

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

С.М. СТАРИКОВСКАЯ

**ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ
СЕМИНАРСКИЕ ЗАНЯТИЯ**

3. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ДАВЛЕНИЙ

Учебно–методическое пособие

Москва 2005



Учебно-методическое пособие разработано при частичной поддержке программы малых проектов в сфере охраны окружающей среды (SEPS-3). Программа финансируется Министерством охраны окружающей среды, продовольствия и развития сельских районов Великобритании (Defra), руководство программой осуществляет Британский Совет.

УДК 53.082

С.М.Стариковская. Физические методы исследования. Семинарские занятия. 1.3. Методы измерения давлений: Учебное пособие. – М: изд-е МФТИ, 2005. - 50 с.

© Московский физико-технический институт
(государственный университет), 2005

Оглавление

1. Физика разреженных газов и техника получения вакуума	4
1.1. Элементы кинетической теории. Газовые законы	4
1.2. Явления переноса	9
1.3. Общие сведения о вакуумных насосах	12
2. Методы измерения давлений	17
2.1. U-образный манометр	18
2.2. Манометр Мак-Леода (компрессионный манометр)	20
2.3. Деформационные манометры	22
2.4. Тепловые вакуумметры	23
2.4.1. Ионизационные вакуумметры	30
3. Теоретические основы процесса откачки	33
3.1. Основные определения вакуумной техники. Проводимость сложного трубопровода	33
3.2. Основное уравнение вакуумной техники	36
3.3. Критерии определения границ режимов течения газа в трубопроводах	38
3.4. Проводимости вакуумных трубопроводов	41
3.5. Время откачки газа в трубопроводе	44
4. Контрольные вопросы к теме	50

1. Физика разреженных газов и техника получения вакуума

Сегодняшний семинар открывает цикл из трех семинаров, посвященных измерению давления газа. На первом семинаре мы обсудим ряд вопросов физики разреженного газа и различные способы получения вакуума. На втором — будем говорить о технике измерения давлений. На третьем — будут рассмотрены теоретические основы процесса откачки. В настоящее время трудно представить себе современные технологии без вакуумных приложений. Это изготовление полупроводниковых приборов, напыление тонких пленок, оптическая промышленность, металлургия (дегазация стали, электродуговая переплавка, вакуумная металлургия для получения особо чистых материалов и сплавов), химическая, медицинская промышленность. В научных исследованиях низкие давления используются очень широко в самых различных областях.

1.1. Элементы кинетической теории. Газовые законы

Для решения большинства задач по теории разреженных газов следует вспомнить определение идеального газа. Идеальным называют газ при условии, что

- его молекулы можно представить как упругие материальные частицы;
- силы межмолекулярного взаимодействия отсутствуют;
- объем, занимаемый молекулами, пренебрежимо мал по сравнению с объемом, свободным от молекул.

Разреженные газы весьма близки к идеальным, поэтому в дальнейшем при решении задач мы будем пользоваться основами молекулярно-кинетической теории.

Основное уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева—Клапейрона) описывает зависимость между давлением, объемом и температурой:

$$PV = \frac{m}{\mu}RT. \quad (1)$$

Для одного моля газа

$$PV_m = RT, \quad (2)$$

где $N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ — число Авогадро, V_m — молярный объем.

Учитывая, что постоянная Больцмана $k = R/N_A$, а плотность частиц $n = N_A/V_m$, получим

$$P = nkT. \quad (3)$$

Распределение молекул газа по абсолютным скоростям подчиняется закону Максвелла: число молекул dN , таких, что модуль их скорости лежит между v и $v + dv$, равно

$$dN = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) dv. \quad (4)$$

Наиболее вероятная скорость — скорость, при которой функция (4) имеет максимум. Она равна

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}. \quad (5)$$

Средняя скорость молекул определится как

$$\langle v \rangle = \int v \frac{dN}{N} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}. \quad (6)$$

Среднюю квадратичную скорость найдем из соотношений

$$\frac{mv_s^2}{2} = \frac{3}{2}kT, \quad v_s = \sqrt{\frac{3kT}{m}}. \quad (7)$$

Очевидно, что все три скорости близки по порядку величины и могут быть использованы для оценки скорости молекул в газе. Велика ли типичная скорость молекул?

Задача 1

Найти средние квадратичные скорости движения молекул водорода и азота при температурах 273 и 293 К. Сравнить их со скоростью звука. $R = 8.31$ Дж/(моль К).

Решение

Скорость звука равна

$$V = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{\nu RT}{V\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}. \quad (8)$$

Средняя квадратичная скорость равна

$$v_s = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{mN_A}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}. \quad (9)$$

Показатель адиабаты γ для воздуха (азота) равен 1.4. Следовательно, среднеквадратичная скорость в $\sqrt{\frac{3}{1.4}} \approx 1.464$ раза выше скорости звука (для азота $V \approx 337$ м/с):

$$v_s = \sqrt{\frac{3}{1.4}} V = 1.464 \cdot 337 \text{ м/с} = 493 \text{ м/с}. \quad (10)$$

Или, вычисляя по формуле (9),

$$v_s = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8.31 \cdot 273}{28 \cdot 10^{-3}}} = 493 \text{ м/с}. \quad (11)$$

При температуре 293 К получим

$$v_s = \sqrt{\frac{3 \cdot 8.31 \cdot 293}{28 \cdot 10^{-3}}} = 511 \text{ м/с.} \quad (12)$$

Сосчитаем среднюю квадратичную скорость молекул водорода при $T = 273 \text{ К}$:

$$v_s = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8.31 \cdot 273}{2 \cdot 10^{-3}}} = 1845 \text{ м/с,} \quad (13)$$

то есть у водорода скорость движения молекул почти в четыре раза выше, чем у азота.

Подобная скорость молекул устанавливается как в результате столкновений со стенками сосуда, так и в результате столкновений с самими молекулами газа. Пусть молекула за какое-то время проходит расстояние l . При этом она испытывает z столкновений: $z = Vn = \sigma ln$, где σ — сечение столкновения, n — число молекул в единице объема. Отсюда следует, что расстояние между двумя столкновениями (или длина свободного пробега молекулы) равно $\lambda = 1/(n\sigma)$. Более аккуратный подход с учетом взаимного движения молекул даст выражение

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}, \quad (14)$$

то есть значение длины свободного пробега практически не будет отличаться от сделанной оценки. Велика ли длина свободного пробега? Решим следующую задачу.

Задача 2

В трубке диаметром $D = 5 \text{ см}$ горит разряд в азоте при давлении 1 торр. Найти длину свободного пробега молекул и сопоставить ее с диаметром разрядной трубки. Выполнить ту же процедуру для давления 1 мторр. Оценить длину свободного пробега молекулы в воздухе при нормальных условиях. Постоянная Больцмана $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$. Эффективный диаметр молекулы азота принять равным $3.74 \cdot 10^{-8} \text{ см}$.

Решение

Длина свободного пробега молекул

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}. \quad (15)$$

Сосчитаем плотность молекул n для давления 1 торр и температуры 20 °С:

$$n = \frac{P}{kT} = \frac{10^5}{760} \frac{1}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 293} = 3.3 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3} = 3.3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}. \quad (16)$$

Найдем эффективное сечение столкновений:

$$\sigma = \frac{\pi d^2}{4} = 1.1 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-3}. \quad (17)$$

Оценим длину свободного пробега при 1 торр:

$$\lambda = \frac{1}{1.4 \cdot 3.3 \cdot 10^{16} \cdot 10^{-15}} \approx \frac{1}{50} \text{ см} \ll D. \quad (18)$$

При давлении 1 мторр

$$\lambda = \frac{1000}{50} = 20 \text{ см} \gg D. \quad (19)$$

Характерная длина свободного пробега при 1 атм (число Лошмидта $L = 2.7 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$)

$$\lambda = \frac{1}{1.4 \cdot 2.7 \cdot 10^{19} \cdot 10^{-15}} \approx \frac{1}{4 \cdot 10^4} = \frac{10^{-4}}{4} = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ см}. \quad (20)$$

1.2. Явления переноса

Процедура откачки сосуда, то есть получение пониженного давления, не может быть рассмотрена без учета явлений переноса. Подобные явления имеют место в системах, находящихся в неравновесном состоянии. Перенос массы называется диффузией, количества движения — внутренним трением, энергии — теплопроводностью. Соответственно потоки величин характеризуются коэффициентами диффузии, вязкости и теплопроводности.

Количество теплоты, передаваемое в единицу времени через площадку площадью s , в соответствии с законом Фурье равно

$$q = -\chi \frac{dT}{dx} s, \quad (21)$$

где коэффициент теплопроводности

$$\chi = \rho \langle v \rangle c_V \lambda / 3 \quad [\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})]. \quad (22)$$

Данное выражение справедливо при условии, что длина свободного пробега много меньше размеров сосуда.

Если в направлении x , перпендикулярном скорости потока газа u , существует градиент скорости du/dx , то между слоями движущегося газа действует сила внутреннего трения F , определяемая выражением

$$F = -\eta \frac{du}{dx} s, \quad (23)$$

здесь s — площадь поверхности, параллельная движению потока.

Динамическая вязкость η равна

$$\eta = \rho \langle v \rangle \lambda / 3 \quad [\text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с})]. \quad (24)$$

Задача 3

Трубка диаметром 1 см обернута нагревательной спиралью так, что температура в сечении 1 составляет 100°C . Оценить, в каком случае быстрее повысится температура в сечении 2, расположенном на расстоянии 30 см от сечения 1 в воздухе: при 1 торр или при 1 атм?

Решение

Коэффициент теплопроводности не зависит от давления газа в условиях, когда длина свободного пробега много меньше характерного размера сосуда. Поэтому зависимости от давления в данном случае не будет.

С ростом давления растет число молекул, задействованных в переносе тепла. Однако перенос идет на меньшие расстояния, поскольку уменьшается длина свободного пробега.

Действительно, ни коэффициент теплопроводности, ни динамическая вязкость не зависят от давления газа в случае, когда длина свободного пробега много меньше размеров сосуда. Действительно, $\lambda \sim 1/\rho$. В случае низких давлений и малых сосудов χ и η являются некоторыми эффективными коэффициентами, и перенос идет тем медленнее, чем ниже давление газа.

Диффузия в газах обусловлена переносом массы. Число молекул, переносимых через поверхность s в единицу времени в результате диффузии, равно

$$G = -D \frac{dn}{dx} s. \quad (25)$$

В случае, если речь идет о самодиффузии, коэффициент диффузии D равен

$$D = \frac{\langle v \rangle \lambda}{3} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \cdot \frac{1}{3\sqrt{2}n\sigma} = \frac{2}{3} \frac{(kT)^{3/2}}{\sqrt{\pi m}} \frac{1}{p\sigma}. \quad (26)$$

В случае же диффузии одного газа в другом

$$D_{12} = \frac{D_{11}n_2 + D_{22}n_1}{n}. \quad (27)$$

Задача 4

Экспериментатор исследует газовый разряд, инициируемый импульсами с частотой $f = 10$ Гц в трубке диаметром $D = 0.5$ см при давлении 1 торр и температуре 300 К в азоте. При этом он пытается провести численное моделирование химических процессов в разряде и послесвечении, не учитывая процессов гибели частиц на стенке сосуда. Корректно ли подобное моделирование?

Решение

В предположении, что в газе присутствует градиент концентрации, оценим время диффузионного ухода на стенку как $t \sim x^2/D$.

Эту оценку можно в принципе получить из уравнения диффузии без источниковых членов:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = 0. \quad (28)$$

На самом деле для более аккуратной оценки следует рассматривать распределение концентрации электронов по радиусу трубки. Если это функция Бесселя и цилиндр достаточно длинный, то $x \approx R/2.4$; если частицы рождаются только на оси, то уравнение диффузии допускает точное аналитическое решение и $x = R/2$. Будем считать, что можно пренебречь данным численным коэффициентом. Время диффузионного ухода

$$t \sim \frac{x^2}{D} = \frac{0.25 \cdot 0.25}{D}. \quad (29)$$

Сосчитаем коэффициент диффузии:

$$D = \frac{\langle v \rangle \lambda}{3} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}. \quad (30)$$

Скорость молекул

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 8.31 \cdot 300}{3.14 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}} = 168.4 \text{ м/с.} \quad (31)$$

Длина свободного пробега

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma} = \frac{1}{1.4 \cdot 3.3 \cdot 10^{16} \cdot 10^{-15}} = 0.02 \text{ см.} \quad (32)$$

Тогда коэффициент диффузии

$$D = \frac{\lambda \langle v \rangle}{3} = \frac{0.02 \cdot 16840}{3} = 112.3 \text{ см}^2/\text{с.} \quad (33)$$

Время диффузионного ухода

$$t \sim \frac{x^2}{D} = \frac{0.25 \cdot 0.25}{112.3} = 5 \cdot 10^{-4} = 0.5 \text{ мс} \ll f^{-1}. \quad (34)$$

Таким образом, в уравнение баланса для частиц должна включаться гибель частиц на стенке, если только нет более быстрых процессов, уводящих частицы из объема.

Все повторенные законы и соотношения являются основой для рассмотрения процессов откачки, течения газа и измерений давления в системе.

1.3. Общие сведения о вакуумных насосах

Обсудим вопрос о том, какими насосами может быть осуществлен процесс откачки.

По принципу действия промышленные вакуумные насосы делятся на пять основных групп:

- насосы объемного действия;

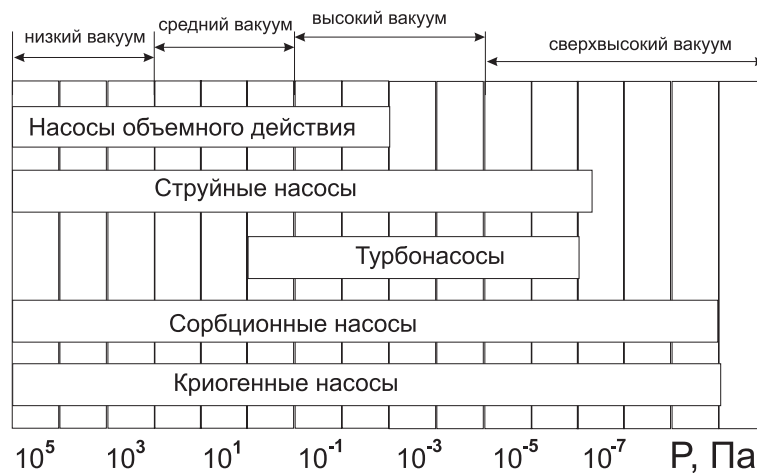


Рис. 1. Области действия вакуумных насосов

- струйные насосы;
- кинетические насосы (турбонасосы);
- сорбционные насосы;
- крионасосы.

Для расчета вакуумных систем и правильного выбора вакуумных насосов необходимо представлять себе особенности различных типов насосов.

Механические насосы, или насосы объемного действия, откачивают газ от атмосферного давления до 10^{-3} торр. Их устройство достаточно просто. Вращающийся ротор периодически набирает газ в полость всасывания через входной патрубок и выбрасывает его в выходной патрубок. Масло обеспечивает смазку, частичное охлаждение механизма насоса и вакуумное уплотнение.

Струйные насосы делятся на

- эжекторные, которые используют в области давлений от атмосферного до 10^{-1} Па;
- бустерные ($10 - 10^{-2}$ Па);
- диффузионные (10^{-2} Па и ниже).

Общая схема работы всех струйных насосов одинакова: рабочая жидкость нагревается, испаряется и пар поднимается по паропроводящей трубе в сопло. Из сопла пар с большой скоростью истекает в пространство рабочей камеры. Пар конденсируется, конденсат по сливной трубке возвращается в кипятильник, а газ, захваченный струей, выбрасывается через выпускной патрубок. При этом механизм захвата молекул откачиваемого газа может быть как вязкостным (при высоких давлениях), так и диффузионным (при низких).

Турбонасосы представляют собой осевую многоступенчатую роторно-статорную конструкцию, формирующую поток газа в направлении с входа насоса на его выпуск. Лопатки пластин роторов и статоров профилированы специальным образом (содержат косые пазы под углом 45° к плоскости либо сами лопатки наклонены под углом 45°) так, чтобы молекулы газа проходили преимущественно в направлении откачки. Для быстрых молекул скорость, сообщаемая роторно-статорной системой, не очень велика по сравнению с тепловой скоростью молекул, и, следовательно, велик обратный поток. Тяжелые молекулы удаляются лучше. Сопоставление масс-спектров остаточного газа для диффузионного и турбомолекулярного насосов показывают, что в диффузионном насосе гораздо богаче спектр тяжелых фракций, соответствующих продуктам разложения масла. В турбомолекулярном же насосе основным остаточным газом является водород. При давлениях 10^{-6} Па и ниже на работу турбомолекулярного насоса начинает оказывать влияние водород, выделяющийся из стенок корпуса и перетекающий со стороны форвакуумной полости насоса.

Сорбционные насосы по принципу действия делятся на

- адсорбционные;
- геттерные и испарительные геттерные;
- электродуговые сорбционные;
- геттерно-ионные;
- магнитные электроразрядные.

Адсорбционные насосы представляют собой адсорбент, помещенный в сосуд с жидким азотом так, чтобы равновесное давление над поверхностью адсорбента было как можно ниже. В результате физической адсорбции наиболее эффективно поглощаются молекулы газа с диаметром, меньшим характерного диаметра пор (0.5 нм). Как правило, все цеолиты плохо поглощают инертные газы и газы с низкой точкой кипения (H_2 , He, Ne). Предельное остаточное давление такого насоса зависит от адсорбционной емкости адсорбента. К недостаткам эксплуатации можно отнести использование жидкого азота, требование периодической регенерации и значительное время охлаждения.

Геттерные и испарительные геттерные насосы работают на эффекте хемосорбции химических реакций и растворения газа в материале геттера. Наиболее часто в геттерных насосах применяют циркониево-алюминиевые сплавы, в испарительных геттерных насосах используется титановая пленка, образующаяся при испарении титана электронным пучком. Электродуговой сорбционный насос основан на образовании на корпусе насоса титановой пленки вследствие электродугового разложения титана. Электрическая дуга при этом зажигается между геттером (катодом) и анодом. В геттерно-ионных насосах проводится дополнительная ионизация инертных газов для улучшения их удаления. Магнитные электроразрядные насосы в качестве распылителя титана используют электрический разряд в магнитном поле, что позволяет эффективно убирать ионы инертных газов.

Для работы сорбционных насосов любого типа необходимо предварительное разрежение до 10^{-1} Па. Насосы требуют периодической очистки от титановой пленки.

Крионасосы основаны на конденсировании веществ при температурах, близких к температуре жидкого водорода или гелия. Давление насыщенных паров кислорода при температуре, близкой к точке кипения водорода, составляет 10^{-11} Па, аргона – 10^{-15} Па, азота и СО – 10^{-9} Па.

Криосорбционные насосы путем криосорбции откачивают, помимо остальных компонент, водород и гелий. В качестве адсорбентов, так же, как и в адсорбционных насосах, используют цеолиты, активированный уголь, оксидную пленку алюминия и другие материалы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука. Физматлит, 1990.
2. *Пипко А.И., Плисковский В.Я.* Основы вакуумной техники. — М.: Энергоатомиздат, 1992.
3. *Пипко А.И., Плисковский В.Я., Королев Б.И., Кузнецов В.И.* Основы вакуумной техники. — М.: Энергоатомиздат, 1981.
4. *Вакуумная техника.* Справочник. — М.: Машиностроение, 1992.

2. Методы измерения давлений

Цель данного семинара — обсудить различные методы измерения низких давлений. Низкими будем называть давления, не превышающие 1 атм. Как следует из прошлого семинара, подобный диапазон давлений подразделяют на низкий, средний, высокий и сверхвысокий вакуум.

Приборы для измерения полных давлений называют манометрами, если речь идет о малых давлениях, употребляется также термин вакуумметры. По принципу действия манометры делят на следующие классы:

- жидкостные манометры, в которых разность давлений уравнивается давлением столба жидкости (U-образные манометры);
- компрессионные манометры, действие которых основано на изотермическом сжатии газа (манометры Мак-Леода);
- деформационные манометры, в которых мерой давления служит величина деформации чувствительного элемента (сильфона, мембраны и т.д.);
- тепловые манометры, действие которых основано на зависимости теплопроводности газа от давления (термопарные и манометры сопротивления);
- ионизационные манометры, которые определяют давление по значению ионного тока (электроразрядные и электронные ионизационные).

Эти манометры охватывают всю область низких давлений, от низкого до сверхвысокого вакуума (рис. 2).

По принципам регистрации всю группу манометров разделяют на манометры прямого и косвенного действия. Жидкостные, компрессионные и деформационные манометры относят к манометрам прямого действия. Они непосредственно измеряют

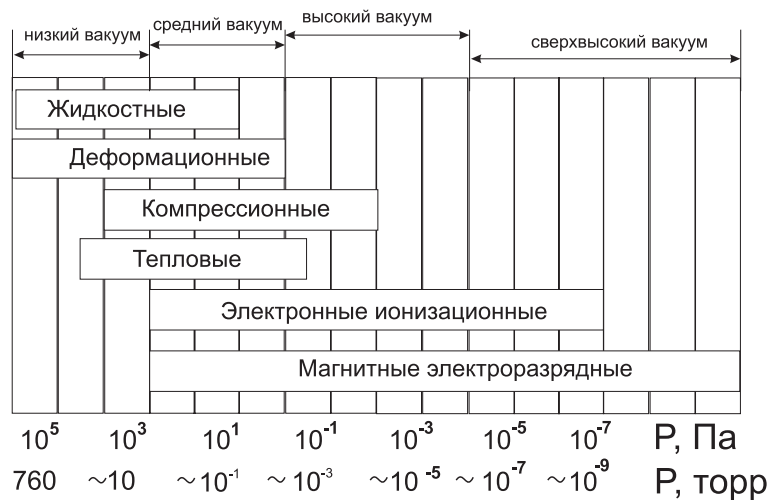


Рис. 2. Области действия приборов для измерения низких давлений

давление газа. Их показания принципиально не зависят от состава газа и лишь опосредованно (например, для жидкостных манометров) могут зависеть от температуры. Манометры косвенного действия измеряют не само давление, а некоторую его функцию. Их показания зависят от рода газа и его температуры.

Рассмотрим подробнее различные типы манометров.

2.1. U-образный манометр

Простейшая конструкция манометра — U-образный манометр, в котором одно колено откачено либо находится при фиксированном давлении, а столб жидкости уравнивает имеющуюся разность давлений. Диапазон измеряемых давлений зависит от свойств жидкости, геометрии прибора и способа определения уровня жидкости. Для измерения давлений, близких к атмосферному, обычно применяются жидкости высокой плотности (ртуть), для измерения малых давлений — жидкости с

минимально возможной плотностью. При этом стремятся выбрать жидкость с малыми давлениями насыщенного пара и способностью к растворению газа.

Задача 1

Оценить минимальное давление, которое можно измерить с погрешностью 10% ртутным (плотность ртути $\rho_1 = 13.6 \text{ г/см}^3$) и масляным (плотность вакуумного масла ВМ-3 составляет $\rho_2 = 0.85 \text{ г/см}^3$) манометрами при различных способах отсчета уровня: линейкой и интерференционным способом.

Решение

Будем считать, что нижний предел измеряемого давления ограничивается возможностью измерения с требуемой точностью малой разности уровней:

$$p_{\min} \approx \rho g h_{\min}. \quad (35)$$

При измерении линейкой справедливо полагать, что предел измерений соответствует 1 мм, а длина, которую можно измерить с погрешностью 10%, составляет 10 мм. Тогда нижний предел измеряемого давления составит

$$p_{\min}^1 \approx 13600 \cdot 9.8 \cdot 10^{-2} \approx 1.3 \cdot 10^3 \text{ Па} = \frac{1.3 \cdot 10^3 \cdot 760}{10^5} = 10 \text{ торр}. \quad (36)$$

Для масляного манометра при измерении линейкой минимальное давление, измеряемое с точностью 10%, составит

$$p_{\min}^2 \approx 850 \cdot 9.8 \cdot 10^{-2} \approx 83.3 \text{ Па} = \frac{83.3 \cdot 760}{10^5} \approx 0.6 \text{ торр}. \quad (37)$$

При измерении интерференционным методом можно контролировать расстояние порядка 0.1 мкм с точностью 10%. Тогда для ртути получим

$$p_{\min}^1 \approx 13600 \cdot 9.8 \cdot 10^{-7} \approx 1.3 \cdot 10^{-2} \text{ Па} = 10^{-4} \text{ торр}. \quad (38)$$

Для масла

$$p_{\min}^1 \approx 850 \cdot 9.8 \cdot 10^{-7} \approx 8.3 \cdot 10^{-4} \text{ Па} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ торр}. \quad (39)$$

Следует отметить, что при измерении давлений ниже 1 Па ($\sim 10^{-2}$ торр) U-образные манометры неудобны в работе из-за невысокой точности при традиционных (к примеру, с помощью линейки) методах отсчета уровня жидкости. В 1874 году Мак-Леод предложил конструкцию компрессионного манометра.

2.2. Манометр Мак-Леода (компрессионный манометр)

Суть измерений данным манометром практически совпадает с измерениями U-образным манометром с той лишь разницей, что газ при начальном давлении, равном измеряемому P , сжимается и измеряется разность давлений между двумя сообщенными сосудами. Перед измерением сосуд с ртутью опущен настолько низко, чтобы при откачке ртуть не перекрывала разветвление трубки (3) на измерительную часть и часть, идущую к вакуумной системе. Для проведения измерений сосуд с ртутью поднимают. При перекрытии разветвления отсекается объем стеклянного сосуда и измерительного капилляра V_1 при давлении P_1 . При дальнейшем поднятии сосуда газ в измерительной части сжимается.

При измерении давления манометром Мак-Леода применяют либо метод линейной шкалы, либо метод квадратичной шкалы. Суть измерений по методу линейной шкалы заключается в том, что газ в измерительном капилляре сжимают до какой-то фиксированной отметки:

$$P_1 V_1 = (P_1 + h) V_2. \quad (40)$$

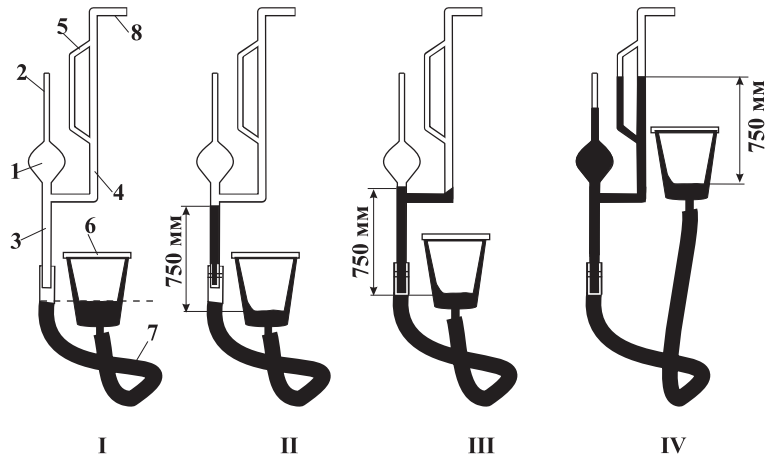


Рис. 3. Принцип действия компрессионного манометра. 1 – баллон, 2 – запаянный измерительный капилляр, 3 – стеклянная трубка, 4 – ответвление на вакуумную систему, 5 – сравнительный капилляр, 6 – сосуд с ртутью, 7 – соединительный шланг, 8 – к вакуумной системе

При малых давлениях $P_1 \ll h$. Тогда

$$P_1 V_1 \approx h V_2; \quad P_1 = \frac{V_2}{V_1} h. \quad (41)$$

В случае измерений по методу квадратичной шкалы ртуть в сравнительном капилляре (5) доводят до уровня, соответствующего верхушке измерительного капилляра (2). В этом случае объем газа после сжатия определится как $V_2 = \pi d^2 h$, где h — разность уровней ртути в измерительном и сравнительном капиллярах:

$$P_1 = \frac{V_2}{V_1} h = \frac{\pi r^2}{V_1} h^2. \quad (42)$$

Задача 2

Оценить минимальное давление, которое можно измерить с помощью манометра Мак-Леода, если объем сосуда составляет 0.7 л, диаметр капилляра — 2 мм.

Решение

Пусть измерения проводятся по методу квадратичной шкалы. Предположим, что $h_{\min} = 10$ мм. $V_1 = 0.7$ л = $0.7 \cdot 10^6$ мм³. Тогда P_{\min} равно (в мм рт. ст.)

$$P_1 = \frac{\pi r^2}{V_1} h^2 = \frac{3.14 \cdot 1}{0.7 \cdot 10^6} 10^2 = 4.5 \cdot 10^{-4}. \quad (43)$$

2.3. Деформационные манометры

В деформационных манометрах мерой давления служит величина деформации чувствительного элемента под действием разности давлений. В лабораторной практике и в промышленности при измерении давлений от 10^{-2} торр до нескольких атмосфер применяют деформационные манометры трех основных типов: трубчатые, мембранные и деформационные.

В трубчатых манометрах в качестве чувствительного элемента используют трубку, свернутую в спираль. Один конец трубки подключен к вакуумной системе, а другой — запаян и соединен со стрелкой, угол поворота которой прямо пропорционален разности атмосферного давления и давления в системе. Недостатком такого манометра является зависимость показаний от атмосферного давления.

Мембранные манометры лишены подобного недостатка. В мембранном манометре мембрана разделяет откачанный до давления $\sim 10^{-3}$ мм рт. ст. объем сравнения и объем с измеряемым давлением. Поскольку давление в объеме сравнения низко, можно считать, что манометр измеряет непосредственно искомое давление.

Принцип действия сильфонных манометров тот же, но мембрана в них заменена гофрированной трубкой — сильфоном. При тех же габаритах сильфоны имеют гораздо меньшую жест-

кость, что позволяет обеспечить большую чувствительность измерений.

Преимуществами мембранных и сильфонных методов является возможность электрической регистрации давления, то есть непрерывной его записи в ходе эксперимента. Для этого используют емкостной, индукционный или механотронный метод регистрации. При применении емкостного метода мембрана является подвижной обкладкой емкости. В случае индукционного метода регистрации мембрана соединяется с сердечником катушки индуктивности, включенной в схему чувствительного моста. Разбаланс моста при прогибе чувствительного элемента регистрируется измерительным прибором. Механотронный метод регистрации основывается на неподвижном соединении подвижной мембраны с катодом разрядной системы. При перемещении мембраны меняется расстояние между катодом и анодом и соответственно изменяются характеристики разряда. Типичный динамический диапазон работы механотронных преобразователей составляет несколько порядков величины.

2.4. Тепловые вакуумметры

Принцип действия теплового вакуумметра основан на зависимости теплопроводности газа от давления в области низких давлений. Преобразователь давления теплового вакуумметра представляет собой баллон, внутри которого расположен нагреваемый электрическим током элемент (чаще всего нить). Чувствительный элемент изготавливается из материалов с высоким температурным коэффициентом сопротивления (платины, вольфрама).

Существуют два способа измерения давления тепловыми вакуумметрами: при постоянной температуре нити (вакуумметры сопротивления) либо при постоянном токе накала чувствительного элемента (термопарные вакуумметры). Измерительная часть вакуумметра сопротивления (рис. 4а) содержит мост Уитстона для измерения сопротивлений. При постоянной температуре нити мост сбалансирован. При изменении давле-

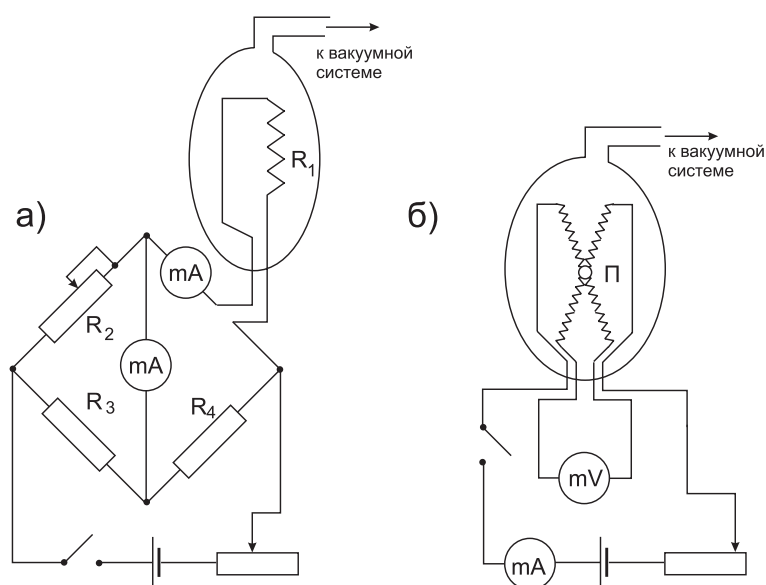


Рис. 4. Принцип действия тепловых вакуумметров: а) – вакуумметр сопротивления, б) – термопарный вакуумметр

ния меняется теплоотвод, и, следовательно, растет температура. Изменяя ток накала, мост балансируют (температуру нити возвращают к исходному значению). По изменению тока накала судят о давлении в системе.

Режим постоянства тока накала используется в термопарных вакуумметрах (рис. 4б). Простейшая схема термопарного вакуумметра состоит из источника накала подогревателя с миллиамперметром и переменного балластного резистора с высоким сопротивлением, обеспечивающим режим постоянного тока накала. По мере уменьшения давления в системе уменьшается теплопроводность газа, повышается температура перемычки подогревателя и термопары П и, следовательно, увеличивается термо-ЭДС, которая пропорциональна давлению и измеряется милливольтметром. Ток накала подогревателя под-

бирают, выставляя значение милливольтметра на максимально возможное значение при минимальном давлении ($\sim 10^{-4}$ торр).

Запишем баланс электрической энергии, подводимой к нити:

$$I^2 R(1 + \alpha \Delta T) = cp \Delta T + \sigma(T_H^4 - T_0^4) + b \Delta T. \quad (44)$$

Здесь $cp \Delta T$ – мощность, отводимая через газ, окружающий нить, к стенкам трубки; p – давление газа в манометре; $\Delta T = T_H - T_0$, T_H – температура нити, T_0 – температура окружающей среды, $\sigma_H(T_H^4 - T_0^4)$ – мощность, рассеиваемая нитью вследствие излучения (по закону Стефана – Больцмана), $b_H \Delta T$ – мощность, уводимая через крепление нити и электрические вводы, R_H – сопротивление нити накала при температуре T_0 , α_H – температурный коэффициент сопротивления материала нити.

Найдем отсюда давление:

$$p = \frac{I^2 R(1 + \alpha \Delta T) - \sigma(T_H^4 - T_0^4) - b \Delta T}{c \Delta T}. \quad (45)$$

Рассмотрим более детально первый член в правой части уравнения (44). Если мы находимся в той области давлений, где длина свободного пробега сопоставима с размерами сосуда ($\lambda \sim d$), коэффициент теплопроводности можно приблизительно записать как

$$\chi = \rho < v > c v d / 3 [W / (m \cdot K)]. \quad (46)$$

Поток тепла между двумя поверхностями, температура которых равна T_H и T_0 соответственно, определится числом столкновений молекул с единицей площади поверхности в единицу времени, $\nu = nv/4$, и энергией падающих на измерительную нить и улетающих от нее молекул. Поток тепла с единицы поверхности равен

$$q = \nu \cdot \psi k(T_H - T_0). \quad (47)$$

Здесь ψ – некоторый коэффициент, определяющий эффективность передачи энергии в потоке. Полная средняя энергия, переносимая молекулой в потоке, в общем случае равна

$$\langle E \rangle = \psi \cdot \frac{1}{2}kT = (i + 1) \cdot \frac{1}{2}kT, \quad (48)$$

где i – число степеней свободы газа. Учитывая, что число степеней свободы связано с теплоемкостью при постоянном объеме C_V , теплоемкостью при постоянном давлении c_P и показателем адиабаты γ соответственно как

$$c_V = \frac{i}{2}R; \quad c_P = \frac{i+2}{2}R; \quad \gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{i+2}{i}, \quad (49)$$

то есть $i + 1 = (\gamma + 1)(\gamma - 1)$, можно записать, что

$$q = \frac{nv}{4} \cdot \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \frac{1}{2}k(T_H - T_0). \quad (50)$$

Далее учтем то, что $p = nkT$, где $T \approx 0.5(T_H + T_0)$ – некая средняя температура газа между стенкой и нитью, и что средняя скорость молекул определяется как $\langle v \rangle = \sqrt{8RT/\pi\mu}$:

$$q = \frac{p}{4} \sqrt{\frac{2R}{\pi\mu T}} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} (T_H - T_0). \quad (51)$$

Считая, что рабочей поверхностью, через которую передается поток тепла, является боковая поверхность нити диаметром d и длиной l , окончательно для потока тепла получим

$$Q = \frac{\pi d l p}{4} \sqrt{\frac{2R}{\pi\mu T}} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} (T_H - T_0). \quad (52)$$

В условиях, когда основной подвод тепла будет происходить за счет Джоулева нагрева, температура нити, а следовательно, и ее сопротивление, в соответствии с выражением (52), будут однозначной функцией давления.

Задача 3

Для типичных параметров тепловых вакуумметров оценить измеряемое давление воздуха в торр. Принять величину тока, текущего через нить, равной 100 мА, температуру нити равной 400 К, считать нить нихромовой. Удельное электрическое сопротивление нихрома $\rho = 1.12$ Ом мм²/м, температурный коэффициент $\alpha = 0.25 \cdot 10^{-3}$ 1/К. Радиус нити $r = 0.3$ мм, длина $l = 5$ см. Теплоемкость воздуха при постоянном объеме равна $C_V = 720$ Дж/(кг · К), при постоянном давлении — $C_P = 1009$ Дж/(кг · К)

Решение

Сопротивление нити составляет

$$R_{\text{эл}} = \frac{\rho l}{\pi r^2} = \frac{1.12 \cdot 0.05}{3.14 \cdot 0.3 \cdot 0.3} = 2 \cdot 10^{-1} \text{ Ом.} \quad (53)$$

Будем считать, что потери на контактах и потери на излучение малы. Тогда подвод тепла осуществляется электрическим током, отвод происходит за счет теплопроводности. Мощность, подводимая к нити, равна

$$I^2 R(1 + \alpha \Delta T) = 0.1^2 \cdot 2 \cdot 10^{-1} (1 + \alpha \Delta T) = 2 \cdot 10^{-3} (1 + \alpha \Delta T) \text{ Вт.} \quad (54)$$

Здесь ΔT — разность температур: $\Delta T = T_H - 293 = 107$.

$$I^2 R(1 + \alpha \Delta T) = 2 \cdot 10^{-3} (1 + 0.25 \cdot 10^{-3} \cdot 107) \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ Вт.} \quad (55)$$

Боковая (излучающая) поверхность нити имеет площадь

$$S = 2\pi r l = 6.28 \cdot 0.03 \cdot 5 = 0.9 \text{ см}^2 \approx 10^{-1} \text{ м}^2. \quad (56)$$

Вычислим измеряемое давление. Из выражения (52) следует, что

$$p = \frac{4Q\sqrt{\pi\mu \langle T \rangle}}{\pi dl\sqrt{2R}} \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{1}{T_H - T_0}, \quad (57)$$

где $\langle T \rangle = (T_H + T_0)/2$ – некая средняя температура. В нашем случае $\langle T \rangle = (400 + 293)/2 = 346.5$ К. Для воздуха соотношение $(\gamma - 1)/(\gamma + 1) = 0.4/2.4 = 0.17$. Тогда

$$p = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \sqrt{3.14 \cdot 28 \cdot 10^{-3} \cdot 346.5}}{3.14 \cdot 0.6 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \sqrt{2 \cdot 8.31}} \cdot 0.17 \frac{1}{107} = 0.2 \text{ Па.} \quad (58)$$

Поскольку $10^5 \text{ Па} = 760 \text{ торр}$, то $0.2 \text{ Па} = 0.2 \cdot 7.6 \cdot 10^{-3} \text{ торр}$. Предел измерения реальными тепловыми вакуумметрами составляет $10^{-3} - 10^{-4} \text{ торр}$, при более низких давлениях существенными становятся потери на излучение. Давления ниже 10^{-4} торр измеряют, к примеру, ионизационными вакуумметрами.

Задача 4

Оценить верхний предел измерения тепловым вакуумметром.

Решение

Верхний предел обусловлен тем, что с ростом давления теплоемкость перестает зависеть от плотности газа. Условие независимости теплоемкости от плотности газа заключается в том, что длина свободного пробега молекул должна быть много меньше характерного размера сосуда:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}. \quad (59)$$

Примем характерный размер баллона $d = 3 \text{ см}$ и потребуем: $d \sim 10\lambda$. Тогда

$$n = \frac{10}{\sqrt{2}d\sigma} = \frac{10}{\sqrt{23} \cdot 10^{-15}} = 2.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}; \quad (60)$$

$$p \approx \frac{2.4 \cdot 10^{15}}{3.3 \cdot 10^{16}} \approx 0.07 \text{ торр} \approx 0.1 \text{ торр}. \quad (61)$$

Следует иметь в виду, что в случае наполнения лампы термомпарного вакуумметра другим газом (к примеру, вместо воздуха в системе используется He) то же значение тока (ЭДС) будет соответствовать другому давлению. В самом деле, из выражения (57) следует, что при поддержании всех параметров системы (ток, температура) одними и теми же для двух разных газов

$$\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} \cdot \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1 + 1} \cdot \frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_2 - 1}. \quad (62)$$

В реальной ситуации это соотношение следует домножить на отношение коэффициентов аккомодации α (принято считать для воздуха $\alpha = 1$):

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} \cdot \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1 + 1} \cdot \frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_2 - 1}. \quad (63)$$

Задача 5

Какова разница реальных давлений воздуха и ксенона при одном и том же показании теплового вакуумметра? Коэффициент аккомодации для Xe принять равным $\alpha_{Xe} = 1.45$.

Решение

Относительная чувствительность вакуумметра определяется как отношение давления воздуха к давлению газа при одних и тех же показаниях прибора:

$$q = \frac{p_B}{p_{\text{газ}}}.$$

Соотношение измеряемых давлений

$$q = \frac{p_B}{p_{Xe}} = \frac{\alpha_{Xe}}{\alpha_B} \sqrt{\frac{\mu_B}{\mu_{Xe}}} \cdot \frac{\gamma_B - 1}{\gamma_B + 1} \cdot \frac{\gamma_{Xe} + 1}{\gamma_{Xe} - 1}.$$

Для воздуха (показатель адиабаты $\gamma_B = 1.4$, для массы возьмем $\mu_B \approx 28$) и гелия ($\gamma_{Xe} = 1.67$, $\mu_{Xe} = 131.3$) получим:

$$\frac{p_B}{p_{Xe}} = \frac{1.45}{1} \cdot \sqrt{\frac{28}{131.3}} \cdot \frac{1.4 - 1}{1.4 + 1} \cdot \frac{1.67 + 1}{1.67 - 1} = 0.46,$$

то есть при одном и том же показании прибора плотности газов различаются в два раза.

2.4.1. Ионизационные вакуумметры

Принцип действия ионных вакуумметров основан на зависимости ионного тока, возникающего в результате ионизации молекул разреженного газа, от его давления.

Электроразрядные манометры в простейшем исполнении представляют собой систему из трех электродов: катод (собственно нагретая нить), анод и отрицательно заряженный коллектор. Коллектор служит для количественного анализа тока в системе.

При ионизации газа электронами появление ионов происходит в следующем процессе:

$$M + e = M^+ + 2e. \quad (64)$$

Скорость этого процесса равна

$$\frac{dM^+}{dt} = k_{ion} n_e M. \quad (65)$$

Константа скорости ионизации зависит от соответствующего сечения ионизации и энергии электронов:

$$k_{ion} = \langle \sigma v \rangle \sim \int_0^{\infty} \sigma(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} f(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (66)$$

С другой стороны, поток электронов через единицу площади равен

$$j_e = n_e v. \quad (67)$$

Тогда выражение (65) переписется как

$$\frac{dM^+}{dt} = \sigma j_e M. \quad (68)$$

Пусть прибор собирает все положительные ионы, образованные в объеме сечения S и длины l , так что суммарный поток ионов равен

$$i_+ = Sl \frac{dM^+}{dt} = \sigma j_e M Sl = \sigma i_- M l, \quad i_- = j_e S = n_e v S. \quad (69)$$

Следует обратить внимание на то, что полученная формула справедлива в условиях, когда $i_+ \ll i_-$, то есть когда $l \ll \lambda$.

Задача 6

Оценить верхний предел давлений, измеряемых ионизационным вакуумметром. Принять $l = 10$ см, $\sigma \sim 10^{-15}$ см².

Решение

$$[M] \ll \frac{1}{\sigma l} = \frac{1}{10^{-15} 10} = 10^{14} \text{ см}^{-3} = \frac{10^{14}}{3.3 \cdot 10^{16}} \text{ торр} \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ торр}. \quad (70)$$

Нижний предел измерений подобными датчиками давления обусловлен тем, что при понижении давления ионный ток падает. Физическим пределом является выбивание электронов с коллектора мягкими рентгеновскими квантами, возникающими при торможении электронов на аноде. Типичная величина этого тока равна 10^{-9} А.

Задача 7

Оценить нижний предел давлений, измеряемых ионизационным вакуумметром. Принять $l = 10$ см, $\sigma \sim 10^{-15}$ см², ток электронов с катода $i = 5$ мА, $k = 1.4 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Решение

Предоставляем читателям возможность самостоятельно подумать над этой задачей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука. Физматлит, 1990.
2. *Пипко А.И., Плисковский В.Я.* Основы вакуумной техники. — М.: Энергоатомиздат, 1992.
3. *Пипко А.И., Плисковский В.Я., Королев Б.И., Кузнецов В.И.* Основы вакуумной техники. — М.: Энергоатомиздат, 1981.
4. *Фролов Е.С., Минайчев В.Е., ред.* Вакуумная техника: Справочник. — М.: Машиностроение, 1992.

3. Теоретические основы процесса откачки

3.1. Основные определения вакуумной техники. Проводимость сложного трубопровода

Мы рассмотрели основные типы насосов и датчиков давления. Обсудим теперь методы количественного расчета скорости откачки. Простейшая вакуумная система представлена на рис. 5. Она состоит из откачиваемого сосуда (1), датчиков давления (2), крана (3), трубопровода (4) и насоса (5).

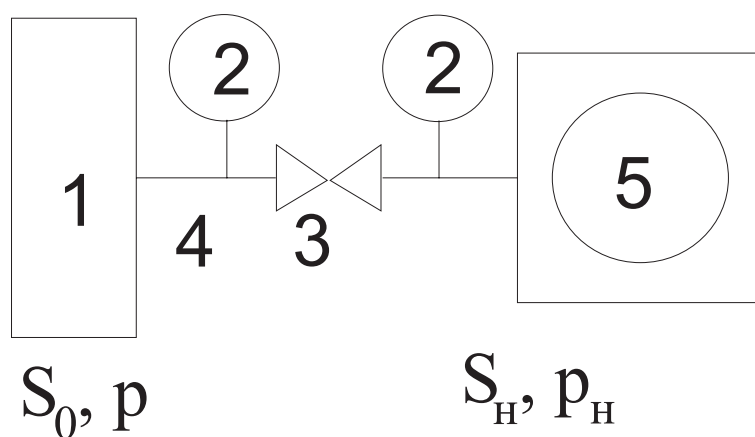


Рис. 5. Простейшая вакуумная система

С началом процесса откачки начинается перемещение газа в сторону насоса. Давление в откачиваемом объеме p понижается. При этом давление p_H на входе в насос еще ниже: $p_H < p$. Разность $p - p_H$ называют движущей разностью давлений. Под быстротой откачки сосуда S_0 понимают объем газа, поступающий за единицу времени из сосуда в трубопровод при давлении p в откачиваемом сосуде:

$$S_0 = \left(\frac{dV}{dt}\right)_p. \quad (71)$$

В качестве основных параметров насосов в вакуумной технике обычно выделяют предельное остаточное давление, быстроту откачки, производительность, наибольшее давление запуска, наибольшее рабочее давление и наибольшее выпускное давление.

Предельное остаточное давление – это минимальное давление, которое достигается при работе насоса без нагрузки, то есть когда насос не подсоединен к откачиваемому объему. Его величина определяется равновесием между количеством газа, удаляемым насосом, и обратным потоком, возвращающимся из насоса на его собственный вход.

Быстротой откачивающего действия насоса S_H [л/с] (или быстротой действия насоса) при данном впускном давлении p_H называют объем газа, поступающий в работающий насос в единицу времени:

$$S_H = \frac{dV_H}{dt}. \quad (72)$$

Поток газа, протекающий за единицу времени через входное сечение насоса и равный произведению давления газа на его объем в единицу времени, называется производительностью насоса Q_H [м³·Па/с] = [Вт]:

$$Q_H = p_H S_H. \quad (73)$$

Наибольшим давлением запуска называется максимальное давление во входном сечении насоса, превышение которого ведет к ухудшению его характеристик. Не все насосы способны начинать свою работу с атмосферного давления: для работы ряда насосов необходимо предварительное разрежение (форвакуум).

Наибольшее рабочее давление — то давление, при котором насос может работать в течение длительного времени при сохранении своей быстроты действия.

И, наконец, наибольшее выпускное давление — то давление на выходе насоса, при котором насос еще может осуществлять откачку. Данный параметр очень важен, к примеру, для струйных и турбомолекулярных насосов, у которых при выпускном давлении 10^2 Па и выше может произойти срыв процесса откачки.

Обычно при количественном описании вакуумной системы проводят аналогию вакуумной системы с электрической цепью и вводят понятие сопротивления трубопровода W . Разность давлений уподобляют напряжению, поток — силе тока. Величину

$$U = \frac{1}{W} = \frac{Q}{p - p_H}, \quad (74)$$

где $Q = p_H S_H = p S_0$ — поток газа (одинаковый для всех сечений трубопровода), называют проводимостью трубопровода и измеряют в $\text{м}^3/\text{с}$ или в л/с.

Задача 1

Экспериментатор соединяет последовательно два участка трубопровода: первый — с проводимостью $U_1 = 5$ л/с, второй — с проводимостью $U_2 = 0.5$ л/с. Рассчитать проводимость получившегося трубопровода.

Решение

Перепад давлений на концах первого трубопровода равен $p - p_{12}$, на концах второго — $p_{12} - p_H$. Поток постоянен и равен Q . Тогда

$$p - p_H = (p - p_{12}) + (p_{12} - p_H) = Q(W_1 + W_2) = Q\left(\frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2}\right) = Q\frac{1}{U_\Sigma}. \quad (75)$$

Суммарная проводимость равна

$$U_\Sigma = \frac{U_1 U_2}{U_1 + U_2} = \frac{5 \cdot 0.5}{5 + 0.5} = 0.45. \quad (76)$$

Таким образом, при составлении трубопроводов всегда следует помнить, что в случае последовательного соединения трубопроводов с разной проводимостью (к примеру, труб разного диаметра) проводимость системы будет определяться “наихудшим” участком трубопровода.

В случае параллельного соединения трубопроводов, очевидно, проводимость должна суммироваться:

$$U_{\Sigma} = U_1 + U_2. \quad (77)$$

3.2. Основное уравнение вакуумной техники

Основным уравнением вакуумной системы называют уравнение, связывающее быстроту откачки сосуда S_0 с быстротой действия насоса S_H и проводимостью трубопровода U .

Поток газа на входе в насос равен $Q = p_H S_H$, на выходе из откачиваемого объема $-Q = p S_0$. С другой стороны, поток газа определится через проводимость трубопровода и разность давлений: $Q = (p - p_H)U$. Заменяем в последнем уравнении p и p_H их значениями, выраженными через поток и соответствующую быстроту откачки:

$$Q = Q \left(\frac{1}{S_0} - \frac{1}{S_H} \right) U; \quad (78)$$

$$\frac{1}{S_0} = \frac{1}{S_H} + \frac{1}{U}; \quad (79)$$

$$S_0 = \frac{S_H U}{S_H + U}. \quad (80)$$

Последнее уравнение и называют основным уравнением вакуумной техники.

Задача 2

Быстрота действия лабораторного форвакуумного насоса составляет 5 л/с. Для подключения насоса к вакуумной системе экспериментатор использует гибкий шланг с внутренним

диаметром $d = 1$ см и длиной $l = 10$ м. Полагая, что проводимость трубопровода для воздуха можно определить как $U = 1.21 \cdot 10^2 d^3 / l$ м³/с ($[d] = [l] = \text{м}$), определить, чем будет лимитироваться откачка сосуда: проводимостью трубопровода или быстротой откачки насоса. Определить давление p на выходе из откачиваемого объема, если давление на входе в насос составляет 10^{-2} торр.

Решение

Вычислим проводимость трубопровода:

$$U = 1.21 \cdot 10^2 \frac{d^3}{l} = 1.21 \cdot 10^2 \cdot \frac{10^{-6}}{10} \approx 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}. \quad (81)$$

Быстрота действия насоса равна $S_H = 5$ л/с $\gg U$. Это означает, что эффективная быстрота откачки объема будет определяться проводимостью шланга и слабо зависит от быстроты действия насоса.

Найдем давление p . Поскольку

$$U(p - p_H) = p_H S_H, \quad (82)$$

для p получим

$$p = \frac{p_H S_H}{U} + p_H = p_H \left(1 + \frac{S_H}{U}\right) = p_H \left(1 + \frac{5 \cdot 10^{-3}}{10^{-5}}\right) \approx 5 \text{ торр}. \quad (83)$$

Таким образом, при построении вакуумных систем всегда полезно думать о проводимости их отдельных частей. Рассмотрим противоположный случай.

Задача 3

Быстрота действия лабораторного форвакуумного насоса составляет 1 л/с. Для подключения насоса к вакуумной системе экспериментатор использует гибкий шланг с внутренним

диаметром $d = 5$ см и длиной $l = 1$ м. Полагая, что проводимость трубопровода для воздуха можно определить как $U = 1.21 \cdot 10^2 d^3 / l$ м³/с ($[d] = [l] = \text{м}$), определить, чем будет лимитироваться откачка сосуда: проводимостью трубопровода или быстротой откачки насоса. Определить давление p на выходе из откачиваемого объема, если давление на входе в насос составляет 10^{-2} торр.

Решение

Вычислим проводимость трубопровода:

$$U = 1.21 \cdot 10^2 \frac{d^3}{l} = 1.21 \cdot 10^2 \cdot \frac{125 \cdot 10^{-6}}{1} \approx 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}. \quad (84)$$

Быстрота действия насоса равна $S_H = 1$ л/с $\ll U$. Это означает, что эффективная быстрота откачки объема будет определяться быстротой действия насоса.

Найдем давление p . Поскольку

$$U(p - p_H) = p_H S_H, \quad (85)$$

для p получим

$$p = \frac{p_H S_H}{U} + p_H = p_H \left(1 + \frac{S_H}{U}\right) = p_H \left(1 + \frac{10^{-3}}{1.5 \cdot 10^{-2}}\right) \approx 1.1 \cdot 10^{-2} \text{ торр}, \quad (86)$$

то есть в этом случае перепад давлений на трубопроводе мал.

3.3. Критерии определения границ режимов течения газа в трубопроводах

На самом деле рассмотренные задачи должны решаться с пониманием того, в каком режиме происходит перемещение газа по трубопроводу.

В самом начале процесса откачки при относительно высоких давлениях и скоростях газа наблюдается турбулентный режим течения газа. Его характеризует хаотическое нерегулярное движение взаимодействующих между собой участков газа; при этом в каждой точке вакуумной системы давление, вообще говоря, носит пульсирующий характер.

По мере того как давление уменьшается, меняется характер течения, образуются параллельно перемещающиеся слои газа и течение становится ламинарным или вязкостным.

Определить турбулентное или вязкостное течение в трубе можно, оценив число Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{ud}{\eta} = \frac{4m}{\pi kT} \frac{Q}{\eta d}. \quad (87)$$

Здесь m – масса молекулы, [кг], T – температура, [К], η – динамическая вязкость, [Па·с], Q – поток газа через трубопровод, [м³ Па/с], d – диаметр трубопровода, [м].

Переход к турбулентному течению соответствует числу Re , большему, чем несколько тысяч (условно можно считать, к примеру, 2000).

В процессе откачки система переходит из турбулентного режима в вязкостный, затем, когда длина свободного пробега становится столь велика, что молекулы газа взаимодействуют в основном со стенками трубопровода, а не друг с другом – в молекулярный режим. Принято считать, что режим течения газа молекулярный, если

$$\frac{\lambda}{d} \geq \frac{1}{3}, \quad (88)$$

или

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{kT}{\sqrt{2}p\sigma} \geq \frac{1}{3}. \quad (89)$$

Иногда для воздуха данное условие при 298 К записывают как

$$pd \leq 0.02 \text{ Па} \cdot \text{м}. \quad (90)$$

Режим течения газа по трубопроводу называется молекулярно-вязкостным в пределах

$$5 \cdot 10^{-3} \leq \frac{\lambda}{d} \leq \frac{1}{3}, \quad (91)$$

или для воздуха при 298 К

$$0.02 \geq pd \geq 1.33 \text{ Па} \cdot \text{м}. \quad (92)$$

Часто полагают, что рассмотрение турбулентного режима можно опустить. Давайте проверим это утверждение.

Задача 4

Полагая, что типичная быстрота действия форвакуумного насоса равна 5 л/с, определить, возможен ли турбулентный режим течения при откачке им трубопровода диаметром 1 см с азотом от атмосферного давления до 10^{-3} торр. Вязкость азота $\eta = 17.9 \cdot 10^{-6}$ Па·с.

Решение

Сосчитаем число Рейнольдса для наших условий:

$$\text{Re} = \frac{4m}{\pi k T \eta} \frac{Q}{d}. \quad (93)$$

Учитывая, что постоянная Больцмана $k = R/N_A$, и то, что $\mu = m/N_A$, получим

$$\text{Re} = \frac{4\mu}{\pi R T \eta} \frac{Q}{d}. \quad (94)$$

Оценим максимальный поток как

$$Q_{\max} = (p_H)_{\max} S_H = 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^2 \text{ Па} \cdot \text{м}^3/\text{с}. \quad (95)$$

Тогда ($R = 8.31$ Дж/(моль К)) для числа Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{4 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{3.14 \cdot 298 \cdot 17.9 \cdot 10^{-6}} \frac{500}{10^{-2}} = 3 \cdot 10^5, \quad (96)$$

то есть течение турбулентно. Для давления 1 торр получим $\text{Re} \sim 300$, то есть течение вязкостное. При давлении же 10^{-3} торр длина свободного пробега

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma} \approx \frac{1}{10^{-3} \cdot 3.3 \cdot 10^{16} \cdot 10^{-15}} \approx 30 \text{ см}, \quad (97)$$

то есть режим откачки – молекулярный.

Очевидно, что проводимость трубопровода должна существенным образом зависеть от режима откачки. Рассмотрим данный вопрос более подробно.

3.4. Проводимости вакуумных трубопроводов

Течение газа по трубопроводам в турбулентном и вязкостном режимах сопровождается потерями энергии на трение, которые могут быть выражены в виде потери давления:

$$\Delta p = p_1 - p_2, \quad (98)$$

где p_1 и p_2 – давления на концах соответствующего участка трубопровода. Потерю давления Δp выразим через плотность ρ и среднюю скорость потока газа $\langle u \rangle = Q/(A \langle p \rangle)$, где “среднее давление” равно $\langle p \rangle = (p_1 + p_2)/2$:

$$\Delta p = \zeta \frac{l \rho \langle u \rangle^2}{d}, \quad (99)$$

Здесь ζ – коэффициент сопротивления, зависящий от геометрических размеров, формы поперечного сечения трубопровода и числа Рейнольдса $\text{Re} = (\rho \langle u \rangle d)/\eta$:

$$\zeta = \frac{C}{\text{Re}^m}, \quad (100)$$

где C и m – постоянные. К примеру, для турбулентных течений ($2 \cdot 10^3 < \text{Re} < 10^5$) эти постоянные для гладких труб принимают значения $m = 0.25$ и $C = 0.32$. Для вязкостного течения ($\text{Re} < 2 \cdot 10^3$) $m = 1$, $C = 64$.

Получим выражение для проводимости цилиндра круглого сечения в вязкостном режиме. Как следует из выражений (98)–(100),

$$\Delta p = \frac{C}{\text{Re}^m} \frac{l \rho \langle u \rangle^2}{2} = \frac{64 \cdot l \rho \langle u \rangle^2}{\text{Re} \cdot d} = \frac{64 \cdot l \eta}{\rho \langle u \rangle d^2} \frac{\rho \langle u \rangle^2}{2}. \quad (101)$$

С другой стороны, поток через трубопровод определяется проводимостью U и разностью давлений δp :

$$Q = \langle p \rangle \langle u \rangle A = \Delta p U. \quad (102)$$

Здесь $A = \pi d^2/4$ – площадь поперечного сечения трубопровода. Из (101), (102) следует выражение для проводимости:

$$U_B = \frac{Q}{\Delta p} = \frac{\langle p \rangle \langle u \rangle A}{\Delta p} = \frac{\langle p \rangle \langle u \rangle \pi d^2 \rho \langle u \rangle d^2 \cdot 2}{4 \cdot 64 l \eta \rho \langle u \rangle^2}; \quad (103)$$

$$U = \frac{\pi d^4}{128 l \eta} \langle p \rangle = \frac{\pi d^4}{128 l \eta} \frac{p_1 + p_2}{2}. \quad (104)$$

Таким образом, мы получили выражение для проводимости длинного цилиндрического трубопровода в вязкостном режиме течения газа.

Это выражение можно переписать через длину свободного пробега при давлении 1 Па (обозначим ее λ_1):

$$U_B = 2.82 \frac{d^4}{\lambda_1 l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \frac{p_1 + p_2}{2}, \quad (105)$$

или для воздуха при 293 К:

$$U_B = 1.36 \cdot 10^3 \frac{d^4}{l} \frac{p_1 + p_2}{2}. \quad (106)$$

Для турбулентного течения газа по цилиндрическому трубопроводу аналогичные выкладки приведут к следующему выражению (ρ_1 – плотность газа при давлении 1 Па):

$$U_T = \frac{1.52}{\rho_1^{3/7} \eta^{1/7}} \frac{d^{19/7}}{l^{4/7}} \frac{(p_1 + p_2)^{4/7}}{(p_1 - p_2)^{3/7}}, \quad (107)$$

или через длину свободного пробега

$$U_T = \frac{1.57}{\lambda_1^{1/7}} \sqrt{\frac{RT}{\mu}} \frac{d^{19/7}}{l^{4/7}} \frac{(p_1 + p_2)^{4/7}}{(p_1 - p_2)^{3/7}}. \quad (108)$$

Следует иметь в виду, что вязкостный режим течения газа устанавливается на расстоянии 15–20 диаметров, и в случае более коротких трубопроводов необходимо введение некоторого поправочного коэффициента, учитывающего неустановившийся режим течения.

Для предельно короткого трубопровода – отверстия с перепадом давлений $p - p_c$ и для вязкостного, и для турбулентного течений проводимость равна

$$U_B = U_T = \frac{A}{1 - p/p_c} \sqrt{\frac{RT}{\mu} \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{p}{p_c}\right)^{2/\gamma} \left[1 - \left(\frac{p}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}. \quad (109)$$

В случае молекулярного течения газа проводимость длинного цилиндрического трубопровода длиной l и диаметром d равна

$$U_M = 38.1 \frac{d^3}{l} \sqrt{\frac{T}{M}}. \quad (110)$$

Для воздуха при температуре 293 К

$$U_M = 1.21 \cdot 10^2 \frac{d^3}{l}. \quad (111)$$

Проводимость отверстия в молекулярном режиме равна

$$U_M = 36.4A \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (112)$$

Проводимость короткого трубопровода можно сосчитать, эффективно учитывая проводимость отверстия:

$$\frac{1}{U_\Sigma} = \frac{1}{U} + \frac{1}{U_{OTB}}. \quad (113)$$

Переход от вязкостного течения газа к молекулярному занимает интервал давлений в два порядка величины и описывается следующим неравенством: $5 \cdot 10^{-3} \leq \frac{\lambda}{d} \leq 1/3$. В области молекулярно-вязкостного режима течения газа полагают, что проводимость участка трубопровода равна сумме проводимостей в вязкостном и молекулярном режиме с учетом поправочного коэффициента K :

$$U_{M-B} = U_B + KU_M. \quad (114)$$

Поправочный коэффициент равен

$$K = \frac{1 + \frac{d}{\eta} \sqrt{\frac{\mu}{RT}} \frac{p_1 + p_2}{2}}{1 + 1.24 \frac{d}{\eta} \sqrt{\frac{\mu}{RT}} \frac{p_1 + p_2}{2}}. \quad (115)$$

3.5. Время откачки газа в трубопроводе

Расчет длительности откачки обычно проводят в предположении квазистационарности течения газа. Квазистационарным течением газа называют такое течение, при котором

- разность давлений на концах трубопровода мала по сравнению со средним давлением в нем,

- объем трубопровода значительно меньше объема откачиваемого сосуда,
- в трубопроводе в каждый момент времени существует только один режим течения газа.

За время dt из сосуда объемом V удаляется количество газа, равное $S_0 p dt$, и натекает некоторое количество газа $Q'_\Sigma dt$. Изменение количества газа в сосуде за время dt (считаем, что температура газа в откачиваемом объеме постоянна и равна температуре стенок сосуда T) равно $V dp$. Составим уравнение баланса:

$$V dp = Q'_\Sigma dt - S_0 p dt, \quad (116)$$

$$dt = \frac{V dp}{Q'_\Sigma - S_0 p}. \quad (117)$$

После интегрирования с учетом начальных условий и в предположении, что натекание и быстрота откачки постоянны, получим, что время откачки от давления p до давления p_0 равно

$$t = \frac{V}{S_0} \ln \frac{p_0 - Q'_\Sigma/S_0}{p - Q'_\Sigma/S_0}. \quad (118)$$

При решении задач на скорость откачки системы система всегда разбивается на несколько подынтервалов по режимам откачки, после чего по формуле (118) рассчитываются времена откачки для каждого из режимов и находится суммарное время откачки.

Задача 5

Рассчитать время откачки воздуха из вакуумного объема $V = 3$ л от атмосферного давления до $5 \cdot 10^{-3}$ торр через цилиндрический трубопровод длиной $l = 3$ м и диаметром $d = 3$ см,

если суммарное газовыделение со стенок разрядной камеры постоянно и равно $Q' = 2.43 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 \cdot \text{Па}/\text{с}$. Вязкость воздуха $\eta = 18 \cdot 10^{-6} \text{ Па}\cdot\text{с}$.

Решение

Определим границы режимов течения газа в трубопроводе. Прежде всего, считаем давление, при котором число Рейнольдса равно 2000:

$$\text{Re} = \frac{4\mu}{\pi RT\eta} \frac{Q}{d} = \frac{4\mu}{\pi RT\eta} \frac{pS_0}{d}; \quad (119)$$

$$p = \text{Re} \frac{\pi RT\eta}{4\mu} \frac{d}{S_0}. \quad (120)$$

Вместо S_0 используем типичную для форвакуумных лабораторных насосов величину 1 л/с. Тогда

$$p = \text{Re} \frac{\pi RT\eta}{4\mu} \frac{d}{S_0}; \quad (121)$$

$$p = 2000 \frac{3.14 \cdot 8.31 \cdot 300 \cdot 18 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 28 \cdot 10^{-3}} \frac{0.03}{10^{-3}} \approx 7.5 \cdot 10^4 \approx 10^5 \text{ Па}. \quad (122)$$

Пренебрежем турбулентным участком откачки и найдем диапазон давлений вязкостного, молекулярно-вязкостного и молекулярного режимов:

$$5 \cdot 10^{-3} \leq \frac{\lambda}{d} \leq \frac{1}{3}. \quad (123)$$

Или, принимая выражение для воздуха при 298 К:

$$0.02/d \geq p \geq 1.33/d \text{ Па}; \quad d = 0.03 \text{ м}; \quad (124)$$

$$0.67 \geq p \geq 4.4 \text{ Па}; \quad (125)$$

$$5 \cdot 10^{-3} \text{ Тор} \geq p \geq 3 \cdot 10^{-2} \text{ торр.} \quad (126)$$

Считаем время откачки в вязкостном режиме. Проводимость трубопровода равна

$$U_B = 1.36 \cdot 10^3 \frac{d^4}{l} p \approx 1.36 \cdot 10^3 \frac{0.03^4}{3} \frac{10^5 + 4.4}{2}; \quad (127)$$

$$U_B \approx \frac{1.36 \cdot 10^3 \cdot 81 \cdot 10^{-8} \cdot 10^5}{3 \cdot 2} \approx 18 \text{ м}^3/\text{с} \gg S_H. \quad (128)$$

Тогда время откачки (в пренебрежении натеканием)

$$t_1 = \frac{V}{S_0} \ln \frac{p_0}{p} = \frac{3}{1} \ln \frac{10^5}{4.4} \approx 30 \text{ с.} \quad (129)$$

Следующий этап откачки – от 4.4 до 0.67 Па – молекулярно-вязкостный.

Рассчитаем проводимость трубопровода на этом этапе. Поправочный коэффициент K вычислим следующим образом:

$$\xi = \frac{d}{\eta} \sqrt{\frac{\mu}{RT}}; \quad (130)$$

$$\xi = \frac{0.03}{18 \cdot 10^{-6}} \sqrt{\frac{28 \cdot 10^{-3}}{8.31 \cdot 300}} \approx 5.5; \quad (131)$$

$$K = \frac{1 + \xi \frac{p_1 + p_2}{2}}{1 + 1.24 \xi \frac{p_1 + p_2}{2}}; \quad (132)$$

$$\frac{p_1 + p_2}{2} = \frac{0.7 + 4.4}{2} \approx 2.5; \quad \xi \cdot \frac{p_1 + p_2}{2} = 5.5 \cdot 2.5 \approx 13.7; \quad (133)$$

$$K = \frac{1 + 13.7}{1 + 1.24 \cdot 13.7} \approx 0.8. \quad (134)$$

Проводимость трубопровода в вязкостно-молекулярном режиме тогда равна

$$U_{M-B} = U_B + 0.8U_M; \quad (135)$$

$$U_M = 1.21 \cdot 10^2 \frac{d^3}{l} = 1.21 \cdot 10^2 \frac{(0.03)^3}{3} \approx 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}; \quad (136)$$

$$U_B = 1.36 \cdot 10^3 \frac{d^4}{l} p \approx 1.36 \cdot 10^3 \frac{0.03^4}{3} \cdot 2.5 \approx 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}; \quad (137)$$

$$U_{M-B} \approx 1.8U_M \approx 1.8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}. \quad (138)$$

Эффективная быстрота откачки

$$S_0 = \frac{S_H U}{S_H + U} = 10^{-3} \cdot \frac{1.8}{2.8} \approx 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}. \quad (139)$$

Время откачки (с учетом натекания)

$$t = \frac{V}{S_0} \ln \frac{p_0 - Q'_\Sigma/S_0}{p - Q'_\Sigma/S_0} = \frac{3}{0.6} \ln \frac{4.4 - \frac{2.43 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-4}}}{0.7 - \frac{2.43}{6}} \approx 13 \text{ с}. \quad (140)$$

Суммарное время откачки составляет $(30 + 13) \text{ с} = 43 \text{ с}$.

Таким образом, мы рассмотрели методы откачки газа, различные типы насосов и приборов, контролирующих давление в системе. Были рассмотрены физические основы процесса откачки и методы расчета вакуумных систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука. Физматлит, 1990.
2. *Пипко А.И., Плисковский В.Я.* Основы вакуумной техники. — М.: Энергоатомиздат, 1992.
3. *Пипко А.И., Плисковский В.Я., Королев Б.И., Кузнецов В.И.* Основы вакуумной техники. — М.: Энергоатомиздат, 1981.
4. *Фролов Е.С., Минайчев В.Е., ред.* Вакуумная техника: Справочник. — М.: Машиностроение, 1992.

4. Контрольные вопросы к теме

1. Какова зависимость коэффициента теплопроводности от давления газа?
2. До какого давления необходимо откачать воздух из баллона для алюминирования его поверхности, если распыляемый алюминий расположен на расстоянии 50 мм от наиболее удаленной точки поверхности баллона?
3. Определить режим течения газа по трубопроводу диаметром 2 см, если давление в текущей точке составляет 10^{-3} торр.
4. Какие типы насосов обеспечивают безмасляную откачку?
5. Чем ограничиваются верхний и нижний пределы давлений, измеряемых тепловым вакуумметром?
6. Откачиваемый объем соединялся с насосом трубкой диаметром 5 см и длиной 2 м. Экспериментатор решил передвинуть откачиваемый объем подальше от насоса и нарастил трубопровод трубой той же длины, но диаметром 1 см. Как изменится проводимость трубопровода?
7. Экспериментатор измеряет тепловым манометром одно и то же давление газа при комнатной температуре и при температуре 100 °С. Будут ли отличаться показания прибора и почему?
8. Почему ионизационными манометрами не пользуются при атмосферном давлении?
9. Как изменяется с давлением длина свободного пробега (температуру газа считать фиксированной)?