от масштаба создаваемой карты или плана и методов съёмки рельефа и ситуации (контуров объектов). Если для съемки рельефа используется воздушное лазерное сканирование и проектом не предусматриваются высокоточные определения координат точек границ и контуров объектов недвижимости, или создание плана (ортофотоплана) масштаба крупнее чем 1:2000, фототриангуляция может не выполняться при наличии в составе аэрофотосъемочной системы инерциального измерительного устройства высокой точности (СКП по крену и тангажу не превышают 0,005°, по курсу – не более 0,01°). Такое решение рекомендуется использовать при съемке малоконтурной местности, большие площади которой заняты лесами, т.е. где при выполнении фототриангуляции возникают проблемы с выбором и отождествлением связующих точек на перекрывающихся аэрофотоснимках. Контроль точности фотограмметрических построений с использованием имеющихся в распоряжении элементов внешнего ориентирования в таких случаях выполняется путем стереоскопических измерений координат контрольных точек и сравнения их со значениями из каталога.

Если предусматривается съемка рельефа стереотопографическим методом, фототриангуляция выполняется в обязательном порядке, в результате чего уточняются элементы внешнего ориентирования аэрофотоснимков и оценивается точность фотограмметрической сети. Ортофотопланы изготавливаются в случаях, когда они используются для съемки (векторизации) контуров объектов и их дешифрирования, а также когда ортофотоплан является конечным продуктом, передаваемым заказчику.

При выполнении кадастровых работ по определению границ и контуров объектов недвижимости выполняют их дешифрирование и векторизацию способами стереоскопической съемки или съемки путем прямой фотограмметрической засечки. В результате определяют плановые (*X*, *Y*) координаты характерных точек. При этом границы земельных участков на местности должны совпадать с какими–либо линейными объектами (межа, забор, канава), хорошо опознаваемыми на снимках.

При создании оригинала цифровой топографической карты или плана выполняют камеральное дешифрирование и стереовекторизацию объектов местности, построение и редактирование горизонталей, и т.д.. Камеральное дешифрирование и векторизация контуров объектов местности выполняются как единый процесс, который сопровождается вводом необходимой семантической информации в соответствии с классификатором топографических объектов для соответствующего масштаба карты (плана). При этом определяются такие метрические характеристики объектов, которые возможно получить фотограмметрическим способом, например, длина, ширина, высоты обрывов, скал, курганов, насыпей, валов глубин выемок и проч. в соответствии с действующими условными знаками.

В зависимости от характера местности, масштаба карты или плана дешифрирование и векторизацию можно осуществлять:

1) стереотопографическим способом с использованием специальных стереоскопических фотограмметрических рабочих станций;

2) путем дешифрирования и векторизации по ортофотоплану;

3) путем дешифрирования и векторизации по одиночному снимку с известными ЭВО и ЦМР.

При этом основным является стереоскопический метод как наиболее информативный, а для топографической съемки населенных пунктов его использование — обязательно.

Полевое обследование, дешифрирование, досъемка. Полевое обследование выполняется с использованием задания, сформированного в ходе камерального дешифрирования, и ортофотоплана с рабочим пометками тех мест и объектов, которые вызвали сомнения и затруднения и незавершённой карты. При необходимости задание может содержать указания по выполнению контрольных определений координат каких-либо объектов, отображаемых на карте и поворотных точек границ и контуров объектов недвижимости. Помимо конкретных мест и объектов в задании указываются (перечисляются) характеристики объектов, которые необходимо определить непосредственно на месте. При необходимости выполняются съемки объектов с использованием по возможности наиболее простых методов, обеспечивающих требуемую точность. Результаты измерений заносятся в журнал, а на ортофотоплане отмечается схематично положение контура объекта. Более подробно все процессы аэрофототопографической съемки описаны в национальном стандарте «Технология аэрофототопографической съемки, выполняемой в целях создания топографических карт и планов и обеспечения кадастровых работ» [6].

§ 10.4. Обновление топографических карт

Со временем на местности происходят изменения: возникают новые населенные пункты, расширяются старые, появляются новые дороги и лесонасаждения, изменяются рельеф и гидрография.

В результате изменений на местности карта постепенно стареет. Пользоваться такой картой затруднительно, а иногда и невозможно. Топографические карты необходимо систематически обновлять. Процесс старения карты происходит не равномерно для различных районов. Местность изменяется быстрее, если она больше осваивается человеком. Соответственно и старение карты такой местности происходит быстрее. Наоборот, в мало обжитых районах на местности в течение десятилетий не возникает существенных изменений. Карты таких районов стареют медленно, поэтому рекомендуется обновлять карты обжитых районов через 5–10 лет, а карты мало обжитых районов — через 10–15 лет.

В независимости от этой периодичности карты обновляют при наличии на местности следующих изменений:

изменений сети железных и шоссейных дорог;

крупных изменений населенных пунктов, а также появление новых крупных промышленных и сельскохозяйственных предприятий, раположенных вне населенных пунктов;

изменений в гидрографии, вызванных строительством крупных гидротехнических, ирригационных и мелиоративных сооружений;

крупных изменений в растительном покрове, затрудняющих ориентирование на местности по карте.

Кроме того, карты обновляют, если переходят к новой системе геодезических координат, изменяют начало отсчета высот точек местности, переименовывают названия населенных пунктов, изменяют методику транскрипции географических названий или вводят новые условные знаки. Содержание, точность и оформление обновленной карты должны удовлетворять всем требованиям, предъявляемым к карте данного масштаба.

Обновление топографических карт можно осуществить по снимкам, по современным топографическим картам и планам более крупного масштаба, методами тахеометрической съемки.

Методы обновления топографических карт по актуальным картам более крупного масштаба рассматриваются в картографии. Обновление планов с помощью тахеометрической съемки выполняют в редких случаях на ограниченные территории, когда на данный участок нет аэроснимков, а делать новую аэросъемку экономически невыгодно.

Обновление карт по аэроснимкам выполняют методами аэрофототопографической съемки. На рис. 10.4 показана технологическая схема выполнения работ по обновлению топографических карт.



Рис. 10.4

Аэрофотосъемка и привязка опознаков выполняется по тем же требованиям, которые предъявляются при создании топографических карт.

Подготовительные работы включают в себя:

сбор и систематизацию материалов, необходимых для обновления карт;

проверку точности обновляемой карты и определение количества и характера изменений, происшедших на местности;

разработку технического проекта обновления карт.

Собирают и систематизируют следующие материалы:

1) цифровые топографические карты, ортофотопланы, подлежащие обновлению;

2) каталоги координат геодезических пунтков, пунктов нивелирования и точек съемочной сети, используемые при создании обновляемой карты, их описания и абрисы;

3) мателиалы аэрофотосъемки, космической съемки и результаты лидарной съемки, выполненных для обновления карт;

4) технические отчеты и проекты ранее выполненых в данном районе топографических работ;

5) литературно-справочные материалы на район работ.

Основными материалами служат материалы аэрофотосъемки, космической и лидарной съемок, полученные для обновления карт, и новые топографические карты более крупных масштабов. Все остальные материалы — вспомогательные.

Камеральное дешифрирование снимков и исправление карты осуществляется одним из методов аэрофототопографической съемки (стереотопографическая съемка, комбинированная стереотопографическая съемка, комбинированная аэрофототопографическая съемка). При этом ортофотопланы используются при обновлении карт равнинных районов с большим количеством контуров. В остальных случаях (особенно в горных районах и районах с высокой застройкой) применяется стереотопографическая съемка.

При дешифрировании проверяют полноту и правильность изображения на карте контуров, местных предметов и их взаимное положение, а также определяют характеристики объектов. Одновременно проверяют совпадение форм рельефа, представленных горизонталями и наблюдаемых по новым снимкам стереоскопически. Участки карты, подлежащие исправлению отмечают.

Полевое обследование обновляемой карты выполняется путем сличения ее с местностью и включает:

проверку обновляемой карты и нанесение на нее объектов, появившихся после аэрофотосъемки, а также объектов, не изобразившихся на снимках;

проверку имеющихся и сбор недостающих на карте географических названий, пояснительных подписей, количественных и качественных характеристих объектов местности;

обследование пунктов геодезической сети.

При определении недостающих и проверке показанных на карте количественных и качественных характеристих объектов местности особое внимание обращается на объекты, характеризующие проходимость, защитные и маскировочные свойства местности (дороги, мосты, переправы, реки, болота, гпдротехнические сооружения, обраги, древесная растительность, подземные сооружения и т.п.).

§ 10.5. Цифровые фотограмметрические системы

Фотограмметрические системы предназначены для фотограмметрической обработки аэро-, космических и наземных снимков.

На фотограмметрических системах выполняются следующие основные виды работ:

построение сетей пространственной фототриангуляции.

определение координат и высот точек объекта;

создание цифровых моделей объектов;

создание цифровых моделей рельефа;

создание цифровых моделей местности;

создание ортофотопланов;

создание карт различного назначения;

В настоящее время все фотограмметрические системы являются цифровыми и состоят из компьютера с соответствующим программным обеспечением, системы стереоскопического наблюдения снимков и датчиков координат (рис. 10.5).



Рис. 10.5

Программное обеспечение позволяет решать все фотограмметрические задачи по цифровым изображениям (внутреннее ориентирование снимков, взаимное ориентирование пары снимков, построение модели, внешнее ориентирование модели, прямая и обратная засечки, фототриангуляция, трансформирование снимков, создание ортофотопланов, создание цифровых моделей поверхности, рельефа, объектов и местности). Отличительная особенность программного обеспечения цифровой системы — возможность автоматизировать процесс измерений координат точек снимков на всех этапах обработки снимков.

Система наблюдения состоит из одного или двух мониторов. Один предназначен для стереоскопического наблюдения стереопары снимков, а второй – для управления процессами фотограмметрической обработки снимков. В случае одного монитора все задачи решаются на нем. Существует четыре метода стереоскопического наблюдения снимков, применяемых в цифровых фотограмметрических системах: бинокулярный метод, анаглифический метод, поляроидный метод, метод затворных (активных) очков. Суть этих методов была рассмотрена в главе 2.

Датчики координат предназначены для задания координат точек местности *X*, *Y*, *Z* или снимка *x*, *y*. В качестве таких датчиков могут быть использованы клавиатура компьютера, мышь, трекбол, штурвалы и т.д.

В табл. 10.1 в качестве примера приведены некоторые характеристики цифровых фотограмметрических систем.

Практически на всех этапах обработки снимков в цифровых фотограмметрических системах применяются автоматические методы измерений координат точек снимков.

Внутреннее ориентирование. На этом этапе чаще всего применяются площадные методы отождествления при измерениях координат координатных меток. Отождествление выполняется между фрагментом исходного снимка с изображением координатной метки и специально созданным эталонным изображением этой метки. Кроме того, для измерения координат координатных меток могут использоваться автоматические методы монокулярных измерений. Если снимки цифровые, то на этапе внутреннего ориентирования учитывается только дисторсия объектива.

:										ТŇ
и ц. а. т. о. ние сти карты	Обработка пидарных данных	1	1	1	+	+	+	1	'	3C; 5
	Наложение на модель 3D-векторов	+	+	I	+	+	+	+	ı	ые с БН аглифи
Создан Юй ча	йиняде эннэлэдыА	9	9	I	9	9	9		ı	ченнь — ана
)))))))	Выделение линейных объектов	9	9	I	9	9	9		9	(, полу ия; А
K I	Выделение контурных точек	9	9	I	9	I	9	I	9	нэдон
	Создание истинного ортофотоплана	I	9	7	7	Ĺ	7	7	7	— сн набл
	Создание фотоплана	7	7	~	~	7	٢	7	7	ия; 4 иетод
МР, план	пореда с учетом контуров Проведение линии	5	9	7	7	7	7	I	7	ображен идный и
1П, Ц офото	Создание ЦМР по ЦМП	+	+	+	+	+	+	I	+	ые изс
Opro Opro	ПМД йонтопп эннядео Э	7	7	~	7	7	7	7	7	иннои
	Редактирование ЦМР	5	5	I	5	5	5	I	5	покан (ка; П
	Выделение линий перегиба	5,6	5,6	I	5,6	5,6	7	I	I	радио. Насад
	Самокалибровка	7	7	7	7	Ĺ	Ĺ	I	7	3 —
вили	Отбраковка грубых измерений	7	7	7	7	7	7	ı	7	сения;
Фототриангул	Внешнее ориентирование	5	s.	5	5	5	5	I	5	юбраж трная
	Взаимное ориентирование	7	7	7	7	7	7	I	7	ные из нокул
	Внутреннее ориентирование	7	7	7	7	7	7	I	7	сканер — би
-эмо ияя	Фотометрическая коррекция	7	7	7	7	7	7	7	7	; 2 — (
тоф dr	Изменение контраста	7	7	7	7	7	7	7	7	имки гичес
стереонаблюдения		А,3,П	Б,П, А,З	I	А,3,П	A,3	I	I	I	онные сн – автома
эмныq вн кинэпякоп до Минэжвqдоеи ыпиТ		0,1,2,3,4	0,2,4	0,1,4	0,2,3,4	0,1,2,3,4	0,2,3	0,1,4	0,1,4	ки; 1 — накло ованный; 7 —
		1994	1995	2006	1980	1991	2003	2013	2014	ые сним матизир
Фотограмметрическая система		Фотомод	ЦФС ЦНИИГАиК/ DIGITALS ГЕОСИСТЕМА	фотоскан	NPHO	IMAGINE Photogrammetry	Correlator3D	SURE	Pix4Dmapper	Обозначения: 0 — кадрові интерактивный; 6 — авто

ГЛАВА 10

Взаимное ориентирование. Для автоматического измерения координат точек, необходимых для взаимного ориентирования пары снимков, используют как площадные методы отождествления, так и методы, основанные на выделении элементов изображения. Кроме того, здесь широко применяется пирамида изображений.

Измерение связующих точек. Отождествление общих точек на нескольких снимках осуществляется по тем же алгоритмам, что и при измерениях точек для взаимного ориентирования.

Внешнее ориентирование снимков или фотограмметрической модели. Автоматизация измерений координат изображений опорных точек возможна, если эти точки маркированы на объекте. В этом случае можно применять те же алгоритмы, что и на этапе внутреннего ориентирования снимка при измерении координатных меток.

Создание цифровой модели поверхности (ЦМП). Для создания плотной цифровой модели поверхности объекта чаще всего используется квазиглобальный метод отождествления соответствующих точек.

Создание цифровой модели рельефа (ЦМР). Здесь могут применяться все описанные выше методы отождествления одноименных точек на снимках, включая редактирование ЦМП путем удаления из нее точек, принадлежащих искусственным сооружениям и растительности.

Удержание измерительной марки на поверхности стереомодели местности. Измерительная марка автоматически остается совмещенной по глубине с поверхностью модели при любых перемещениях марки в плане путем непрерывной корреляции одноименных точек стереопары вокруг марки.

Перспективные направления развития цифровых фотограмметрических систем

1. Появление новых и совершенствование существующих аэро-, космических и наземных съемочных систем потребует разработки новых алгоритмов обработки таких изображений. Например, появление сегодня аэросъемочных систем, позволяющих выполнять съемку одновременно в надир и с наклоном (Leica RC-30 Olique Penta), потребовало доработки алгоритмов фототриангуляции и построения трехмерных моделей городов с реальными текстурами стен зданий. Аналогичная ситуация и с появлением съемок с беспилотных летательных аппаратов и т.д. Одним из перспективных направлений развития съемочной техники является совмещение в одном корпусе нескольких камер и лазерного сканера, что потребует совершенствования алгоритмов совместной обрабатки снимков и облака точек. Это должно привести к повышению точности ориентирования облака точек, полученного лидаром.

2. Разработка новых и совершенствование существующих алгоритмов автоматической обработки снимков. Здесь можно выделить пять групп алгоритмов:

1) отождествления отдельных точек на смежных снимках, для которых наиболее перспективным является путь разработки новых детекторов характерных точек и их дескрипторов; 2) построения плотных моделей поверхности. Наиболее вероятный путь развития этих алгоритмов — совершенствование квазиглобального метода отождествления одноименных точек путем перехода от минимизации стоимости отождествления в пространстве снимков к минимизации стоимости отождествления в пространстве спимков к минимизации стоимости отождествления в пространстве.

3) построения истинного ортофотоплана на основе плотной ЦМП;

4) автоматической обработки плотной цифровой модели поверхности с целью создания ЦМР, выделения домов, дорог и других векторных объектов;

5) распознавания образов с целью автоматической векторизации объектов по снимкам.

Одним из перспективных направлений автоматизации фотограмметрических процессов является применение нейронных сетей (искуственного интеллекта). В настоящее время есть работы, подтверждающие успешность применения нейронных сетей для выделения на снимках топографических объектов (домов, строений и т.д.), векторизации линейных объектов, построении плотных цифровых моделей объектов, классификации облака точек и некоторых других. Основная сложность в применении нейронных сетей это необходимость иметь большой набор (десятки и сотни тысяч) соответствующих примеров для обучения сети, чтобы получать достаточно надежный результат.

3. Развитие компьютерной техники и интернета. Это направление безусловно влияет на развитие ЦФС и прежде всего с точки зрения организации параллельных вычислений и облачных технологий. В настоящее время при относительно невысокой скорости передачи данных по сети интернет применение облачных технологий возможно только для небольших проектов, в основном для решения задач наземной фотограмметрии, где количество снимков небольшое, а каждый снимок занимает мегабайты, в отличии от аэро- и космических снимков, где каждый снимок занимает гигабайты. Другое направление развития ЦФС может быть связано с интеграцией последних с геопорталами для обмена данными.

ГЛАВА 11

НАЗЕМНАЯ ФОТОГРАММЕТРИЯ

§ 11.1. Области применения наземной фотограмметрии

Наземная фотограмметрия—один из разделов фотограмметрии, в котором изучаются методы получения и фотограмметрической обработки изображений объектов, получаемых съемочными камерами с точек земной поверхности. Методы наземной фотограмметрии используются для решения многих задач в различных областях науки и производства. В частности, в настоящее время, наземная фотограмметрия применяется для создания топографических карт и цифровых моделей местности горных районов в масштабах 1:500 – 1:5000. Методами наземной фотограмметрии решаются различные задачи в архитектуре, строительстве, горном деле, машиностроении, судостроении, криминалистике, медицине и других областях науки и производства.

Примеры некоторых областей применения наземной фотограмметрии:





Рис. 11.1

для создания трехмерных моделей памятников архитектуры и других объектов (рис. 11.2);

для создания обмерных чертежей архитектурных сооружений и документации дорожных происшествий (рис. 11.3);

в робототехнике (рис. 11.4)

в автомобилестроении (рис. 11.5 и судостроении (рис. 11.6);

в археологии (рис. 11.7) и медицине (рис. 11.8).

В этой главе будут приведены примеры других применений наземной фотограмметрии.



Рис. 11.2



Рис. 11.3





Рис. 11.5



Рис. 11.6



Рис. 11.7

Рис. 11.8

§ 11.2. Съемочные камеры, применяемые в наземной фотограмметрии

В настоящее время в наземной фотограмметрии практически используют только цифровые фотокамеры. Для выполнения наземных фотограмметрических съемок созданы метрические цифровые камеры. В этих камерах, как правило, объектив и светоприемная матрица жестко укреплены на корпусе камеры, который изготавливается из недеформируемых материалов под воздействием изменений внешней среды (температура, давление, влажность), обеспечивая постоянство элементов внутреннего ориентирования камеры. Элементы внутреннего ориентирования этих камер, включая параметры фотограмметрической дисторсии, определяют на заводе-изготовителе. Примером такой камеры может служить камера AIC фирмы «Rollei». Эта камера выпускается со светоприемной матрицей 60 мегапикселей (Мп) и объективами с фокусными расстояниями 35, 50, 80 и 100 мм.

На рис. 11.9 показаны примеры метрических камер и некоторых неметрических цифровых камер (рис. 11.10), применяемых в наземной фотограмметрии, в табл. 11.1 даны их основные характеристики.

Таблица 11.1

Фирма изготови- тель	Модель	Разрешение, пиксель	Размер пиксе- ля, мкм	Размер ма- трицы, мм	Размер кадра, Мп	Фокусное расстояние, мм		
Метрические камеры								
Rollei	AIC P65	8924×6732	6,0	53,9×40,4	60	50		
Rollei	6008 digital metric	7228×5428	6,8	49,1×36,9	39	40÷350		
GSI	INCA 3	3500×2350	4,8	16,7×11,2	8,2	21		
AXIOS3D	SingleCam	776×582	8,3	6,4×4,8	0,5			
Любительские и профессиональные цифровые камеры								
Phase One	iXA-R	10328×7760	5,2	53,7×40,4	80	40,50,70		
Phase One	iXM-RS150F	14204×10652	3,76	53,4×40,0	151,3	28÷240		
Hasselblad	H6D-100c	11600×8700 p	4,6	53,4×40,0	100	24÷300		
Leica	S3	9780×6520	4,6	45,0×30,0	64	35÷180		
Nikon	D3X	6048×4032	5,9	35,9×24,0	25,7	24÷500		
Canon	EOS5D	4368×2912	8,2	35,8×23,9	12,8	14÷800		
Sony	DXC W190	4040×3032	1,4	5,6×4,2	12,1	29,7÷118,8		

Помимо метрических камер для фотограмметрических работ можно использовать любительские и профессиональные цифровые съемочные камеры. Эти камеры должны быть предварительно подвергнуты процедуре фотограмметрической калибровки, в результате которой определяются элементы внутреннего ориентирования камеры, включая параметры фотограмметрической дисторсии объектива съемочной камеры. В настоящее время для наземной фотограмметрической съемки в зависимости от требуемой точности фотограмметрических определений, размера снимаемого объекта и расстояния до него используются различные типы профессиональных и любительских цифровых фотокамер. В качестве примера можно привести достаточно дорогостоящие цифровые фотокамеры Phase One, Hasselblad, Leica и относительно дешевую цифровую 12-мегапиксельную камеру Sony (см. табл. 11.1).



Рис. 11.9



Рис. 11.10

В наземной фотограмметрии используют также стерео- и многокамерные съемочные системы. Эти камеры представляют собой две или более идентичные съемочные камеры, жестко установленные относительно друг друга на некотором базисе, так чтобы оптические оси этих камер были перпендикулярны к базису. В некоторых системах оптические оси камер направлены друг к другу, чтобы увеличить угол засечки, а следовательно, и точность определения координат точек снимаемого объекта. Некоторые системы имеют в своем составе проектор для подсветки объекта структурированным светом. В результате фотограмметрической калибровки стереофотограмметрических камер, но и элементы их взаимного ориентирования. В этом случае при фотограмметрической обработке снимков, полученных стереофотограмметрической камерой, или многокамерной системой координаты точек сфотографированного объекта можно получить по формулам прямой фотограмметрической засечки.

На рис. 11.11 представлены некоторые примеры цифровых стереофотограмметрических камер и многокамерных систем. Подобные камеры используются в основном в медицине, для изучения динамических процессов, в робототехнике и т.д. В табл. 11.2 показаны основные характеристики некоторых цифровых камер (рис. 11.12), основанных на применении линеек ПЗС. В этих камерах в плоскости прикладной рамки перемещается линейка ПЗС, за счет этого получается изображение (сканерное), состоящее из множества строк, каждая из которых получена в свой момент времени. Время сканирования (получение одного изображения) равно 2 мин. Естественно, такие камеры можно применять только для съемки статических объектов (не меняющих свое положение в пространстве во времени). Среди камер, основанных на применении линеек ПЗС, существуют и панорамные, например, панорамная камера EYESCAN M3 фирмы «Катага & System Technik» (см. рис. 11.12). Эта камера позволяет получать изображения с углом поля зрения, составляющим 360°. Линейка ПЗС имеет 10000 пикселей. Панорамные изображения можно получать и с помощью многокамерных съемочных систем (рис. 11.13), которые применяются в основном для любительских целей, но могут быть использованы и для профессиональной метрологии.



Рис. 11.11

Таблица 11.2

Фирма изготовитель	Модель	Разрешение, пиксель	Размер пикселя, мкм	Площадь сканирования, мм	
Better Light	Super 6K-HS	6000×8000	8	72×96	
Better Light	Super 8K-HS	8000×10600	6	72×96	
Better Light	Super 10K-HS	10200×13600	5	72×96	
Panoscan	MARK III (MK3)	6000×65000	12	72	

Для определения координат центра фотографирования с помощью ГНСС можно использовать специальное устройсво для крепления камеры и антенны приемника ГНСС (рис. 11.14).

Другая группа камер, которые также находят применение в фотограмметрии это видеокамеры. В основном они применяются в специализированных фотограмметрических системах для изучения мелких объектов в медицине, робототехнике и т.д. Эти камеры работают в аналоговом телевизионном формате. Для получения цифровых изображений применяются аналого-цифровые преобразователи (захватчики изображений) в виде специальной платы, устанавливаемой в компьютер.



Super 6 K-HS

Super 8 K-HS



Super10 K-HS

Рис. 11.12



3600 камера (Giroptic)



Шар с 32 камерами (Рапопо)

Рис. 11.13

Современные видеокамеры являются цифровыми, не требующими аналого-цифровых преобразователей. На рис. 11.15 в качестве примера приведена видеокамера E-PLA741. Скорость съемки такой камерой составляет

27 кадров в секунду с разрешением 1280×1024 пикселей; 33 кадра в секунду с разрешением 1000×1000 пикселей и 8000 кадров в секунду с разрешением 4096 пикселей. Высокоскоростные видеокамеры находят применение при изучении быстропротекающих процессов, например, при изучении краш-тестов автомобилей, траектории полета летательного аппарата и т.д.



Рис. 11.14



Рис. 11.15

Относительно недавно появились ToF (time of flight) камеры, которые основаны на измерении времени прохождения света до объекта и обратно. Разность фаз посланного и принятого сигналов фиксируется в специальной матрице PMD (photonic mixing devices). Камера освещает объект светодиодами в ближнем инфракрасном дипазоне. Расстояние вычисляется для каждого пикселя, используя разность фаз. Количество пикселей у матрицы пока небольшое: 1024×768 пикселей. Такая камера может измерять расстояния до 5 м с точностью приблизительно 5 мм. Результат съемки — облако точек. Такие камеры применяются в робототехнике, навигации, и т.д. Другим применением подобных камер является распознавание лиц в смарт-фонах (рис. 11.17). Размер матрицы этой камеры составляет 0,03 мегапикселя.



Рис. 11.16



§ 11.3. Фотограмметрическая калибровка цифровых съемочных камер

Фотограмметрическая калибровка цифровых съемочных камер выполняется с целью определения значений элементов внутреннего ориентирования съемочных камер, включая параметры фотограмметрической дисторсии объектива съемочной камеры.

Поправки *d_x* и *d_y* в координаты измеренных на снимке точек, компенсирующие влияние фотограмметрической дисторсии объектива съемочной камеры, в общем случае описываются различными уравнениями. Наиболее широко используются уравнения:

$$d_{x} = x(r^{2}k_{1} + r^{4}k_{2} + r^{6}k_{3}) + (r^{2} + 2x^{2})p_{1} + 2xyp_{2};$$

$$d_{y} = y(r^{2}k_{1} + r^{4}k_{2} + r^{6}k_{3}) + 2xyp_{1} + (r^{2} + 2y^{2})p_{2},$$
(11.3.1)

где x, y — координаты точек снимка в системе координат снимка; k_1, k_2, k_3 — коэффициенты радиальной дисторсии; p_1, p_2 — коэффициенты тангенциальной дисторсии объектива; $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$; x_0, y_0 — координаты главной точки снимка.

Как показал практический опыт фотограмметрической калибровки цифровых фотокамер, для описания фотограмметрической дисторсии в подавляющем большинстве случаев достаточно ограничиться коэффициентами k_1 и k_2 системы уравнений (11.3.1). Инструментальные и фотографические методы фотограмметрической калибровки съемочных камер, а также методы их калибровки по снимкам звезд, подробно рассмотрены в курсе «Аэрокосмические съемки». Поэтому в настоящем учебнике рассмотрены только методы фотограмметрической калибровки цифровых фотокамер по снимкам пространственного и плоского тест-объектов, так как эти методы наиболее широко используются при фотограмметрической калибровке цифровых фотокамер, применяемых при выполнении наземной фотограмметрической съемки.

Калибровка цифровых фотокамер по снимкам пространственного тест-объекта

В этом методе фотограмметрическая калибровка цифровых фотокамер производится по снимкам пространственного тест-объекта. Тест-объект представляет собой пространственное поле маркированных точек. Наиболее оптимальным вариантом конструкции пространственного тест-объекта служит тест-объект, представленный на рис. 11.18. Этот тест-объект может быть смонтирован в прямоугольном помещении с размерами по осям X и Y от 2,5 до 5 м, а по оси Z от 6 до 10 м.







На дальней от съемочной камеры стене помещения жестко укрепляют маркированные точки, равномерно расположенные по площади. Кроме того, на верхней, нижней и боковых стенах помещения укрепляют ряды маркированных точек в сечениях стен плоскостями параллельными плоскости дальней стены. Максимальное расстояние между маркированными точками тест-объекта вдоль оси Z должно составлять от 0,2 до 0,4 расстояния от дальней стены до точки фотографирования (рис. 11.19). При калибровке длиннофокусных (узкоугольных) съемочных камер это отношение выбирается равным 0,4, а короткофокусных (широкоугольных) — 0,2. Для решения задачи калибровки необходимо располагать точки тест-объекта не менее чем в двух плоскостях. Однако для обеспечения возможности калибровки камер с различными фокусными расстояниями и повышения точности калибровки желательно располагать точки тест-объекта в 3-5 плоскостях.
На нулевом уровне марки располагаются по вертикали 6–7 рядами, в каждом из которых по 8–10 марок (см. рис. 11.19). На первом, втором уровнях и последующих уровнях марки располагаются по периферии по 8–10 марок на каждой стене, на потолке и на полу. Точки (марки) тест-объекта должны быть выполнены в виде четких геометрических фигур, обеспечивающих максимальную точность наведения измерительной марки цифровой фотограмметрической системы при измерении координат их изображений на снимках в интерактивном и автоматическом режимах.

Координаты точек тест-объекта должны быть определены в местной прямоугольной системе координат, координатная плоскость *XY* которой должна быть приблизительно параллельна плоскости дальней стены, а ось *Z*—дополнять систему координат до правой.

Координаты X и Y точек должны быть определены со средними квадратическими погрешностями, максимально допустимые значения которых определяются по формуле $m_X = m_Y = 0, 1 \frac{Z_{\min}}{\hat{f}} \Delta$, где Z_{\min} —расстояние по оси Z от точки фотографирования до ближайшей к ней точки тест-объекта; 0,1—точность (в пикселях), с которой можно измерить координаты точек снимков в автоматическом режиме; f—фокусное расстояние съемочной камеры; Δ —размер пикселя светоприемной матрицы съемочной камеры. Такая точность координат точек тест-объекта обеспечит точность определения координат главной точки и дисторсии объектива примерно 0,2–0,5 пикселя.

Координаты Z точек должны быть определены со средними квадратическими погрешностями, максимальное значение которых, определяется по формуле $m_Z = \Delta Z/20\,000$, где ΔZ —глубина тест-объекта, т.е. расстояние вдоль оси Z от дальней стены до ближайшей к съемочной камере точки тест-объекта. Такая точность точек тест-объекта обеспечит точность определения фокусного расстояния камеры примерно 1/10000.

= Пример =

Предположим, что камера имеет $f = 50$ мм, а размер пикс	селя Δ =0,005 мм. Тест-объект имеет
следующие размеры: $Z_{\min}=6$ м; $\Delta Z=2$ м, тогда $m_{\chi}=m_{\gamma}=0$	0,06 мм, <i>m</i> _z =0,1 мм.

Определение пространственных координат точек тест-объекта целесообразно проводить методом прямой геодезической засечки с помощью электронных тахеометров, обеспечивающих измерение горизонтальных и вертикальных углов со средними квадратическими погрешностями 3–5".

Определение элементов внутреннего ориентирования съемочных камер, т.е. их фотограмметрическая калибровка по снимкам пространственного тест-объекта, основано на совместном решении системы уравнений коллинеарности, составляемых для каждого измеренного на цифровом снимке изображения точки тест-объекта. Эти уравнения имеют вид:

$$x_{0} - f \frac{a_{11}(X - X_{s}) + a_{21}(Y - Y_{s}) + a_{31}(Z - Z_{s})}{a_{13}(X - X_{s}) + a_{23}(Y - Y_{s}) + a_{33}(Z - Z_{s})} - x - d_{x} = 0;$$

$$y_{0} - f \frac{a_{12}(X - X_{s}) + a_{22}(Y - Y_{s}) + a_{32}(Z - Z_{s})}{a_{13}(X - X_{s}) + a_{23}(Y - Y_{s}) + a_{33}(Z - Z_{s})} - y - d_{y} = 0,$$
(11.3.2)

где f фокусное расстояние съемочной камеры; x_0, y_0 координаты главной точки в системе координат снимка; x, y координаты изображения точки тест-объекта в системе координат снимка; X, Y, Z координаты соответствующей точки тестобъекта в системе координат объекта; X_S, Y_S, Z_S координаты точки фотографирования (центра проекции); a_{ij} элементы матрицы преобразования координат (направляющие косинусы), являющиеся функциями угловых элементов внешнего ориентирования съемочной камеры $\omega, \alpha, \kappa; d_x, d_y$ поправки в измеренные на снимке координаты x, y изображения точки тест-объекта за дисторсию объектива, определяемые уравнениями (11.3.1).

Полученную по всем измеренным на снимке изображениям точек тест-объекта систему уравнений решают способом приближений по методу наименьших квадратов. В результате решения системы уравнений определяют элементы внешнего ориентирования снимка $X_s, Y_s, Z_s, \omega, \alpha, \kappa$ и элементы внутреннего ориентирования снимка $f, x_0, y_0, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2$ с оценкой точности их определения.

При решении исходные уравнения приводят к линейному виду, раскладывая их в ряд Тейлора с сохранением членов только первого порядка малости, и переходят к уравнениям поправок вида:

$$\mathbf{B\delta} + \mathbf{L} = \mathbf{V},\tag{11.3.3}$$

где **В**—матрица коэффициентов уравнений поправок (частные производные от исходных уравнений по неизвестным) размерностью $m \times n$ (m—число уравнений, n число неизвестных); δ —матрица поправок к элементам внешнего ориентирования снимка и элементам внутреннего ориентирования, размерностью $1 \times n$; **L**—матрица свободных членов размерностью $1 \times m$; **V**—матрица поправок в измеренные координаты точек снимка размерностью $1 \times m$.

В нашем случае m=2k, где k—число точек тест-объекта, измеренных на снимке, n=14.

(017)

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{113} & a_{114} \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & \dots & b_{113} & b_{114} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & a_{k3} & \dots & a_{k13} & a_{k14} \\ b_{k1} & b_{k2} & b_{k3} & \dots & b_{k13} & b_{k14} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{\delta} = \begin{pmatrix} \delta X_{S} \\ \delta Y_{S} \\ \delta Z_{S} \\ \vdots \\ \delta p_{1} \\ \delta p_{2} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{L} = \begin{pmatrix} l_{x1} \\ l_{y1} \\ \vdots \\ l_{xk} \\ l_{yk} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{V} = \begin{pmatrix} v_{x1} \\ v_{y1} \\ \vdots \\ v_{yk} \\ v_{yk} \end{pmatrix}.$$

Значения коэффициентов уравнений поправок (11.3.3) a_i , b_i вычисляются по известным значениям координат x, y изображений точек тест-объекта измеренных

на снимке, координат точек тест-объекта X, Y, Z и приближенным значениям элементов внешнего ориентирования снимка X_s , Y_s , Z_s , ω , α , κ и элементов внутреннего ориентирования снимка $f, x_0, y_0, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2$. Свободные члены l_x, l_y вычисляются по формулам (11.3.2) таким же образом.

Для решения системы линейных уравнений (11.3.3) по методу наименьших квадратов переходят к нормальным уравнениям:

 $\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \boldsymbol{\delta} + \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{L} = \mathbf{0}$

или

$$\mathbf{N}\boldsymbol{\delta} + \mathbf{L}^N = \mathbf{0},\tag{11.3.4}$$

где N—матрица коэффициентов нормальных уравнений размерностью $n \times n$; L^N—матрица размерностью $1 \times n$ свободных членов нормальных уравнений; Р—диагональная матрица весов измерений,

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & p_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_m \end{pmatrix}; \quad p_i = \frac{1}{m_i^2};$$

*m*_{*i*}—средняя квадратическая ошибка *i*-го измерения.

В результате решения уравнений (11.3.4) получим: $\delta = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{L}^{N}$ или

$$\boldsymbol{\delta} = \mathbf{Q}\mathbf{L}^{N},\tag{11.3.5}$$

где Q—обратная матрица коэффициентов нормальных уравнений.

Таким образом получают поправки ко всем приближенным значениям неизвестных элементов внешнего ориентирования снимка и элементам внутреннего ориентирования камеры и вычисляют их уточненные значения:

$$X'_{S} = X^{0}_{S} + \delta X';$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$p'_{2} = p^{0}_{2} + \delta p'_{2}.$$

По уточненным значениям неизвестных снова составляют уравнения поправок (11.3.3) и решают полученную систему уравнений по методу наименьших квадратов. Так продолжают до тех пор, пока поправки к неизвестным станут пренебрегаемо малыми величинами. В результате получают уравненные значения элементов внешнего ориентирования снимка и элементы внутреннего ориентирования камеры. В последнем приближении выполняют оценку точности определения неизвестных, т.е. вычисляют средние квадратические погрешности неизвестных:

$$m_j = \mu_v \sqrt{Q_{jj}};$$
 (11.3.6)

$$\mu = \sqrt{\frac{\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{m-n}},\tag{11.3.7}$$

где µ—средняя квадратическая ошибка единицы веса; Q_{jj} —диагональные элементы обратной матрицы; *m*–*n*—число избыточных измерений.

С целью повышения надежности и точности определения элементов внутреннего ориентирования калибруемых камер, целесообразно производить съемку тестобъекта многократно с поворотом камеры вокруг оптической оси объектива на 180° и определять искомые параметры в результате совместной обработки измерений, выполненных по всем полученным снимкам.

Критерием оценки точности проведенной фотограмметрической калибровки цифровой камеры и, как следствие, критерием пригодности камеры для выполнения фотограмметрических определений являются значения остаточных погрешностей координат измеренных на снимке точек. Их значения в зависимости от типа калибруемой съемочной камеры должны лежать в пределах от 0,15 до 0,5 пикселя.

По тест-объекту кафедры фотограмметрии МИИГАиК (рис. 11.22) была выполнена калибровка цифровой фотокамеры. На рис. 11.20 и 11.21 представлены два образца сертификатов этой калибровки. В первом сертификате за единицу измерений был принят пиксель, во втором миллиметр.

Калибровка цифровых фотокамер по снимкам плоского тест-объекта

Плоский тест-объект представляет собой поле маркированных точек, расположенных в плоскости, имеет свои особенности, связанные с возможной неопределенностью решения задачи в следствии корреляции фокусного расстояния f с отстоянием Z_s при решении обратной засечки. Это обстоятельство поясняет рис. 11.23.

Предположем, что плоский тест-объект был снят камерой с фокусным расстоянием f из точки S, установленной от объекта на отстоянии $Z_s = SN$. В результате решения обратной засечки при совместном нахождении f и Z_s возникает многозначность решения, одним из которых являются произвольные значения f' и Z'_s (см. рис. 11.23), при котором все проектирующие лучи пересекаются в точке S'. В то же время для пространственного объекта существует только одно решение в точке S, так как в точке S' не пересекаются все лучи (рис. 11.24).

При использовании для фотограмметрической калибровки цифровых фотокамер плоского тест-объекта съемку необходимо выполнять при горизонтальном расположении камеры и с наклоном оптической оси камеры относительно плоскости тест-объекта (рис. 11.25), что позволит избежать неопределенности решения задачи. Рекомендуется выполнить наклонную съемку со всех сторон тест-объекта при приблизительно равном угле наклона съемочной камеры.

Рис. 11.26 иллюстрирует то обстоятельство, что при съемке плоского тестобъекта с наклоном оптической оси камеры относительно этого объекта проблема неопределенности решения обратной засечки отсутствует, так как существует только одно решение для точки S (по аналогии с пространственным тест-объектом (см. рис. 11.24).

СЕРТИФИКАТ КАЛИБРОВКИ ЦИФРОВОЙ ФОТОКАМЕРЫ

Тип камеры – CANON 5D MARK II

Серийный номер - 2931522107

Объектив CANON LENS EF – 50 мм Серийный номер – 14786

Фокусное расстояние

f = 8075,4 + -0,4 пикселя

Координаты главной точки:



Начало системы координат снимка совмещено с центром матрицы

Параметры радиальной дисторсии:

 $k_1 = -2,1391E-009 +/- 1,4421E-011$ $k_2 = 2,8649E-017 +/- 1,3462E-018$

Поправки в координаты измеренных на снимке точек, учитывающие влияние радиальной дисторсии, вычисляют по формулам:

$$d_x = (x - x_0)(r^2k_1 + r^4k_2);$$

$$d_y = (y - y_0)(r^2k_1 + r^4k_2),$$

где $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}.$

Рис. 11.20

СЕРТИФИКАТ КАЛИБРОВКИ ЦИФРОВОЙ ФОТОКАМЕРЫ

Тип камеры - CANON 5D MARK II

Серийный номер - 2931522107

Объектив CANON LENS EF – 50 мм Серийный номер – 14786

Размер пикселя – 6,2 мкм

Фокусное расстояние

f = 50,068 + -0,002 MM

Координаты главной точки:



Начало системы координат снимка совмещено с центром матрицы

Параметры радиальной дисторсии:

$$k_1 = -5,5646E-005 +/- 3,7515E-007$$

 $k_2 = 1,9388E-008 +/- 9,1104E-010$

Поправки в координаты измеренных на снимке точек, учитывающие влияние радиальной дисторсии, вычисляют по формулам:

$$d_{x} = (x - x_{0})(r^{2}k_{1} + r^{4}k_{2});$$

$$d_{y} = (y - y_{0})(r^{2}k_{1} + r^{4}k_{2}),$$

где $r = \sqrt{(x - x_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2}}.$

Рис. 11.21

Определение элементов внутреннего ориентирования камеры по полученным таким образом снимкам производится в результате совместной обработки результатов измерений по всем полученным снимкам, так же, как и при обработке снимков пространственного тест-объекта.

Точки (марки) тест-объекта должны быть выполнены в виде четких геометрических фигур, обеспечивающих максимальную точность наведения при измерении их координат тахеометром на объекте и с помощью фотограмметрической системы на снимках. Наиболее оптимальными фигурами для маркирования точек тест-объекта являются окружность и крест.

На рис. 11.27 приведен пример плоского тест-объекта, имеющего маркированные точки в виде окружностей (ГОСНИИАС). Причем каждая точка имеет уникальный графический код, позволяющий автоматически определить номер данной точки.

Задачу калибровки цифровой камеры по плоскому тест-объекту можно решить и следующим образом. Камера закрепляется на штативе и делается серия снимков плоского тест-объекта (например, шахматной доски) при различных отстояниях и наклонах тест-объекта (рис. 11.28).

Затем обработка всех снимков ведется совместно, считая их одним снимком с фиксированными элементами внешнего ориентирования. Решение ведется по уравнениям коллинеарности (11.3.2), считая $X_s = Y_s = Z_s = \omega = \alpha = \kappa = 0$. Тогда уравнения (11.3.2) примут следующий вид:

$$x_{0} - f \frac{X}{Z} - x + d_{x} = 0 \\ y_{0} - f \frac{Y}{Z} - y + d_{y} = 0$$
 (11.3.8)



Рис. 11.22



Рис. 11.23



Рис. 11.24



Рис. 11.25

где
$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{oi} \\ Y_{oi} \\ Z_{oi} \end{pmatrix} + A_i \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ 0 \end{pmatrix} x, y$$
—координаты точек снимка; $X'Y'$ —координаты точек

плоского тест-объекта (доски) в своей системе координат ОХ'Ү'Z'.



Рис. 11.26





В этих уравнениях неизвестными являются элементы внутреннего ориентирования камеры f_i , x_o , y_o , k_1 , k_2 , k_3 , p_1 , p_2 и X_{oi} , Y_{oi} , Z_{oi} , ω_i , α_i , κ_i — элементы ориентирования плоского *i*-го тест-объекта (доски, *i* = 1, ... *n*, где *n*—число досок) в системе координат *SXYZ*.

Для достижения максимального результата по точности калибровки камеры данным методом следует наклонять шахматную доску на углы в диапазоне 30–40° к оптической оси калибруемой камеры.



Рис. 11.28

Калибровка длиннофокусных цифровых фотокамер

Камера является длиннофокусной, если фокусное расстояние превышает формат снимка приблизительно в 1,5 и более раза. В этом случае, возникает проблема с точностью определения фокусного расстояния. Это прежде всего связано с острым углом засечки, по сравнению с широкоугольными камерами, как наглядно показано на рис. 11.29. Кроме того, если использовать тест-объект, предназначенный для калибровки широкоугольных камер, то при съемке длиннофокусной камерой в поле зрения попадает очень мало точек. Поэтому для калибровки длиннофокусных камер нужен свой тест-объект, у которого будет много точек располагаться на разных отстояниях и на меньшей площади. Однако это не решит проблемы точности определения фокусного расстояния камеры, так как угол засечки у таких камер очень маленький. Поэтому следует каким-то образом увеличить угол засечки для цнентра проекции. Это можно сделать, если получить несколько снимков тест-объекта, предназначенного для широкоугольных камер, из одной точки фотографиро-





вания, как показано на рис. 11.30. Для калибровки камеры следует использовать эти снимки, считая координаты центра проекции едиными для всех снимков. В этом случае задача калибровки решается на основе уравнений коллинеарности (11.3.2), в которых неизвестными будут элементы внутреннего ориентирования камеры, три координаты общего центра проекции и три угла наклона для каждого снимка. Учеличив таким образом угол засечки для центра проекции, следует ожидать увеличение точности определения фокусного расстояния камеры, а как следствие увеличение точности определения координат точек объекта по снимкам, полученным такой камерой, особенно в направлении отстояния до объекта. Единственно, пока непонятно как сделать несколько снимков из одного центра проекции. Камера должна вращаться вокруг передней узловой точки объектива.

Для этого можно воспользоваться специальной панорамной головкой, которая позволяет перемещать и поворачивать камеру в небольших пределах (рис. 11.31). Для того, чтобы найти переднюю узловую точку объектива достаточно сделать следующее. Перед тест-объектом подвесить два отвеса на некотором расстоянии друг от друга и поставить камеру в створе этих отвесов. На рис. 11.32, а показаны два отвеса желтый и красный (перпендикулярно к плоскости рисунка) и передняя узловая точка объектива, которая находится на линии, соединяющей эти два отвеса. В этом случае на изображении мы видим одну вертикальную линию. Теперь мы начинаем поворачивать камеру, конечно, не вокруг передней узловой точки объектива, а вокруг некоторой точки вращения камеры. В этом случае мы видим изображение двух отвесов (вертикальные линии) (см. рис. 11.32, б, в). Затем мы перемещаем и поворачиваем камеру до тех пор, пока точка вращения камеры не совпадет с передней узловой точкой объектива. Контролем является то обстоятельство, что при любых вращениях камеры в поле зрения камеры имеем одно изображение вертикальной линии, как показано на рис. 11.32, г, д. В этом случае мы нашли переднюю узловую точку объектива.



Рис. 11.31



— Пример —

Выполнена калибровка камеры Hasselblad с фокусным расстоянием 100 мм. Для этого было сделано четыре снимка тест-объекта (рис. 11.33). Калибровка выполнялась дважды. В первом случае калибровка выполнялась по классической схеме, используя четыре снимка тест-объекта. Во втором случае калибровка выполнялась по тем же четырем снимкам, только центр проекции считался общим. В результате точность определения фокусного расстояния улучшилась (почти в 2 раза) в случае использования общего центра проекции для всех снимков. Далее была сделана обработка стереопары снимков тест-объекта, т.е. решались прямые засечки для точек тест-объекта, используя различные варианты калибровки. В табл. 11.3 представлены результаты оценки точности, полученные по 49 точкам тест-объекта. Из табл. 11.3 следует, что точность определения координаты Z (отстояние) существенно выше, если использовать при калибровке общий центр проекции.



Рис. 11.33

Т	а б	Л	И	Ц	а	1	1		3
---	-----	---	---	---	---	---	---	--	---

СКП	Классическая калибровка	Калибровка с общим центром проекции
m _x	0,17	0,16
m _y	0,22	0,11
m _z	0,50	0,31
	1	1

§ 11.4. Системы координат и элементы ориентирования наземных снимков

В наземной фотограмметрии используются те же системы координат снимка, объекта и фотограмметрической модели, которые применяются при обработке аэрои космических кадровых снимков. Дополнительно в наземной фотограмметрии используют базисную систему координат (рис. 11.34).

Начало базисной системы координат совмещено с центром проекции левого снимка S_1 . Ось Z совмещена с вертикалью, проведенной из центра проекции S_1 .



Рис. 11.34

Ось X совпадает с проекцией базиса фотографирования на горизонтальную плоскость XY, проведенную через центр проекции S_1 . Ось Y дополняет систему до правой. В качестве элементов внешнего ориентирования наземных снимков используются те же элементы, что и для аэроснимков. Единственное отличие заключается в значении поперечного угла наклона ω , которое для наземных снимков равно пример-

но 90°. Следует отметить, что в наземной фотограмметрии в отличие от аэрофотограмметрии углы наклона снимков могут принимать значения от 0 до 360°, в зависимости от решаемой задачи.

§ 11.5. Основные случаи наземной стереофотограмметрической съемки

При выполнении наземной стереофотограмметрической съемки в зависимости от условий съемки (расположения объекта относительно точек фотографирования и его размеров) используется несколько основных вариантов съемки, которые в фотограмметрии называют **основными случаями съемки.** К основным случаям наземной стереофотограмметрической съемки относят нормальный, равноотклоненный, равнонаклонный и конвергентный случаи съемки.





Нормальный случай съемки наиболее распространенный в практике фотограмметрии случай съемки. В этом случае оси *x*, *y* и *z* систем координат съемочных камер (снимков) приблизительно параллельны соответственно осям *X*, *Z* и *Y* базисной системы координат (рис. 11.35). При этом угловые элементы внешнего ориентирования снимков имеют следующие значения: $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 0^\circ$; $\omega_1 \approx \omega_2 \approx 90^\circ$; $\kappa_1 \approx \kappa_1 \approx 0^\circ$.

Как показал практический опыт работ при съемке цифровыми камерами со штативом или без него (с рук) значения угловых элементов внешнего ориентирования съемочных камер устанавливаются с точностью не ниже 3–7°. Нормальный случай съемки используют, когда базис при съемке можно расположить приблизительно параллельно объекту съемки, а по высоте объект полностью изображается на снимках стереопары.

Равноотклоненный случай съемки. В отличие от нормального случая съемки в равноотклоненном случае оси z (оптические оси) съемочных камер приблизительно параллельны между собой и отклонены от оси Убазисной системы координат на угол а (рис. 11.36). Угловые элементы внешнего ориентирования снимков в этом случае имеют следующие значения: $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx \alpha$; $\omega_1 \approx \omega_2 \approx 90^\circ$; $\kappa_1 \approx \kappa_1 \approx 0^\circ$. Равнооотклоненный



случай съемки используют в качестве дополнения к нормальному случаю при необходимости увеличить зону съемки по горизонтали. Для этого с одного базиса производят съемку стереопары нормального случая и одной или двух стереопар равноотклоненного случая съемки. Кроме того, равнотклоненный случай съемки целесообразно применять при непараллельности базиса съемки объекту.

Равнонаклонный случай съемки. В равнонаклонном случае съемки оси z (оптические оси) камер приблизительно параллельны между собой и наклонены относительно горизонтальной плоскости на некоторый угол ω (рис. 11.37). Угловые элементы внешнего ориентирования снимков в этом случае имеют следующие значения: $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 0^\circ$; $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega$; $\kappa_1 \approx \kappa_1 \approx 0^\circ$. Наклоном съемочной камеры на угол ω можно добиться оптимального расположения объекта на снимке. Равнонаклонный случай целесообразно использовать, например, при съемке высоких зданий.

Конвергентный случай съемки. В конвергентном случае съемки с целью увеличения базиса фотографирования и как следствие точности фотограмметрических определений оптические оси съемочных камер повернуты друг к другу на углы α и пересекаются под углом ү-углом конвергентности (рис. 11.38).

При больших значениях угла конвергенции становится невозможным стереоскопическое наблюдение и измерение



Рис. 11.37



Рис. 11.38

полученных стереопар снимков конвергентного случая съемки. Поэтому конвергентный случай используется для съемки объектов с четкими контурами или маркированными точками, что обеспечивает возможность монокулярных измерений. Стереоскопическое наблюдение и измерение стереопар снимков конвергентного случая съемки возможно в случае их предварительного цифрового трансформи-











Рис. 11.41

рования в стереопару снимков нормального случая съемки.

В ряде случаев практики, например, при съемке высоких сооружений, целесообразно производить получение стереопар снимков нормального, равноотклоненного и равнонаклонного случаев съемки с вертикального базиса. В этом случае в базисной системе координат ось Z горизонтальна. На рис. 11.39, в качестве примера, представлена стереопара снимков нормального случая съемки с вертикального базиса.

Маршрутная и блочная съемки. При съемке протяженных объектов целесообразно производить маршрутную или блочную съемку объекта. На рис. 11.40 показан вариант маршрутной съемки здания.

В маршрутной съемке из смежных снимков маршрута формируется стереопары снимков нормального или равнонаклонного случаев съемки. При этом съемка выполняется таким образом, чтобы у смежных стереопар имелась область тройного перекрытия. Для этого съемку выполняют так, чтобы смежные снимки в маршруте перекрывались по направлению маршрута приблизительно на 60%. В случае, если при проведении маршрутной съемки объект изображается на снимках по высоте не полностью, производят блочную (многомаршрутную) съемку, в которой выполняют дополнительную маршрутную съемку объекта, формируя один или несколько маршрутов, параллельных первому маршруту с поперечным перекрытием марш-

рутов не меньше 20–30%. Возможны два варианта проведения блочной съемки. В первом варианте маршрутные съемки производят с разных высот, например, с поверхности земли и крыши здания (рис. 11.41). Во втором варианте с каждой точки фотографирования получают снимки при разных углах наклона ω , из которых

формируют перекрывающиеся маршруты из стереопар снимков нормального и равнонаклонного случаев съемки (рис. 11.42).







Рис. 11.43

При выполнении наземной стереофотограмметрической съемки могут возникнуть так называемые «мертвые» зоны (участки объекта не изобразившиеся на стереопаре снимков). Для съемки этих участков объекта производят съемку с дополнительных базисов.

На рис. 11.43 «мертвые» зоны, возникающие при проведении съемки с точек фотографирования S_1, S_2, S_3 , показаны серым цветом. Для съемки этой части объекта необходим дополнительный базис фотографирования (S_4-S_5) .

Общий случай съемки. Данный вид съемки применяется в основном при создании трехмерных моделей объектов сложной формы, например, соборов, памятников, параболических антенн и т.д.

В этом случае перекрытия между снимками применяется 70–80%, а оптическая ось камеры направляется примерно перпендикулярно к объекту или в середину объекта. В общем случае ориентация камеры может быть произвольной. На рис. 11.44 показаны примеры такой съемки.







На рис. 11.45 показаны некоторые технические средства, применяемые для реализации вышеописанных случаев съемок в наземной фотограмметрии.

Рис. 11.45

§ 11.6. Особенности фотограмметрической обработки наземных снимков

Фотограмметрическая обработка одиночных и стереопар наземных снимков производится аналогично обработке аэро- и космических кадровых снимков, то есть методами прямой, обратной и двойной обратной фотограмметрической засечки, методом связок, а также построением маршрутной и блочной фототриангуляции.

В качестве опорной информации при фотограмметрической обработке наземных снимков, так же как и при обработке аэрокосмических снимков используют координаты опорных точек и центров проекции снимков и значения угловых элементов внешнего ориентирования снимков.

При наземной фотограмметрической съемке зданий, инженерных сооружений и других объектов в качестве опорной информации можно использовать измеренные длины отрезков между точками объекта, точками фотографирования, точками фотографирования и точками объекта. Так же в качестве опорной информации можно использовать принадлежность точек объекта, изобразившихся на стереопаре снимков, вертикальному или горизонтальному объектам, горизонтальной плоскости. Опорной информацией могут служить и опорные направления—значения дирекционного и вертикального углов, определенных из точки фотографирования на точку объекта, изобразившейся на снимке.

При построении сети фототриангуляции по наземным снимкам или фотограмметрической обработке стереопары таких снимков, в случае, если была измерена длина отрезка D_i между точками объекта, координаты изображений которых измерены на стереопарах снимков, для каждого такого отрезка составляется условное уравнение

$$\sqrt{\left(X_{i}-X_{j}\right)^{2}+\left(Y_{i}-Y_{j}\right)^{2}+\left(Z_{i}-Z_{j}\right)^{2}}-D_{ij}=0,$$
(11.6.1)

в котором X_i , Y_i , Z_i — координаты точки i объекта; X_j , Y_j , Z_j — координаты точки j объекта.

В случае, если была измерена длина базиса фотографирования *В* составляется условное уравнение

$$\sqrt{\left(X_{Si} - X_{Sj}\right)^2 + \left(Y_{Si} - Y_{Sj}\right)^2 + \left(Z_{Si} - Z_{Sj}\right)^2} - B = 0, \qquad (11.6.2)$$

в котором X_{Si} , Y_{Si} , Z_{Si} и X_{Sj} , Y_{Sj} , Z_{Sj} — координаты *i*-го и *j*-го центров проекции снимков стереопары.

Если были измерены отрезки D_i от центра проекции S_i до точки объекта i составляется условное уравнение

$$\sqrt{\left(X_{i} - X_{Si}\right)^{2} + \left(Y_{i} - Y_{Si}\right)^{2} + \left(Z_{i} - Z_{Si}\right)^{2}} - D_{i} = 0, \qquad (11.6.3)$$

где X_i , Y_i , Z_i — координаты точки *i* объекта; X_{Si} , Y_{Si} , Z_{Si} — координаты *i*-го центра проекции.

Если на стереопаре наземных снимков были измерены координаты изображений двух точек объекта, расположенных на вертикальной прямой, то составляют условные уравнения

$$X_i - X_j = 0; \quad Y_i - Y_j = 0,$$
 (11.6.4)

в которых X_i, Y_i — координаты точки *i* объекта; X_j, Y_j — координаты точки *j* объекта. 305

В случае, если на стереопаре наземных снимков измерены координаты изображений точек объекта, расположенных на горизонтальной плоскости, то для любой пары точек составляют условное уравнение

$$Z_i - Z_i = 0, (11.6.5)$$

в котором Z_i и Z_i—значения высот *i* и *j* точек объекта.

Принадлежность точек объекта *i*, *j*, *k* плоскости, произвольно ориентированной в пространстве (например, точки, принадлежащие стене здания), можно записать следующим образом:

$$\begin{vmatrix} X_i - X_j & Y_i - Y_j & Z_i - Z_j \\ X_i - X_k & Y_i - Y_k & Z_i - Z_k \\ X_j - X_k & Y_j - Y_k & Z_j - Z_k \end{vmatrix} = 0.$$
(11.6.6)

Уравнение поправок, соответствующее условному уравнению (11.6.1), имеет вид

$$\delta D + l_D = v_D, \tag{11.6.7}$$

в котором $l_D = D^0 - D; D^0$ — приближенное значение длины отрезка; D — измеренное значение длины отрезка.

Уравнения поправок, соответствующие условным уравнениям (11.6.2) – (11.6.6), получают аналогично.

Если при выполнении наземной фотограмметрической съемки в качестве опорной информации с точек фотографирования были измерены дирекционные ф и вертикальные v углы на точки снимаемого объекта, изобразившиеся на снимке (рис. 11.46), для точки объекта на которую измерены эти углы можно составить известные уравнения коллинеарности:

$$x = x_{0} - f \frac{a_{11}(X - X_{s}) + a_{21}(Y - Y_{s}) + a_{31}(Z - Z_{s})}{a_{13}(X - X_{s}) + a_{23}(Y - Y_{s}) + a_{33}(Z - Z_{s})};$$

$$y = y_{0} - f \frac{a_{12}(X - X_{s}) + a_{22}(Y - Y_{s}) + a_{32}(Z - Z_{s})}{a_{13}(X - X_{s}) + a_{23}(Y - Y_{s}) + a_{33}(Z - Z_{s})}.$$
(11.6.8)

Из рис. 11.46 следует, что

 $X - X_s = D\cos v \sin \varphi; \quad Y - Y_s = D\cos v \cos \varphi; \quad Z - Z_s = D\sin v.$

Подставив значения $X - X_s$, $Y - Y_s$, $Z - Z_s$ в уравнения коллинеарности (11.6.8), после преобразований получим уравнения

$$x = x_0 - f \frac{a_{11} \cos \nu \sin \varphi + a_{21} \cos \nu \cos \varphi + a_{31} \sin \nu}{a_{13} \cos \nu \sin \varphi + a_{23} \cos \nu \cos \varphi + a_{33} \sin \nu};$$

$$y = y_0 - f \frac{a_{12} \cos \nu \sin \varphi + a_{22} \cos \nu \cos \varphi + a_{32} \sin \nu}{a_{13} \cos \nu \sin \varphi + a_{23} \cos \nu \cos \varphi + a_{33} \sin \nu}.$$
(11.6.9)

Уравнения (11.6.9) называют уравнениями коллинеарности в полярных координатах. В этих уравнениях неизвестными являются угловые элементы внешнего ориентирования снимка ω , α , κ . Очевидно, что для их определения необходимо измерить на снимке координаты изображений не менее двух точек объекта, на которые были измерены дирекционный и вертикальный углы.

Уравнения поправок, соответствующие условным уравнениям (11.6.9), имеют вид:

$$a_{1}\delta\omega + a_{2}\delta\alpha + a_{3}\delta\kappa + l_{x} = v_{x};$$

$$b_{1}\delta\omega + b_{2}\delta\alpha + b_{3}\delta\kappa + l_{y} = v_{y}.$$
(11.6.10)



Рис. 11.46

§ 11.7. Определение приближенных значений элементов внешнего ориентирования снимков

Как было показано выше, в общем случае элементы внешнего ориентирования снимков во время съемки могут принимать произвольные значения. Например, угловые элементы внешнего ориентирования снимков могут варьироваться от 0 до 360°. Решение фотограмметрических задач (прямая и обратная засечки, взаимное ориентирование пары снимков, внешнее ориентирование модели и фототриангуляция) выполняются методом последовательных приближений, который требует знания приближенных значений неизвестных элементов внешнего ориентирования снимков.

Существует достаточно много различных способов решения этой задачи. Самый простой из них — это получение приближенных значений элементов внешнего ориентирования со схемы съемки, которая рисуется на бумаге или в специальном программном обеспечении, где оператор расставляет на экране компьютера точки съемки вокруг объекта. Координаты центров проекции снимаются с этой схемы в заданной системе координат, а углы наклона камеры вычисляются в этой системе координат после того как оператор задаст направление съемки с данной точки.

Если известны координаты опорных точек, то приближенные значения элементов внешнего ориентирования снимка можно вычислить на основе известных уравнений проективных преобразований (см. § 4.2). Рассмотрим другой вариант получения приближенных значений неизвестных. Предположим, что съемка объекта ведется таким образом, что всю совокупность снимков можно разделить на отдельные стереопары. Взаимные углы наклона снимков, составляющих стереопару, желательно выбирать небольшими, с тем чтобы можно было организовать стереоизмерения координат точек снимков. Однако это требование необязательно, так как взаимное ориентирование пары снимков можно выполнить при больших углах наклона.

На рис. 11.47 показаны две стереопары, произвольно ориентированные относительно друг друга, но имеющие перекрытие. Наша задача получить приближенные значения элементов внешнего ориентирования всех снимков на основе прямых формул. Данная задача решается в три этапа: 1) сначала выполняют взаимное ориентирование пар снимков и построение независимых моделей; 2) затем эти модели объединяют в общую модель объекта; 3) общая модель объекта ориентируется внешне и вычисляются элементы внешнего ориентирования всех снимков. Рассмотрим каждый из этих этапов более подробно.



Рис. 11.47

Взаимное ориентирование стереопар выполняется известным способом независимо друг от друга и получают модели в своих системах координат S_1XYZ и S_3XYZ . На рис. 11.47 точки первой модели обозначены M_1 и M_2 , а второй — M_1 и M'_2 . Этот этап не вызывает никаких затруднений. В качестве начальных приближений элементов взаимного ориентирования можно взять нули.

Объединение отдельных моделей в общую модель объекта выполняется на основе известных уравнений перехода из одной системы координат в другую. Предположим, что общая модель объекта будет строиться в системе координат первой модели *S*₁*XYZ*. Тогда переход из системы координат второй модели в систему координат первой можно записать следующим образом (см. рис. 11.47):

$$\vec{R}_1 = \vec{R}_{S_3} + \mathbf{A}_3 \vec{R}_3 t, \tag{11.7.1}$$

где \vec{R}_1 и \vec{R}_3 — векторы, определяющие положение точки M_1 модели в системе координат S_1XYZ и S_3XYZ соответственно; \vec{R}_{S_3} — вектор, задающий положение начала системы координат S_3XYZ относительно S_1XYZ ; A_3 — матрица поворота одной системы координат относительно другой; t — масштабный коэффициент второй модели относительно первой.

В уравнении (11.7.1) неизвестными являются \vec{R}_{S_3} , A_3 , *t*. Для их нахождения сначала перенесем начала систем координат первой и второй моделей S_1XYZ и S_3XYZ в любую из общих точек, например, в точку M_1 . Тогда (11.7.1) преобразуется к виду:

$$\vec{R}_{1M} = \mathbf{A}_3 \vec{R}_{3M} t, \tag{11.7.2}$$

где \vec{R}_{1M} и \vec{R}_{3M} — векторы, определяющие положение соответствующих точек моделей M_2 и M'_2 в системах координат параллельных системам координат S_1XYZ и S_3XYZ с началом в точке M_1 .

Введем обозначения:

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}t,\tag{11.7.3}$$

тогда

$$\vec{R}_{1M} = \mathbb{C} \, \vec{R}_{3M} \,. \tag{11.7.4}$$

В координатной форме (11.7.4) запишется:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{1M} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{3M}.$$
 (11.7.5)

Уравнения (11.7.5) являются линейными, они позволяют найти сразу элементы матрицы **С**, т.е. найти направляющие косинусы, умноженные на масштабный коэффициент (11.7.3).

Для нахождения этих элементов, как видно из (11.7.5), достаточно три общие точки. Уравнения составляются отдельно по каждой оси координат для n общих точек двух моделей:

$$\begin{pmatrix} X_{1} \\ \vdots \\ X_{n} \end{pmatrix}_{1M} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{1} & \cdots & X_{n} \\ Y_{1} & \cdots & Y_{n} \\ Z_{1} & \cdots & Z_{n} \end{pmatrix}_{3M} .$$
(11.7.6)

Решая (11.7.6), найдем первую строку матрицы C, т.е. элементы c_{11}, c_{12}, c_{13} . Аналогично найдем вторую и третью строчки матрицы C, составляя и решая систему уравнений по осям Y_{1M} и Z_{1M} :

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix}_{1M} = \begin{pmatrix} c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 & \cdots & X_n \\ Y_1 & \cdots & Y_n \\ Z_1 & \cdots & Z_n \end{pmatrix}_{3M} ;$$
(11.7.7)

$$\begin{pmatrix} Z_1 \\ \vdots \\ Z_n \end{pmatrix}_{1M} = \begin{pmatrix} c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 & \cdots & X_n \\ Y_1 & \cdots & Y_n \\ Z_1 & \cdots & Z_n \end{pmatrix}_{3M} .$$
 (11.7.8)

Вследствие естественных ошибок, которые присущи координатам X,Y,Z точек моделей, у найденной таким образом матрицы C векторы-строки могут не образовывать ортогональной системы (скалярные произведения векторов-строк должны быть равны нулю). Поэтому при нахождении второй строки матрицы C к системе уравнений (11.7.7) следует добавить следующее уравнение:

$$0 = c_{21}c_{11} + c_{22}c_{12} + c_{23}c_{13} \tag{11.7.9}$$

с известными c_{11} , c_{12} , c_{13} и решить совместно. К системе уравнений (11.7.8) добавляют уравнения

$$0 = c_{31}c_{11} + c_{32}c_{12} + c_{33}c_{13}; \quad 0 = c_{31}c_{21} + c_{32}c_{22} + c_{33}c_{23}$$
(11.7.10)

с известными уже элементами c_{11} , c_{12} , c_{13} и c_{21} , c_{22} , c_{23} , которые также решают совместно.

Теперь надо выделить из матрицы С масштабный коэффициент и получить ортогональную матрицу А. Для этого воспользуемся одним из условий ортогональности матрицы А, например, следующим:

$$a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{13}^2 = 1 \tag{11.7.11}$$

или, согласно (11.7.3), $\left(\frac{c_{11}}{t}\right)^2 + \left(\frac{c_{12}}{t}\right)^2 + \left(\frac{c_{13}}{t}\right)^2 = 1$. Отсюда

$$t = \sqrt{c_{11}^2 + c_{12}^2 + c_{13}^2}; \qquad (11.7.12)$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{t}\mathbf{C}.\tag{11.7.13}$$

Зная значение ортогональной матрицы поворота **A**, всегда можно получить углы наклона и поворота одной модели относительно другой по элементам этой матрицы (см. главу 1).

Теперь, используя (11.7.2) или (11.7.4), осуществим переход из системы координат второй модели в систему координат первой и выполним обратный перенос начала системы координат из точки M_1 в точку S_1 . Аналогично можно ориентировать остальные модели и получить общую модель объекта в единой системе координат S_1XYZ . Далее по аналогичной схеме можно перейти к системе координат объекта OXYZ (см. рис. 11.47), т.е. выполнить внешнее ориентирование общей модели по опорным точкам.

Если необходимо узнать ориентацию каждого снимка в системе координат объекта, то достаточно перемножить соответствующие матрицы поворота. Так, например, для снимка S₃ имеем

$$\mathbf{A}_3 = \mathbf{A}_0 \mathbf{A} \mathbf{A}_3', \tag{11.7.14}$$

где A_3 —искомая матрица поворота системы координат снимка S_3xyz относительно системы координат объекта; A_0 —матрица поворота системы координат общей модели S_1XYZ относительно системы координат объекта *OXYZ* (получается в результате внешнего ориентирования общей модели); A—матрица поворота системы координат второй модели S_3XYZ относительно системы координат исходной модели S_1XYZ (получается по формуле (11.7.13)); A'_3 —матрица поворота системы координат снимка S_3xyz относительно S_3XYZ (получается в результате взаимного ориентирования стереопары).

Линейные элементы внешнего ориентирования снимков $X_{S_s}Y_{S_s}Z_s$ в системе координат объекта *OXYZ* можно вычислить по следующей формуле:

$$\begin{pmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{s1} \\ Y_{s1} \\ Z_{s1} \end{pmatrix} + \mathbf{A}_0 \begin{pmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{pmatrix}_M t, \qquad (11.7.15)$$

где X_{SI}, Y_{SI}, Z_{SI} — координаты начала системы координат общей модели относительно системы координат объекта; $(X_SY_SZ_S)_M$ — координаты центра проекции любого снимка в системе координат общей модели (получаются в результате объединения отдельных моделей); *t* — масштабный коэффициент общей модели (получается в результате внешнего ориентирования общей модели).

Таким образом, изложенный метод последовательного построения общей модели объекта в единой системе координат позволяет получить элементы внешнего ориентирования всех снимков, произвольно ориентированных в этой системе координат, которые можно использовать в качестве начальных приближений для дальнейшего их совместного уравнивания.

§ 11.8. Точность наземной стереофотограмметрической съемки

В большинстве случаев при выполнении наземной стереофотограмметрической съемки используют нормальный случай съемки. Формулы связи координат точек объекта и координат их изображений на снимках стереопары нормального случая съемки в базисной системе координат можно получить из известных формул прямой фотограмметрической засечки:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{s_1} \\ Y_{s_1} \\ Z_{s_1} \end{pmatrix} + N \begin{pmatrix} X'_1 \\ Y'_1 \\ Z'_1 \end{pmatrix},$$
(11.8.1)

где
$$N = \frac{B_X Y_2' - B_Y X_2'}{X_1' Y_2' - X_2' Y_1'};$$
 $\begin{pmatrix} X_i' \\ Y_i' \\ Z_i' \end{pmatrix} = \mathbf{A}_i \begin{pmatrix} x_i - x_{0i} \\ y_i - y_{0i} \\ -f_i \end{pmatrix}.$

В нормальном случае съемки в базисной системе координат угловые элементы внешнего ориентирования $\alpha_1 = \kappa_1 = \alpha_2 = \kappa_2 = 0$, $\omega_1 = \omega_2 = 90^\circ$, $X_{S_1} = Y_{S_1} = Z_{S_1} = 0$, $B_Y = 0$. Будем считать, что $f_1 = f_2 = f$, $x_{0i} = y_{0i} = 0$.

В этом случае матрины преобразования коорлинат

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно
$$\begin{pmatrix} X'_i \\ Y'_i \\ Z'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ f \\ y_i \end{pmatrix}$$
, $N = \frac{B_X Y'_2 - B_Y X'_2}{X'_1 Y'_2 - X'_2 Y'_1} = \frac{B_X f}{x_1 f - x_2 f} = \frac{B_X}{x_1 - x_2} = \frac{B_X}{p}$.

В этом случае формулы (11.8.1) имеют вид

$$X = \frac{B_X}{p} x_1; \quad Y = \frac{B_X}{p} f; \quad Z = \frac{B_X}{p} y_1.$$
(11.8.2)

Из второго уравнения формул (11.8.2) следует, что $\frac{Y}{f} = \frac{B_X}{p}$.

Заменив в первом и третьем уравнении формул (11.8.2) выражение $\frac{B_X}{p}$ на $\frac{Y}{f}$, получим

$$X = \frac{Y}{f} x_1; \quad Y = \frac{B_X}{p} f; \quad Z = \frac{Y}{f} y_1.$$
(11.8.3)

Продифференцировав уравнения (11.8.3) по переменным *x*, *y*, *p* и перейдя к средним квадратическим погрешностям, заменив значение *p* на *b*, получим формулы предрасчета точности определения координат точек объекта по стереопаре снимков нормального случая съемки:

$$m_{X} = \frac{Y}{f}m_{x}; \quad m_{Y} = \frac{Y}{b}m_{p}; \quad m_{Z} = \frac{Y}{f}m_{y},$$
 (11.8.4)

где m_x, m_y, m_p —средние квадратические ошибки измерения координат и продольных параллаксов изображений точек на стереопаре снимков; *Y*—отстояние от точки фотографирования до объекта съемки (значение координаты *Y* в базисной системе координат); *b*—базис фотографирования в масштабе снимка,

$$b = \frac{l_x(100\% - P)}{100\%};$$
(11.8.5)

 l_x —размер кадра по оси x; *P*—продольное перекрытие снимков стереопары, выраженное в %.

В качестве примера рассчитаем точность определения координат точек объекта по стереопаре нормального случая съемки цифровыми фотокамерами PhaseOne XF (100 mp) и Sony DSC-RX100 (20 mp), при расстоянии от объекта до точек фотографирования равном 30 м. При этом будем считать, что продольное перекрытие снимков равно 60% (стандартно принятое в фотограмметрии значение), а средние квадратические погрешности измерения координат и продольного параллакса на стереопаре снимков равны 0,5 пикселя. При съемке с горизонтальным расположением кадра средние квадратические погрешности определения координат точек объекта равны соответственно:

для камеры PhaseOne XF f = 17400 пиксел, $l_r = 11600$ пиксел, тогда

$$b = \frac{l_x(100 - P)}{100} = \frac{11600(100 - 60)}{100} = 4640 \text{ пиксел;}$$

$$m_x \approx \frac{Y}{f} m_x = \frac{30}{17400} 0,5 = 0,001 \text{ м;}$$

$$m_y \approx \frac{Y}{b} m_p = \frac{30}{4640} 0,5 = 0,003 \text{ м;}$$

$$m_Z \approx \frac{Y}{f} m_y = \frac{30}{17400} 0,5 = 0,001 \text{ м;}$$

для камеры Sony DSC-RX100 f = 11670 пиксел, $l_x = 5470$ пиксел, тогда:

$$b = \frac{l_x (100 - P)}{100} = \frac{5470(100 - 60)}{100} = 2188 \text{ пиксел;}$$

$$m_x \approx \frac{Y}{f} m_x = \frac{30}{11670} 0,5 = 0,001 \text{ м;}$$

$$m_y \approx \frac{Y}{b} m_p = \frac{30}{2188} 0,5 = 0,007 \text{ м;}$$

$$m_Z \approx \frac{Y}{f} m_y = \frac{30}{11670} 0,5 = 0,001 \text{ м.}$$

При вертикальном расположении кадра средние квадратические погрешности определения координат соответственно равны: для камеры PhaseOne XF f = 17400 пиксел, $l_x = 8700$ пиксел, тогда:

$$b = \frac{l_x(100 - P)}{100} = \frac{8700(100 - 60)}{100} = 3480 \text{ пиксел;}$$

$$m_x \approx \frac{Y}{f} m_x = \frac{30}{17400} 0,5 = 0,001 \text{ м;}$$

$$m_y \approx \frac{Y}{b} m_p = \frac{30}{3480} 0,5 = 0,004 \text{ м;}$$

$$m_z \approx \frac{Y}{f} m_y = \frac{30}{17400} 0,5 = 0,001 \text{ м.}$$

для камеры Sony DSC-RX100 f = 11670 pix, $l_x = 3650$ pix, тогда:

$$b = \frac{l_x(100 - P)}{100} = \frac{3650(100 - 60)}{100} = 1460 \text{ пиксел;}$$

$$m_x \approx \frac{Y}{f} m_x = \frac{30}{11670} 0,5 = 0,001 \text{ м;}$$

$$m_y \approx \frac{Y}{b} m_p = \frac{30}{1460} 0,5 = 0,010 \text{ м;}$$

$$m_Z \approx \frac{Y}{f} m_y = \frac{30}{11670} 0,5 = 0,001 \text{ м.}$$

Размер участка объекта, изобразившийся на каждом из снимков стереопары, вычисляется по формулам :

$$H_X = l_x \Delta; \qquad H_Z = l_y \Delta, \tag{11.8.6}$$

в которых l_x и l_y — размеры кадра съемочной камеры по осям x и y в пикселях; Δ — размер проекции пикселя на объекте.

Величина проекции пикселя на объекте вычисляется по формуле

$$\Delta = \frac{Y}{f}.\tag{11.8.7}$$

Для нашего случая, размер участка для камеры PhaseOne XF составит H_{χ} =20 м и H_{z} =15 м, а для камеры Sony DSC-RX100 эти размеры составят соответственно H_{χ} =14 м и H_{z} =9 м. При этом величина проекции пикселя равна Δ =0,0017 м для PhaseOne XF и Δ =0,0026 м для Sony DSC-RX100.

Необходимо отметить, что размер участка объекта по горизонтали на стереопаре снимков составит для нашего случая 60% от размера участка на снимке, т.е. для камеры PhaseOne—7,9 м, а для Sony—5,7 м при горизонтальном расположении кадра. Эта величина составит соответственно 5,9 м (для PhaseOne) и 3,8 м (для Sony) при вертикальном расположении кадра.

Длина базиса фотографирования B на местности (расстояние между точками фотографирования), необходимая для выбора точек фотографирования, вычисляется по формуле $B = \Delta b$.

Для нашего примера значение базиса фотографирования будет следующим (при съемке с горизонтальным расположением кадра):

для камеры PhaseOne $B = \Delta b = 0,0017 \times 4640 = 7,9$ м; для камеры Sony $B = \Delta b = 0,0026 \times 2188 = 5,7$ м, при съемке с вертикальным расположением кадра: для камеры PhaseOne $B = \Delta b = 0,0017 \times 3480 = 5,9$ м; для камеры Sony $B = \Delta b = 0,0026 \times 1460 = 3,8$ м.

Выполненные расчеты позволяют выбрать при съемке объекта один из перечисленных выше вариантов съемки. При этом необходимо иметь в виду, что при использовании равнонаклонного случая съемки при вычислении точности определения координат точек объекта значение Y умножается на величину $1/\cos\omega$, а при использовании равноотклоненного случая съемки значение b умножается на величину соз α .

Предрасчет точности определения координат точек объекта по стереопаре снимков позволяет установить требования к точности определения координат и высот опорных точек, определяемых геодезическими методами. Средние квадратические погрешности определения координат и высот опорных точек должны быть не более 1/3 от значений средних квадратических погрешностей определения координат и высот точек объекта по стереопаре снимков.

Величина проекции пикселя на объекте Δ , вычисленное по (11.8.7) характеризует разрешение снимков. Если такое разрешение не удовлетворяет поставленной задаче (в смысле дешифрирования мелких объектов), то в этом случае следует уменьшить отстояние *Y*, с тем чтобы получить требуемый размер пикселя на объекте, а затем следует пересчитать значение базиса фотографирования и сделать новый проект съемки.

§ 11.9. Особенности наземной фотограмметрической съемки инженерных конструкций и сооружений

Методы и технологии фотограмметрической обработки наземных снимков горных районов, выполняемых с целью создания карт и цифровых моделей местности, архитектурных сооружений и строительных объектов практически ничем не отличаются от методов и технологий, применяемых при обработке аэрофотоснимков.

При съемке инженерных конструкций, таких как автомобили, модели самолетов и космических кораблей, параболические антенны и других, подобных перечисленным, объектов, с целью максимальной достоверности и точности полученных

результатов и обеспечения возможности автоматизации измерений снимков, используют специально разработанные для достижения этих целей методы наземной стереофотограмметрической съемки. Рассмотрим некоторые из этих методов.

Маркированные точки







Рис. 11. 49

При изучении деформации инженерных конструкций под действием внешних нагрузок, а также при исследовании формы и размеров различных объектов (автомобиль, самолет, судно и т.д) на поверхность исследуемой конструкции наносят маркировочные знаки, форма которых, например, точка, окружность, крест, обеспечивает возможность монокулярного измерения их изображений на снимках как в интерактивном, так и автоматическом режимах. Это обстоятельство позволяет производить съемку объекта, используя конвергентный случай съемки. На рис. 11.48 показан пример применения маркированных точек при изучении формы кузова автомобиля.

С целью автоматической идентификации номеров маркированных точек и повышения надежности отождествления точек на перекрывающихся снимках используют маркированные точки с номерами в виде графических кодов. Каждый номер имеет свой индивидуальный графический образ. Образцы кодированных марок приведены на рис. 11.49.

Соответствующие номера точек получают путем корреляции исходного изображения с эталонами графических образов номеров точек.

XX

Применение измерительного щупа и камер

Рис. 11.50

Другой способ изучения поверхности объектов в отдельных точках основан на применении измерительного щупа и нескольких камер. На рис. 11.50 показаны примеры измерительных щупов.

На рис. 11.51 показан принцип измерения координат точек объекта с помощью щупа и двух камер. Каждый щуп имеет свою систему координат *охуг*, задаваемую маркированными точками на этом щупе. В этой

системе координат известны координаты острого наконечника щупа. Если прикоснуться наконечником щупа к любой точке объекта M и снять его с помощью пары камер,

элементы внешнего ориентирования которых известны в системе координат объекта ОХҮΖ, то можно определить в автоматическом режиме координаты точки М в системе координат объекта. Для этого достаточно измерить координаты маркированных точек щупа на паре снимков, решить прямые засечки в системе координат объекта и определить параметры перехода из системы координат щупа в систему координат объекта. На рис. 11.52 приведен пример применения данного метода для контроля качества изготовления самолета. Точность определения координат в данном примере составила порядка 0,01 мм.







Рис. 11.52

Маркировка точек с помощью лазера или проектора

Некоторые системы для наземной фотограмметрии в качестве маркированных точек используют специальные проекторы и лазеры.

Например, в системе «Mapvision» (рис. 11.53) применяется лазер для маркирования точки на поверхности объекта. В этом случае луч лазера сканирует поверхность объекта.

При каждом положении луча лазера выполняется съемка двумя или более камерами. В результате на каждом снимке получается изображение только одной точки объекта, координаты которой в системе координат снимков определяются автоматически по известным алгоритмам.



Рис. 11.53

Проблема идентификации соответственных точек на снимках в этом случае отпадает, так как на всех снимках имеется изображение только одной точки. Затем, по этим координатам и известным элементам внешнего ориентирования снимков решается прямая многократная засечка для определения координат точки объекта. Такую систему удобно применять для изучения гладких поверхностей, например, для исследования полотна дороги.

В случае применения проектора для задания на поверхности объекта сети маркированных точек, как это сделано в системе V-STARS фирмы «Leica» (рис. 11.54), на всех снимках одновременно изображаются все маркированные точки. В этом случае алгоритм получения координат точек объекта будет несколько другим. На первом этапе следует выполнить автоматическое выделение всех точек на каждом снимке, затем определить координаты этих точек в системе координат снимков. Теперь необходимо выполнить отождествление соответственных точек на снимках. Если съемка выполнялась тремя или более камерами (рис. 11.55) под разными углами, то отождествление можно осуществить достаточно просто, применяя теорию базисных линий (рис. 11.56).

Для каждой точки P первого снимка определяется множество точек P_1 второго снимка, расстояние которых от базисной линии точки первого снимка на втором не более некоторого порога (точки-кандидаты). После этого определяются точки пересечения базисных линий точки первого снимка и точек-кандидатов второго снимка на третьем снимке. Соответствующей точкой на третьем снимке считается точка, для которой расстояние от какой-либо точки пересечения базисных линий до нее минимально.

В результате применения этого алгоритма находятся сразу все соответственные точки на трех снимках. Затем решается прямая многократная засечка для определения пространственных координат точки объекта. Аналогичным образом поступают со всеми точками.

Применение структурированного света

При изучении объектов с малоконтрастными поверхностями (автомобиль, самолет и т.п.) используют оптический проектор, с помощью которого проектируют структурированное изображение на поверхность объекта в виде случайного поля яркостей (рис. 11.57), или в виде световых полос (рис. 11.58), или в виде регулярной сетки (рис. 11.59).



Рис. 11. 54



Рис. 11.55



Рис. 11.56



Рис. 11.57

Такая подсветка позволяет по снимкам построить плотную цифровую модель поверхности объекта в автоматическом режиме. На рис. 11.60 показан пример такой модели, построенной с помощью системы V-STARS.



Рис. 11.59



Рис. 11.60

Список рекомендуемой литературы

1. Визильтер Ю. В., Желтов С. Ю., Бондаренко А. В., Ососков М. В., Моржин А. В. Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения. М.: Физматкнига, 2010. 671 с.

2. Инструкция по фотограмметрическим работам при создании цифровых топографических карт и планов. М.: ЦНИИГАиК, 2002. 100 с.

3. Лобанов А.Н. Фотограмметрия. М.: Недра, 1984. 552 с.

4. Лобанов А. Н., Журкин И. Г. и др. Автоматизация фотограмметрических процессов. М.: Недра, 1980. 240 с.

5. Михайлов А.П., Чибуничев А.Г. Фотограмметрия: Учебник для вузов / Под общ. ред. А.Г. Чибуничева. М.: Изд-во МИИГАиК, 2016. 294 с.

6. Национальный стандарт РФ. Технология аэрофототопографической съемки, выполняемой в целях создания топографических карт и планов и обеспечения кадастровых работ. М.: АО «Кодекс», 2021. 54 с.

7. Середович В.А., Комиссаров А.В., Комиссаров Д.В., Широкова Т.А. Наземное лазерное сканирование. Новосибирск: СГГА, 2009. 175 с.

8. Геодезия, картография, геоинформатика, кадастр: энциклопедия в 2-х т. / Под общ. ред. А.В. Бородко и В.П. Савиных. М.: Геодезкартиздат, 2008. Т. I. 496 с., Т. II. 464 с.

9. Шовенгерд Р.А. Дистанционное зондирование. Модели и методы обработки изображений. М.: Техносфера, 2013. 592 с.

10. *Chibunichev A.G., Serafin Lopez Cuervo*. Fotogrametria no cartografica. Madrid, Universidad Politecnica de Madrid, 2005, 203 p.

11. George Vosselman, Hans-Gerd Maas. Airborne and Terrestrial Laser Scanning. Whittles Publishing. 2011, 318 p.

12. *Manual of Photogrammetry*. Sixth Edition. Ed. J. Chris McGlone. ASPRS, 2013. 1318 p.

13. *Thomas Luhman, Stuart Robson, Stephen Kyle, Jan Boehm*. Close-Range Photogrammetry and 3D Imaging. De Grueter, Berlin/Boston, 2020, 822 p.

оглавление

Предисловие автора	3
Введение	4
Глава 1. Теория одиночного кадрового снимка	6
§1.1. Основные свойства кадрового снимка	6
§1.2. Системы координат кадровой съемочной камеры (снимка).	
Элементы внутреннего ориентирования кадровой съемочной	
камеры (снимка)	9
§1.3. Системы координат объекта. Элементы внешнего ориентирования	
съемочной камеры	11
§1.4. Формулы связи координат соответственных точек снимка	
и местности	16
§1.5. Формулы связи координат соответственных точек местности	
и горизонтального снимка	19
§1.6. Влияние погрешности определения высот точек	
местности на точность определения их плановых координат	
по одиночному снимку	20
\$1.7. Формулы связи координат соответственных точек горизонтального	
и наклонного снимков, полученных из одного центра проекции	
(формулы трансформирования координат точек снимка)	21
\$1.8. Определение элементов внешнего ориентирования снимка	
по опорным точкам (обратная фотограмметрическая засечка)	23
§1.9. Решение обратной фотограмметрической засечки без определения	
УГЛОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ВНЕШНЕГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ СНИМКа	28
§1.10. Наблюдение и измерение шифровых изображений	
§1.11. Внутреннее ориентирование снимка	
81.12. Фотограмметрические сканеры	
3 <u>-</u> , 1.0.01 herriet herriet en en en en en en en en en en en en en	
Глава 2. Теория пары калровых снимков	42
82.1. Основы стереоскопического зрения	42
§2.2. Метолы стереоскопического наблюления и измерения	
иифровых снимков	
82.3. Способы измерения координат и параллаксов соответственных	
точек на стереопаре снимков	
82.4. Формулы связи коорлинат точек местности и их изображений	
на стереопаре снимков (прямая фотограмметрическая засечка)	50
82.5. Формулы связи коорлинат точек местности и коорлинат	
их изображений на стереопаре снимков илеального случая съемки	
1	

§2.6. Определение координат точек местности по стереопаре	
снимков методом двойной обратной фотограмметрической засечки	53
§2.7. Условие, уравнения и элементы взаимного	
ориентирования снимков	54
§2.8. Определение элементов взаимного ориентирования пары снимков	56
§2.9. Построение фотограмметрической модели	59
§2.10. Внешнее ориентирование модели. Элементы внешнего	
ориентирования модели	60
§2.11. Определение элементов внешнего ориентирования модели	
по опорным точкам	61
§2.12. Определение элементов внешнего ориентирования	
снимков стереопары	63
§2.13. Точность определения координат точек объекта по стереопаре	
плановых снимков	67
Глава 3. Пространственная фототриангуляция	70
§3.1. Назначение и классификация методов фототриангуляции	70
§3.2. Маршрутная фототриангуляция методом продолжения	71
§3.3. Блочная фототриангуляция по методу независимых маршрутов	75
§3.4. Построение и уравнивание маршрутной и блочной	
фототриангуляции по методу независимых моделей	77
§3.5. Построение и уравнивание маршрутной и блочной	
фототриангуляции по методу связок	80
§3.6. Построение и уравнивание маршрутной и блочной сетей	
фототриангуляции по методу связок с самокалибровкой	87
§3.7. Технология построения сетей фототриангуляции	88
§3.8. Особенности фототриангуляции по снимкам, полученным	
многокамерными съемочными системами	94
§ 3.9. Особенности фототриангуляции по снимкам, полученным	
с беспилотных воздушных судов (БВС	102
Глава 4. Проективные преобразования в фотограмметрии	108
§4.1. Связь координат точек местности и снимка через	
проективные преобразования	108
§4.2. Обратная проективная фотограмметрическая засечка	110
§4.3. Прямая проективная фотограмметрическая засечка	111
§4.4. Взаимное ориентирование пары снимков на основе проективных	
преобразований	114

Глава 5. Автоматизация фотограмметрических измерений	119
§5.1. Корреляционный метод измерений соответственных точек	
на паре снимков	119
§5.2. Измерение соответственных точек по методу	
наименьших квадратов	123
§5.3. Проблемы автоматического стереоотождествления	
одноименных точек	125
§5.4. Отождествление соответственных точек по методу наименьших	
квадратов с учетом геометрических и фотометрических	
несоответствий снимков	127
§5.5. Вычисление градиента изображения	129
§5.6. Методы, позволяющие сузить область поиска соответственных	
точек на смежных снимках	133
§5.7 Методы автоматического отождествления соответственных точек,	
основанные на выделении деталей изображения	137
§5.8. Детекторы характерных точек снимка	138
§5.9. Дескрипторы характерных точек снимков	144
§5.10. Методы отождествления соответстенных точек на паре	
снимков	146
§5.11. Автоматизированные методы монокулярных измерений	147
1 лава о. методы создания цифровой модели поверхности, рельефа	152
и местности по снимкам	133
ую.1. Создание цифровой модели поверхности на основе корреляциющието метода отождестриения соотретствении и тонек	154
862 Созлание регулярной нифровой молели пореруности по наре	1
30.2. Создание регулярной цифровой модели поверхности по паре снимков на основе корреляционного метода отождествления	
соответственных тонек	156
863 Создание регулярной нифровой молели пореруности по множеств	150 V
снимков на основе корредяционного метода отождествления	у
соответственных тонек	157
864. Создание цифровой 3D-модели поверхности на основе	
квазиглобального метода отождествления соответственных точек	158
86.5. Создание регулярной цифровой модели поверхности на основе	150
квазиглобального метода отождествления соответственных точек	
в пространстве объекта	161
866 Corrente undropoù Norenu peri ede (IIMP)	
0.0. $0.0.$	164
§6.0. Создание цифровой модели рельсфа (цип)	164 166
Глава 7. Цифровое трансформирование кадровых снимков	169
--	-----
§7.1. Назначение и области применения цифрового	
трансформирования снимков	169
§7.2. Методы цифрового трансформирования снимков	170
§7.3. Цифровое ортофототрансформирование снимка	173
§7.4. Смещения точек на ортофотоснимке из-за погрешностей цифровой	
модели рельефа и погрешностей углов наклона исходного снимка	176
§7.5. Цифровое ортофототрансформирование снимков с изображением	
сооружений	178
§7.6. Цифровое ортофототрансформирование снимков с использованием	
цифровой модели поверхности	182
§7.7. Создание цифровых фотопланов	183
§7.8. Создание регулярной цифровой модели поверхности	
и истинного ортофотоплана на основе метода наименьших квадратов	185
§7.9. Оценка точности цифровых трансформированных фотоснимков	
и фотопланов	187
Глава 8. Теория и методы фотограмметрической обработки	
аэрокосмических сканерных изображений	189
§8.1. Классификация аэрокосмических систем дистанционного	
зондирования	189
§8.2. Принцип формирования изображения с помощью	
оптико-электронной сканерной съемочной системы.	
Системы координат сканера	190
§8.3. Принцип формирования изображения с помощью	
оптико-механической сканерной съемочной системы.	
Системы координат сканера	195
§8.4. Методы получения стереопар сканерных изображений	196
§8.5. Математическая модель сканерных изображений	199
§8.6. Определение RPC-коэффициентов	202
§8.7. Определение координат точек местности по одиночному	
сканерному изображению	204
§8.8. Определение координат точек объекта по стереопаре	
сканерных снимков	206
§8.9. Принцип формирования радиолокационных изображений.	
Системы координат	209
§8.10. Методы получения стереопар радиолокационных изображений	211
§8.11. Определение координат точек объекта по одиночному	
радиолокационному изображению	211

§8.12. Определение координат точек объекта по стереопаре	
радиолокационных изображений	213
§8.13. Радиолокационная интерферометрия	214
§8.14. Определение координат точек местности для случая,	
когда измеряются ЭВО сенсора во время съемки	217
§8.15. Фототриангуляция по сканерным изображениям	219
§8.16. Ортофототрансформирование изображений, полученных	
с помощью сканерных съемочных систем	221
§8.17. Особенности обработки космических изображений, полученных	
отечественным аппаратом Ресурс-П	224
§8.18. Особенности обработки космических изображений, полученных	
отечественным аппаратом «Канопус-В»	228
Глава 9. Воздушное и наземное лазерное сканирование	232
§9.1. Принцип действия воздушного лазерного сканера	232
§9.2. Устройство и технические характеристики воздушных	
лазерных сканеров	235
§9.3. Принцип действия гидрографического воздушного	
лазерного сканера	239
§9.4. Принцип действия наземного лазерного сканера	240
§9.5. Внешнее ориентирование трехмерной модели по опорным точкам	247
§9.6. Объединение и внешнее ориентирование отдельных дискретных	
моделей в общую модель объекта	248
§9.7. Визуализация трехмерных дискретных моделей	249
§9.8. Мобильные лазерные сканерные системы	252
§9.9. Устройство и технические характеристики наземных	
и мобильных лазерных сканеров	255
§9.10. Создание 3D-моделей объекта по материалам наземного	
лазерного сканирования	258
§9.11. Классификация и сегментация облака точек	261
Глава 10. Аэрофототопографическая съемка	265
§10.1. Введение	265
§10.2. Методы аэрофототопографической съемки	265
§10.3. Технологическая схема аэрофототопографической съемки	266
§10.4. Обновление топографических карт	272
§10.5. Цифровые фотограмметрические системы	274

Глава 11. Наземная фотограмметрия	279
§11.1. Области применения наземной фотограмметрии	279
§11.2. Съемочные камеры, применяемые в наземной фотограмметрии	282
§11.3. Фотограмметрическая калибровка цифровых съемочных камер	287
§11.4. Системы координат, и элементы ориентирования наземных снимков	299
§11.5. Основные случаи наземной стереофотограмметрической съемки	300
§11.6. Особенности фотограмметрической обработки наземных снимков	304
§11.7. Определение приближенных значений элементов внешнего	
ориентирования снимков	307
§11.8. Точность наземной стереофотограмметрической съемки	312
§11.9. Особенности наземной фотограмметрической съемки	
инженерных конструкций и сооружений	315
Список рекомендуемой литературы	321

учебное издание

Александр Георгиевич Чибуничев ФОТОГРАММЕТРИЯ



КНИГА ДОСТУПНА НА E.LANBOOK.COM (ЭБС ЛАНЬ)

Редактор Евтеева Е.А.

Дизайн и графика Косов А.А.

Компьютерная верстка Маркова О. А.

Ответственный редактор Завалишина Е.В.

Подписано в печать 20.06.2022. Гарнитура Times New Roman Формат 70×90/16. Бумага офсетная. Печать цифровая Объем 23,9 усл. печ. л. Тираж 500 экз. Заказ No2. Издательство МИИГАиК, адрес: 105064, г. Москва, Гороховский пер. 4, Тел.: +7(499)261-82-86, www.miigaik.ru Отпечатано в типографии ООО "ПринтСайдАп"