

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	9
Творческая биография В. А. Котельникова	10

Часть I

Тройной характерограф	33
Теория нелинейного фильтра с делением частоты пополам	39
Многочастотная буквопечатающая установка Сименс–Вердан для работы по радио	51
О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи	90
Количественная оценка различных методов борьбы с замиранием	110
О воздействии на нелинейные сопротивления суммы синусоидальных напряжений	126
Еще об устойчивости синхронизации при приеме фазовой телеграфной передачи	138
Мощные коротковолновые передатчики с автоматическим управлением	141
Основные положения автоматической шифровки	153
Спектры «гладких» помех	160
Количественные соотношения в «гладких» или нормально хаотических помехах	163
Проблемы помехоустойчивой радиосвязи	166
Сигналы с максимальной и минимальной вероятностями обнаружения	173
Теория параметрических усилителей в схемах с циркуляторами	181
Исследования в области радиотехники и электроники, проведенные в ИРЭ АН СССР в 1953–1978 гг.	229

Исследования в области радиотехники и электроники, проведенные в ИРЭ АН СССР в 1979–1984 гг.	254
Сигналы с минимальной энергией вредного спектра	277
Импульсы с наименьшей энергией в спектре за пределами заданной полосы	289

Часть II

Теория потенциальной помехоустойчивости

Предисловие ко второму изданию	304
Предисловие к английскому переводу	308
Предисловие к английскому переводу	312

I

ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

Глава 1. Введение

1.1. Методы борьбы с помехами	313
1.2. Классификация помех	313
1.3. Сообщения и сигналы	314
1.4. Содержание данной работы	315

Глава 2. Вспомогательный математический материал

2.1. Некоторые определения	317
2.2. Линейное выражение функций при помощи единичных ортогональных функций	318
2.3. Нормально флюктуационное колебание	321
2.4. Выражение нормально флюктуационного колебания рядом Фурье	325
2.5. Линейные функции независимых нормальных случайных величин	327
2.6. Вероятность попадания нормально флюктуационного колебания в данную область	329
2.7. Геометрическое толкование полученных соотношений	330

II

ПЕРЕДАЧА ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ

Глава 3. Дискретные сообщения и сигналы

3.1. Дискретные сообщения и сигналы	333
3.2. Идеальный приемник	334
3.3. Геометрическое толкование материала гл. 3	337

Глава 4. Помехоустойчивость при сигналах с двумя значениями

4.1. Вероятность искажения при идеальном приемнике.	338
4.2. Влияние отношения $P(A_1)/P(A_2)$	341
4.3. Потенциальная помехоустойчивость при передаче с пассивной паузой	343
4.4. Потенциальная помехоустойчивость при классическом телеграфном сигнале	344
4.5. Помехоустойчивость при классическом телеграфном сигнале и приеме с синхронным детектором	344
4.6. Помехоустойчивость при классическом телеграфном сигнале и приеме с обычным детектором	348
4.7. Выводы относительно помехоустойчивости систем с пассивной паузой	350
4.8. Оптимальная система передачи с активной паузой.	350
4.9. Помехоустойчивость при частотной манипуляции	352
4.10. Потенциальная помехоустойчивость при нормально флюктуационной помехе с интенсивностью, зависящей от частоты.	354
4.11. Геометрическое толкование материала гл. 4	356

Глава 5. Помехоустойчивость при сигналах со многими значениями

5.1. Решение задачи в общем виде	357
5.2. Потенциальная помехоустойчивость при ортогональных равновероятных сигналах, имеющих одинаковую энергию.	358
5.3. Пример телеграфной передачи с 32 ортогональными сигналами	359
5.4. Потенциальная помехоустойчивость при составных сигналах.	360
5.5. Пример пятизначного кода.	362
5.6. Оптимальная система при сигналах со многими дискретными значениями	363
5.7. Приближенная оценка потенциальной помехоустойчивости	367
5.8. Пример передачи цифр кодом Морзе	368

III

ПЕРЕДАЧА ОТДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ

Глава 6. Общая теория влияния помех на передачу отдельных значений параметров

6.1. Общие соображения	372
6.2. Определение вероятности передававшегося параметра	373
6.3. Функция $P_x(\lambda)$ вблизи наиболее вероятного значения $\lambda_{xн}$	375
6.4. Ошибки и потенциальная помехоустойчивость при помехе малой интенсивности.	376
6.5. Второй метод определения ошибок и потенциальной помехоустойчивости при помехе малой интенсивности	378

6.6. Итоги гл. 6	381
6.7. Геометрическое толкование материала гл. 6	382

Глава 7. Помехоустойчивость при разных системах передачи параметров

7.1. Амплитудная модуляция	383
7.2. Линейная модуляция.	384
7.3. Общий случай время-импульсной модуляции	385
7.4. Частный случай время-импульсной модуляции (потенциальная помехоустойчивость).	386
7.5. Частный случаи время-импульсной модуляции (помехоустойчивость при первом методе приема)	388
7.6. Частный случай время-импульсной модуляции (помехоустойчивость при втором методе приема)	390
7.7. Частотная модуляция (общий случай)	393
7.8. Частотная модуляция (частный случай)	395
7.9. Повышение помехоустойчивости без увеличения энергии, длительности и ширины спектра сигнала.	396

Глава 8. Помехоустойчивость при больших помехах

8.1. Вывод общей формулы для оценки влияния помехи большой интенсивности	398
8.2. Сравнение формул для малых и больших помех	401
8.3. Время-импульсная модуляция.	401
8.4. Частотная модуляция	404
8.5. Система повышения помехоустойчивости без увеличения энергии, длительности и ширины спектра сигнала	404
8.6. Геометрическое толкование результатов гл. 8	406

IV

ПЕРЕДАЧА КОЛЕБАНИЙ

Глава 9. Общая теория влияния малых помех на передачу колебаний

9.1. Общие соображения	408
9.2. Влияние малых помех на передаваемые колебания.	409
9.3. Условия идеального приемника.	411
9.4. Способ осуществления идеального приемника.	412
9.5. Искажения при идеальном приеме	413
9.6. Краткое резюме гл. 9	415

Глава 10. Прямые системы модуляции

10.1. Определение	415
10.2. Вывод общих формул	416

10.3. Потенциальная помехоустойчивость при амплитудной и линейной модуляции	417
10.4. Потенциальная помехоустойчивость при фазовой модуляции	418
10.5. Помехоустойчивость при амплитудной модуляции и обычном приеме	419
10.6. Помехоустойчивость при фазовой модуляции и обычном приеме. . .	420
10.7. Помехоустойчивость при передаче одной боковой полосой	421

Глава 11. Импульсные системы модуляции

11.1. Определение	422
11.2. Пример осуществления импульсной системы модуляции	423
11.3. Потенциальная помехоустойчивость при импульсной системе модуляции	425
11.4. Помехоустойчивость приемника, разобранный в § 11.2.	427
11.5. Потенциальная помехоустойчивость при амплитудно-импульсной модуляции	430
11.6. Потенциальная помехоустойчивость при время-импульсной модуляции	431
11.7. Потенциальная помехоустойчивость при частотно-импульсной модуляции	432

Глава 12. Интегральные системы модуляции

12.1. Определение	433
12.2. Потенциальная помехоустойчивость при интегральных системах модуляции	433
12.3. Потенциальная помехоустойчивость при частотной модуляции.	435

Глава 13. Оценка влияния больших помех на передачу колебаний

13.1. Общие соображения	436
13.2. Максимальная разборчивость переданных колебаний	436
13.3. Максимальная разборчивость при фазовой модуляции	438
13.4. Максимальная разборчивость при малых помехах	439
13.5. Максимальная разборчивость при малых помехах и фазовой модуляции	440

Приложение А. Удельная энергия высокочастотных колебаний	442
Приложение Б. Выражение нормально флюктуационного колебания двумя амплитудно-модулированными колебаниями.	442
Приложение В. Мгновенное значение нормально флюктуационного колебания.	444
Приложение Г. Нормально флюктуационное колебание из произвольных импульсов.	444

ПРИЛОЖЕНИЕ

Российские математики о работе В. А. Котельникова «О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи»	450
Происхождение теоремы о выборках. <i>Ханс Диетер Люке</i>	453
The Sampling Theorem — An Essential Element of Digital Communications Technology. <i>Hans Dieter Luke</i>	461
Основоположник отечественной засекреченной телефонной связи. <i>Н. Н. Андреев, А. П. Петерсон, К. В. Прянишников, А. В. Старовойтов</i>	463
Квантовая криптография и теорема В. А. Котельникова об одноразовых ключах. <i>С. Н. Молотков</i>	472
Лидер научно-технической революции. <i>Р. Ф. Григорьев</i>	479
Теория потенциальной помехоустойчивости как основа статистической радиотехники. <i>А. В. Соколов, Л. И. Филиппов</i>	486
Роль В. А. Котельникова в становлении радиофизики и радиотехники. <i>Н. А. Арманд</i>	503
На передовых рубежах науки. <i>А. Н. Выставкин</i>	511

Предисловие

Настоящее издание Собрания трудов выдающегося российского ученого Владимира Александровича Котельникова (1908–2005), по праву считающегося одним из основоположников радиотехники, радиофизики, информатики, радиоастрономии и отечественной криптографии, приурочено к 100-летию со дня его рождения.

Собрание трудов В. А. Котельникова выпускается впервые, поскольку Владимир Александрович был категорически против прижизненного издания подобного сборника. Он считал, что это пустая трата времени, сил и государственных денег и что специалисты, интересующиеся какой-либо из его работ, могут ознакомиться с ней по уже имеющимся публикациям, а неспециалистам это и вовсе не нужно.

Поскольку это издание приурочено к столетию В. А. Котельникова, то оно, естественно, носит мемориальный характер. Поэтому мы сочли уместным поместить в сборнике творческую биографию ученого и некоторые статьи о его работах.

В первый том настоящего издания «Радиофизика, информатика, телекоммуникации» вошли и ранние работы Владимира Александровича, которые к настоящему времени удалось найти, и те из работ по «закрытой тематике», с которых уже снят гриф секретности. Несмотря на то, что содержание некоторых статей заведомо устарело, они имеют историческую ценность, с одной стороны, как иллюстрация состояния радиотехники того времени, а с другой, как определенный этап развития личности ученого В. А. Котельникова.

Работы Владимира Александровича по космическим исследованиям, радиолокационной астрономии и квантовой механике будут опубликованы в последующих томах.

Настоящее Собрание трудов охватывает работы академика В. А. Котельникова от самой первой, опубликованной в 1928 г., до последней, опубликованной в 2008 г. уже после его смерти.

Творческая биография В. А. Котельникова

Академик Владимир Александрович Котельников (1908–2005) — выдающийся ученый, один из основоположников радиофизики, радиотехники, информатики, радиоэлектроники, радиоастрономии и отечественной криптографии. С его именем связана эпоха развития важнейших областей науки и техники, от цифровых систем связи и вычислительных машин до широкомасштабных исследований космического пространства. Теорема Котельникова легла в основу образования любого инженера в области систем связи и информатики. Теория потенциальной помехоустойчивости, созданная В. А. Котельниковым, составляет фундамент всех современных систем связи, радиолокации, радионавигации и телеуправления. Его работы в области радиолокационной астрономии по праву вошли в золотой фонд мировой науки и техники.

Характерной особенностью творчества Владимира Александровича было то, что он, «генератор идей», ставил перед собой научную или инженерную задачу и решал ее, в зависимости от масштаба, сам или вместе с руководимым им коллективом. Проникая в суть проблемы, он приходил к фундаментальным научным открытиям. Владимир Александрович был наделен талантом ученого, инженера, педагога и организатора.

Родился В. А. Котельников 10 сентября¹⁾ 1908 г. в Казани. Его дед, Петр Иванович Котельников (1809–1879), — выдающийся математик, помощник и коллега Н. И. Лобачевского. В течение 44 лет он был профессором Казанского университета, 23 года избирался деканом физико-математического факультета. П. И. Котельников первым при жизни Н. И. Лобачевского сумел правильно оценить его открытия, публично признав заслуги создателя новой науки в то время, когда против него шла яростная травля. Отец, Александр Петрович Котельников (1865–1944), — выдающийся математик и механик, создатель винтового исчисления, один из основоположников неевклидовой механики и геометрии пространства–времени, также профессор Казанского

¹⁾ В обнаруженном осенью 2007 года в архивах А. П. Котельникова документе «Выписка из метрической книги о новорожденных за 1908 год Варваринской церкви г. Казани» записано, что Владимир Котельников родился 28 августа 1908 г., то есть 10 сентября 1908 г. в переводе на современное летоисчисление. До настоящего времени во всех официальных документах В. А. Котельникова послевоенного периода и публикациях, «ошибочно», как отмечал сам Владимир Александрович, днем его рождения значится 6 сентября 1908 г.

университета. Его труды оказали значительное влияние на развитие геометрии и теоретической механики.

Счастливым безоблачным детством Володи Котельникова длилось до 6 лет. К этому времени он уже хорошо читал, писал, освоил начальные курсы арифметики, алгебры, геометрии. А дальше — Первая мировая война, революция, Гражданская война.

Судьба складывалась так, что семья, переезжая из города в город, попадала в самую гущу страшных событий того времени. В результате из семьи А. П. Котельникова осталось только четверо — сам Александр Петрович и трое детей: старшая дочь Татьяна (1905), сыновья Володя (1908) и Сева (1911). Их мама, Варвара Петровна Котельникова (Литвиненко) в 1921 году умерла от тифа, а остальные родственники — кто погиб, кто умер, а кого-то разбросала судьба по белу свету, и с ними так больше никогда и не встретились. Но даже в эти суровые годы, на которые пришлось часть детства, отрочество и юность Володи, он продолжал учиться. У него было желание и умение самостоятельно работать. Были книги, учебники, которые в этой семье были предметом первой необходимости и оставались с ними при всех их переездах. Читать их было интересно, и он самостоятельно постигал «науку». В школу он поступил в 1922 году и, с большой легкостью проучившись там последние три класса, поскольку его уровень подготовки был значительно выше школьной программы, окончил ее в 1925 г. К тому времени, в 1924 году, семья переехала в Москву.

Оставаясь верным своему увлечению радиотехникой, зародившемуся в 1918 году, когда он впервые услышал работу армейского радиопередатчика во время боев за Казань, Владимир хотел поступить на Электротехнический факультет МВТУ им Н. Э. Баумана. Но туда принимали только «лиц рабоче-крестьянского происхождения» после рабфака, а в его документах значилось «из дворян». Пришлось год проучиться в техникуме связи, а в 1926 г., когда в МВТУ объявили «свободный прием», Владимир с легкостью поступил туда. Одновременно с учебой в МВТУ он слушал интересующие его курсы на физико-математическом факультете МГУ, пройдя, фактически, всю программу факультета по физике и математике.

Творческий путь В. А. Котельникова начался в 19 лет. Летом 1927 года, после окончания 1 курса института, он по собственной инициативе работал в Нижегородской радиолaborатории. Первоначально предполагалось, что Владимир будет участвовать в экспериментах по изучению эффекта Комптона, и он начал знакомиться с предложенной ему литературой. Это было время, когда радиотехника была на самом начальном этапе своего развития. В эти же годы зарождалось и новое направление в физике — квантовая механика. Новая наука будоражила умы научной интеллигенции, в среде которой горячо обсуждались новые работы, появившиеся в этой области. Естественная, волна интереса к этой «загадочной» науке захватила и молодого Владимира Котельникова. По-видимому, первое «соприкосновение» Владимира с квантовой

механикой произошло как раз во время этой практики, и интерес к ней сохранился на протяжении всей его жизни. Но судьба распорядилась так, что как раз в это время в лабораторию поступил срочный заказ от военных — прожекторных войск — на изготовление прибора для исследования неоднородности светового пучка прожектора. Эту работу и поручили Котельникову. С задачей он успешно справился — разработал и изготовил «тройной характерограф» — своеобразный трехканальный двухкоординатный зеркальный гальванометр. По завершении работы Владимир написал отчет, в котором приводилось подробное описание прибора. Поскольку до этого в стране такой аппаратуры не было, то отчет в виде научной статьи был опубликован в журнале «Телеграфия и телефония без проводов», вышедшем в январе 1928 года. Это была первая научная работа молодого исследователя.

В 1930 г. Владимир окончил Московский энергетический институт (МЭИ), который в это время выделился из МВТУ как самостоятельный институт, получив диплом инженера-электрика по специальности «радиотехника». Как одно из лучших выпускников, его уговаривали остаться в МЭИ, но он стремился попасть по распределению в Центральную радиолaborаторию (ЦРЛ) в Ленинграде (в прошлом Нижегородскую радиолaborаторию), чтобы «заняться настоящим делом». Однако это ему не удалось. Пока шли споры с деканатом, места по распределению в ЦРЛ все были заняты. Однако Владимир в МЭИ все равно не остался, а устроился работать в НИИ связи Красной Армии (НИИС РККА). Проработав всего около трех месяцев, в январе 1931 года ему все же пришлось вернуться в МЭИ, поскольку дирекция института потребовала у НИИС РККА вернуть им лучшего выпускника. В МЭИ Котельников без экзаменов был зачислен в аспирантуру факультета электросвязи (предшественника радиотехнического факультета).

Во время пребывания в аспирантуре (1931–1933) В. А. Котельников занимался созданием учебной радиолaborатории, проводил там занятия и читал лекции. Поскольку МЭИ, а соответственно, и аспирантура только создавались, то налаженной учебы и работы с аспирантами не было, они были предоставлены сами себе. Они сами выбирали курсы, какие хотели бы послушать, научной работы от них не требовалось. Владимир решил, что раз уж он оказался в аспирантуре, то будет заниматься наукой сам. Он выбирал важные, с его точки зрения, задачи и решал их. Одновременно он работал в Научно-исследовательском институте связи Народного комиссариата связи (НИИС НКС), куда его, как грамотного инженера, знающего немецкий язык, пригласили наладить и испытать новую немецкую аппаратуру фирмы «Сименс», которую Народный комиссариат связи собирался закупить в Германии.

Владимир Александрович до тонкостей изучил эту установку и, поскольку до этого в отечественной литературе описания такого аппарата не было, в 1932 году опубликовал статью «Многokратная буквопечатающая установка Сименс-Вердан для работы по радио», в кото-

рой подробно описал ее устройство, недостатки, условия эксплуатации и предложил сделать свою установку с лучшими параметрами. В книге «Правительственная связь в истории России» дальнейшие события освещаются следующим образом: «Прорабатывавший этот вопрос совместно с немецким инженером В. А. Котельников, выяснив, что аппаратура работает неустойчиво, сделал вывод о нецелесообразности ее закупки у Германии. Несколько позже (под руководством и при личном участии В. А. Котельникова) была разработана подобная отечественная аппаратура на основе системы Бодо». В результате была создана первая в СССР многоканальная буквопечатающая установка для работы по радио, значительно превосходящая зарубежные аналоги и широко использовавшаяся в нашей стране. Первую такую систему установили на линии Москва–Свердловск. Как вспоминал потом Владимир Александрович: «Это была первая такая большая работа, которой я руководил».

В процессе работы с буквопечатающей аппаратурой В. А. Котельникову пришлось серьезно обдумывать проблемы, возникающие в результате «замираний» и влияния помех. В результате осенью 1932 г. им была выполнена и опубликована работа: *«Теория нелинейного фильтра с делением частоты пополам»*.

В том же 1932 году им была сделана фундаментальная работа *«О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи»*, которая была заявлена как доклад на намечавшийся 1-й Всесоюзный съезд по вопросам технической реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности. Съезд не состоялся, но «Материалы» к нему были опубликованы в 1933 году (к печати доклад В. А. Котельникова был принят в конце 1932 г.). Эта работа, доложенная на ученом совете факультета, была не понята, к ней отнеслись как к научной фантастике.

Работа резко выделяется из представленных тогда на Съезд докладов своей масштабностью. Она замечательна в двух аспектах. Во-первых, это был хорошо аргументированный программный документ, «отсекавший» тупиковые и указывающий перспективные и реально осуществимые пути развития радиосвязи начала 1930-х годов. В частности, автор указывал на перспективность способа передачи «на одной боковой полосе» (в то время как раз появилась на эту тему теоретическая работа). Во-вторых, работа была устремлена в будущее. Впервые содержательно обсуждая информационный аспект проблем связи, автор математически обоснованно предсказал возможность цифровой передачи информации (была доказана ставшая впоследствии знаменитой «теорема Котельникова»). Его идея стала основой современной теории информации. Эта работа опередила свое время, по крайней мере, на 15 лет, а в полной мере она была оценена в конце 1970-х, когда появилась возможность заменить аналоговую систему передачи сигналов цифровой.

Понимая ее значение, Владимир попытался опубликовать статью в 1936 г. в более широко читаемом специалистами журнале «Электри-

чество» (Орган Энергетического института АН СССР, Главэнергопрома и Главэнерго Наркомата тяжелой промышленности). Но получил отказ! В то время работа была не понята.

Клод Шеннон широко представил научной общественности свою «Теорему отсчетов» лишь в 1948 г., через 15 лет. «Идеи витают в воздухе», и в разных точках земного шара с некоторым разбросом по времени и степени точности формулировки появлялись подобные теоремы. Поскольку эта теорема имеет ключевое значение в теории информации, то к ней постоянно «приковано внимание» специалистов в этой области. В 1977 г., расставляя приоритеты, было предложено называть ее «WKS-теоремой» — теоремой *Whittaker–Kotelnikov–Shannon*. В 1999 г. Фонд Эдуарда Рейна, подводя итоги наиболее выдающихся научных достижений XX века, присудил премию по номинации «за фундаментальные исследования» российскому ученому Котельникову Владимиру Александровичу за «Впервые математически точно сформулированную и опубликованную “теорему отсчетов”, на которую опирается вся современная, ставшая цифровой, радиотехника и вычислительная техника». В статье, предшествовавшей выдвижению кандидатуры В. А. Котельникова на эту премию, проф. Hans Dieter Luke писал: «Поскольку эта замечательная работа никогда не была опубликована в интернационально доступной печати, публикации теоремы о выборках в теоретически точной формулировке возникали в литературе по технике связи независимо друг от друга» [6]. В дальнейшем «Теорема отсчетов» получила свое развитие в работах следующих поколений ученых. Впервые в «интернационально доступной печати» эта работа была опубликована в 2006 году, и по сей день она вызывает большой интерес у научной общественности, теперь уже в историческом аспекте.

После окончания аспирантуры, в 1933 году, Владимир Котельников, оставаясь преподавать в МЭИ (ассистент, доцент, зав. кафедрой «Основы радиотехники»), поступил (уже официально) на работу в НИИС НКС (инженер, главный инженер института по радио, начальник вновь созданной лаборатории). В первые годы работы в НИИС НКС он руководил разработкой и созданием вышеупомянутой многоканальной буквопечатающей установки для работы по радио.

В 1934 году В. А. Котельников получил авторское свидетельство № 44963 «Способ сдвига и перевертывания частичного спектра», что впоследствии было им использовано при создании аппаратуры для засекречивания телефонных сообщений.

В 1935–1936 гг. Правительством СССР было принято решение о создании постоянных воздушных магистральных линий ВЧ-связи дальней, средней и короткой протяженности. В рамках этой программы началось активное строительство воздушных магистралей проводной ВЧ-связи. Наряду с этим планировалось создать новые приемные и передающие радиостанции.

Линии связи находились тогда в ведении Наркомата связи, почт и телеграфа (Наркомат связи), и по его заказу Наркоматом промышленности и средств связи были подготовлены проекты приемных и передающих центров связи. Экспертизу этих проектов было решено провести в американской радиокорпорации Radio Corporation of America (RCA), с которой российской торговой фирмой «Амторг» (Торговое представительство в Америке) было заключено соглашение о научно-техническом сотрудничестве. С этой целью летом 1936 года в США была послана документация и направлена делегация специалистов из СССР, в которую от Наркомата связи входил В. А. Котельников — главный инженер по радио НИИС НКС. Очень четко планируя свое время, он ухитрялся тогда совмещать активную работу в лаборатории с работой главного инженера. После возвращения в Москву Котельников по результатам своей командировки написал обстоятельную статью *«Мощные коротковолновые передатчики с автоматическим управлением»*, которая была опубликована в 1938 году. В СССР в то время такой аппаратуры еще не было.

НИИС НКС, естественно, принимал активное участие в вышеупомянутой программе. Его сотрудники сразу приступили к разработке новой аппаратуры связи. По инициативе Котельникова, под его руководством и при непосредственном участии с 1935 года началась разработка, а затем и создание радиоаппаратуры для аналоговой передачи на одной боковой полосе. Поскольку промышленность изготавливать такую аппаратуру отказалась, заявив, что «никто никогда такого не делал и сделать это невозможно», Котельников решил, что сделают ее сами.

В 1936 году Котельниковым был изобретен способ приема радиопередачи одной боковой полосой на коротких волнах. К концу года вместе со своей группой он уже разработал соответствующую приемную и передающую аппаратуру по радиотелефонии, а в самом начале 1937 года они испытали ее на линии Москва–Новосибирск.

В 1936 году в открытой печати Котельников опубликовал две пионерские работы: *«Количественная оценка различных методов борьбы с “замираниями”»* и *«О воздействии на нелинейное сопротивление суммы синусоидальных напряжений»*. В этих работах он, одним из первых используя теорию вероятности, выполнил исследование эффективности систем разнесенного приема сигналов в многолучевом канале и предложил общий аналитический метод исследования нелинейных искажений сигналов в различных устройствах. Подобные методы получили развитие, начиная с конца 1940-х годов XX века, в работах крупнейших отечественных и зарубежных ученых.

В 1937 г. В. А. Котельников в небольшой статье *«Еще об устойчивости синхронизации при приеме фазовой телеграфной передачи»*, полемизируя с В. И. Сифоровым, предложил способ обеспечения устойчивости синхронизации.

После успешных испытаний аппаратуры Котельникова на отрезке Москва–Новосибирск было «дано добро» на работу на всей магистрали Москва–Хабаровск.

В 1938 году за большой комплекс выполненных научных исследований и разработок Ученый совет Ленинградского электротехнического института присудил В. А. Котельникову ученую степень кандидата технических наук без защиты диссертации.

В 1938 году радиосвязь в институте выделилась в отдельное подразделение. Котельников, уйдя с должности главного инженера, возглавил вновь созданную лабораторию, в которой было две группы — «радиотелефония» и «радиотелеграфия». Работа предстояла большая, и штат лаборатории был расширен. К концу 1939 года радиолиния была сделана.

Однополосная радиолиния Москва–Хабаровск, протяженностью 8615 км, разработанная и прошедшая апробацию под руководством В. А. Котельникова на рубеже 1939–1940 г., была выдающимся проектом своего времени.

Однако к эксплуатации ее тогда не приняли, потребовав, чтобы она была защищена от несанкционированного прослушивания. Дело в том, что этой линией был создан прецедент. Ею заинтересовался НКВД, и она положила начало реализации идеи дублирования радиосвязью важнейших направлений правительственной проводной ВЧ-связи. А эти линии должны были удовлетворять требованиям «высокой секретности».

Пришлось Котельникову с его сотрудниками взяться за решение этой задачи. Работу начали «с нуля», — до этого такой проблемой заниматься не приходилось. Литературы по этой тематике не было, и проконсультироваться было не с кем.

В результате напряженной работы в предвоенные годы под руководством В. А. Котельникова был разработан первый телефонный шифратор, сочетающий в себе частотные преобразования речевого сигнала с перестановками его отрезков по времени. Этот шифратор был крупным шагом вперед по сравнению с существовавшей тогда техникой засекречивания телефонных переговоров. Реализуемые им преобразования речевого сигнала были динамическими, т. е. менялись во времени по случайному закону. Для того времени вскрытие таких преобразований представляло весьма серьезные затруднения даже для квалифицированных специалистов.

Почти сразу после начала работы по «засекречиванию» Котельников обдумывал проблему сжатия объема передаваемой информации. Несколько позже, просматривая литературу, он наткнулся на статью Н. Dudley «The Carrier Nature of Speech BSTJЮ». Oct. 1940), в которой было написано об изобретении автором преобразователя речи, получившего название «вокодер», в основе работы которого лежит принцип преобразования речевого сигнала в значения его определенных параметров, т. е. сжатия информации. Конкретных сведений, которые могли

бы помочь в дальнейшей работе по этой проблеме, статья не содержала. По поводу этой работы в архивах имеется его запись: «Вокодер. В приложении — математическое выражение для речи, но мало что дающее». Однако статья оказалась полезной, поскольку подтвердила правильность выбранного пути. Уже в начале 1941 года в лаборатории Котельникова заработал первый в СССР вокодер. Пока, правда, опытный образец.

И, наконец, в закрытом отчете «*Основные положения автоматической шифровки*», сданном 19 июня 1941 г., В. А. Котельниковым впервые было получено строгое обоснование того факта, что системы шифрования с одноразовыми ключами являются «абсолютно стойкими». Об этой работе, к сожалению, мало кто знает, поскольку до сих пор она так и не была опубликована в открытой печати. В настоящем сборнике данная работа открыто публикуется впервые.

Если принять во внимание, что к тому времени уже была выведена Теорема Котельникова, то можно утверждать, что к началу войны В. А. Котельниковым и его лабораторией были созданы основные предпосылки к реализации в будущем абсолютно стойкой системы шифрования.

В открытой печати публикаций по этим работам не было. Владимир Александрович вспоминал: «В процессе нашей работы было много всяких трудностей, при решении которых появилось много интересных изобретений. Но мы их не публиковали и не патентовали, так как, во-первых, это все было секретно, а кроме того, на это не было времени. Особенно патентование — это жуткая волюнка, я как-то перед войной несколько раз этим занимался, но потом бросил».

Начало войны заставило Котельникова и его сотрудников прервать научно-исследовательскую работу и перейти к срочному проектированию образцов конкретной аппаратуры для засекречивания телефонных переговоров, конечно, значительно более простой по сравнению с той, которую разрабатывали до этого. Работали почти круглосуточно. Вскоре, когда фронт приблизился к Москве, НИИС был распущен, все сотрудники уволены. Оставили только лабораторию Котельникова, в которой велись работы по закрытой радиотелефонии, так необходимой для фронта. Им было приказано сжечь всю документацию, кроме самой важной, и срочно подготовить аппаратуру лаборатории к эвакуации. В течение октября–ноября 1941 г. поэтапно проводилась эвакуация лаборатории в Уфу. Продолжение работ над аппаратурой было осложнено уничтожением значительной части конструкторской документации. Несмотря на это, к осени 1942 г. уже были изготовлены несколько образцов аппаратуры секретной радиотелефонии, которые сразу были направлены на Закавказский фронт, связь с которым была прервана в период боев под Сталинградом. Тогда в армии использовались проводные линии связи. В результате удалось восстановить эту связь по радиоканалу. К началу 1943 г. было налажено производство аппаратуры, и она уже использовалась в действующей армии, что

спасло многие жизни советских солдат и явилось огромным вкладом в дело Победы. В то время это была самая совершенная аппаратура закрытой радиотелефонии, практически не поддававшаяся «вскрытию». Именно она использовалась для связи Москвы с нашей делегацией во время подписания капитуляции Германии в мае 1945 г. За эту работу коллектив лаборатории был отмечен высокими наградами — Сталинскими премиями I-ой степени (1943 г.). Деньги были переданы «на нужды фронта». На премию В. А. Котельникова был построен танк.

По мнению специалистов, до начала 70-х годов не существовало эффективных алгоритмов дешифрования сообщений, зашифрованных с помощью усовершенствованных систем такого типа.

Весной 1943 г. лаборатория В. А. Котельникова была переведена в распоряжение Народного комиссариата внутренних дел (НКВД) СССР и отозвана из Уфы в Москву. В этот момент В. А. Котельникова разыскала В. А. Голубцова, новый директор начавшего активно восстанавливаться после войны МЭИ, и предложила ему вернуться в институт. Котельников согласился. Он хотел заниматься наукой и иметь простор для творчества, а не посвящать всю свою оставшуюся жизнь только «закрытой» телефонии, направление развития которой ему было уже понятно. Перевод Котельникова из НКВД в МЭИ состоялся при условии, что он будет продолжать консультировать свою бывшую лабораторию в НКВД по основным проблемам секретной телефонии. Осуществить это Голубцовой удалось, конечно, только потому, что она была женой первого секретаря ЦК КПСС Г. М. Маленкова.

В 1946 году за усовершенствование аппаратуры закрытой радиотелефонии Котельникову была присуждена вторая Сталинская премия I-ой степени. Время шло, наука и техника не стояли на месте. И хотя случаев несанкционированного «вскрытия» аппаратура Котельникова еще зафиксировано не было, сами же ее разработчики показали, что сделать это стало возможно, хотя и чрезвычайно сложно. В связи с этим 1948 году по Постановлению СМ СССР была создана специальная лаборатория для разработки аппаратуры засекречивания телефонных переговоров *гарантированной стойкости*, так называемая «Марфинская лаборатория», которая затем была преобразована в НИИ Автоматики. Ее основной «костяк» составила бывшая лаборатория В. А. Котельникова, и ему предложили возглавить эту организацию. Владимир Александрович от предложения отказался, мотивируя это тем, что «хочет заниматься наукой». Это ему «сошло с рук», по-видимому, опять же благодаря покровительству Голубцовой. В Марфинской лаборатории фактически продолжились работы лаборатории Котельникова предвоенных и военных лет, но уже на более высоком техническом уровне, поскольку к этому времени уже имелся опыт предыдущих работ, и появилась новая, более совершенная измерительная радиоаппаратура. Владимир Александрович принимал участие в этих работах как эксперт и консультант. После создания НИИ Автоматики В. А. Котельников активно сотрудничал с институтом. Для

сотрудников института В. А. Котельников является родоначальником, патриархом секретной телефонии. В настоящее время существует уже сложившаяся школа В. А. Котельникова в области разработки систем секретной связи, начало которой было положено еще в 1939 году.

В. А. Котельников сыграл ключевую роль в создании в 1992 году Академии криптографии Российской Федерации. Вместе с другими пятью членами Российской академии наук он вошел в число ее основателей и в дальнейшем, являясь действительным членом Академии криптографии, принимал непосредственное участие в ее научной и научно-организационной деятельности.

Приказ о переводе В. А. Котельникова в МЭИ на должность зав. кафедрой «Основы радиотехники» (ОРТ) был подписан 1 ноября 1944 г. Позднее Владимир Александрович, который по праву считается одним из основоположников радиотехнического факультета, был избран еще и его деканом (1947–1949 и 1952–1953, с перерывом на период самой напряженной работы Спец сектора). Кафедрой «Основы радиотехники» он руководил в 1938–1941 гг. и 1944–1980 гг.

Воссоздав кафедру, В. А. Котельников объединил вокруг себя коллектив талантливых ученых и инженеров. В 1944–1947 гг. они работали и изготовили радиотелеметрическую аппаратуру для самолетов, которая получила очень высокую оценку заказчика — НИИ ВВС. С весны 1946 года Владимир Александрович активно возглавил в институте организацию работ в рамках ракетной программы страны. В результате по постановлению Правительства весной 1947 года был создан «Сектор специальных работ для выполнения НИР в интересах реактивного вооружения» (Спец сектор), в очень короткий срок ставший одной из ведущих организаций ракетно-космической отрасли, впоследствии ОКБ МЭИ. Главным конструктором Спец сектора был назначен Котельников. Под его руководством были проведены крупные научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы по созданию ракетно-космических радиотехнических систем и комплексов. Впервые в мире была создана система радиоконтроля траектории ракет (РКТ), которой в дальнейшем оснащались все ракеты. Кроме того, была создана уникальная радиотелеметрическая система, которой начали оснащаться межконтинентальные и космические ракеты. Эта разработка по крайней мере на 10 лет опередила уровень соответствующих мировых и отечественных аналогов. К сожалению, никакой документации по этим работам не сохранилась. Архивы закрытых работ МЭИ послевоенного периода были уничтожены в «лихие» годы перестройки (1990-е гг.) по распоряжению руководства института. Многие идеи В. А. Котельникова и в настоящее время используются при создании систем управления и контроля космических аппаратов. Как главный конструктор Спецсектора в 1947–1953 гг. он входил в межведомственный Совет главных конструкторов, который возглавлял С. П. Королев.

Основным направлением научной работы Котельникова после возвращения в МЭИ стало изучение характеристик помех и разработка

методов борьбы с ними. В 1945 г. Московским энергетическим институтом была организована и проведена Научная сессия «Проблемы послевоенной энергетики Советского Союза». В. А. Котельников на заседаниях радиотехнической секции сделал два доклада: «Спектры гладких помех» и «Количественные соотношения в “гладких” или нормально хаотических помехах». В этих работах он рассмотрел статистические характеристики стационарных гауссовых помех, как широкополосных, так и узкополосных, а также привел соотношение для определения вероятности правильного приема сигналов при наличии помех в идеально помехоустойчивом приемнике. В этом сборнике публикуются тезисы этих докладов, где полученные выражения приводятся без доказательства. Однако ясно, что за представленными результатами кроется большая проделанная работа. Тексты самих докладов до настоящего времени найти не удалось.

В 1946 г. В. А. Котельниковым была создана теория потенциальной помехоустойчивости. Началось с того, что от него потребовали, чтобы он защитил докторскую диссертацию. До этого в МЭИ «докторские» еще не защищались. Надо так надо. Сам он об этом не думал и в первый момент даже не представлял, о чем будет писать. Тема возникла, когда он начал работать над диссертацией. Сделана она была в течение очередного летнего отпуска с последующими небольшими доработками по вечерам после работы, в промежутках между командировками. Осенью диссертация была готова. Однако с защитой вышла некоторая заминка. Подыскать оппонентов оказалось непросто. Как потом оказалось, работа опережала свое время приблизительно на десятилетие. Когда обратились к академику Н. Д. Папалекси с просьбой быть оппонентом диссертации, он отказался, сославшись на то, что работу не понял. Наконец, оппонентов нашли, и в январе 1947 года диссертация была защищена. Но, как вспоминал сам Владимир Александрович, было ощущение, что ее никто, даже оппоненты, не понял. По теме диссертации автор опубликовал в 1947 году только одну короткую статью «Проблемы помехоустойчивой радиосвязи». Монография В. А. Котельникова «Теория потенциальной помехоустойчивости» вышла только в 1956 г., после того, как в зарубежной прессе появились первые статьи по этой тематике. К В. А. Котельникову пришла мировая слава!

В 2005 г. в архивах В. А. Котельникова был обнаружен документ, свидетельствующий о том, что в 1950 году рукопись монографии в 12 п. л. «Теория потенциальной помехоустойчивости» готовилась к печати в издательстве «Связьиздат». Зная, что в характере Владимира Александровича было всегда доводить начатое дело до конца, можно предположить, что с публикацией книги у него возникли проблемы.

В 1959 году в США вышел перевод «Теории потенциальной помехоустойчивости» на английский язык с предисловием профессора Поля Е. Грина. Он писал, что самым значительным вкладом советских ученых в развитие статистической теории связи является докторская

диссертация В. А. Котельникова, представленная им в 1947 г., которая значительно опережала работы других ученых, которые до выхода в свет книги «Теория потенциальной помехоустойчивости» считались пионерами в этой области.

Созданная В. А. Котельниковым теория потенциальной помехоустойчивости явилась одной из основных ветвей теории информации, в ней были заложены основы нового научного направления — статистической радиофизики. Эта работа, значительно опередившая свое время, впоследствии стала одним из краеугольных камней современной теории связи.

Владимир Александрович Котельников был талантливым педагогом. Он всегда считал, что главное в подготовке специалистов — это хорошее знание физики, математики и умение самостоятельно думать. Он первый ввел преподавание курсов теоретической физики в МЭИ. Курсы лекций Котельникова «Основы радиотехники» и «Электродинамика», которые он всегда читал сам, отличались предельной ясностью и строгостью изложения и пользовались огромной популярностью. Их слушали студенты и преподаватели не только РТФ, но и других факультетов. В 1949 году им была разработана *Программа по теоретическим основам радиотехники для специальности «Радиотехника» энергетических и электротехнических вузов*, по которой на протяжении многих последующих лет и проходило обучение студентов этой специальности в вузах. Курс лекций В. А. Котельникова «Основы радиотехники», который он в течение ряда лет читал в МЭИ, был издан в виде двухтомного учебника с тем же названием (в 1950 и 1954 гг.). На этом учебнике выросло не одно поколение радиоспециалистов. О нем до сих пор вспоминают с восхищением, отмечая, что «он был событием в истории радиотехники», а «курс В. А. Котельникова — это энциклопедия инженерных теоретических знаний по радиотехнике». Владимира Александровича называли «деканом-реформатором». В бытность его деканом на факультете было осуществлено много полезных преобразований, в частности, им была основана новая специальность «Радиофизика».

Владимир Александрович организовал и длительное время возглавлял кафедру «Электромагнитные волны» в Московском физико-техническом институте (1968–1999). Сам он потом отмечал, что основную роль в создании и дальнейшей работе кафедры играл Неон Александрович Арманд.

В процессе многогранной деятельности Владимира Александровича в МЭИ сформировалась научно-педагогическая школа В. А. Котельникова, получившая развитие по трем основным направлениям. Первое — дальнейшее развитие идей созданной им теории потенциальной помехоустойчивости. Второе — исследования, связанные с теорией электромагнитного поля и освоением новых диапазонов электромагнитных волн (миллиметрового, субмиллиметрового, инфракрасного и оптического). Третье — инженерно-научное.

С осени 1953 года начался новый этап творческой деятельности В. А. Котельникова. В конце лета 1953 г. академик А. И. Берг пригласил Владимира Александровича к себе в Центральный научно-исследовательский радиотехнический институт (ЦНИРТИ), директором которого был в то время. Он рассказал об идее создать в Академии Наук СССР институт, который занимался бы теоретическими исследованиями и инженерными разработками в области радиотехники и электроники, и попросил помочь в составлении учредительных документов. Владимир Александрович очень уважал Акселя Ивановича, с которым был знаком очень давно, еще с довоенных лет, и с готовностью согласился. По вечерам он приезжал в ЦНИРТИ и в кабинете Берга «сочинял» документы. Самому академику было не до этого. Вскоре проекты соответствующих постановлений и других учредительных документов Института, который было решено назвать «Институт радиотехники и электроники» (ИРЭ), были подготовлены, обсуждены и одобрены. В сентябре 1953 г. ИРЭ АН СССР был учрежден. Директором назначили академика А. И. Берга.

В октябре 1953 г. В. А. Котельникова избрали действительным членом АН СССР, минуя ступень члена-корреспондента. Представили его кандидатуру, судя по всему, академики А. И. Берг и Б. А. Введенский. Сам Котельников в предвыборной кампании участия не принимал. Сразу же после выборов Аксель Иванович предложил вновь избранному академику заняться созданием только что учрежденного ИРЭ, став первым заместителем директора. Владимир Александрович согласился. Создавать такой институт!

В ноябре 1953 г. В. А. Котельникова назначают заместителем директора Института радиотехники и электроники (ИРЭ) АН СССР, затем его директором (1954–1987), с 1987 г. — почетным директором. А. И. Берг уже осенью 1953 г. был назначен заместителем министра обороны СССР.

Перейдя на работу в АН СССР, Владимир Александрович продолжал преподавать в МЭИ и руководить там кафедрой ОРТ. «Бразды правления» Спецсектором он передал в руки своего ученика, к тому времени уже официального заместителя, А. Ф. Богомолова. Спецсектор уже стал сильной организацией, имеющей высокий авторитет у военных и гражданских смежников по ракетной технике. Направление деятельности его было определено, управление было в надежных руках. И Котельников пошел дальше, ему предстояло создавать Институт радиотехники и электроники АН СССР и решать новые научные проблемы. Но, даже уйдя из Сектора, а впоследствии, через много лет и из МЭИ, Владимир Александрович продолжал живо интересоваться работами Сектора и ОКБ МЭИ, помогал в сложных ситуациях. ОКБ МЭИ активно сотрудничало и взаимодействовало с ИРЭ АН СССР, руководимым В. А. Котельниковым.

В. А. Котельников провел колоссальную работу по созданию ИРЭ, привлечению для работы в нем лучших научных кадров, подбору

научной тематики, что во многом способствовало быстрому выходу института в число лидирующих научных учреждений в области радиоэлектроники. По инициативе Владимира Александровича, под его руководством и при непосредственном участии осуществлен ряд выдающихся научно-технических проектов. Всю свою энергию и талант он направил на поиск интересных и многообещающих путей решения различных научных проблем: на становление и развитие фундаментальных исследований в области дальнего тропосферного распространения ультракоротких радиоволн, волноводных систем связи, выделения слабых сигналов из шумов, обработки и передачи информации, генерации, усиления и приема сигналов на сантиметровых и дециметровых волнах. Под руководством В. А. Котельникова получил развитие ряд новых направлений фундаментальных исследований: статистическая радиофизика, дистанционное зондирование атмосферы, поверхности Земли и планет; освоение новых диапазонов электромагнитных волн (миллиметрового, субмиллиметрового, оптического и сверхнизкочастотного); волноводные и стекловолоконные широкополосные системы связи. Он активно поддерживал работы в области теоретических основ микро-, опто-, акусто- и магнитоэлектроники, полупроводниковой и сверхпроводящей электроники, кристаллофизики и автоматизации научных исследований. Вклад в развитие каждого из этих направлений не ограничивался его научно-организационной деятельностью, он всегда принимал активное участие в разработке наиболее сложных научных проблем.

Подробный обзор работ Института за период времени, когда Владимир Александрович был его директором, приводится в статьях В. А. Котельникова и К. И. Палатова: *«Исследования в области радиотехники и электроники, проведенные в ИРЭ АН СССР в 1953–1978 гг.»* и *«Исследования в области радиотехники и электроники, проведенные в ИРЭ АН СССР в 1979–1984 гг.»*, которые представлены в настоящем сборнике.

В АН СССР Котельников продолжил свое сотрудничество с «ракетчиками», теперь уже в рамках ракетно-космической программы страны. Он входил в так называемую Комиссию «Д» по подготовке запуска Искусственного спутника Земли и проведению с его помощью исследований космического пространства. Она была создана в 1956 году в АН СССР, на которую возлагалось научное руководство и разработка приборов для исследований космического пространства. Позже Комиссия переросла в Межведомственный научно-технический совет по космическим исследованиям, членом президиума которого был В. А. Котельников.

При подготовке запуска первого ИСЗ Институту радиотехники и электроники было поручено определение параметров радиосигналов, которые будут передаваться со спутника: выбор частот, формы сигнала, скважности, что было не такой простой задачей, как теперь это кажется. Тогда все было впервые. Так что Котельников со своими со-

трудниками являются авторами известных потом всему миру позывных I-го ИСЗ — «Бип-бип-бип!».

В 1957 г. сотрудники ИРЭ приняли участие в разработке методик приема и обработки сигналов с ИСЗ. В результате анализа данных, полученных с первых ИСЗ, были сделаны очень важные научные выводы об особенностях распространения радиоволн в космическом пространстве и при прохождении через ионосферу. Этими работами положено начало широкому фронту исследований космического пространства радиофизическими методами. Кроме того, Владимир Александрович со своей лабораторией занимался изучением проблем связи с ИСЗ и космическими ракетами в аспекте «контроля траектории». В результате была сделана работа *«Использование эффекта Доплера для определения параметров орбиты искусственных спутников Земли»* (см. Том 2 настоящего издания).

В работе *«Сигналы с максимальной и минимальной вероятностями обнаружения»* рассматривается вопрос о влиянии различных параметров радиосигнала на вероятность его обнаружения. Это проблема общего плана. В частности, результаты этой работы имеют большое значение для создания аппаратуры связи с космическими аппаратами.

Осенью 1957 года сразу после запуска Первого искусственного спутника Земли Королев получил задание срочно, к 40-й годовщине Великой октябрьской социалистической революции, готовить запуск второго спутника. И в это же время в его кабинете состоялось историческое совещание, на котором уже обсуждались предложения по исследованию в ближайшие годы Луны. На нем были заслушаны разные предложения, но принята была программа В. А. Котельникова, в которой предложено следующее:

- *Установить на аппарат, запускаемый к Луне, два-три передатчика, которые должны излучать в течение всего полета до удара о поверхность Луны. После удара они прекратят свое существование. Таким образом будет зафиксирован момент прилунения.*
- *Следующий этап исследования — создать спутник Луны с целью фотографирования видимой и невидимой частей ее поверхности.*
- *В будущем разработать аппарат, перемещающийся по лунной поверхности и передающий на Землю результаты измерений, характеризующих грунт.*

Теперь уже известно, что программа В. А. Котельникова была реализована.

Результаты наблюдений Котельникова и его сотрудников за радиосигналами трех советских космических ракет, запущенных в 1959 г. в сторону Луны, были представлены в работе *«Прием и исследование особенностей радиосигналов советских космических ракет»*. С помощью системы радиоконтроля траектории было зафиксировано, что

первая ракета пролетела вблизи Луны, контейнер второй ракеты прилунился, что было определено по прекращению работы радиопередатчика, а третья — облетела Луну. Кроме того, исследовались «замирания сигнала» радиопередатчика, установленного на ракете, и эффект Фарадея (см. Том 2 настоящего сборника).

Как и было предложено Котельниковым, при облете третьей ракетой Луны было проведено фотографирование ее обратной стороны.

В 1960 году по инициативе и под руководством В. А. Котельникова в нашей стране началась широкомасштабная работа по разработке и созданию параметрических усилителей СВЧ. Как вспоминал Владимир Александрович, началось все с того, что осенью 1959 года обратились военные и попросили помочь разобраться с возникшей у них проблемой. При ее рассмотрении стало ясно, что задача сводится к общей, чрезвычайно важной для различных областей радиотехники проблеме — созданию малошумящих усилителей. Результаты своих «размышлений» были оформлены Котельниковым в виде Отчета «*Теория параметрических усилителей с циркуляторами*». В этой работе определяются потенциальные возможности параметрических усилителей, дается их исчерпывающая теория, методы инженерного расчета.

В открытой печати материалы отчета опубликованы не были, однако, как вспоминают специалисты в этой области, результаты, полученные в этом отчете, вошли во все научные работы, посвященные проблеме создания широкополосных параметрических усилителей. (Впервые эта работа публикуется в настоящем издании.)

Понимая огромное значение развития этого направления, Котельников срочно инициировал начало работ по созданию полупроводниковых параметрических усилителей (ППУ). Было выпущено постановление Комиссии Совета Министров СССР по военно-промышленным вопросам, в соответствии с которым началась работа по Комплексной программе «Полупроводниковые параметрические усилители», в которую были вовлечены около двадцати научно-исследовательских институтов радиотехнической и электронной промышленности и ряда других ведомств. Руководителем программы был назначен В. А. Котельников, головной организацией — ИРЭ АН СССР. В институте для этих работ была создана новая лаборатория Полупроводниковых параметрических усилителей под руководством В. А. Котельникова. Таким образом, в течение трех лет Владимир Александрович руководил в институте одновременно двумя лабораториями. По проблеме ППУ в ИРЭ был организован межведомственный научный семинар, которым также руководил В. А. Котельников.

Уже к маю 1960 года в ИРЭ была решена «проблема, с которой обращались военные», в результате чего 1 мая 1960 года был сбит над Уралом американский самолет-разведчик У-2. В течение первых двух лет были созданы и опробованы первые ППУ СВЧ в наземных станциях спутникового телевидения, тропосферной и спутниковой связи, в станциях обнаружения и наведения, в радиотелескопах. Создание

параметрических усилителей открыло новые возможности и для исследований космоса.

Космические исследования в ИРЭ, начиная с 1960 г., развивались в рамках общей программы космических исследований в СССР по трем направлениям. Продолжались исследования распространения радиоволн в космосе и исследования земной ионосферы по материалам, полученным с ИСЗ. Новым направлением в изучении космоса как в советской, так и в зарубежной науке явилось радиолокационное исследование планет. В нашей стране оно было начато по инициативе, под руководством и при непосредственном участии В. А. Котельникова. Был создан сложнейший радиотехнический комплекс, включающий мощные передатчики, большие остронаправленные антенны, приемные устройства высокой чувствительности и сложнейшая система автоматической обработки планетных измерений.

Владимир Александрович по праву считается одним из основоположников радиолокационной астрономии. В годы руководства ИРЭ Котельников заложил фундаментальные основы радиотехнической планетологии.

Первые успешные радиолокационные исследования планеты Венеры, выполненные в ИРЭ в содружестве с промышленными организациями, были проведены в 1961 г. Эти исследования позволили выявить ряд специфических требований к аппаратуре и методике эксперимента, а в последующих циклах радиолокационных исследований (1961–1977 гг.) Венеры, Марса, Меркурия и Юпитера получить уникальные результаты о ряде параметров (эфемерид) этих планет, с необходимой для практики точностью определить величину астрономической единицы и создать новую теорию движения внутренних планет Солнечной системы.

Радиолокационные исследования сделали возможными исследования планет Солнечной системы при помощи межпланетных аппаратов, космическая навигация которых базируется на данных, полученных при радиолокации планет.

Цикл работ по радиолокационным исследованиям планет представлен во втором томе настоящего издания.

Одна из малоизвестных сторон деятельности В. А. Котельникова, — его участие в поиске решения проблемы связи с внеземными цивилизациями.

Весной 1964 г. в Бюраканской астрофизической обсерватории собралось первое Всесоюзное совещание по проблеме связи с внеземными цивилизациями. Владимир Александрович, тогда уже председатель Научного совета АН СССР по комплексной проблеме «Радиоастрономия», принял участие в этом совещании, выступив с докладом «Связь с внеземными цивилизациями в радиодиапазоне».

При решении задачи связи с внеземными цивилизациями возникают две основные проблемы.

Первая проблема — поиск по направлению, поскольку ни отправитель, ни получатель не знают о местонахождении друг друга. До сих пор все проекты поиска сигналов от звезд предусматривают использование остронаправленных антенн с поочередным наведением антенны на каждую звезду из числа выбранных для обследования. При этом очень велика вероятность пропуска сигнала. Заглядывая далеко вперед с точки зрения развития техники, В. А. Котельников предложил радикальный способ решения этой задачи — создать непрерывно действующую многоантенную систему обнаружения, перекрывающую весь небесный свод. Для уменьшения числа антенн в системе он предложил использовать многолучевые антенны.

Поскольку параметры системы обнаружения весьма чувствительны к расстоянию между цивилизациями, В. А. Котельников рассчитал параметры подобной системы для различных предположений о расстояниях между цивилизациями. Исходя из этих расчетов, он пришел к выводу, что обнаружение сигналов от цивилизаций нашего уровня вполне реально, если одна такая цивилизация приходится на 10^6 звезд; если одна цивилизация приходится на 10^7 звезд, то обнаружение становится затруднительным, но при определенных условиях ее еще можно обнаружить. Если же одна цивилизация приходится на 10^8 звезд, то обнаружить ее современными средствами практически невозможно.

Вторая проблема — поиск по частоте, поскольку частота сигнала отправителя неизвестна. Предполагается только, что он узконаправленный, так как для обеспечения наибольшей дальности связи выгодно применять очень узкополосные сигналы (порядка 1 Гц). Для решения этой задачи В. А. Котельников предложил использовать многоканальные приемники. При полосе каждого канала 1 Гц для перекрытия оптимального диапазона межзвездной связи требуется 10^6 – 10^9 спектральных каналов.

Эта работа Котельникова опередила свое время на несколько десятилетий.

Спустя два десятилетия подобные системы с многоканальными приемниками для целей SETI были созданы в США. И хотя труды вышеупомянутого совещания были опубликованы в СССР, а затем и в США на английском языке, американские коллеги на работу Котельникова не сослались.

Реализация многоантенной системы обнаружения оказалась более трудной задачей. В настоящее время в США заканчивается сооружение многоантенного радиотелескопа, специально предназначенного для SETI. Это некий шаг на пути к многолучевой системе, предложенной В. А. Котельниковым более 40 лет назад. Однако в целом телескоп будет использоваться как остронаправленная антенна.

Так постепенно идеи В. А. Котельникова о непрерывном контроле неба с помощью многоэлементной системы обнаружения воплощаются в жизнь.

Позже, при поддержке В. А. Котельникова, в возглавляемом им Научном совете по радиоастрономии АН СССР была создана секция «Поиск внеземных цивилизаций». По предложению зарубежных коллег Владимир Александрович вошел в состав Комитета SETI Международной Академии астронавтики в качестве представителя Советского Союза. Несмотря на крайнюю занятость, он находил время заниматься вопросами Секции и вопросами SETI.

Работа «Связь с внеземными цивилизациями в радиодиапазоне» представлена во втором томе настоящего сборника.

Логическим продолжением начатого еще в 1961 году радиолокационного исследования Венеры явился также уникальный научно-технический проект — радиокартографирование ее поверхности, которое было осуществлено в 1983–1984 гг.

По той же схеме, как это было предложено Котельниковым в программе исследования Луны, был осуществлен облет Венеры межпланетными станциями «Венера-15» и «Венера-16», только в данном случае, поскольку поверхность Венеры закрыта непрозрачной атмосферой, было проведено не фотografiрование, а детальное радиокартографирование ее поверхности с помощью установленной на межпланетных станциях уникальной радиолокационной аппаратуры.

Котельникову принадлежит идея использования научного, технического и производственного потенциала отечественной радиотехники и космонавтики для картографирования Венеры. Фундаментальные идеи и разработка методов этого уникального эксперимента выполнялись ИРЭ АН СССР, Институтом прикладной математики АН СССР, ОКБ МЭИ под научным руководством Котельникова. В ИРЭ была проработана методика проведения эксперимента, определены основные требования к аппаратуре и алгоритмы обработки сигналов, проведены испытания прототипов аппаратуры на самолетах. В ОКБ МЭИ была разработана радиолокационная аппаратура для межпланетных станций, которые построил Научно-исследовательский центр им. Г. Н. Бабакина. На Земле для приема и регистрации информации были оборудованы две крупнейшие в Советском Союзе антенны.

Эксперименты прошли успешно. Впервые в истории удалось получить изображение поверхности северной части скрытой облачным покровом планеты площадью 115 млн. км² с разрешением 1 км. В результате анализа этих уникальных данных был создан и впоследствии опубликован Атлас поверхности Венеры, главным редактором которого был академик Владимир Александрович Котельников.

Цикл работ по радиокартографированию Венеры представлен в третьем томе настоящего издания.

До последних дней жизни Владимир Александрович продолжал заниматься научной работой, руководить научными советами РАН и Ученым советом ИРЭ РАН. После 1988 года, оставив пост директора ИРЭ и вице-президента АН СССР, В. А. Котельников вновь обратился к научным исследованиям в области теории сигналов. Он занялся

проблемой синтеза сигналов, имеющих минимальную энергию за пределами заданной полосы частот. В результате им были написаны две статьи «Сигналы с минимальной энергией вредного спектра» и «Импульсы с наименьшей энергией в спектре за пределами заданной полосы», опубликованные в журнале «Радиотехника и электроника» (№ 7, 1996 г. и № 4, 1997 г.). Эти работы приводятся в настоящем сборнике.

Как вспоминал академик Ю. В. Гуляев, «последние две работы Владимир Александрович, как в молодые годы, выполнил в одиночку и опубликовал почти накануне своего 90-летия! Если в своих предыдущих работах он решал задачу, какой должен быть сигнал, чтобы его можно было передать по заданному каналу, то в последних работах, наоборот, — как подобрать канал для заданного сигнала, чтобы передать его наилучшим образом. Работы эти сейчас пользуются очень большой популярностью. Раньше радиоэлектроника не позволяла менять канал, а подбирали сигнал. А теперь можно подбирать канал. Он опять опередил свое время. Сейчас мы каналы подгоняем под сигнал. Есть некий сигнал, у него есть некие паразитные вещи, которые, если пойдут, то не дадут потом как следует расшифровать. Так вот, каналом можно их отфильтровать — подчистить. Это по сути дела адаптивные каналы. Владимир Александрович об этом говорил, рассказывал в наших кругах. Это были его самые последние опубликованные работы. Ну, а после этого он занялся квантовой механикой».

Творческий путь В. А. Котельникова оборвался на 97-м году жизни незаконченным трудом «*Модельная нерелятивистская квантовая механика*».

Публикуется во втором томе настоящего издания.

При изучении творческого наследия Владимира Александровича Котельникова вызывает некоторое недоумение тот факт, что при грандиозных масштабах и широчайшем диапазоне его научной деятельности количество опубликованных в открытой печати работ, под которым стоит его подпись, относительно невелико.

Объяснить это можно тремя известными нам причинами.

Во-первых, Владимир Александрович много работал по «закрытой» тематике. К сожалению, почти все архивы и рабочая документация довоенного периода Центрального научно-исследовательского института связи Народного Комиссариата связи, в котором до Великой Отечественной войны работал В. А. Котельников, в самом начале войны были уничтожены. По приказу «сверху» они были сожжены, когда враг был на подступах к Москве, и над городом нависла угроза его захвата. Та же участь постигла и архивы «закрытых работ» Радиотехнического факультета и «Сектора специальных работ» (ОКБ) МЭИ, где с 1944 по 1953 г. работал В. А. Котельников. Они были уничтожены в «лихие» годы перестройки.

Во-вторых, по воспоминаниям коллег, — Владимир Александрович не был любителем публиковаться. Сам он вспоминал, что, прежде всего,

многое из того, чем приходилось заниматься, было секретно, а кроме того, на это просто не было времени. Правда, в конце своей жизни Владимир Александрович согласился с тем, что был в этом вопросе неправ — работы надо стараться, по возможности, публиковать, потому что это служит для развития науки и техники.

И, наконец, третья причина, как отмечали многие коллеги Владимира Александровича, он был исключительно щепетилен в вопросе своего соавторства — ставил подпись лишь в случаях, когда считал, что «его вклад в работу составляет не менее 50 %».

Однако каждая из опубликованных В. А. Котельниковым работ является крупным вкладом в тот вопрос, которому она посвящена.

В период работы В. А. Котельникова в Академии наук СССР (РАН) сформировалась не одна научная школа Владимира Александровича Котельникова. Это, прежде всего, школа по радиоастрономии, школа по космическим исследованиям с применением СВЧ-методов, школа по радиопизике и школа по телекоммуникациям.

Наряду с решением научных проблем Владимир Александрович занимался большой научно-организационной деятельностью. В 1969–1988 гг. В. А. Котельников был вице-президентом, первым вице-президентом, исполняющим обязанности президента АН СССР, совмещая эти высокие посты с систематической и повседневной работой в ИРЭ. Он проводил большую работу по организации и выполнению поисковых и фундаментальных исследований в Академии, координировал научно-исследовательские работы многочисленных организаций страны, специализирующихся в области современной радиотехники и электроники. Реализуя весь свой огромный научный потенциал и жизненный опыт, обладая чудовищной работоспособностью и высокой ответственностью за порученное дело, он добивался максимальной эффективности результатов.

Владимир Александрович возглавлял ряд научных советов, в том числе Научные советы АН СССР по комплексной проблеме «Радиоастрономия» (1961–1989) и «Радиофизические методы исследований морей и океанов» (1978–2005). В 1980–2005 гг. он — заместитель председателя Научного совета по космосу и возглавлял Совет по международному сотрудничеству в области исследования и использования космического пространства «Интеркосмос» (впоследствии секция Совета РАН по космосу «Международное сотрудничество»). Был членом президиума Межведомственного научно-технического совета по космическим исследованиям. Возглавлял МНТК «Световод-1», Научный совет по автоматизации научных исследований, по линии которого им в короткие сроки в академических организациях в кооперации с Министерством приборостроения была организована разработка принципов и средств автоматизации, позволивших производить массовое автоматическое управление многочисленными экспериментами. Активно работал председателем Научного совета по проблемам научно-технического прогресса и социально-экономического прогнозирования Ака-

демии наук и Государственного комитета Совета Министров СССР по науке и технике, Председателем Комиссии по перспективам развития науки в РСФСР и заместителем председателя Совета по координации научной деятельности Академий союзных республик, председателем секции радиоэлектроники по делам Ленинских и Государственных премий СССР в области науки и техники при Совете Министров СССР. В. А. Котельников был бессменным научным руководителем многих научно-исследовательских работ по радиолокационным исследованиям планет Солнечной системы и космического пространства. Результаты проведенных под его руководством научных исследований послужили основой для разработки различных радиоустройств и систем на предприятиях бывших министерств радиопромышленности, электронной промышленности, электротехнической промышленности, оборонной промышленности, промышленности средств связи, а также на предприятиях министерства связи и других ведомств. Он активно поддерживал организацию полетов АМС к Венере и Марсу. Уточненная им вместе с коллегами астрономическая единица позволила обеспечить необходимую точность управления движением космическими аппаратами.

Владимир Александрович был основателем и главным редактором журнала «Радиотехника и электроника» (1956–1980), главным редактором «Вестника Академии наук СССР» (1974–1988), а также членом редколлегии журнала «Радиотехника».

На всех этих постах он работал с полной отдачей, добиваясь концентрации усилий академических учреждений на главных направлениях научно-технического прогресса.

Академик В. А. Котельников пользовался заслуженным авторитетом не только у нас в стране, но и за рубежом. Он являлся членом многих научных организаций, в том числе: 16 российских, международных и зарубежных академий, вице-президентом Международной академии астронавтики (1983–1995), членом Международного Института инженеров по электронике и электротехнике IEEE (избран в 1964 г., с 1987 г. — почетный член), членом Международного научного радиосоюза (1957–2005).

Владимир Александрович был избран депутатом Верховного Совета РСФСР (1971–1980), Председателем Верховного Совета РСФСР (1973–1980), депутатом Верховного Совета СССР (1979–1989).

За свои научные заслуги В. А. Котельников был удостоен 31-й высокой Государственной награды, среди которых — два Ордена «За заслуги перед Отечеством» — 1-й степени (№ 4) и 2-й степени; две звезды Героя Социалистического Труда, шесть орденов Ленина; две Государственные премии (Сталинские премии I-й степени); Ленинская премия, премия Совета министров. Был награжден высокими научными наградами. Огромный творческий вклад В. А. Котельникова в фундаментальные исследования по теории связи и радиолокационным исследованиям планет отмечен в 1974 г. Золотой медалью имени

А. С. Попова. Президиум Академии наук наградила В. А. Котельникова высшей наградой Академии — Золотой медалью имени М. В. Ломоносова за выдающиеся достижения в области радиофизики, радиотехники и электроники и Золотой медалью с премией имени М. В. Келдыша за цикл работ по исследованию космического пространства. Международное научное сообщество отметило его научные достижения 17-ю престижными международными и зарубежными медалями и премиями. Международный институт IEEE наградила Владимира Александровича в 1973 г. медалью им. Хернанда и Созенеса Бена за выдающийся вклад в развитие теории и практики радиосвязи, основополагающие исследования и руководство работами в области радиолокационной астрономии, в 1999 г. высшей ежегодной наградой — медалью им. Александра Грехамы Белла за фундаментальный вклад в теорию сигналов, в 2000 г. высшей медалью почета — Золотой медалью в честь III-го тысячелетия за выдающиеся достижения в областях его научной деятельности. Международная академия астронавтики в 1998 году наградила В. А. Котельникова своей высшей ежегодной наградой — Премией имени фон Кармана в признании его ведущей роли и достижений первооткрывателя в деле развития инженерных наук как на национальном, так и международном уровне, и мирного использования космического пространства; за творческое мышление, за интуицию и дух сотрудничества в поиске решений сложных задач и, в особенности, за выдающуюся роль в обеспечении постоянного присутствия человека в космосе. Международный научный фонд Эдуарда Рейна (Германия) в 1999 г. наградила В. А. Котельникова своей основной премией в номинации «за фундаментальные исследования» за впервые математически точно сформулированную и доказанную, в аспекте коммуникационных технологий, теорему отсчетов.

Именем В. А. Котельникова названа Малая планета № 2726 (в Международном каталоге циркуляр № 9214).

Ему было присвоено звание Почетного профессора Московского энергетического института (Технического университета) и Санкт-Петербургского Электротехнического университета.

Работы академика В. А. Котельникова, представленные в этом Издании, несомненно, принадлежат истории науки и одновременно являются живой главой ее современного состояния и развития.

Н. В. Котельникова

Часть I

ТРОЙНОЙ ХАРАКТЕРОГРАФ

В. А. Котельников

«Телеграфия и Телефония без проводов». Т. IX, № 1(46) февраль 1928 г.

Опыт с двухзеркальным характерографом НРЛ (Нижегородская радиолaborатория) показал пригодность его для целого ряда лабораторных работ, но чувствительность его для некоторых из них оказалась все же слишком малою: поэтому в НРЛ, по указаниям Б. А. Остроумова, был построен на том же принципе прибор, обладающий значительно бóльшей чувствительностью и, сверх того, позволяющий получать на фотопластинке не одну, а сразу три функции одного и того же параметра. Мне было поручено исследовать первую модель этого прибора.

Этот прибор состоит из трех простых характерографов, у которых: оптическая система и фотопластинка общие, все абсцисс-зеркала прикреплены к оси одного абсцисс-гальванометра, а ординат-гальванометры имеют общую магнитную цепь, состоящую из мощного электро-магнита, сильное поле которого позволяет увеличивать чувствительность шлейфов, не увеличивая периода их колебаний, и обеспечивает хорошее затухание.

Главная часть этого прибора показана на фот. 1. Его общий вид изображает фот. 2; общие размеры прибора вместе с оптическим устройством, кассеткой и футляром: 1450 × 350 × 330 мм.

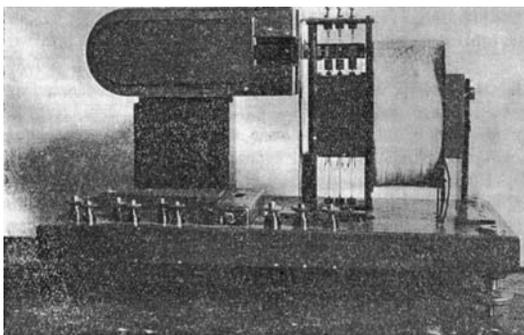


Фото 1

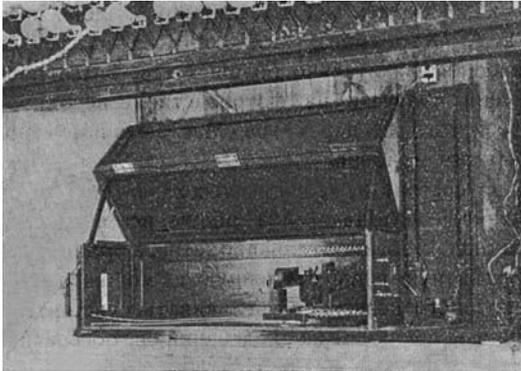


Фото 2

Абсцисс-гальванометр имеет постоянный магнит и катушку обычного устройства в 84 ома из проволоки 0,05 мм; ось ее расположена горизонтально. На оси имеется три зеркала, которые могут вращаться относительно оси (каждое в отдельности) при помощи микрометрических винтов, что позволяет устанавливать зайчики на пластинке так, чтобы они всегда располагались на одной ординате. Кроме того весь этот гальванометр можно специальным винтом плавно поворачивать вокруг горизонтальной оси и тем менять положение начала координат на пластинке.

В данной модели затухание прибора оказалось слишком слабым, но в этом случае оно не так уже важно, так как этот гальванометр откладывает независимую переменную, изменение которой можно сделать сколь угодно плавным. Собственный период колебаний этого гальванометра, как показало исследование, равняется 0,11 сек. Чувствительность его $4 \cdot 10^{-6}$ А на миллиметр шкалы, удаленной на 1 м, что соответствует 0,2 мм отклонения зайчика на пластинке характерографа от одного микроампера.

Ординат-гальванометры имеют, как было сказано выше, общую магнитную цепь, состоящую из электромагнита с обмоткой в 34 ома из проволоки диам. = 0,35 мм. Насыщение в ней наступает при 1,1 А в обмотке, но, так как оказалось, что при продолжительной работе обмотки перегреваются, рабочий ток рационально взять 0,5 А. Катушки гальванометров подвешены на металлических ленточках, укрепленных на пружинках, и такими же ленточками оттянуты книзу. Сверху пружинки прикреплены к винтикам, поворачивая которые можно передвигать зайчики по горизонтальному направлению. К катушкам сверху прикреплены плоские зеркала.

Шунты для гальванометров подбирались так, чтобы они имели нужную чувствительность и чтобы при всех внешних сопротивлениях обеспечивалось хорошее затухание.

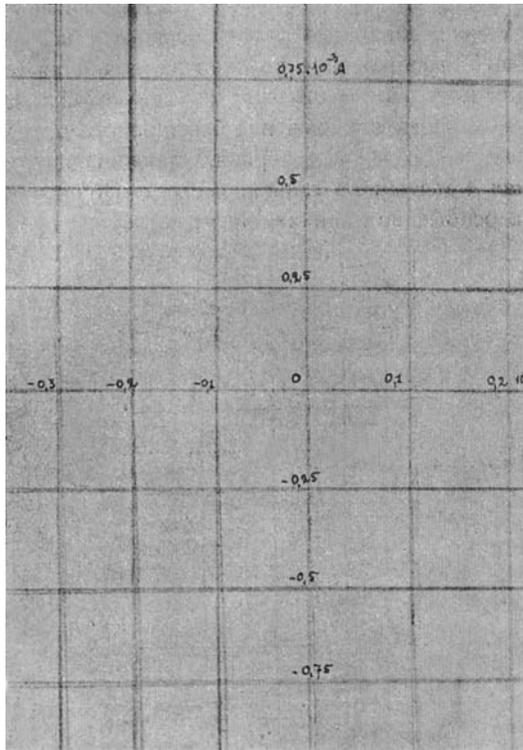


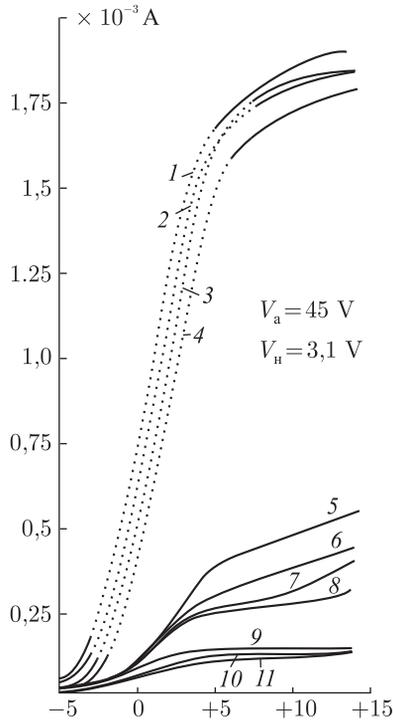
Фото 3

Данные катушек

№№	I	II	III
Сопротивление в омах	761	344	271
Чувствительность в А на 1 мм шкалы, удаленной на 1 метр	$18 \cdot 10^{-8}$	$7 \cdot 10^{-8}$	$22 \cdot 10^{-8}$
От одного μA зайчик отклоняется на мм	11,4	4,4	3,7
Хорошо затухает при внешнем сопротивлении в омах	от 3000 до 1800	от 600 до 300	от 300 до 100
Собственный период колебаний	0,27 сек.	0,17 сек.	0,17 сек.
Проволока диам.	0,05 мм	0,05 мм	0,05 мм

Оптическая система характерографа состоит из: полуваттной лампочки 50 W, 12 V автомобильного типа с сосредоточенным светом; линзы $f = 60$ мм, дающей изображение волоска лампочки на отверстии в металлической пластинке диам. = 0.1 мм; ахроматической линзы $f = 240$ мм и диам. = 40 мм, дающей изображение освещенного

отверстия на фотографической пластинке 13×18 см; экрана, задерживающего лишние лучи, и плоских зеркал 4×6 мм на гальванометрах. Объективы и лампочка, укрепленные на особых подставках, могут перемещаться во всех направлениях и действительно позволяют точное наведение на фокус. Пластинка с отверстием и кассета также могут перемещаться так, чтобы лучи света соответствовали главной оптической оси и чтобы наилучшим образом использовалась пластинка

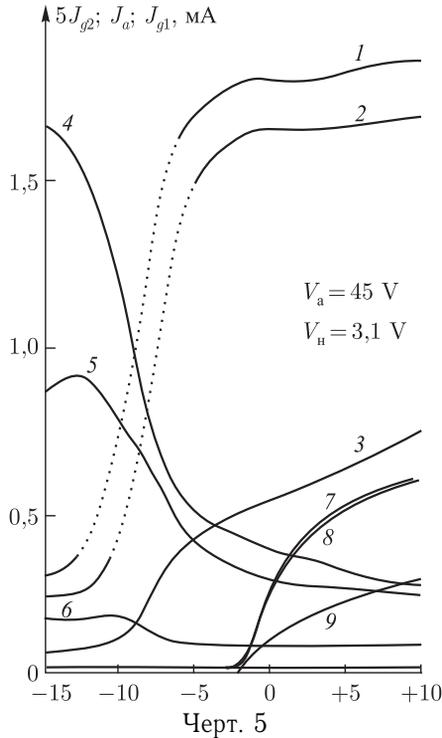


Черт. 4

Кривая	1	изображает	J_a	при	$V_{g2} = + 10$ v;
»	2	»	J_a	»	$V_{g2} = + 5$ v;
»	3	»	J_a	»	$V_{g2} = 0$ v;
»	4	»	J_a	»	$V_{g2} = - 5$ v;
»	5	»	J_{g1}	»	$V_{g2} = - 5$ v;
»	6	»	J_{g1}	»	$V_{g2} = 0$ v;
»	7	»	J_{g1}	»	$V_{g2} = + 5$ v;
»	8	»	J_{g1}	»	$V_{g2} = + 10$ v;
»	9	»	J_{g2}	»	$V_{g2} = + 10$ v;
»	10	»	J_{g2}	»	$V_{g2} = + 5$ v;
»	11	»	J_{g2}	»	$V_{g2} = 0$ v.

ка. Погрешностью изменения угла падения возможно пренебречь при указанных размерах прибора.

Для того чтобы дать наглядное представление о работе характерографа, приводим несколько снимков. Первый изображает координатную сетку, полученную на фотопластинке изменением тока попеременно или в одном абсцисс-гальванометре, или в одном ординат-гальванометре, оставляя ток в другом постоянным; постоянные нагрузки различных шлейфов ординат-гальванометра подобраны так, чтобы все три зайчика при прохождении их через ось абсцисс давали одно изображение. Расхождение линий позволяет судить о том, насколько сетки



- Кривая 1 изображает J_a при $V_{g1} = +10$ v;
 » 2 » J_a » $V_{g1} = +5$ v;
 » 3 » J_a » $V_{g1} = 0$ v;
 » 4 » J_{g1} » $V_{g1} = +10$ v;
 » 5 » J_{g1} » $V_{g1} = +5$ v;
 » 6 » J_{g1} » $V_{g1} = 0$ v;
 » 7 » J_{g2} » $V_{g1} = +10$ v;
 » 8 » J_{g2} » $V_{g1} = +5$ v;
 » 9 » J_{g2} » $V_{g1} = 0$ v.

отдельных приборов расходятся друг от друга по краям снимков, и определить погрешность при непосредственном отсчете.

Черт. 4 и 5 изображают семейства характеристик двухсетчатой лампы заводов ТСТ «МДС», снятые при условии $V_a = 45$, $V_n = 3,1$. На первом V_{g1} меняется плавно, а V_{g2} скачками через 5 В, на втором наоборот. Нумерация кривых осуществляется значками на их концах. Те части кривых, которые получились недостаточно ярко для типографского воспроизведения, усилены пунктиром.

Нижегородская радиолaborатория
18 августа, 1927 г.

ТЕОРИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ФИЛЬТРА С ДЕЛЕНИЕМ ЧАСТОТЫ ПОПОЛАМ

В. А. Котельников

Техника связи, 1932, № 8, с. 80–88

В последнее время в радиотехнике начинают применяться для борьбы с атмосферными помехами при радиотелеграфном приеме нелинейные фильтры, предложенные академиком Мандельштамом и проф. Папалекси.

Эти фильтры дают возможность избавляться от атмосферных помех даже при значительной силе последних и основаны на явлении деления частоты в нелинейных системах. Теория этого явления разработана ак. Мандельштамом и проф. Папалекси¹⁾, но ввиду сложности математического аппарата, применяющегося в ней, она является мало доступной для широких кругов радиоспециалистов.

Цель настоящей статьи — дать теорию этого явления, не пользуясь сложным математическим аппаратом, что оказалось вполне возможным.

§ 1. Сущность явления

Принципиальная схема деления частоты, употребляемая в таких фильтрах показана на фиг. 1. Как видим, это схема обычного гетеродина, причем его режим подобран так, что он находится недалеко от самовозбуждения, а рабочая точка сдвинута на нижний сгиб характеристики.

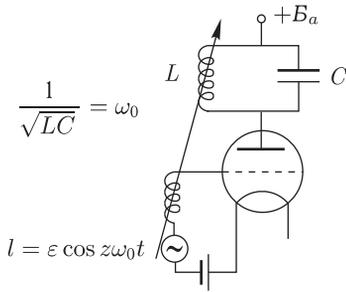
Рассмотрим, как такая схема будет реагировать на всякие электрические толчки в случаях, когда на сетку извне ничего не подается и когда подается внешняя эдс:

$$l = \varepsilon \cos z\omega_0 t,$$

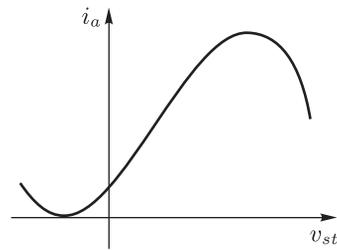
где ω_0 — угловая частота анодного контура.

В первом случае, как это хорошо известно, в анодном контуре возникнут колебания с частотой ω_1 , которые будут передаваться на сетку и вызывать колебания в анодном токе. Последние будут поддер-

¹⁾ Доложено проф. Папалекси на конференции по колебаниям в Москве 11 ноября 1931 г. см. также статью Мандельштама и Папалекси в «Zeit. für Physik», 1931 г., т. 73, № 3–4).



Фиг. 1



Фиг. 2

живать уже существующие колебания в анодном контуре, но т. к. у нас обратная связь недостаточна для самовозбуждения, то эти колебания, возникшие от толчка, затухнут.

Во втором случае, когда на сетку извне подается эдс двойной частоты, возникшие от толчка в анодном контуре колебания будут также усиливаться лампой, как и в первом случае, но кроме этого в анодной цепи появится еще добавочный ток разностной частоты, т. к. мы стоим на нижнем сгибе. Частота этого тока в данном случае будет:

$$2\omega_0 - \omega_0 = \omega_0,$$

т. е. как раз будет равна частоте колебаний в анодном контуре. Этот добавочный ток также будет стремиться поддерживать колебания, облегчая этим самовозбуждение схемы, и можно схему фиг. 1 отрегулировать так, чтобы она не самовозбуждалась от толчков в первом случае и самовозбуждалась во втором.

Такое самовозбуждение возможно лишь на частоте точно вдвое меньшей, чем подаваемая, т. к. лишь в этом случае разностная частота будет совпадать с частотой самовозбуждения и будет поддерживать его.

§ 2. Установившийся режим

Допустим, что схема фиг. 1 самовозбудилась так, как это было описано выше, на половинной по сравнению с подаваемой частоте; посмотрим, при каких условиях эти колебания будут поддерживать себя. Для этого зададимся каким-нибудь аналитическим выражением характеристики лампы. Пусть:

$$i_a = i_0 + s v_{st} + s_2 v_{st}^2 - s_3 v_{st}^3, \quad (1)$$

где i_a — анодный ток, v_{st} — управляющее напряжение, а за начало координат взята для простоты, рабочая точка. Такая характеристика изображена на фиг. 2 и позволяет установить без особого труда основные соотношения и картину этого явления. Исследование при более сложном выражении характеристики можно провести аналогичным пу-

тем, но это будет едва ли целесообразно, т. к. для точного решения надо еще учитывать: сеточный ток, непостоянство μ и т. п., что сильно усложнит задачу.

Когда схема фиг. 1 самовозбудится и достигнет установившегося режима мы получим:

$$v_{st} = \varepsilon \cos 2\omega t + v \cos(\omega t + \varphi), \quad (2)$$

где первое слагаемое есть внешняя эдс с частотой, равной примерно двойной частоте контура, а второе — управляющее напряжение, возникшее из-за самовозбуждения. Нам нужно будет найти его амплитуду v и сдвиг фаз относительно внешнего напряжения φ .

Для этого найдем анодный ток, который будет идти под действием этого v_{st} , для чего нужно подставить выражение (2) в ур. (1). После подстановки и преобразования результата в сумму отдельных синусоидальных составляющих, мы получим анодный ток, состоящий из постоянной составляющей и синусоидальных слагаемых с частотами ω , 2ω , 3ω , 4ω , 5ω и 6ω .

Все эти составляющие, проходя через анодный контур, не будут создавать на нем заметную разность потенциалов, за исключением составляющей с частотой ω , близкой к резонансной частоте контура ω_0 . Поэтому на ход явления будет оказывать влияние лишь последняя составляющая, а все другие можно не рассматривать.

Слагаемая анодного тока с частотой ω будет:

$$J_a \cos(\omega t + \varphi) = sv \cos(\omega t + \varphi) + s_2 \Sigma v \cos(\omega t - \varphi) - \frac{3}{4} s_3 v^3 \cos(\omega t + \varphi) - \frac{3}{2} s_3 \Sigma^2 v \cos(\omega t + \varphi). \quad (3a)$$

Как это легко получить из подстановки ур. (2) в ур. (1).

Или, переведя в комплексную форму и обозначая как обычно:

$$J_a \cos(\omega t + \varphi) \text{ через } \overline{J_a},$$

$$V \cos(\omega t + \varphi) \text{ через } \overline{V} \text{ и}$$

$$V \cos(\omega t - \varphi) \text{ через } \overline{V^x},$$

где $\overline{V^x}$ — есть вектор, сопряженный с \overline{V} , мы получим:

$$\overline{J_a} = s\overline{V} + s_2 \varepsilon \overline{V^x} - \frac{3}{4} s_3 V^2 \overline{V} - \frac{3}{2} s_3 \varepsilon^2 \overline{V}. \quad (3б)$$

Чтобы получить второе уравнение, связывающее \overline{V} и $\overline{J_a}$, воспользуемся известными зависимостями для лампового генератора:

$$\overline{V} = \overline{V_g} + D\overline{V_a}, \quad (4)$$

$$\overline{V_a} = -\overline{Z} \overline{J_a}, \quad (5)$$

$$\overline{V_g} = -k\overline{V_a}, \quad (6)$$

$$\frac{1}{z} \cong \frac{1}{z_0} + j \frac{\varphi}{\omega_0 L}, \quad (7)$$

где:

\bar{V}_g — напряжение частоты ω на сетке,

\bar{V}_a — напряжение частоты ω на аноде,

\bar{z} — сопротивление анодного контура для частоты ω ,

z_0 — резонансная величина \bar{z} ,

k — коэффициент обратной связи,

$\varphi = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$ — расстройка,

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$,

L — самоиндукция анодного контура,

C — емкость анодного контура.

Из этих зависимостей (4), (5), (6) и (7) легко получить:

$$\bar{J}_a = \left[\frac{1}{(k-D)z_0} + j \frac{\varphi}{(k-D)\omega_0 L} \right] \bar{V}. \quad (8)$$

Или, сопоставляя это ур. с ур. (3б), получим:

$$\left[\frac{1}{(k-D)z_0} + j \frac{\varphi}{(k-D)\omega_0 L} \right] \bar{V} = \left(s - \frac{3}{4}s_3 v^2 - \frac{3}{2}s_3 \varepsilon^2 \right) \bar{V} + s_2 \varepsilon \bar{V}^*. \quad (9)$$

В этом уравнении лишь одно неизвестное \bar{V} (\bar{V}^* можно считать известным, коль скоро будет известно \bar{V}) и его можно из этого уравнения определить.

Одно решение ур. (9), очевидно, будет:

$$\bar{V} = 0, \quad (10)$$

т. е. отсутствие колебаний с частотой ω , равной половине подаваемой. Но это решение будет иногда, как показано ниже, неустойчивым.

Другое решение мы получим, когда:

$$\bar{V} \neq 0.$$

Для этого случая можно ур. (9) поделить на \bar{V} .

Поделив, мы получим:

$$\frac{1}{(k-D)z_0} + j \frac{\varphi}{(k-D)\omega_0 L} = s - \frac{3}{4}s_3 v^2 - \frac{3}{2}s_3 \varepsilon^2 + s_2 \varepsilon \bar{m},$$

где $\bar{m} = \frac{\bar{V}^*}{\bar{V}}$ и является единичным вектором с углом сдвига фаз -2φ .

А из этого ур. легко получим:

$$V^2 = a - 2\varepsilon^2 - jb\varphi + c\bar{m}\varepsilon, \quad (11)$$

где:

$$a = \frac{4}{3s_3} \left(s - \frac{1}{(k-D)z_0} \right), \quad (12)$$

$$b = \frac{4}{3s_3} \frac{1}{(k-D)\omega_0 L}, \quad (13)$$

$$c = \frac{4}{3s_3} s_2. \quad (14)$$

Т. к. слева в ур. (11) стоит вещественное положительное число, то и правая часть должна быть вещественной и положительной, а это значит, что мы должны единичный вектор \overline{m} подобрать так, чтобы последний член ур. (11) скомпенсировал бы jby .

Решим ур. (11) графически, для чего перепишем его в виде:

$$V^2 = c\varepsilon\overline{m} - (2\varepsilon^2 - a + jby). \quad (15)$$

Чтобы определить отсюда V^2 строим вектор OA (см. фиг. 3), изображающий скобку ур. (15), и вектор $c\varepsilon\overline{m}$, величина которого нам задана, а направление мы выбираем так, чтобы разность между ними AB была вещественна и положительна. Эта разность AB и будет как раз равняться V^2 .

Из фиг. 3 легко найти и аналитическое выражение для V^2 :

$$V^2 = a - 2\varepsilon^2 + \sqrt{(c\varepsilon)^2 - (by)^2}. \quad (16)$$

Легко находится и угол φ , т. к. нам известно направление \overline{m} . Мы знаем, что \overline{m} имеет сдвиг фаз равный -2φ и значит:

$$\angle A_1OB = -2\varphi \quad (17a)$$

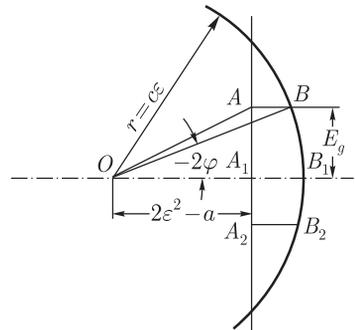
или:

$$\sin 2\varphi = -\frac{by}{c\varepsilon}. \quad (17б)$$

Проанализируем выражения (16), (17a), (17б) и фиг. 3. С изменением подаваемой извне частоты у нас будет меняться ω и значит y , при этом вектор $c\varepsilon\overline{m}$ будет скользить по окружности B, B_1, B_2 , а вектор OA — по прямой A, A_1, A_2 , величина же V^2 будет, меняясь, принимать последовательно значения AB, A_1B_1, A_2B_2 и т. д., достигая максимума при $y = 0$.

Разберем два случая: первый, когда $a < 0$, и второй, когда $a > 0$.

В первом, без подачи, т. е. при $\varepsilon = 0$ из ур. (16), мы получим $V^2 < 0$, что не имеет смысла, и, значит, мы будем иметь лишь одно решение (10), т. е. $V = 0$. Таким образом, в этом случае, схема без подачи не генерирует. При подаче же некоторых вольт мы можем получить, согласно ур. (16) и фиг. 3 $V^2 > 0$, т. е. возбуждение на половинной частоте. В этом случае центр O будет всегда лежать левее линии AA_2 , причем с увеличением подаваемого напряжения будет сдвигаться влево пропорционально ε^2 . Радиус же окружности будет увеличиваться пропорционально ε . Таким образом в этом случае, наши квазирезонансные кривые (кривые зависимости V^2 от подаваемой на сетку частоты или расстройки y) будут с увеличением ε изменяться, как показано на фиг. 4а (эти кривые являются повернутыми на 90° фиг. 3).



Фиг. 3

Как видно из них, у нас сначала будет расти V^2 и расти ширина кривой, потом же и то и другое начнет уменьшаться, пока деление ни при какой частоте не станет возможным.

Во втором случае, когда $a > 0$, мы получим, что при $a = 0$ мы можем иметь $V^2 = a$ и $y = 0$, т. е. наша схема будет генерировать на собственной частоте (из ур. (12) легко видеть, что условие $a > 0$ равносильно обычному условию самовозбуждения лампового генератора). При подаче же внешней $edc\varepsilon$ мы будем получать согласно ур. (16) деление до тех пор, пока $bv < c\varepsilon$, при больших же расстройках деление станет невозможным, и, согласно ур. (11), где надо вычеркнуть для этого случая член $\overline{m}\varepsilon$, который может существовать только при делении пополам, мы получим:

$$\begin{aligned} V^2 &= a - 2\varepsilon^2, \\ y &= 0, \end{aligned}$$

т. е. генерацию на собственной частоте.

Изменение процесса с изменением подаваемой edc показано на фиг. 4б, где в средней незаштрихованной части мы имеем генерацию с частотой половинной от подаваемой, а по бокам, в заштрихованных частях, — генерацию на собственной частоте ω_0 . Таким образом мы здесь будем иметь своеобразное увеличение частоты.

Если у нас рабочая точка будет находиться в области, где $S_3 < 0$, то у нас, как известно, будет жесткое самовозбуждение, и колебания в квазирезонансных кривых будут начинаться и кончаться скачком, но общая картина явления окажется прежней. Для этого случая нужно рассматривать ламповую характеристику вида:

$$i_a = i_0 + sv_0 + s_2v_{st}^2 + s_3v_{st}^3 - s_2v_{st}^5.$$

т. е. еще с членом пятой степени. Это необходимо т. к. иначе в характеристике не будет тока насыщения и раз возникшие колебания будут все время возрастать, никогда не достигая установившегося режима.

Экспериментально снятые квазирезонансные кривые, полученные со схемой фиг. 5, изображены на фиг. 6. При этом данные схемы были: лампа $\Pi = 7$ с характеристикой:

$$i_a = 4,2 \cdot 10^{-4} + 1,92 \cdot 10^{-4}v_{st} + 1,67 \cdot 10^{-5}v_{st}^2 - 9,25 \cdot 10^{-8}v_{st}^3,$$

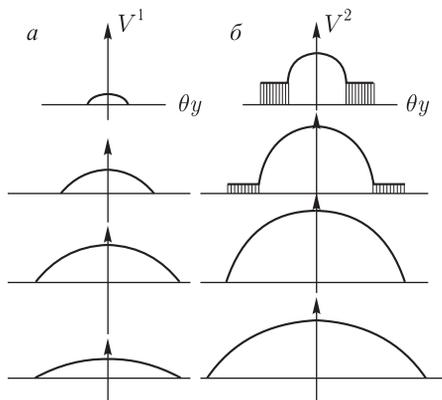
отнесенной к рабочей точке

$$E_a = 80 V, \quad E_g = -5V.$$

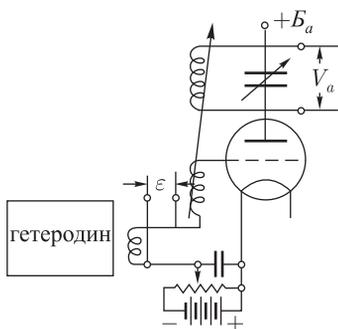
Анодный контур имеет:

$$Z_0 = 170\,000\Omega, \quad L = 1,81_m H, \quad \omega_0 \cong 350 \text{ кц.}$$

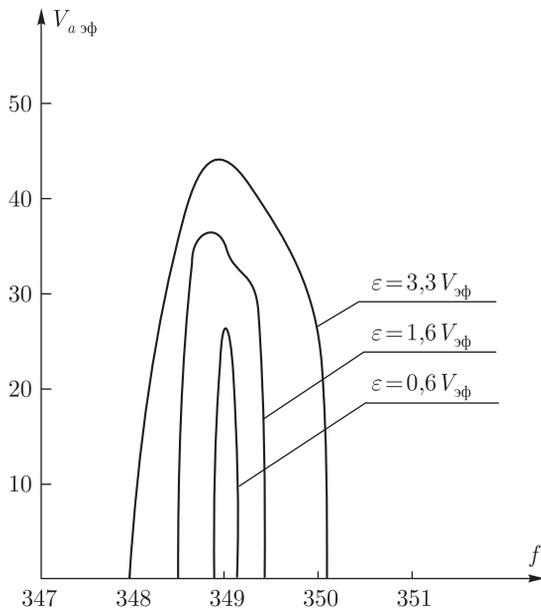
У этих квазирезонансных кривых ширина очень хорошо сходится с теоретической, амплитуда же получается меньше, что можно объяснить сеточным током.



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

§ 3. Возникновение колебаний с половинной частотой

Рассмотрим теперь возникновение колебаний с половинной частотой.

Как было уже сказано, если в схеме фиг. 1 появится частота, равная половине от подаваемой, то она, благодаря обратной связи и разностной частоте, начнет усиливаться пока не достигнет установившегося режи-

ма, который уже рассмотрен выше. Появиться же может половинная частота, практически, двумя путями:

1) при внезапном появлении на сетке *edc* с частотой 2ω мы будем иметь фактически целый спектр частот, содержащий и частоту ω , которая и будет в этом случае начальным колебанием;

2) прилагаемое напряжение частоты 2ω проходит сначала через ряд контуров, настроенных на эту частоту, и потом уже попадает на нашу лампу. В этом случае частота ω в спектре будет очень сильно ослаблена и роль начального колебания будет играть шат. эффект, имеющий в своем спектре все частоты, или другие флюктуации.

Относительно процесса нарастания амплитуды предположим, что он происходит по обычному закону:

$$v = Ve^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi)$$

и проверим это допущение.

В этом случае управляющее напряжение будет:

$$v_{st} = \varepsilon \cos 2\omega t + Ve^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi). \quad (18)$$

Определяя анодный ток при таком v_{st} по ур. (1), мы, как и раньше, займемся лишь рассмотрением слагающей с частотой ω , близкой к ω_0 . Она получится аналогичной ур. (3а) с тем лишь отличием, что везде вместо v будет $Ve^{\alpha t}$, значит:

$$i_a = sVe^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) + s_2\varepsilon Ve^{\alpha t} \cos(\omega t - \varphi) - \frac{3}{4}s_3V^3e^{3\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) - \frac{3}{2}s_3\varepsilon^2Ve^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi)$$

или, пренебрегая членом, содержащим $V^3e^{3\alpha t}$, что можно сделать, когда $Ve^{\alpha t}$ величина малая, как это будет в начале процесса, мы получим:

$$i_a = J_a e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) = sVe^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) + s_2\varepsilon Ve^{\alpha t} \cos(\omega t - \varphi) - \frac{3}{2}s_3\varepsilon^2Ve^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi). \quad (19)$$

Под действием такого тока на анодном контуре мы получим разность потенциалов такого же типа $e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi)$ и во всех цепях будут течь аналогичные токи.

Как известно²⁾, при затухающих или нарастающих колебаниях такого типа можно для решения задач пользоваться обобщенным символическим методом, который отличается от обычного лишь тем, что везде в комплексные выражения вместо ω нужно подставить величину $\omega - j\alpha$ и затем решать задачу как обычно.

²⁾ См., напр., Гунд «Измерение при высокой частоте» изд. ГНТИ, 1931 г.

Для решения задачи таким способом мы обозначим:

$$\begin{aligned} J_a e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) &\text{ через } \overline{J}_a, \\ V e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) &\text{ через } \overline{V}, \\ V e^{\alpha t} \cos(\omega t - \varphi) &\text{ через } \overline{V}^*, \end{aligned}$$

где опять \overline{V}^* будет вектор, сопряженный с \overline{V} .

Тогда ур. (19) переписывается так:

$$\overline{J}_a = s\overline{V} + s_2\varepsilon\overline{V}^* - \frac{3}{2}s_3\varepsilon^2\overline{V}. \quad (20)$$

Для получения второго ур. заменим в ур. (8) ω на $\omega - j\alpha$. Т. к. ω входит в φ , то заменим его на φ_α , которое будет равно:

$$\varphi_\alpha = \frac{\omega - j\alpha}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega - j\alpha} = \frac{\omega}{\omega_0} - j\frac{\alpha}{\omega_0} - \frac{\omega_0\omega}{\omega^2 + \alpha^2} = j\frac{\alpha\omega}{\omega^2 + \alpha^2}$$

или, принимая во внимание, что:

$$\alpha \ll \omega \quad \text{и} \quad \omega \cong \omega_0,$$

мы получим:

$$\varphi_\alpha = \varphi - 2j\frac{\alpha}{\omega_0} \quad (21)$$

и будем иметь вместо ур. (8):

$$J_\alpha = \left[\frac{1}{(k-D)z_0} + j\frac{\varphi}{(k-D)\omega_0 L} - \frac{2\alpha C}{k-D} \right] \overline{V}. \quad (22)$$

Из ур. (20) и (22) мы получим: что v может быть любым числом и что:

$$\alpha = a_1 - d_1\varepsilon^2 - jb_1\varphi + c_1\overline{m}\varepsilon, \quad (23)$$

где:

$$a_1 = \frac{k-D}{2C} \left(s - \frac{1}{(k-D)Z_0} \right), \quad (24)$$

$$b_1 = \frac{\omega_0}{2}, \quad (25)$$

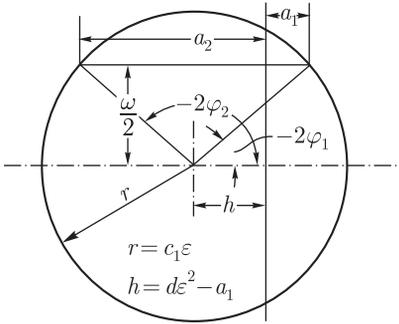
$$c_1 = \frac{k-D}{2C} - s_2, \quad (26)$$

$$d_1 = \frac{3(k-D)}{4C} s_3, \quad (27)$$

$$\overline{m} = \frac{\overline{V}^*}{\overline{V}}, \quad [(\overline{m})] = 1. \quad (28)$$

Из ур. (23) аналогично ур. (11) и из фиг. 7 аналогичной фиг. 3, мы получим:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= a_1 - d_1\varepsilon^2 + \sqrt{(c_1\varepsilon)^2 - (b_1\varphi)^2}, \\ \alpha_2 &= a_1 - d_1\varepsilon^2 - \sqrt{(c_1\varepsilon)^2 - (b_1\varphi)^2}. \end{aligned} \quad (29)$$



Фиг. 7

Раньше мы второе решение отбрасывали, т. к. оно давало $V^2 < 0$ (при $a < 0$).

Таким образом мы получаем, что наша схема может колебаться в начале процесса, при еще малых колебаниях, по законам:

$$v = V_1 e^{\alpha_1 t} \cos(\omega t + \varphi_1) \quad (30)$$

и

$$v = V_2 e^{\alpha_2 t} \cos(\omega t + \varphi_2), \quad (31)$$

где α_1 и α_2 , определяются по ур. (29), V_1 и V_2 произвольны, а φ_1 и

φ_2 по фиг. 7. Как видно из этого чертежа,

$$\varphi_2 = 90 - \varphi_1, \quad (32)$$

легко проверить, что и сумма ур. (30) и ур. (31), т. е.:

$$v = V_1 e^{\alpha_1 t} \cos(\omega t + \varphi_1) + V_2 e^{\alpha_2 t} \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (33)$$

будет также решением, где V_1 и V_2 есть постоянные, зависящие от начальных условий. Т. к. в схеме фиг. 1 нам в виде начальных условий могут быть заданы лишь энергии в емкости C и самоиндукции L и мы нашими двумя постоянными их всегда удовлетворить можем, то значит ур. (33) есть полное решение.

Из ур. (24), (25), (26), (27) и (12), (13), (14) мы видим, что в ур. (29) все коэффициенты пропорциональны соответствующим коэффициентам ур. (16) и значит α будет отличаться от V^2 лишь постоянным множителем. Поэтому α , с частотой и подаваемой амплитудой будет меняться как раньше менялась V^2 , т. е. согласно фиг. 4а. Согласно этому, когда деление существует, т. е. ур. (16) дает $V^2 > 0$, мы будем иметь $\alpha_1 > 0$ и, значит, для этого случая положение $V = 0$ будет неустойчивым.

Таким образом, в начале процесса деления, пока амплитуда мала, нарастание колебаний будет происходить по ур. (33). Потом, с увеличением амплитуды, нарастание, очевидно, замедлится и пойдет асимптотически к установившемуся режиму.

В общем случае, когда характеристика лампы задана ур.

$$i_a = i_0 + s v_{st} + s_2 v_{st}^2 + \dots + s_n v_{st}^n + \dots \quad (34)$$

установившийся режим рассчитать трудно, но легко показать, что и здесь в начале процесса при малых амплитудах будет справедливо ур. (33) и подсчитать α_1 и α_2 , входящие в него.

Зная же α , мы сможем сказать: будет ли данная схема самовозбуждаться на половинной частоте или нет и как быстро в начале пойдет нарастание амплитуды.

Действительно, подставляя значение v_{st} из ур. (18) в ур. (34) и пренебрегая членами, содержащими V^2 , что справедливо пока колебания еще невелики, мы получим для составляющей частоты выражение:

$$J_a e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) = f_1(\varepsilon) V e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) + f_2(\varepsilon) V e^{\alpha t} \cos(\omega t - \varphi), \quad (35)$$

где:

$$f_1(\varepsilon) = s + \frac{3}{2} s_3 \varepsilon^2 + \frac{15}{8} s_5 \varepsilon^4 + \dots + \frac{(2n+1)!}{2^{2n} (n!)^2} s_{2n+1} \varepsilon^{2n} + \dots, \quad (36)$$

$$f_2(\varepsilon) = \left(s_2 + \frac{3}{2} s_4 \varepsilon^2 + \frac{15}{8} s_6 \varepsilon^4 + \dots + \frac{(2n+1)!}{2^{2n} (n!)^2} s_{2n+2} \varepsilon^{2n} + \dots \right) \varepsilon \quad (37)$$

или, сопоставляя с ур. (22) мы, как и раньше, получим ур. для α :

$$\alpha = -\frac{1}{2cZ_0} + \frac{k-D}{2c} f_1(\varepsilon) - j \frac{\omega_0}{2} \varphi + \frac{k-D}{2c} f_2(\varepsilon) \overline{m}. \quad (38)$$

Согласно этому ур. α_1 и α_2 можно определить графически из фиг. 7, беря теперь:

$$r = \frac{k-D}{2c} f_2(\varepsilon), \quad (39)$$

$$h = -\frac{k-D}{2c} f_1(\varepsilon) + \frac{1}{2cZ_0}. \quad (40)$$

Можно выразить α_1 , α_2 , φ_1 , φ_2 и аналитически; из фиг. 7 мы получим аналогично с ур. (29) и (17В):

$$\alpha_1 = -h + \sqrt{r^2 - \frac{\omega_0^2}{4} \varphi^2}, \quad (41)$$

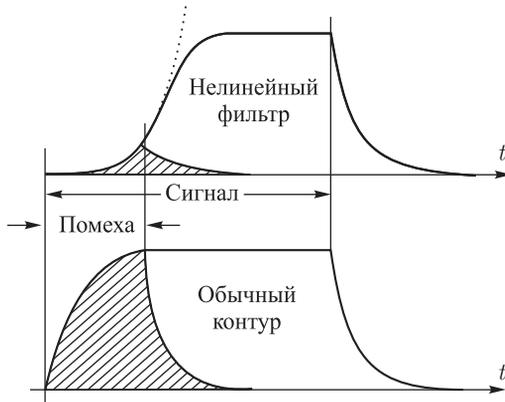
$$\alpha_2 = -h - \sqrt{r^2 - \frac{\omega_0^2}{4} \varphi^2}, \quad (42)$$

$$\sin 2\varphi_1 = \sin \varphi_2 = -\frac{\omega_0 \varphi}{2r}, \quad (43)$$

где величины h и r берутся из ур. (39) и (40).

§ 4. Работа нелинейного фильтра с делением частоты в телеграфных приемниках

Описываемая здесь схема употребляется в радиотелеграфных приемниках для борьбы с атмосферными помехами, при этом фильтр располагается за усилителем промежуточной частоты, а анодный контур фильтра настраивается на частоту половинную от резонансной частоты усилителя. Сигналы после усилителя, попадая на фильтр, возбуждают его на половинной частоте, которая затем выделяется, превращается



Фиг. 8

путем гетеродинирования в звуковую частоту, сливается и выпрямляется.

Таким образом ни сигнал, ни помеха, которая будет у нас состоять из модулированных колебаний с резонансной частотой и предварительного усиления, дальше фильтра непосредственно пройти не могут, а могут лишь его возбуждать. Т. к. амплитуда возбуждаемых в фильтре колебаний нарастает согласно ур. (33), т. е. сначала очень медленно, то, как это показано на фиг. 8, короткая помеха не сможет возбудить фильтр до заметной амплитуды, что сделает более продолжительным сигнал, если даже он будет меньшим по амплитуде, чем помеха.

Нужно отметить, что полоса пропускания у части приемника, стоящей перед фильтром, должна быть шире, чем это необходимо для телеграфной работы, т. к. при суженой до такого предела полосе короткие помехи удлинятся, из-за нестационарных явлений не будут ничем отличаться от точек азбуки Морзе и пройдут через фильтр.

Лаборатория приемных центров НИИС НКСвязи

ТЕХНИКА СВЯЗИ



Пролетарий всех стран, соединяйтесь!

Техника в период реконструкции
решает все (И. Сталин).

журнал наркомсвязи ссср

Выходит 1 раз в месяц

Год издания третий

адрес редакции:

Москва 9, ул. Горького, 17
ком. 413, Тел. 22-80, д. 1-43

Условия подписки на 1933 г.

На 1 год — 15 руб.
На 6 мес. — 7 р. 50 н.
На 3 мес. — 3 р. 75 н.

**ДА ЗДРАВСТВУЕТ
XV годовщина
СОВЕТСКОЙ ТЕХНИКИ
СВЯЗИ**

НОЯБРЬ
1 9 3 2 11

МНОГОКРАТНАЯ БУКВОПЕЧАТАЮЩАЯ УСТАНОВКА СИМЕНС-ВЕРДАН ДЛЯ РАБОТЫ ПО РАДИО

В. А. Котельников и Г. П. Козлов

В статье дается описание аппарата Сименс-Вердан и методы его эксплуатации. Так как описание этой установки в нашей литературе появляется впервые, мы даем его подробно, поскольку это возможно в условиях журнальной статьи.

Значение буквопечатающего телеграфирования по радио весьма велико в виду того что все наши длинные магистрали должны быть оборудованы подобными аппаратами.

Нашим научно-исследовательским организациям и промышленности необходимо вплотную подойти к разработке аппаратуры нашей советской конструкции, что поможет радио занять в области телеграфной связи то место, которое отводится ему во II пятилетке.

Подобная установка оборудована в декабре пр. года и эксплуатируется по настоящее время в радиобюро Московского радиотелеграфного центра (Центральный телеграф СССР).

Пока работа производится на линий Москва-Берлин. Так как вопросу буквопечатания по радио во второй пятилетке отводится значительное место, то здесь дается подробное описание одной из установок, нашедших у нас практическое применение.

Как показывает само название, установка Сименс-Вердан является многократной, т. е. имеется возможность вести одновременно несколько передач. При хороших атмосферных условиях используется три канала.

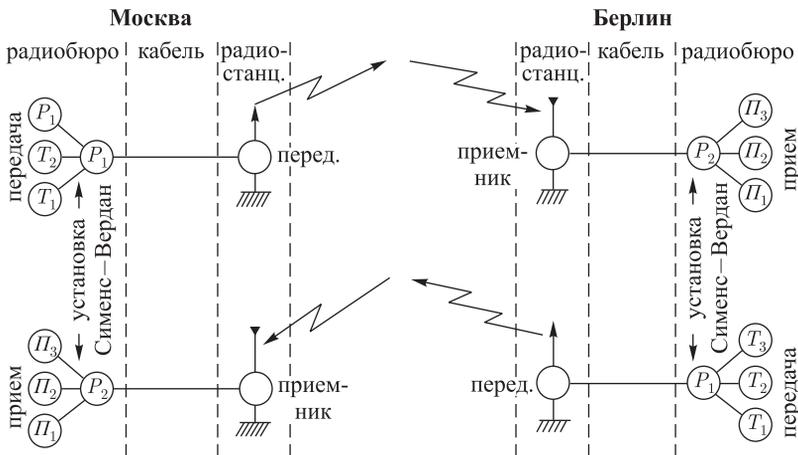
На фиг. 1 показана принципиальная схема радиопередачи. T_1 , T_2 и T_3 — три трансмиттера Сименса; P_1 — распределительная передающая установка, P_1 , P_2 , P_3 — три телепишущих машинки Сименса, P_2 — распределительная приемная установка (вместе с усилителем).

В установке Сименс–Вердан применен тот же метод борьбы с атмосферными помехами, который впервые был использован для аппаратов Бодо–Вердан. Как устроена установка, мы разберем позднее, а сейчас перейдем к сущности метода борьбы с атмосферными помехами по принципу Вердана.

Сущность принципа Вердана

Как известно, главные искажения при работе по радио на коротких волнах происходят из-за явления фединга. Это явление заключается в том, что слышимость передатчика сильно меняется, со временем совсем пропадая. Последнее приводит к тому, что некоторые из импульсов высокой частоты на приемнике не примутся, и вместо них будет получаться пауза. Посланные же с передатчика паузы федингом быть искажены не могут.

Для борьбы с этим исчезновением импульсов Вердан предложил передавать каждую букву несколько раз (два или три) через некоторые промежутки времени, а приемный аппарат сконструировать так, чтобы приход данного импульса, хотя бы один раз, вызвал нужный эффект. Так, например, буква *g* по коду Сименс–Вердан на коротких волнах передается комбинацией трех разных импульсов и двух пауз той же длины между ними; обозначая импульс через +, а паузу через —, мы обозначим букву *g* так: + — + — +.



Фиг. 1

Допустим, мы повторили эту букву три раза; на приеме из-за исчезновения импульсов может к примеру, получиться (см. фиг. 2 — код Сименс-Вердан).

первый раз + - - - -, т. е. буква *N*,

второй раз + - + - -, т. е. буква *M*,

третий раз + - - - +, т. е. буква *F*.

Несмотря на то, что три раза мы приняли эту букву неверно, мы восстановить ее все же можем, хотя бы рассуждая так: первая посылка была, очевидно, импульс, т. е. +; вторая посылка, очевидно, — пауза; третья посылка тоже, очевидно, была +, так как — при первой и третьей передаче мог получиться из + из-за федингов (не наоборот, так как импульсы могут пропадать, но вместо пауз новые импульсы получаться не могут) и т. д. Таким образом, мы восстановим, что передаваемая буква была + - + - +, т. е. *g*. Это восстановление можно

<i>Kombin</i>	29		<i>Kombin</i>	30	
- + + + +	A :		+ - - - -	A :	
+ + - - +	B ?		- - + + -	B ?	
- + - - +	C (+ - + + -	C (
- - - - +	D ,		+ + + + -	D ,	
+ - + + +	E 3		- + - - -	E 3	
+ - - - +	F /		- + + + -	F /	
+ - + - +	G ^{la} _ε		- + - + -	G ^{la} _ε	
- - + - +	H +		+ + - + -	H +	
+ - - + -	I 8		- + - + -	I 8	
- + + - +	J kl		+ - - + -	J kl	
- + + - -	K §		+ - - + +	K §	
- - + - -	L =		+ + - + +	L =	
+ - + - -	M ,		- + - + +	M ,	
+ - - - -	N -		- + + + +	N -	
- - - + +	O 9		+ + - - -	O 9	
+ + + - -	P 0		- - - + +	P 0	
- + - - -	Q 1		+ - + + +	Q 1	
+ + - - -	R 4		- - + + +	R 4	
+ + - + -	S ^{lc} _m		- - + - +	S ^{lc} _m	
- + - + -	T 5		+ - + - +	T 5	
- + - + +	U 7		+ - + - -	U 7	
- - - + -	V)		+ + + - +	V)	
+ - - + -	W 2		- + + - -	W 2	
+ - + + -	X %		- + - - +	X %	
+ + - + +	Y 6		- - - + -	Y 6	
- - + + -	Z .		+ + - - +	Z .	
+ + + + -	B		- - - - +	B	
+ + + - +	Z		- - - + -	Z	
- + + - +	Z /		+ - - - +	Z /	
- - + + +	WR		+ + - - -	WR	
- - - - -	Ж Ж		+ + + + +	Ж Ж	
+ + + + +			- - - - -	Продвижен.	

Короткие
волны

Длинные
волны

ленты

Фиг. 2

сделать автоматически, сконструировав должным образом приемный аппарат, что и сделано в системах Бодо–Вердан и Сименс–Вердан.

При передаче на длинных волнах картина получается как раз обратная: переданный с передающей станции импульс пропасть не может и обязательно принимается, пауза же может быть искажена приемом атмосферных помех, которых на длинных волнах очень много, и сойти на приемном аппарате за импульс.

Таким образом, при работе на длинных волнах вместо пауз могут быть приняты импульсы, но не наоборот (конечно, не исключена возможность, что помеха может получиться той же частоты, что и сигнал, равный ему по величине и противоположный по фазе, и, складываясь с ним, уничтожить его, но такое совпадение очень мало вероятно).

И тут, передавая сигнал несколько раз и принимая во внимание только что сказанное, можно тоже, даже при неверной передаче, правильно восстановить сигнал.

Скажем, передается опять буква «*g*». По коду Сименс–Вердан для длинных волн она изобразится так: $- + - + -$; здесь опять $+$ импульс, $-$ пауза. На приеме же из-за атмосферных помех может, к примеру, получиться:

первый раз $+ + + + -$, т. е. буква *D*,

второй раз $- + + + -$, т. е. буква *F*,

третий раз $+ + - + -$, т. е. буква *H*.

Рассуждая аналогично коротковолновому случаю и принимая во внимание вышеуказанные особенности длинных волн, мы сможем и тут правильно восстановить данную букву, что и делается самой приемной установкой автоматически.

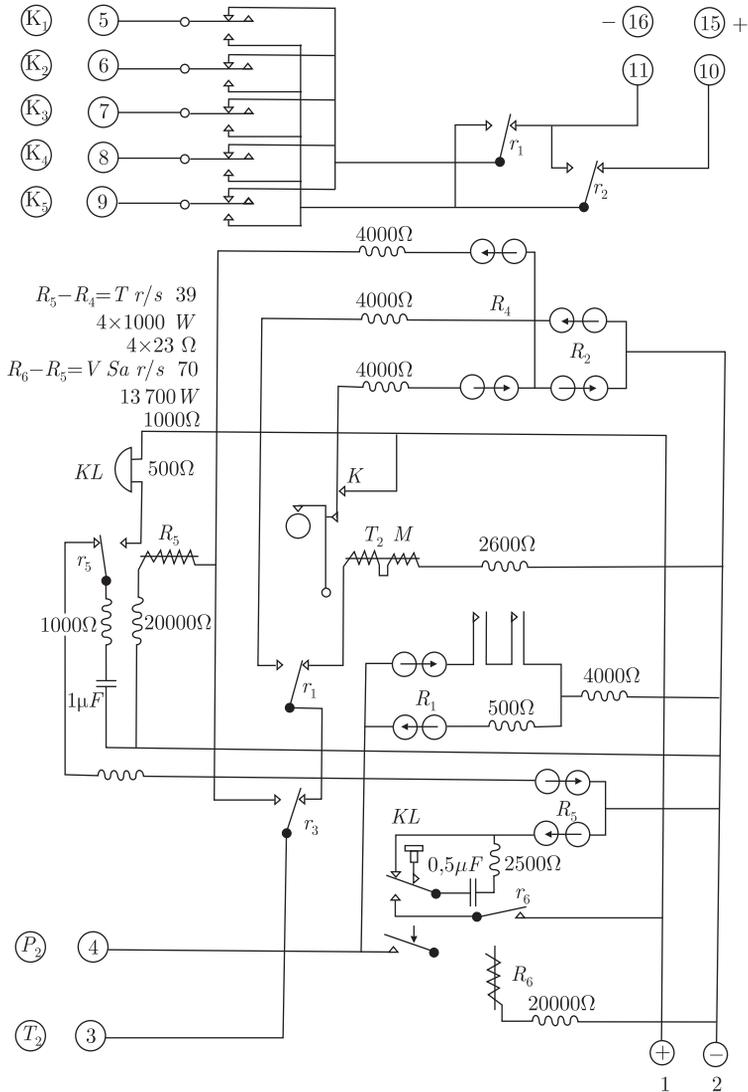
Передающее устройство установки Сименс–Вердан

Основная отличительная черта этой установки от обычных телеграфных это то, что она должна повторять каждую букву несколько раз через некоторые промежутки времени, а чтобы эти промежутки не пропадали, заполнять другими буквами и их повторениями.

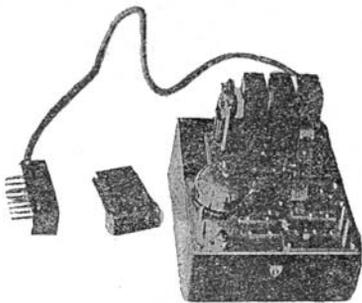
В установке Сименс–Вердан передача может вестись или с трех независимых (передающих различный текст) транзиттеров, работающих от перфорированной ленты, при чем в этом случае каждая буква передается по три раза (последнее на случай, если атмосферные условия очень плохи).

Каждый из транзиттеров имеет пять «иглоков», которые силой пружинок стараются подняться кверху. Над ними проходит перфорированная лента, имеющая шесть рядов отверстий: один ряд ведущих и пять рядов, служащих для создания той или другой буквы. Над каждой иглой проходит свой ряд отверстий. Если над иглой находится отверстие, то она свободно поднимается и замыкается на минус батареи, как это показано на фиг. 3, где буквами K_1, \dots, K_5 обозначены эти иглы (нижняя часть схемы играет вспомогательную роль, о ней

см. ниже). Если же над иголкой сплошная лента, то она нажимает на иголку, и иголка замыкается на + батареи. В зависимости от передаваемой буквы в перфорированной ленте пробивается та или другая комбинация отверстий и иголки получают ту или другую комбинацию зарядов. После того, как данная буква будет передана, в трансмиттер посылается специальный импульс, который рывком передвигает ленту



Фиг. 3



Фиг. 4. Внешний вид трансмиттера Сименса

так, что над рядом иголок встает другая комбинация отверстий. На фиг. 4 показан внешний вид трансмиттера Сименса.

Применяемый на Сименс–Вердане код показан на фиг. 2¹⁾; при чем минусу соответствует отверстие на ленте, пауза при длинных и импульс при коротких волнах; плюсу соответствует, наоборот, импульс при длинных волнах и пауза при коротких (причина такого различия в коде на длинных и коротких волнах кроется в приемной установке, см. ниже).

От каждой иголки идет свой провод (они все вместе сплетены в гибкий шнур) к распределительной передающей установке в виде шкафа, где под стеклом помещены вращающиеся коммутаторы, моторы, приводящие их в движение, камертонный генератор, измерительные приборы, линейное реле и прочее. Распределительное передающее устройство в дальнейшем мы будем называть просто передатчиком Сименс–Вердан.

Вращающиеся коммутаторы состоят из вала, на который насажены фибровые шайбы с кулачками, надавливающими в нужные моменты на контакты и тем замыкающие их. Таких вращающихся коммутаторов на передатчике три, с соотношением оборотов 1 : 3 : 6, при чем контакты первого на всех схемах обозначены буквами *S* с индексом, второго — буквами *T* и третьего — буквами *V*. Первый коммутатор *S* называется большим коллектором знаков и служит для передачи от двух трансмиттеров с двумя повторениями.

Второй *T* называется малым коллектором знаков и служит для передачи от трех трансмиттеров с одним повторением.

Третий *V* называется распределителем.

На фиг. 5 показан общий вид распределительного передающего устройства (передатчика) Сименс–Вердан.

Разберем сначала случай, когда передают три трансмиттера, и каждая буква передается два раза (работа «на малом коллекторе»).

Схема для этого случая изображена на фиг. 6. В правом нижнем углу помещен трансмиттер, у которого для ясности нарисована только одна первая иголка K_1 , которая может замыкаться на + или — батареи, присоединенной к клеммам 1 и 2. Ток с иголки K_1 , через сопротив-

¹⁾ Обозначение в коде \boxed{B} соответствует промежутку между буквами и буквенному бланку, \boxed{Z} промежутку между цифрами и циферному бланку, *ZI* и *WR* в этой системе остаются свободными.

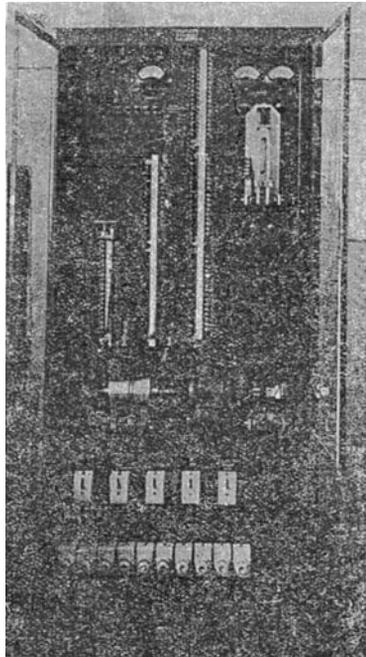
ление 1000 ом, контакты U_{37} и T_1 и затем через U_1 и U_{16} попадает на распределитель, схематически изображенный в левом верхнем углу чертежа в виде двух кругов, по которым бегают щетка, и замыкает ламели первого круга с ламелями второго.

На самом деле распределитель, как было выше сказано, состоит из ряда последовательно замыкающихся кулачками контактов, и если условно щетка стоит на ламели 3, то это значит, что замкнут контакт V_3 .

Итак, с иголки K_1 ток попадает на ламели 1 и 16, и когда щетка пробегает по ламели 1, то ток с этой ламели через сопротивления 3000 ом и 4000 ом попадает в обмотки линейного реле 2×4900 витков (имеющееся ответвление через $0.2 \mu F$ и 300 ом в действительности на всей схемах отключено) и оттуда — к средней точке батареи, созданной посредством двух сопротивлений по 400 ом. Если иголка была присоединена к плюсу батареи, то язычок реле перебросится вправо, и в линию посылается плюс; если иголка была присоединена к минусу, то через реле пойдет ток в другую сторону, язычок перебросится влево, и в линию пошлется от телеграфной батареи минус. Как видно, из схемы, последовательно с полюсами батареи включены предохранительные лампочки, а контакты реле зашунтированы искрогасящими конденсаторами по $2 \mu F$ и сопротивлениями по 300 ом, последовательно с ними. С язычка ток через магазин сопротивлений до 4000 ом и миллиамперметр со шкалой 25–0–25 миллиампер попадает в линию и по ней на передающую радиостанцию.

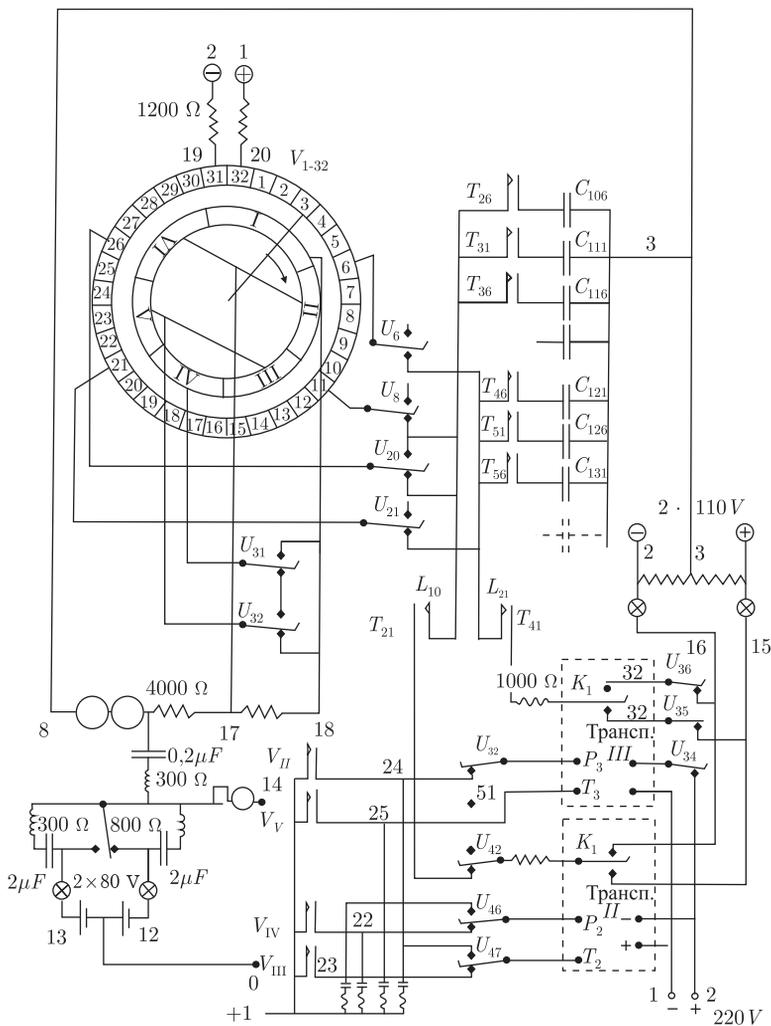
Другой конец линии, как обычно, присоединен к средней точке батареи.

Иголка вторая первого трансмиттера имеет совершенно аналогичную схему (она на чертеже не показана) в этой схеме будут такие же контакты, только индексы все будут на единицу больше: так, вместо T_1 будет T_2 , вместо U_{37} , U_{38} и т. д.²⁾ Провода от второй иголки будут аналогично присоединены ко 2-й и 17-й ламели распределителя. Третья



Фиг. 5. Общий вид распределительного передающего устройства (передатчика) Сименс-Вердан.

²⁾ За исключением контактов C_{31} и U_{32} , которые ясно будут теми же.



Фиг. 6

иголка тоже имеет такую же схему, все контакты на ней имеют индекс на 2 больший, чем у первой иголки, и провода присоединяются к 3-й и 18-й ламели распределителя и т. д. От пятой иголки провода подойдут к 5-й и 20-й ламели распределителя. Таким образом, ламели 1–5 распределителя получат потенциалы таких же знаков, как и иголки K_1 – K_5 первого трансмиттера, и когда по ламелям 1–5 будет пробегать щетка, то в реле будут посыпаться токи того или другого направления, в зависимости от буквы, посылаемой трансмиттером. После того, как буква будет передана, контакты T_1 – T_5 разомкнутся, отключая транс-

миттер, контакт V_1 (внизу схемы) замкнется и пошлет в трансмиттер импульс, который продернет ленту и поставит над иголками другую букву; иголки займут другое положение, и когда щетка подойдет опять к первой ламели, опять замкнутся контакты T_1-T_5 , и пошлетя вторая буква с первого трансмиттера и т. д.

Для того, чтобы посылать еще повторения, служат конденсаторы C_{91} , C_{96} , C_{101} для первой иголки, C_{92} , C_{97} , C_{102} (не показаны) для второй и т. д.

Рассмотрим процесс, происходящий при этом для первой иголки (остальные аналогично).

Первый оборот распределителя: щетка проходит по ламели 1, контакты T_1 и T_{16} замкнуты, происходит посылка тока в линейное реле и заряжается конденсатор C_{101} знаком, зависящим от положения иголки. Затем контакты T_1 и T_{16} сейчас же размыкаются.

Второй оборот: перфорированная лента передвинулась, посылается опять с первой ламели посылка в реле, и через контакт T заряжается конденсатор C_{91} . Затем T_6 и T_1 размыкаются.

Третий оборот: опять посылка с первой ламели в линию от новой буквы и заряд конденсатора C_{96} через контакт T_{11} . Затем контакты T_1 и T_{11} размыкаются, и когда щетка подходит к ламели 16, замыкается контакт T_{16} и конденсатор C_{101} разряжается через сопротивление 4000 ом и линейное реле, посылая через реле ток такого же направления, что и при передаче первой буквы.

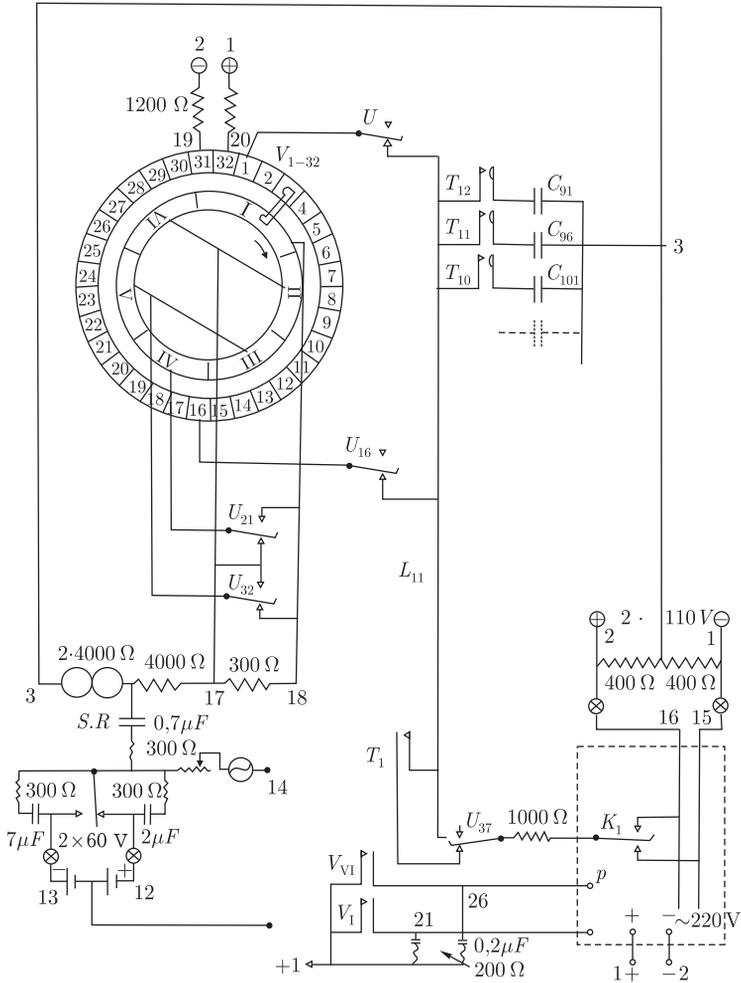
Четвертый оборот: посылка от четвертой буквы посылается в линейное реле и заряжает только что разрядившийся конденсатор C_{101} , при прохождении щетки через ламель 16 замыкается контакт T_6 , и разряжается конденсатор C_{91} , повторяя посылку от второй буквы и т. д. Схема иголке второй будет работать аналогично, только повторения будут с ламели 17 и т. д.

Таким образом, при прохождении щетки по ламелям 1–5, посылается буква и заряжаются конденсаторы, а через 2,5 оборота при прохождении щетки по ламели 16–20 эти конденсаторы разряжаются и повторяют ту же букву. Так как импульсы, попадающие на реле при первой посылке прямо от трансмиттера сильнее, чем получающиеся от разрядов конденсатора, то их пропускают для уравнивания через сопротивление 3000 + 4000 ом, в то время как импульсы, идущие от конденсаторов, проходят только через 4000 ом.

Изменение кода при переходе с длинных волн на короткие осуществляется переполюсованием телеграфной батареи.

На фиг. 7 изображены аналогичные схемы для первых иголок второго и третьего трансмиттеров (чтобы получить схемы для вторых иголок, нужно прибавить ко всем индексам один и т. д., как и раньше). Тут также все посылки повторяются через 2,5 оборота.

Таким образом, первый трансмиттер будет давать первые посылки с ламелей 1–5 и повторения с ламелей 16–20, второй — первые с ламелей 11–15 и повторные с ламелей 26–30 и третий — первые с ламелей

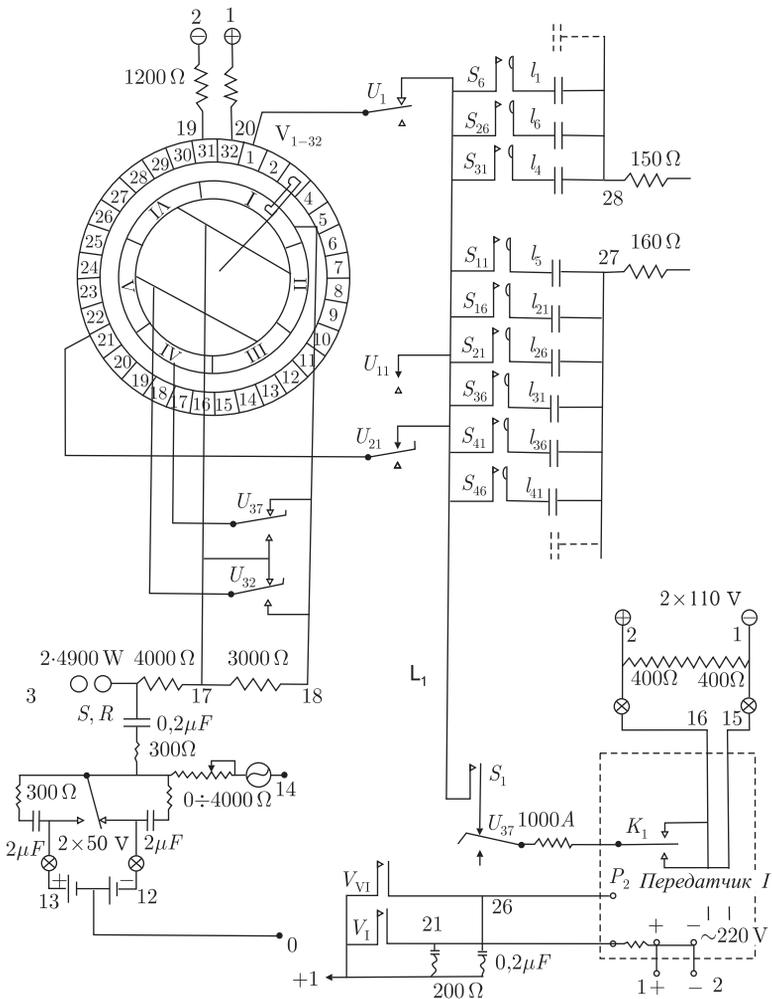


Фиг. 7

21–25 и повторные с ламелей 6–10. Еще остаются на распределителе ламели 31 и 32, которые служат для коррекции (см. ниже).

Все контакты, обозначенные буквой *T*, замыкаются кулачками, сидящими на валу, вращающемся в три раза медленнее, чем вал распределителя.

Контакты, обозначенные *V* с римскими индексами, замыкаются при каждом обороте распределителя кулачками, находящимися на его валу, они зашунтированы конденсаторами $0,2 \mu F$ и сопротивлениями по 200Ω , чтобы устранить искрение. Назначение этих контактов см. ниже.

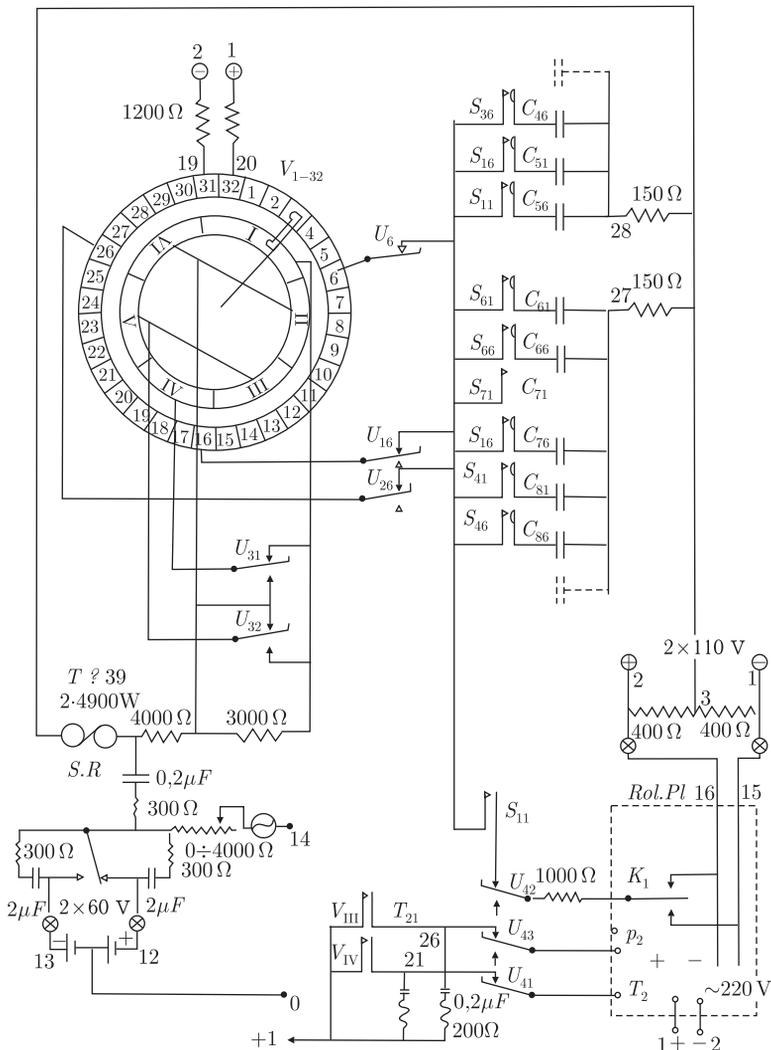


Фиг. 8

При передаче от двух трансмиттеров с двойным повторением (работа «на большом коллекторе») мы имеем аналогичные схемы: фиг. 8 — для первого трансмиттера и фиг. 9 — для второго. Тут также показаны лишь цепи, идущие от первой иголки (для построения цепей других иголок применимо прежнее правило).

Переход с малого коллектора на большой осуществляется поворотом ручки одного переключателя, все контакты которого, на схеме обозначенные буквами *U*, переключаются теперь вверх. Этим выключается третий трансмиттер, меняется момент работы второго, отключаются провода от коллектора *T* и приключаются к коллектору *S*.

Как можно проследить по фиг. 8, теперь одновременно посылаются непосредственная посылка и заряжаются два конденсатора; первый из них дает первое повторение с контакта V_{11} через $2\frac{1}{3}$ оборота распределителя (V) после непосредственной посылки, а второй через $4\frac{2}{3}$ оборота — второе повторение с контакта V_{21} .



Фиг. 9

Второй трансмиттер (фиг. 9) дает аналогично: основные послышки с контактов $V_{16}-V_{20}$, первые повторения с контактов $V_{26}-V_{30}$ через $2\frac{1}{3}$ и вторые повторения с контактов V_6-V_{10} еще через $2\frac{1}{3}$ оборота (всего $4\frac{2}{3}$), так как контакты U_{31} и U_{32} при переходе на эту схему переброшены кверху, то опять основные послышки идут на реле через сопротивление $3000 + 4000$ ом, а повторные только через 4000 ом.

Конденсаторы, служащие для первого повторения, собраны на схеме наверху, для второго внизу. Так как тут заряжаются одновременно два конденсатора: один верхней группы и другой нижней, включенные в параллель, то последовательно с каждой группой включены уравнивательные сопротивления по 150 ом.

Все конденсаторы, служащие для повторений, имеют емкость одну микрофараду.

Приемная часть установки

С приемной радиостанции приходят тональные импульсы, они подаются на клеммы AB (см. фиг. 10) регулятора громкости, сделанного так, что, меняя вольты на клеммах 1 и 2, он не меняет своего входного с линией сопротивления, равного 600 ом. Он может регулировать вольты по 0,4 всего на 4 непера. Последовательно с ним включен (не показан на чертеже) еще такой же регулятор для плавной регулировки, меняющий напряжение по 0,05, всего на 0,5 непера. Затем импульсы попадают на трансформатор 480:12800 витков, первичная обмотка которого зашунтирована сопротивлением 600 ом и с него на сетку лампы $RE-604$. В сетку этой лампы включен прибор, который показывает сеточный ток при перегрузке. Постоянная слагающая анодного тока этой лампы проходит через дроссель 3500 витков, а переменная — через конденсатор $2 \mu F$, на трансформатор 280:10000 витков, первичная обмотка которого настроена конденсатором $0,03 \mu F$ на частоту примерно 800 пер. в секунду. Следующие две лампы $RE-134$ включены пушпулом и служат одновременно и усилителем и автоматическим регулятором силы сигналов. На эти две лампы дается пониженное анодное напряжение от делителя напряжения, состоящего из двух сопротивлений 4000 и 10 000 ом (первое из них зашунтировано конденсатором $1 \mu F$), так что рабочая точка находится у них на нижнем сгибе характеристики. Когда на сетку подается напряжение больше сеточного смещения и появляется сеточный ток, он, проходя через сопротивления по 5 мегом, создает добавочное отрицательное смещение и сдвигает рабочую точку влево, уменьшая этим среднюю крутизну ламп и усиление этого каскада.

Такой автоматической регулировкой («пегель регулировкой») достигается то, что при значительном изменении силы сигналов до этого

каскада после автоматической регулировки напряжение меняется весьма незначительно.

После этого усилителя и регулятора сигналы попадают через трансформатор 6000:1500 на выпрямитель, состоящий из четырех купроксных детекторов, включенных по схеме мостика. Переменная слагающаяся после выпрямления проходит, главным образом, через конденсатор $0,2 \mu F$, а постоянная через миллиамперметр на 10 миллиампер и землю Максвелла на обмотку реле, состоящую из 2×8000 витков. Нормально при нажатии ключа на передатчике через миллиамперметр должен идти ток $5,8 \text{ mA}$, а при точках — 3 mA . Так как через эту обмотку ток от выпрямителя может идти только в одну сторону, а это реле поляризованное, то для возвращения якоря реле обратно служит вторая обмотка 2×1500 витков, по которой пропускается постоянный ток от анодной батареи, создающий ампервитки, противоположные и равные половинной величине ампервитков первой обмотки. Так что, когда сигнал не приходит, то действует только вторая обмотка, а когда приходит, то действие первой преобладает, и якорь перекидывается. Переменным сопротивлением $10\,000 \text{ ом}$ можно регулировать ток второй обмотки, добиваясь, чтобы реле работало симметрично (или с маленьким $+1,5 \mu F$ преобладанием), о чем судят по току в цепи язычка при точках прибором, на этом чертеже не показанным. Третья обмотка реле является обычной гульстадовской обмоткой и служит для увеличения чувствительности реле и для устранения отскакивания язычка при его ударе о контакт.³⁾

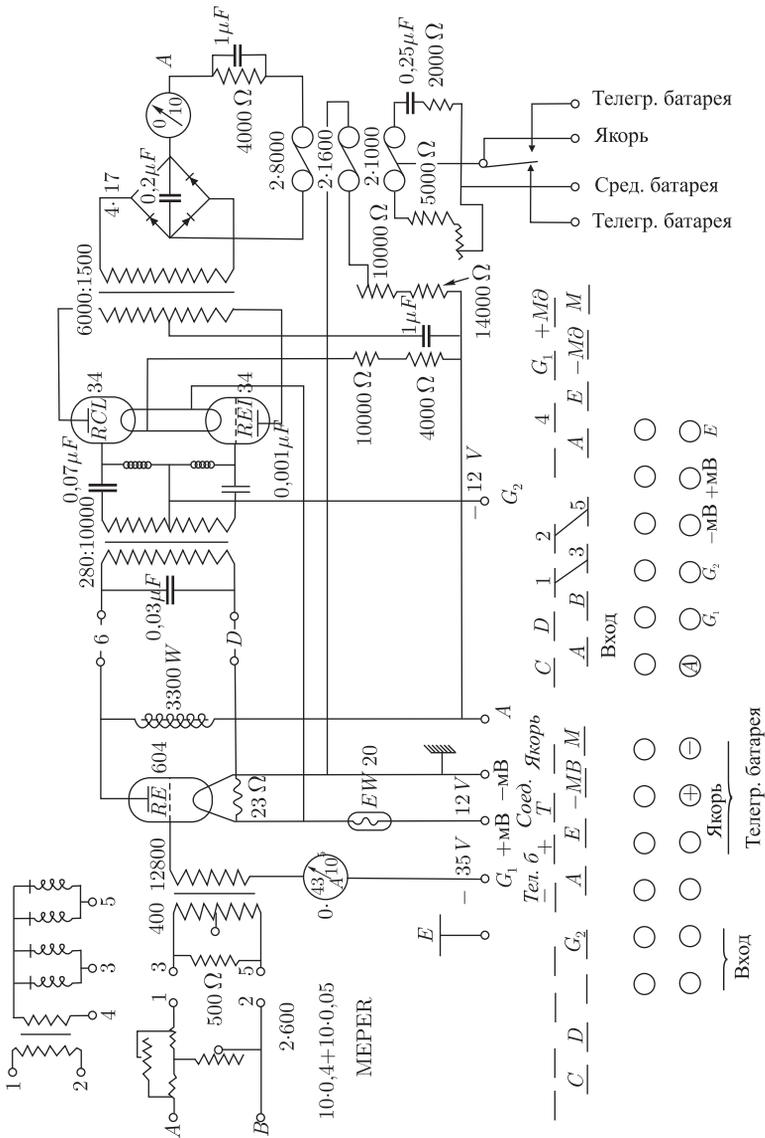
Накал всех ламп производится от машины 11 вольт. Для поддержания напряжения на лампах последовательно с ними включен баретор $EW20$. На сетки задается смещение указанной на чертеже величины от сухой батареи. На анод дается напряжение от аккумуляторной батареи 240 вольт.

Все устройство, показанное на фиг. 10, смонтировано в отдельном железном ящике. На фиг. 11 показан внешний вид этого усилителя.

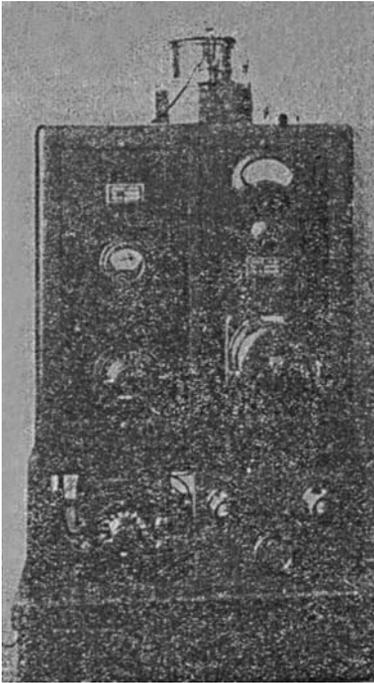
Дальше с этого реле сигналы поступают в шкаф, аналогичный шкафу передатчика, имеющий также три контактных коллектора. Это распределительное-приемное устройство (приемник) Сименс–Вердан показано на фиг. 12.

Рассмотрим сначала схему при работе с одним повторением (сх. мало коллектора приемника — см. фиг. 13). В ней ток с язычка гульстадовского реле поступает на другое, более грубое реле, изображенное на фиг. 13 внизу (подробнее см. фиг. 14), и перекидывает его язычок, в случае прихода сигнала при коротких волнах, книзу, и в случае паузы — кверху (при работе на длинных волнах обмотка реле переключается, и работа идет наоборот).

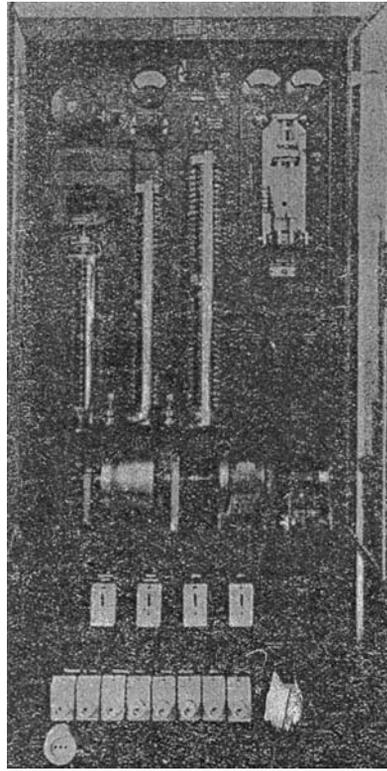
³⁾ Подробнее о реле Гульстада см., например, Гариссон «Телеграфные буквопечатные аппараты».



Фиг. 10



Фиг. 11. Внешний вид усилителя установки Сименс-Вердан

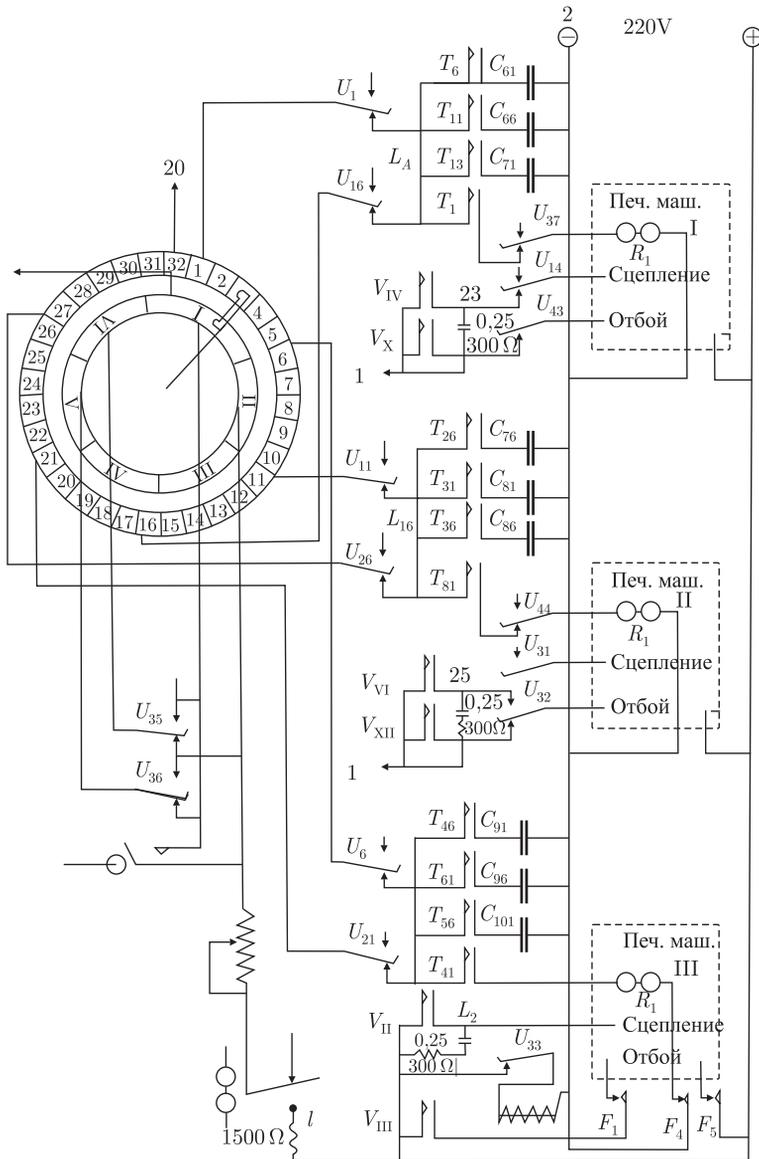


Фиг. 12. Общий вид распределительного приемного устройства (приемника) Сименс-Вердан

Верхний контакт холостой, а к нижнему подведен через сопротивление $1500\ \text{ом}$ плюс $240\ \text{V}$.

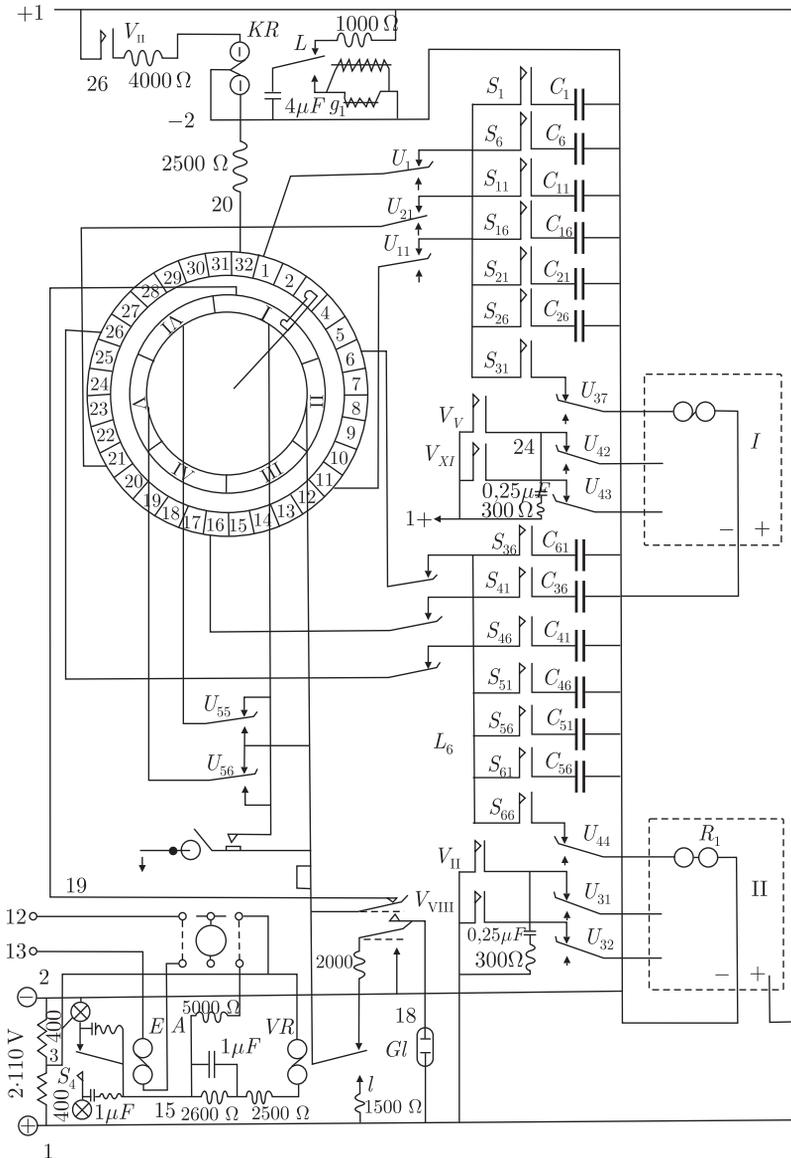
Ток с язычка реле через переменное сопротивление $4 \times 3000\ \text{ом}$ поступает на все сегменты внутреннего кольца распределителя, вращающегося синхронно и синфазно с распределителем передатчика (устройство распределителя такое же, как на передатчике и состоит он, на самом деле, и тут из контактов, а не из колец). Оттуда ток через щетку поступает на ламели внешнего кольца и на конденсаторы.

Допустим, что первая иголка первого трансмиттера передатчика передает импульс, тогда у нас в момент посылки импульса, т.е. когда щетки обоих распределителей передатчика и приемника стоят на ламелях 1, реле на приеме перекинет язычок книзу и пошлет плюс через ламель 1, контакт переключается U_1 и дальше через замкнутый на это мгновенный контакт T_{16} и зарядит конденсатор C_{71} . Затем контакт T_{16} размыкается и через 2,5 оборота распределителя, когда



Фиг. 13

щетка будет стоять на ламели 16 и пришедшее повторение того же импульса перекинёт язычок реле опять книзу, контакт T_{16} опять замкнется и конденсатор C_{71} опять очутится под напряжением. После этого замкнется контакт T_1 , и через еще не успевший разомкнуться



Фиг. 14

контакт T_{16} конденсатор C_{71} разряжается через обмотку реле R_1 первой печатающей машинки, перекидывая язычок этого реле. Если бы приходивший импульс, который передается два раза, не пришел бы сам из-за фединга или не пришло бы его повторение, то конденсатор все-таки бы

зарядился, очутившись в данном случае один раз под напряжением, и, разряжаясь, опять перекинул бы язычок реле R_1 .

Если бы не пришел ни сам импульс, ни его повторения, то конденсатор остался бы разряженным, как и при паузе, и реле R_1 не сработало бы.

Аналогично: конденсатор C_{61} заряжается от первого импульса второй буквы и его повторения, конденсатор C_{66} — от третьей и повторения. Четвертая буква заряжает уже освободившийся к этому времени конденсатор C_{71} и т. д.

От ламели 2 и 17 идет такая же схема (на чертеже для простоты не показана), только все контакты и конденсаторы имеют индекс на 1 больше, и у нее конденсатор разряжается на второе реле первой машины и т. д. до 5 и 20 ламели, работающих на 5 реле первой машинки.

Таким образом, на приеме язычки реле машинки займут те же положения, что иголки на транзиттере. Эти реле замыкают особые цепи в машинке, что вызывает печатание той или другой буквы. После того как машинка сработала, замыкается контакт V_x , и посылается в машинку импульс, ставящий все язычки реле машинки на место.

Аналогично: машинка вторая работает от второго транзиттера и третья от третьего.

Все контакты T замыкаются кулачками особого вала, вращающегося в три раза медленнее распределителя.

Ключ, показанный в левом нижнем углу чертежа, служит для отключения секторов внутреннего кольца, по которым идут повторения. Он дает возможность демонстрировать искажения, которые получаются при работе без повторений.

При передаче на длинных волнах могут исчезать не импульсы, а паузы. Поэтому обмотка реле переключается, и конденсаторы теперь будут заряжаться не от импульсов, а от пауз, и, чтобы буква была напечатана верно, нужно чтобы каждая пауза прошла верно хотя бы один раз. Так как теперь конденсаторы заряжаются от пауз, то чтобы передать ту же букву, нужно, чтобы передатчик давал вместо пауз импульсы и, наоборот, что осуществляется, как уже было сказано, переполюсованием телеграфной батареи на передатчике.

На схеме фиг. 14 показан случай приема по двум каналам с тремя повторениями; переход с предыдущей на эту схему осуществляется переключением всех контактов, обозначенных буквой U , кверху. Этим отключается третья машинка; контакт U_{33} (см. фиг. 13), размыкаясь, прекращает ток через электромагнит, что ведет к прекращению питания машинки. Отключаются также все контакты T малого коллектора и приключаются большой коллектор, вращающийся в шесть раз медленнее распределителя и замыкающий контакты с индексами S . Контакты U_{35} и U_{36} , переключаясь, дают опять возможность ключом демонстрировать действие повторений.

При работе по этой схеме каждый импульс и каждая пауза повторяются передатчиком по три раза через $2\frac{1}{3}$ оборота, и соответственно этому три раза импульс (или при длинных волнах пауза) заряжает один и тот же конденсатор, который потом разряжается на реле машинки. Это дает возможность правильно принимать, если только хоть один импульс из трех (пауза при длинных волнах), придет правильно.

Это осуществляется своевременным замыканием контактов S .

Внизу фиг. 14 показана схема подводки к реле, работающему на распределитель. Схема, там приведенная, соответствует работе на себя, когда линия со своего передающего устройства подведена к точкам 12 и 13, тогда реле передающего устройства работает на первое реле, которое уже работает на реле распределителя (VR).

Мы видим, что на второе реле VR дается напряжение через землю Максвелла, состоящую из емкости $1 \mu F$ и сопротивления 2.500 ом. Это сделано для ускорения нарастания тока в обмотках реле.

Миллиамперметр, переключаясь, как показано на схеме, может контролировать ток как до, так и после первого реле.

При работе по радио первое реле вынимается из своего гнезда и вставляется гультстадовское реле в выпрямителе (см. фиг. 10), провода которого, там обозначенные, через телегр. бат., середину тел. бат., якорь, +тел. бат., — теперь окажутся присоединенными к точкам (см. фиг. 14): 16, 3, 15, и 14 соответственно, и его работа ничем от предыдущего отличаться не будет (таким образом, если мы, не вынимая гультстадовского реле из выпрямителя, вставим первое реле в приемное устройство, то якоря этих реле будут соединены параллельно, что может привести к кор. замыканию телегр. батареи. Это является, правда, легко устранимым недостатком схемы).

Поддержание синхронизма

Для того, чтобы установка работала правильно нужно, чтобы коллекторы и распределители приемника и передатчика работали строго синхронно и синфазно.

Для этого как в приемнике, так и в передатчике на одной оси с мотором постоянного тока, вращающим коллекторы, насажен синхронный мотор, питаемый от камертонного генератора (его устройство см. ниже), дающего переменный ток постоянной частоты (см. фиг. 5 и 12). Статор синхронного мотора создает вращающееся магнитное поле, и если мотор постоянного тока дает слишком мало энергии для поддержания нужного числа оборотов, то ротор синхронного мотора будет отставать от вращающегося поля на некоторый угол и синхронный мотор будет работать в качестве мотора, помогая мотору постоянного тока и поддерживая нужное число оборотов. Если же мотор постоянного тока будет давать слишком много энергии, стараясь сделать вращение ротора быстрее вращающегося магнитного поля, то ротор синхронного

мотора будет опережать вращающееся магнитное поле на некоторый угол, и синхронный мотор будет работать, как генератор, превращая лишнюю механическую энергию в электрическую и поддерживая опять нужное число оборотов.

Но так как камертонные генераторы на приеме и передаче долгое время поддерживать точно одну и ту же частоту не могут, то в этой установке к синхронизации добавляется еще коррекция, для чего с ламелей 31 и 32 (см. фиг. 9) распределителя передатчика посылаются минус, а затем плюс через линейное реле передачи (точки 1 и 2, питающие эти ламели, присоединены к точкам 1 и 2 напряжения, подаваемого на трансмиттеры). Это вызовет при коротких волнах посылку импульса высокой частоты в эфир с ламели 31 и паузу с ламели 32 (на длинных волнах будет наоборот).

При приходе паузы при коротких волнах язычок реле на приеме (фиг. 14) перебрасывается к холостому контакту, и если распределители вращаются синфазно, то щетка в это мгновение будет находиться на 32 ламели, в нее ничего не пошлетя и ничего не произойдет. Если же теперь щетка приемника на некоторый угол опередит передатчик, то на ламель 32 попадет импульс, который, собственно говоря, предназначался для холостой ламели 31. Этот импульс через сопротивление 2,500 ом попадет в обмотку коррекционного реле, перекидывая язычок к нижнему контакту и дальше на провод -2 . Когда язычок этого коррекционного реле попадет на нижний контакт, то конденсатор $4 \mu F$ разрядится на коррекционные электромагниты, которые осуществляют сцепление особой муфточки, и статор синхронной машины при помощи зубчатой передачи повернется на угол $11,25^\circ$ против вращения. Поэтому ротор окажется опережающим, вращающееся магнитное поле и синхронный мотор начнут отбирать механическую энергию, и вращение немного замедлится, пока ротор не придет в нормальное положение относительно вращающегося магнитного поля. Это замедление на $11,25^\circ$ соответствует замедлению на $1,8^\circ$ по оси распределителя, т. е. на $1/200$ оборота, или на 0,16 ламели.

После такого замедления щетки передатчика и приемника придут опять в синфазность, и когда через некоторое время щетка приемника опять опередит, то опять попадет импульс на ламель 32 и опять щетка приемника немного подтормозится. После того, как коррекция сработала, замыкается контакт V_{XII} , через вторую половину обмотки реле проходит импульс, и язычок реле перебросятся кверху, заряжая опять конденсатор $4 \mu F$.

Итак, если приемник вращается немного быстрее передатчика, то коррекция все же не дает нарушиться синхронизму, но если приемник будет вращаться медленнее, то коррекция не поможет, щетка приемника будет все больше и больше отставать, и работа нарушится. Поэтому частота камертонного генератора на приемной установке регулируется при помощи передвижных грузов на камертоне так, чтобы приемник вращался быстрее передатчика.

Для суждения о скорости приемника служит черный, имеющий белую полосу диск, насаженный на ось распределителя и освещаемый неоновой лампой, которая работает, как это показано внизу фиг. 14, от реле, работающего на распределитель при переводе двойного ключа вниз. Когда трансмиттеры не работают и дается только одна коррекция, то неоновая лампа вспыхивает от коррекционного сигнала раз за каждый оборот передатчика, и если приемник вращается синхронно с ним, то белая полоска диска из-за стробоскопического эффекта будет казаться стоящей неподвижно. Если приемник будет отставать, то будет казаться, что полоска вращается против вращения диска, а если будет спешить, то полоска будет вращаться по вращению последнего, чего и добиваются, регулируя камертон.

После того, как это сделано, ключ переводится наверх, неоновая лампа выключается и включается коррекция, которая будет вращать статор синхронного мотора пока распределитель приема не будет работать синфазно с передатчиком.

Кроме этих двух положений ключа, имеется еще среднее положение, когда работает коррекция и неоновая лампа продолжает гореть.

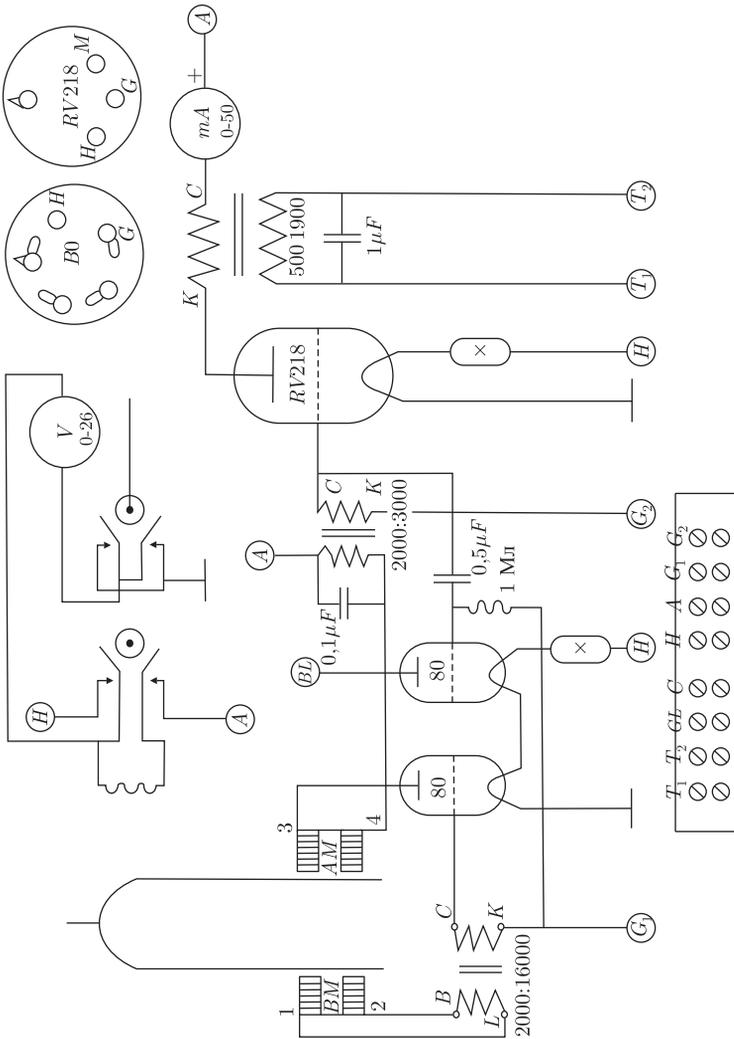
При длинных волнах получается то же самое, так как телеграфная батарея и реле на приеме переполюсованы.

Если коррекционный импульс пропал из-за фединга, то синфазность не нарушается, так как в следующий оборот придет другой импульс, и коррекция сработает. Фединг может уничтожить пять коррекционных импульсов подряд, не нарушая коррекции. Также коррекция не собьется, если на длинных волнах пять коррекционных пауз подряд будут уничтожены разрядами.

Камертонный генератор

Схема этого генератора изображена на фиг. 15.

При включении анодного напряжения на эту схему, оно подается на клеммы со значком *A*, а через анод первой лампы пойдет ток, который, проходя через электромагнит *AM*, даст толчок камертону, и последний начнет колебаться. При колебаниях камертон другой своей ножкой будет в обмотках электромагнита *BM* наводить электродвижущие силы, которые вызовут ток и переменное напряжение на сетке первой лампы. Это напряжение будет вызывать пульсирующий анодный ток, который при помощи электромагнита *AM* будет поддерживать уже возникшие колебания камертона; анодный ток первой лампы проходит еще через первичную обмотку трансформатора 2000:3000 витков, с грубо настроенной при помощи конденсатора $0.1 \mu F$ первичной обмоткой, давая этим переменные вольты на лампу *RV-218*, которая является мощной усилительной лампой и подает усиленную мощность через трансформатор 500:1900 витков на синхронный мотор, подключенный к клеммам T_1 и T_2 . Последовательно с первичной обмоткой этого трансформатора включен миллиамперметр на 50 миллиампер, показы-



Фиг. 15

вающий постоянную слагающую анодного тока последней лампы. По этому прибору можно судить о том, работает синхронный мотор в данный момент генератором или мотором. В первом случае синхронный мотор отбирает часть энергии мотора постоянного тока и дает ее на камертонный генератор, что выражается увеличением анодного тока, показываемого прибором. Во втором случае синхронный мотор будет превращать часть энергии камертонного генератора в механическую, отбирая от камертонного генератора энергию; это вызовет уменьшение анодного тока, показываемого прибором. Нормально мотор постоянного тока регулируется посредством включенного последовательно с ним реостата так, чтобы давать как раз нужное число оборотов, и синхронный мотор работает вхолостую. О наступлении этого состояния судят по анодному току; нормально он должен быть 22 миллиампера.

Для того, чтобы судить о том, регулирует ли синхронный мотор обороты или нет, служит цилиндрок с прорезями, помещенный на оси мотора. Внутри него помещена неоновая лампа, питаемая от анодной батареи последовательно со второй лампой камертонного генератора (лампа приключена к клемме, обозначенной BL) и так как на сетку этой лампы подается с сетки лампы $RV-218$ через конденсатор $0,5 \mu F$ переменное напряжение, то анодный ток получается прерывистым, и неоновая лампа мелькает с частотой камертонного генератора. Поэтому, когда синхронный мотор регулирует обороты, прорезы во вращающемся цилиндрике кажутся неподвижными из-за стробоскопического эффекта.

В качестве первых двух ламп применены лампы BO , в качестве третьей, питающей синхронный мотор, — $RV-218$. Анодной батареей служит аккумуляторная батарея 240 вольт. Накал питается напряжением 11 вольт, при чем для регулировки напряжения последовательно с накалом включены барреты, обозначенные на схеме крестиками.

В верхней части схемы показано включение прибора, служащего для контроля анодного напряжения и напряжения накала.

Так как скорость работы установки зависит от скорости вращения коллекторов, а последнее — от частоты камертонного генератора, то для изменения скорости нужно частоту камертонного генератора менять. Это осуществляется, во-первых, сменой камертонов и, во-вторых, сменой дополнительных грузов, привинчиваемых к ножкам камертонов. Получающиеся при этом скорости показаны в таблице 1.

Как видно из таблицы, число оборотов мотора в 8 раз меньше частоты камертонного генератора. Это потому, что синхронный мотор имеет 8 пар полюсов.

Включая дополнительно последовательно с мотором сопротивление, можно заставить мотор работать так, что число его оборотов будет в 16 раз меньше частоты камертона и этим уменьшить все скорости еще вдвое.

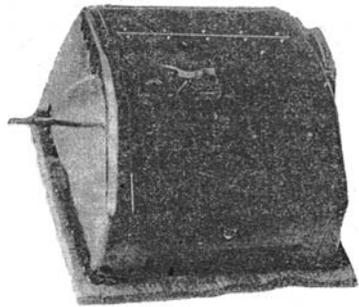
На приемной установке грузы, кроме того, могут перемещаться вниз и вверх при помощи особых тяг и микрометрического винта, меняя этим плавно число оборотов.

Следует упомянуть о возможности искажений при работе на установке Сименс–Вердан. Здесь, теоретически, мы имеем следующее: если при обыкновенной передаче 10% всех букв получается в искаженном виде, то при двойной передаче знаков искаженными оказывается только 0,4%, а при тройной передаче — только 0,16%.

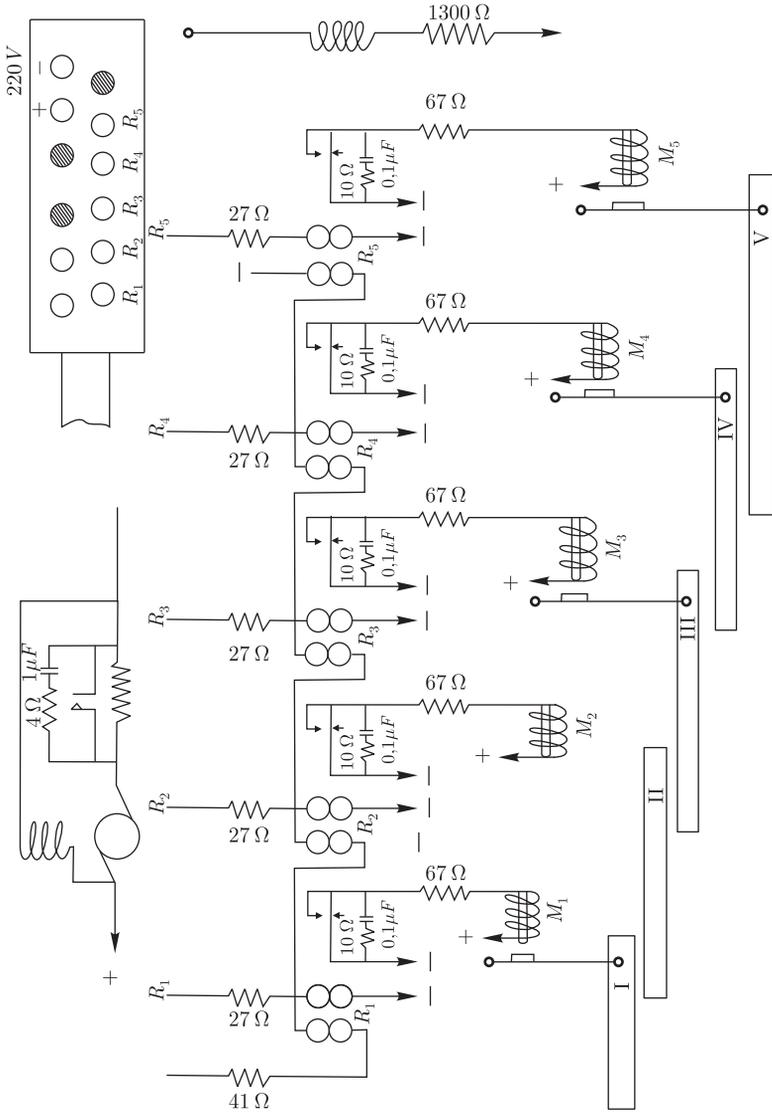
Телепишущая (печатающая) машинка Сименса (см. фиг. 16 и 17)

На фиг. 18 помещена электрическая схема печатающей машинки. R_1, \dots, R_5 являются поляризованными реле, работающими от разрядов конденсатора. При разряде язычок этих реле перекидывается кверху и посылается ток через электромагнит M , который передвигает соответствующую комбинаторную линейку. Когда буква принята, язычки реле занимают соответствующие положения и притягивают соответствующие линейки. В линейках есть прорезы, а на них лежат рычаги от всех букв. Когда линейки займут положение, соответствующее какой-нибудь букве, один из этих рычагов провалится, затем замыкается контакт V_V (фиг. 14) и посылается ток через электромагнит, изображенный справа (фиг. 18), который сцепляет муфточкой эксцентрик с постоянно вращающимся мотором, помещенным в машинке. Эксцентрик при помощи планки дергает за провалившийся в комбинаторные линейки рычаг, и печатается буква, связанная с этим рычагом. После этого замыкается контакт V_{X1} (фиг. 14) и дается импульс в левые обмотки реле через сопротивления в 4 тысячи ом, отчего у реле язычки перекидываются обратно книзу, и машинка приводится в начальное положение.

Наверху слева помещена схема мотора и центробежного регулятора, сидящего у него на оси. Если мотор вращается слишком быстро, то размыкается контакт, помещенный на этой схеме, и последовательно с якорем включается сопротивление в 1250 ом, отчего мотор замедляется. При помощи особого винта можно регулировать число оборотов мотора на ходу. Нормально оно должно быть таким, чтобы ось, передающая вращение от мотора к эксцентрику, вращалась со скоростью 5–6 оборотов в секунду.



Фиг. 16. Телепишущая машина Сименса



Фиг. 18

Таблица 1

Камертон	Частота камертона	Обороты мотора в сек.	Скор. вращ. распред. в сек.	Число импульсов в сек. (роды)	Число слов в минуту	
					два повт.	одно повт.
Короткий 150 мм						
1) Без добавочных грузов	200	25	4	128	96	144
2) С малым грузом	171.5	21.5	3.44	110	82.5	124
3) С большим грузом	144	18	2.88	92	69	104
Длинный 174 мм						
4) Без добавочных грузов	150	18.8	3	96	72	108
5) С малыми грузами	128	16	2.56	82	61.5	92
6) С большими грузами	109	13.6	2.18	70	52.5	78.5

Наверху справа помещена схема вилки, при помощи которой машинка включается. На ней заштрихованные кружочки являются холостыми вилками, к остальным же подводятся провода согласно обозначениям на этой схеме.

Трансмиттер (см. фиг. 4)

В верхней части схемы изображены иголки K_1, \dots, K_5 , замыкающиеся на + или -, смотря по напуншированной ленте, идущей над ними, и посылающие ту или иную комбинацию импульсов.

Для протаскивания ленты на ламель 3 (со значком T_r) подается импульс со специального контакта коллектора V , примерно, через 6 контактов после того, как буква будет передана.

Этот импульс проходит через язычки реле r_3 и r_1 на электромагнит $T_r M$, который посредством храпового колесика и звездочки протаскивает ленту. Одновременно с протаскиванием замыкается контакт K , и ток, проходящий через обмотки реле R_1 и R_2 (реле R_1, \dots, R_4 двухобмоточные поляризованные) перекидывает их язычки, если они не были перекинуты, вправо, т. е. в рабочее положение, чем подготавливает передачу следующей буквы.

Остальные усложнения в схеме служат для того, чтобы:

1) Нажимая кнопку KL на трансмиттере, давать этим на все иголки + (перекидывая язычок влево), т. е. комбинацию, вызывающую на приеме звонок, при этом продвижение ленты приостанавливается и на трансмиттере звонит контрольный звонок.

2) Если лента натянется, — что здесь возможно, так как она идет непосредственно с пуншера, — то чтобы не происходил обрыв, она при этом подымает особый рычажок, размыкающий контакт, вклю-

ченный последовательно с верхней обмоткой реле R_1 , этим самым останавливается движение ленты и дается на все иголочки при помощи реле R_2 минус, чем и останавливается печатающая машинка на приеме. Другой контакт, включенный последовательно с только что упомянутым, размыкается, если лента в трансмиттер не вложена и этим приостанавливает лентопротяжное устройство.

Токопрохождение при вышеупомянутых операциях легко проследить, принимая во внимание, что:

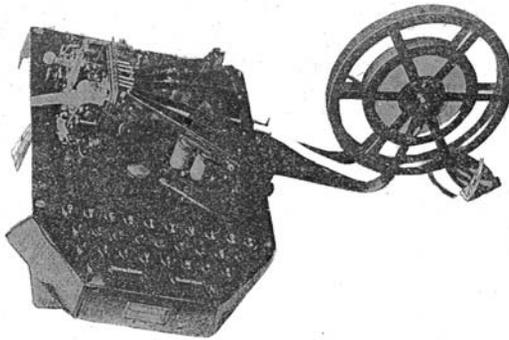
1) На ламель 4 (со значком P_r) на пять контактов раньше, чем на ламель 3, подается импульс от особого контакта распределителя.

2) Реле R_1, \dots, R_4 поляризованные и имеют по две обмотки. При прохождении через них тока язычок перекидывается в сторону, показанную стрелкой на обмотке.

3) Язычок реле R_1 обозначен r_1 , R_2 через r_2 и т. д.

Эта схема устраняет все возможные ошибки в тексте, могущие произойти от нажатия звонка или от остановки ленты.

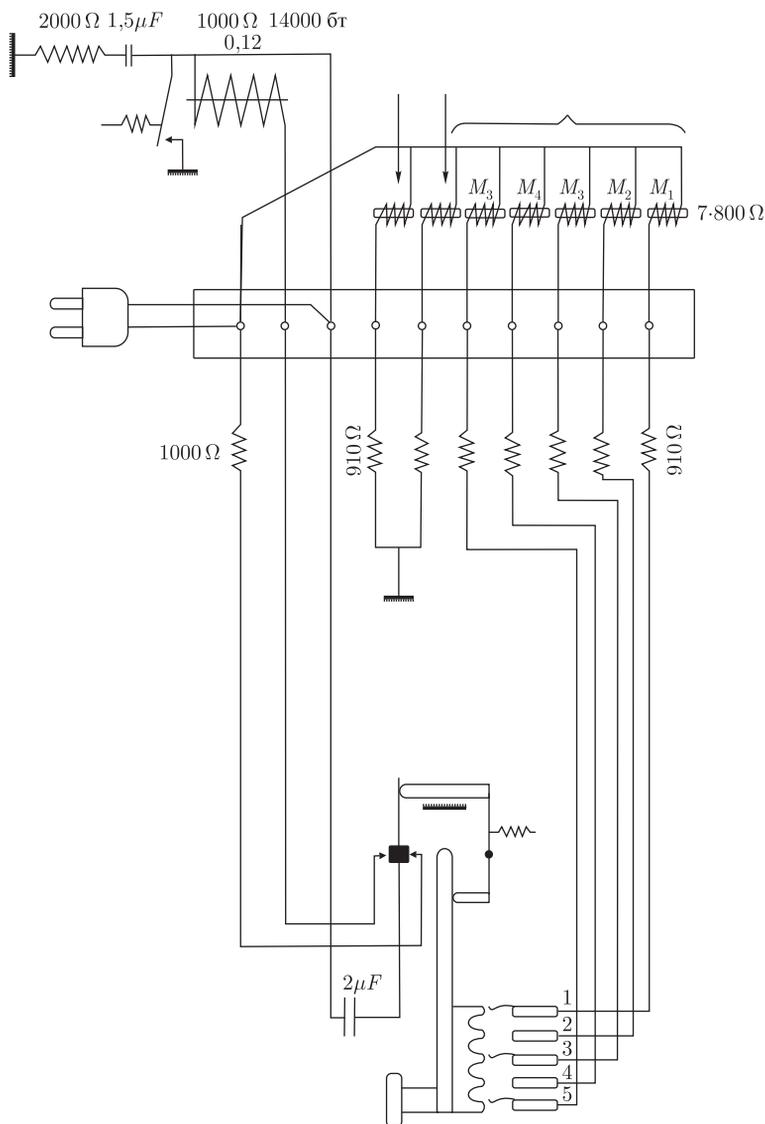
Перфоратор (см. фиг. 19)



Фиг. 19. Перфоратор Сименса

Электрическая схема его показана на фиг. 20. На этой схеме через M_1, \dots, M_3 обозначены электромагниты, пробивающие в ленте ту или иную комбинацию рабочих отверстий, в зависимости от буквы; расположенный в том же ряду шестой электромагнит служит для пробивания ведущих отверстий, а седьмой — для протаскивания ленты. Перфоратор питается от 240V постоянного тока через штепсельную вилку.

При нажатии клавиши (на схеме изображена только клавиша буквы g) мы даем на корпус те или другие обмотки электромагнитов, пробивающих отверстия, и разряжаем конденсатор $2 \mu F$ (общий для всех клавиш) на электромагнит 1000 ом 14000 битков. Этот электромагнит даст на мгновение один из полюсов питания на корпус и тем



Фиг. 20

самым приведет в действие нужные электромагниты, обмотки которых были даны на корпус.

При отпускании клавиши конденсатор 2 μF опять заряжается и снова может работать.

Общая схема включения установки (см. фиг. 21)

Эта установка питается от следующих источников:

1) Анодная аккумуляторная батарея 240V, питающая аноды камертонных генераторов и ламп усилителя (+ на схеме обозначен буквой А).

2) Накальная аккумуляторная батарея 11V, питающая все накалы ламп (провода с буквой Н). Минусы этой и анодной батареи заземлены.

3) Сухие батарейки для дачи смещения на сетки ламп (клеммы для их присоединения обозначены буквами С).

4) Телеграфная батарея 50×2 вольт с заземленной средней точкой.

5) Машина 210V, питающая все остальное. Подводка питания к отдельным частям установки видна на схеме. Вся проводка сделана гуперовским проводом, за исключением линии, подающей тональные сигналы от коммутатора на приемную установку. Эта линия сделана из телефонного освинцованного кабеля.

Кроме этого, на схеме имеются три переключателя, из них:

1) Одинарный, позволяющий работать на линию или от установки или от ключа Морзе (при начале работы).

2) Двойной, переключающий установку или на работу по радио или же на буквопечатающий контроль от себя (в последнем случае нужно еще вынуть реле из выпрямителя и вставить в приемник).

3) четвертый, позволяющий контролировать на ондуляторе как передаваемую, так и принимаемую работу.

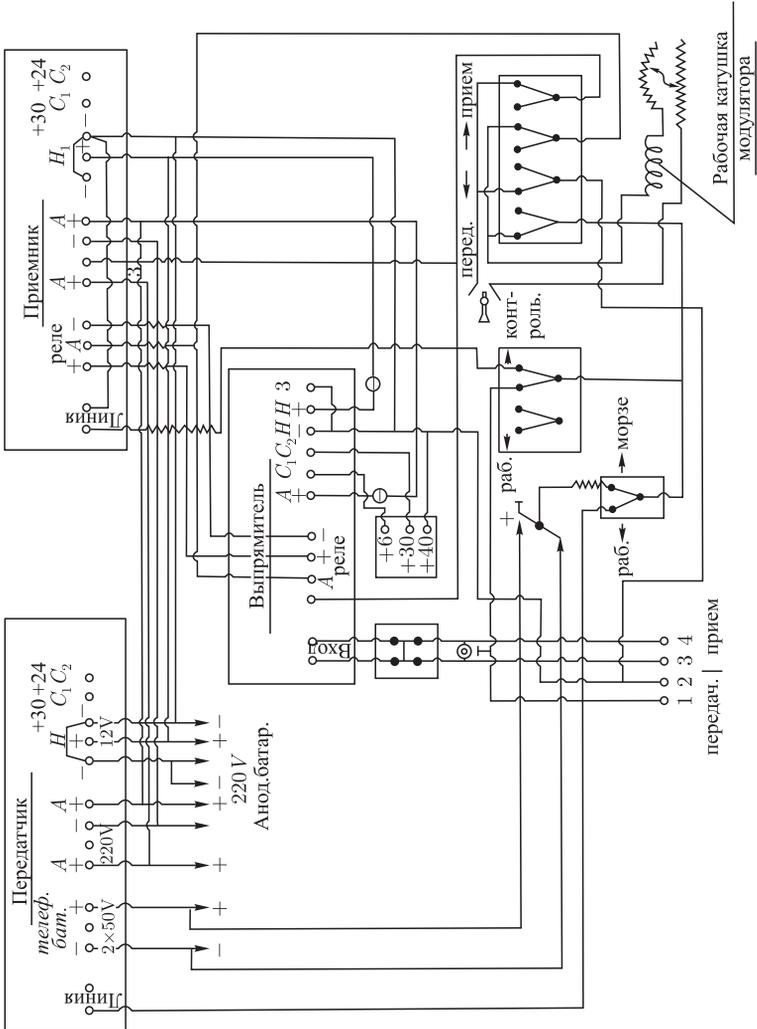
Все эти переключатели вместе с контрольным ондулятором, сопротивлениями к нему, ключом Морзе и джеком, включающим ондулятор расположены на отдельном столике (см. фиг. 22).

На фиг. 22 показан общий вид установки Сименс–Вердан.

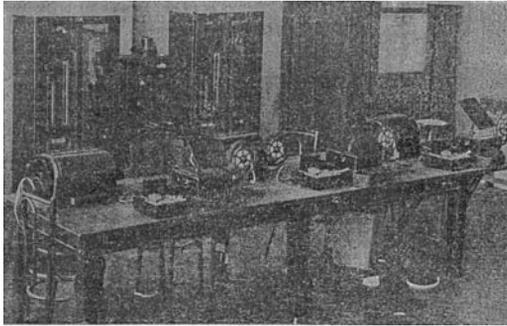
Пуск в ход и проверка установки

Перед началом работы нужно обращать внимание на следующее:

а) Круглое реле выпрямителя перед вставлением должно быть осмотрено. Необходимо тщательно следить за чистотой его контактов. В случае надобности, контакты должны быть прочищены специальной пластинкой и установлено контактное расстояние = 0,1 мм. После осмотра и чистки реле ставится на свое место и проверяется работа этого реле в схеме Гульстада. Предварительно необходимо: 1) выключить 220V на приемной установке, 2) поставить конденсаторы позади выпрямителя (см. таблицу), 3) замкнуть накоротко сопротивление в 5200 ом, установленное сверху выпрямителя (катушка 4000 ом + 1200 ом в уитстоновском реостате). Затем, вращая большой регулировочный винт реле, добиваемся того, чтобы миллиамперметр приемной установки показывал отклонение вправо в 1–2 mA (переключатель миллиамперметра должен находиться в положении «ток реле» — вниз).



Фиг. 21



Фиг. 22. Общий вид установки Сименс–Вердан

б) За пять минут до начала работы пускаются передающая и приемная установки, проверяются все рабочие напряжения и еще раз испытывается ондулятор.

Передающая установка

а) Перед началом работы необходимо поставить оба переключателя на столе ондулятора в положение «Работа». Затем, по линейному миллиамперметру проверяется, замкнута ли линейная цепь и имеется ли необходимая сила тока (25 мА).

После испытания провода переключатель ставится в положение «морзе», и в течение 3 минут на ключе даются позывные передатчика. Затем переключатель снова ставится в положение «работа», и мультиплексом даются точки, которые временами нужно контролировать на ондуляторе (положение переключателя «передача»). После этого необходимо ждать ответа противоположной станции.

б) Если противоположная станция потребует точки для измерения, то необходимо прежде всего дать фазу, потом по одному каналу — звонок, затем перейти на большой коллектор и давать точки (С — канал 1, Т — канал 2). Точки необходимо контролировать на ондуляторе. По истечении 3 минут опять после сигналов звонка нужно перейти на малый коллектор и давать по 3-му каналу пробный текст (если раньше была работа на большом коллекторе, то, конечно, переходить на малый коллектор не следует).

Приемная установка

а) Работа с автоматической регулировкой. Прежде всего необходимо путем вращения ручки потенциометра определить максимальное положение, при котором наступает быстрое падение анодного тока. Отклонение стрелки при точках должно быть 2,7–3,3 мА во всей области от нуля до этого максимального значения потенциометра. Если отклонение стрелки получается другого порядка, то это указывает на

то, что получают искаженные импульсы. После определения максимального значения затухание уменьшается тем, что ручка потенциометра передвигается влево на 4–5 делений (каждое по 0,4 непера). Затем, вращая ручку, находящуюся под миллиамперметром выпрямителя, устанавливаем компенсационный ток приемного реле так, чтобы стрелка миллиамперметра, имеющегося на приемной установке, давала при точках отклонение вправо на 1–2 мА. Теперь следует сравнить собственную скорость приемника со скоростью передатчика. Для этого необходимо поставить переключатель маркировки фазы в нижнее положение «без коррекции» и следить за стробоскопической шайбой. Вращением регулировочного винта камертона нужно достичь того, чтобы луч медленно начал вращаться против часовой стрелки. Затем включают коррекцию, т. е. ставят переключатель в среднее положение и, нажимая на вилку камертона, заставляют луч идти по часовой стрелке. Таким путем луч ставится в нормальное положение, т. е. у черточки с передней стороны шайбы. При установке фазы необходимо помнить следующее основное правило: хочешь получить вращение луча по часовой стрелке, — вращай регулировочный винт камертона тоже по часовой стрелке, и наоборот. Включивши коррекцию, необходимо проследить, как она работает. Зависимость между скоростями работы и корректирования дана в прилагаемой ниже таблице. Если коррекция в порядке, то переключатель ставится в верхнее положение «прием», и включаются первая и вторая печатающие машинки. Тогда (при точках) первая машинка будет печатать *G* или 8, а вторая — *T* или 5.

б) Выбор коллекторов следует производить по наблюдениям за контрольной лентой ондулятора и по ошибкам на лентах печатающих машинок.

1) Позитивные ошибки:

Если получаются только позитивные ошибки на ленте ондулятора (т. е. заполняются промежутки между знаками), то эти ошибки до известной степени могут быть исправлены самим аппаратом по принципу Вердана. Если на лентах печатающих машинок 1 и 2 (принимаем точки на большом коллекторе) нет ошибок, то результат необходимо обожждать до получения сигналов коррекции. Прежде всего необходимо установить фазу. Затем следует перейти на малый коллектор, включить третью печатающую машинку и смотреть за тем, настолько ли сильны позитивные помехи, что они вызывают отпечатание ошибочных знаков, к которым принадлежит также и продвижение ленты.

Если ошибки не появляются, то можно работать на малом коллекторе, если же получаются ошибки, то следует перейти на большой коллектор и на нем работать.

2) Негативные ошибки.

Если получают негативные ошибки (или вместе с позитивными ошибками), то будут одновременно замечаться в контрольном телефоне сильные помехи.

Далее при отпечатании G или T будут получаться негативно искаженные буквы.

В таком случае необходимо немедленно заявлять приемной станции о подстройке.

Если же, несмотря на все старания приемной станции, негативные помехи останутся, то, как крайняя мера, необходимо замкнуть на коротко автоматич. регулировку (пегель-регулировку).

		+					-							+					-				
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5			1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A		WR	U	J	ZL	↑	Ausfall transport Unterdruck.					Q		kling				R	K	T	C		
.		WR	7	KL	ZL	↓						1						4	§	S	(
B	C	F		R		Z	Y				R	Q	M					P	S	B			
?	(/		4		Z	6				4	1	-					O	M	?			
C	D			Q	B	J	U				5	T	W	R			B		V				
(,			1	?	KL	7				M	5	2	4			B		6				
D		Klingel ausfall			↑	F	C	H	0		T	V	Q		S	ZL	U						
,					↓	/	(+	9		S)	1		M	ZL	7						
E	WR	I	G	X		↑Transport					U	0	C	T	V	A							
3	WR	8	&	%		↓					7	9	(5	6	:							
F	D			N	B	G	I			V			kling		W	T	Z	0					
1	,			-	?	&	8)					2	5	.	9					
G	H	F	M		Z		E			W	V		N		S	X	1						
&	+	/	,		Z		3			2)		-		M	%	8						
H		D	L	G	J	WR				X	Z	W	M		B		E						
+		,	=	&	KL	WR				%	.	2	,		B		3						
I	0		F	W	Y	E				Y	U	I	B	S			↑Transport unter.						
8	9		/		6	3				6	7	8	?	M.									
J	H	C	K	Z		A				Z		V	L		X	ZL	WR						
kl	+	(§	Z	:					.)	=		%	ZL	WR						
K	L	Q		P	KL	J				B	ZL	X	S	P			↑Transport unter.						
§	=	1		0	KL	KL				B	ZL	%	M.	O			↓						
K	aus full.	kling		M	K	Z	H			Z	J	G	B	P			↑Transport unter.						
=				,	§	.	+			Z	KL	%	?	0			↓						
M	L	N		P	X	G				ZL	Z	T	K		B		A						
)	=	-		O	%	&				ZL	.	S	§		B		:						
N	kling	Ausfall			R	M	W	F		WR	0	H	Z		E	A							
-				4)	2	/			WR	9	+	.	3	:								
O			V	I	U	WR				kling					N	Q	L	V	D				
9			D	8	7	WR									-	1	.)	,				
P	K	M	R			B	Z				A	E	V	Z	B								
0	§)	4			B	Z				:	3	6	Z	B								

Фиг. 23. Таблица возможных ошибок

в) Работа без автоматической регулировки. После замыкания на коротко конденсаторов автоматической регулировки силу тока нужно уже регулировать от руки. Для этого следует сначала верхнее сопротивление (10×0.4 непера) и затем нижнее сопротивление (10×0.05 непера) установить так, чтобы при точках отклонения стрелки анодного миллиамперметра составляло бы 3 мА. Затем, путем вращения ручки компенсационного сопротивления также добиваемся того, чтобы стрелка миллиамперметра приемной установки давала бы отклонение вправо на 1–2 мА. После включения коррекции и т. д. следует произвести выбор коллектора. Если, несмотря на это, при малом коллекторе получаются негативные ошибки, то следует еще раз просить приемную станцию дать другую настройку. Если полное устранение негативных ошибок получить невозможно, то лучше работать на малом коллекторе, чем на большом. Лучше было бы совершенно выключить коллектор (при работе на малом коллекторе), если только от этого число позитивных ошибок будет не больше, чем количество негативных ошибок до выключения коллектора.

Контроль передачи при помощи ондулятора

Большой коллектор. Канал 1. Буква G

а) Как только при каждом обороте, следовательно, на расстоянии 32 импульсов, на ленте ондулятора появляется одно удлинение импульса или одно удлинение паузы, то это указывает на то, что имеется искажение, зависящее от распределителя. Соответствующий контакт V или относящийся сюда контакт U (см. схема передачи при б. коллекторе по I и II) может быть определен тем, что по возможности одновременно поднимаются крышки 1-го и 2-го трансмиттера, благодаря чему станут получаться фазовые сигналы, и нужное место определяется на ондуляторной ленте путем отсчета от фазового сигнала равного $V32$.

б) Как только ошибка появляется на расстоянии 10, 10, 12 импульсов, то налицо имеется.

1) или неисправность автоматического трансмиттера, которая находитсЯ путем замены трансмиттера. Тогда соответствующий контакт неисправного трансмиттера нужно почистить или подрегулировать;

2) или неисправность контакта; для канала 1 неисправность может быть в контактах S_1-S_5 или в контактах переключателя $U_{37}-U_{41}$.

Для канала 2 — соответственно в контактах $S_{51}-S_{55}$ или $U_{42}-U_{46}$.

в) Если появляются искажения на расстоянии 192 импульсов, то необходимо соответствующие контакты S изолировать бумажной прокладкой и смотреть, появляется ли благодаря такому размыканию контакта новая ошибка или нет; только в последнем случае дело зависит от соответствующего контакта, который нужно почистить или установить поплотней.

Таблица 2

Код	Боды	Букв в минуту на кан.	Камертон с постоянным грузом	Дополнительный груз	Дополнит. конденсаторы (см. сзади)		Положение ручки зарядного сопротвления			Через сколько секунд должен работать счетч. механизм коррекции
					левый	правый	без колл.	мал. колл.	большой коллект.	
1	2	3	4	5	6		7	8	9	10
ZZK	70	132	Длинный	Большой	0,5 μF	0,75 μF	2– <u>3</u>	<u>3</u> –4	4	14
ZZL	82	154	Длинный	Средний	0,5 μF	0,6 μF	1– <u>2</u>	<u>2</u> –4	4	12
ZZM	96	180	<ul style="list-style-type: none"> } Длинный } Короткий 	<ul style="list-style-type: none"> Без д. гр. { Большой { 	0,25 μF	0,35 μF	1– <u>2</u>	<u>2</u> –4	4	10
ZZN	112	206	Короткий	Средний	0,1 μF	0,25 μF	1	<u>2</u> –3	4	9
ZZO	128	240	Короткий	Без д. гр.	—	0,1 μF	1	<u>1</u> –2	3	8

Примечание.

К графе 7. Большие значения используются при работе на себя для определения правильной установки печатающих реле.

К графе 8. Подчеркнутые цифры — нормальное значение. Большие значения следует употреблять в том случае, если появляются сильные негативные искажения.

Малый коллектор

Если на:

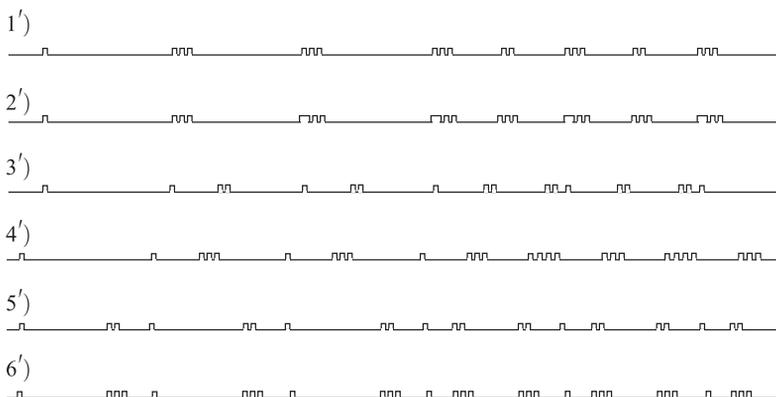
- 1') канале 1 будет поставлена буква *G*, а каналы 2 и 3 свободны;
- 2') канале 1 будет поставлена буква *T*, а каналы 2 и 3 свободны;
- 3') канале 2 будет поставлена буква *G*, а каналы 1 и 3 свободны;
- 4') канале 2 будет поставлена буква *T*, а каналы 1 и 3 свободны;
- 5') канале 3 будет поставлена буква *G*, а каналы 1 и 2 свободны;
- 6') канале 3 будет поставлена буква *T*, а каналы 1 и 2 свободны,

то ондуляторная лента будет иметь вид при:

При выпадающих импульсах соответствующий контакт следует определить путем подсчета или промера на ондуляторной ленте. Если предыдущее испытание на большом коллекторе дало безукоризненный результат, то

а) при искажении на расстоянии 32 имеется неисправность соответствующего контакта *И*;

б) при искажении на расстоянии 15 и 17 имеется неисправность для канала 1 в контактах T_1-T_5 или в контактах $U_{37}-U_{41}$, для канала 2



в контактах $T_{31}-T_{35}$ или в контактах $U_{42}-U_{46}$, для канала 3 в контактах $T_{41}-T_{45}$ или в контактах $U_{45}-U_{52}$.

При неправильной регулировке реле появляется продолжительный сигнал звонка, так что соответствующее реле необходимо подрегулировать. При неисправности контакта в большом коллекторе приемной установки появляется сигнал звонка в каждом 3 месте. При неисправности в малом коллекторе приемной установки появляется ошибка в каждом шестом месте. Для ускорения процесса отыскания ошибки следует последовательно изолировать бумажной прокладкой соответствующие контакты по схемам малого и большого коллектора приемника. Если при этом появляемся другая ошибка или сигнал звонка, то дело не в контакте.

Если же остается та же самая ошибка, то это признак того, что контакт неверен. Следовательно, нужно контакт установить плотней или же прочистить его.

Если все контакты в порядке, то причиной ошибки может быть, наконец, повреждение конденсатора.

Для этого необходимо отпаять один полюс соответствующего конденсатора и для пробы заменить его запасным конденсатором.

Таблица возможных ошибок

При работе важно знать по полученным ошибкам, отчего они произошли, от того, что на приеме вместо плюса получился минус или — наоборот, а также иногда бывает важно знать, который по счету импульс исказился.

Зная букву, которая должна была получиться, что получилось и код, это сделать легко.

Для еще большего упрощения этого дела, для случая, когда искажен только лишь один импульс (как чаще всего бывает) составлена таблица возможных ошибок, изображенная на фиг. 23. В этой таблице слева показаны знаки, которые должны были получиться, в клеточках

Контроль приема при работе на себя через передатчик

I. Передатчик: Большой коллектор } Зарядное сопротивление установить		
Приемник: Малый коллектор } по таблице — примечание к гр. 7.		
(заложить неспунтированную ленту)		
а) Трансмиситтер I текст, II + + + + +	Каждая буква искажена	Каждая третья буква искажена
1) Передача на печ. машинку I V_1-V_5 или U_1-U_5 ; T_1-T_5 $U_{37}-U_{41}$		T_6-T_{20}
2) Передача на печ. машинку II $V_{11}-V_{15}$ или $U_{11}-U_{15}$; $T_{11}-T_{25}$ $U_{44}-U_{48}$		$T_{26}-T_{40}$
3) Передача на печ. машинку III $V_{21}-V_{25}$ или $U_{21}-U_{25}$; $T_{41}-T_{45}$		$T_{46}-T_{50}$
б) Трансмиситтер I + + + + + II текст		
1) Передача на печ. машинку I $V_{16}-V_{20}$ или $U_{16}-U_{20}$; T_1-T_5 $U_{37}-U_{41}$		T_6-T_{20}
2) Передача на печ. машинку II $V_{26}-V_{30}$ или $U_{26}-U_{30}$; $T_{21}-T_{25}$ $U_{44}-U_{48}$		$T_{26}-T_{40}$
3) Передача на печ. машинку III V_6-V_{10} или U_6-U_{10}		$T_{46}-T_{60}$
II. Передатчик: малый коллектор. Приемник: большой коллектор		
а) Трансмиситтер I текст	II } III }	Каждая шестая буква искажена
1) Передача на печ. машинку I V_1-V_5 или U_1-U_5 ; $S_{31}-S_{35}$; $U_{37}-U_{41}$		S_6-S_{30}
2) Передача на печ. машинку II $V_{16}-V_{20}$ или $U_{16}-U_{20}$; $S_{66}-S_{70}$ $U_{44}-U_{48}$		$S_{36}-S_{65}$
б) Трансмиситтер I + + + + +, II текст, III + + + + +		
1) Передача на печ. машинку I $V_{11}-V_{16}$ или $U_{11}-U_{15}$; $S_{31}-S_{35}$ $U_{37}-U_{41}$		S_1-S_{30}
2) Передача на печ. машинку II $V_{26}-V_{30}$ или $U_{26}-U_{30}$; $S_{66}-S_{70}$ $U_{44}-U_{48}$		$S_{36}-S_{65}$
в) Трансмиситтер I + + + + +, II и III текст.		
1) Передача на печ. машинку I $V_{21}-V_{25}$ или $U_{21}-U_{25}$; $S_{31}-S_{35}$ $U_{37}-U_{41}$		S_1-S_{30}
2) Передача на печ. машинку II V_6-V_{10} или U_6-U_{10} ; $S_{66}-S_{70}$ $U_{44}-U_{48}$		$S_{36}-S_{65}$
Вместо текста для испыт. соответствующ. печатающ. реле I (левое) нужно поместить в тр-р букву N		
Вместо текста для испыт. соответствующ. печатающ. реле 2 (левое) нужно поместить в тр-р букву Q		
Вместо текста для испыт. соответствующ. печатающ. реле 3 (левое) нужно поместить в тр-р букву L		
Вместо текста для испыт. соответствующ. печатающ. реле 4 (левое) нужно поместить в тр-р букву V		
Вместо текста для испыт. соответствующ. печатающ. реле 5 (правое) нужно поместить в тр-р букву D		

же под знаком + знаки, которые получаются, если вместо одного из минусов принят плюс, под знаком – знаки, которые получатся, если вместо плюса принят минус, при чем по цифре, стоящей над этим знаком сверху, можно сказать, который импульс был искажен. Например, если вместо *E*, получилось *X*, то, как видно из таблицы, тут вместо пятого отрицательного импульса был принят, неверно, положительный.

При работе на длинных волнах положительной ошибке соответствует появление нового высокочастотного импульса, а отрицательной – исчезновение. При работе на коротких – наоборот.

В следующих наших статьях мы осветим результаты эксплуатационной работы установки, а также опыты прямой радиосвязи Москва–Наркомвнешторг–Берлин–Торгпредство через установку Сименс–Вердан.

Установка оборудована персоналом ТЦР и НИИСа НКС под руководством инж. фирмы Сименс.

Ввиду того, что литературы по Сименс–Вердану не имеется, мы даем краткий перечень литературы по Бодо–Вердану, к которому принцип Вердана был применен впервые.

Список литературы по Бодо–Вердан

Е. Монториол. «Коренное устранение паразитных токов в беспроводной телеграфии при помощи сист. Бодо–Вердан». «Annals de PTT», № 14, стр. 645, 1925 г.

Р. Мало. «Радиотелеграфные передачи, свободные от паразитных токов. Система Бодо–Вердан». «Le Genie Civil», 90, стр. 356, 1927 г.

Е. Филипс. «Устранение атмосферных помех в беспров. телеграфии системой Бодо–Вердан». «Annals de PTT», № 13, стр. 243, 1927 г.

Е. Монториол. «Уменьшение помех в беспровол. телеграфии системой Бодо–Вердан». «Annals de PTT», октябрь 1930 г., стр. 875–901.

Избавление от помех методом Вердана. «E. T.», апрель 1928 г., стр. 623–625.

Боннан. «Синхронизация в аппаратах Бодо–Вердан». «Бюллетень Ассоц. Франц. Электр.», сентябрь 1929 г., стр. 974–981.

Кроме этого, имеются рефераты на статьи 4, 5 и 6 в журн. «Exp. Wireless», 1928 г., стр. 406, 1930 г., стр. 221, 1931 г., стр. 152.

О ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ «ЭФИРА» И ПРОВОЛОКИ В ЭЛЕКТРОСВЯЗИ

Инж. В. А. Котельников

Всесоюзный энергетический комитет. Материалы к I Всесоюзному съезду по вопросам технической реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности. По радиосекции. (М.: Управление связи РККА, 1933, с. 1–19)¹⁾

Как в радио-, так и в проволочной технике для каждой передачи требуется не одна какая-либо частота, а целый диапазон частот. Это ведет к тому, что одновременно может работать лишь ограниченное количество радиостанций (передающих разные программы). По одной паре проводов также нельзя передавать сразу больше определенного количества передач, так как нельзя, чтобы полоса частот одной передачи перекрывала полосу другой, — такое перекрытие привело бы к взаимным помехам.

Чтобы увеличить пропускную способность «эфира» и проволоки (а это имело бы колоссальное практическое значение, в особенности в связи с бурным развитием радиотехники и таких передач, как телевидение), нужно как-то сократить диапазон частот, требуемый для данной передачи, не вредя ее качеству, или изобрести способ разделения передач не по частотному признаку, как это делалось до сих пор, а по какому-нибудь другому²⁾.

По настоящее время никакие ухищрения в этих направлениях не позволяли, даже теоретически, увеличить пропускную способность «эфира» и проволоки в большей степени, чем это позволяет сделать передача «на одной боковой полосе».

¹⁾ Статья 1933 г. воспроизводится по изданию, осуществленному к 70-летию теоремы Котельникова и 95-летию Владимира Александровича Котельникова Институтом радиотехники и электроники Московского энергетического института (МЭИ) (Технического университета) в 2003 г. под руководством директора ИРЭ МЭИ (ТУ) Н. Н. Удалова, с незначительными изменениями: запись формул дана в формате, принятом в УФН, постраничная нумерация сносок заменена сплошной, орфография и синтаксис приведены в соответствие с современными нормами. Стиль автора сохранен.

²⁾ Это, правда, можно сделать иногда направленными антеннами, но мы сейчас будем лишь рассматривать случай, когда антеннами это сделать почему-либо нельзя.

Поэтому возникает вопрос: возможно ли вообще это сделать? Или же все попытки в этом направлении будут равносильны попыткам построить регretium mobile?

Этот вопрос в настоящее время имеет актуальное значение в радиотехнике ввиду с каждым годом все увеличивающейся «тесноты в эфире». И сейчас особенно важно в нем разобраться в связи с планированием научно-исследовательских работ, так как при планировании важно знать, что возможно и что совершенно невозможно сделать, чтобы направить силы в нужном направлении.

В настоящей работе разбирается этот вопрос и доказывается, что для телевидения и передачи изображений со всеми полутенями, а также для телефонной передачи существует вполне определенная, минимально необходимая полоса частот, которую, не вредя качеству передачи и скорости, нельзя никакими средствами уменьшить; а также доказывается, что для этих передач нельзя увеличить пропускную способность ни эфира, ни проволоки путем применения разного рода нечастотных селекций или других каких-либо способов (исключая, конечно, селекцию по направлению при помощи направленных антенн). Максимально возможная пропускная способность для этих передач может быть получена при передаче «на одной боковой полосе», и она является в настоящее время принципиально вполне достижимой.

Для таких же передач, как телеграфия или же передача изображений и телевидения без полутеней и т. п., в которых передаваемый объект может меняться не непрерывно, а принимая лишь определенные, наперед известные значения, показывается, что необходимая для них полоса частот может быть уменьшена во сколько угодно раз, не вредя ни качеству передачи, ни скорости, за счет увеличения мощности и усложнения аппаратуры. Один из методов такого уменьшения полосы частот указывается в этой работе и показывается, какое увеличение мощности для этого необходимо.

Таким образом, предела для пропускной способности «эфира» и проволоки для передач такого вида теоретически не имеется, дело лишь в техническом выполнении.

Доказательство этих положений в этой работе ведется вне зависимости от метода передачи на основании следующего: во всех видах электросвязи передатчик может передавать, а приемник принимать лишь некоторую функцию времени, которая не может быть вполне произвольной, так как частоты, из которых она состоит и на которые она может быть разложена, должны заключаться в определенных пределах. При радиопередаче такой функцией является сила тока в передающей антенне, которая и воспринимается приемником более или менее точно; при проволочной же передаче это будет электродвижущая сила в начале линии. В обоих случаях передаваемые функции будут состоять из частот ограниченного диапазона, так как, во-первых, очень высокие и очень низкие частоты не дойдут до приемника по условиям распространения, и, во-вторых, частоты, выходящие за пределы опре-

деленного узкого диапазона, обычно нарочно уничтожаются, чтобы не мешать другим передачам.

Эта необходимость передавать при помощи функций времени, состоящих из ограниченного диапазона частот, уже приводит, как это будет ниже показано, к вполне определенному ограничению пропускной способности.

Для доказательства высказанных положений займемся изучением функций, состоящих из определенного диапазона частот.

Функции, состоящие из частот от 0 до f_1

Теорема I. Любую функцию $F(t)$, состоящую из частот от 0 до f_1 периодов в секунду, можно представить рядом

$$F(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \frac{\sin \omega_1 [t - k/(2f_1)]}{t - k/(2f_1)}, \quad (1)$$

где k — целое число; $\omega_1 = 2\pi f_1$; D_k — постоянные, зависящие от $F(t)$.

И наоборот, любая функция $F(t)$, представленная рядом (1), состоит лишь из частот от 0 до f_1 периодов в секунду.

Доказательство. Любая функция $F(t)$, удовлетворяющая условиям Дирихле (конечное число максимумов, минимумов и точек разрыва на любом конечном отрезке) и интегрируемая в пределах от $-\infty$ до $+\infty$, что всегда в электротехнике имеет место, может быть представлена интегралом Фурье^{3), 4)}.

$$F(t) = \int_0^{\infty} C(\omega) \cos \omega t d\omega + \int_0^{\infty} S(\omega) \sin \omega t d\omega, \quad (2)$$

т. е. как сумма бесконечного количества синусоидальных колебаний с частотами от 0 до ∞ и амплитудами $C(\omega)d\omega$ и $S(\omega)d\omega$, зависящими от частоты. Причем

$$\begin{aligned} C(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \cos \omega t dt, \\ S(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \sin \omega t dt. \end{aligned} \quad (3)$$

³⁾ См., например, Смирнов *Курс высшей математики* т. II, изд. 1931 г., стр. 427.

⁴⁾ В дальнейшем мы также рассматриваем только функции, удовлетворяющие условиям Дирихле.

В нашем случае, когда $F(t)$ состоит лишь из частот от 0 до f_1 , очевидно

$$\begin{aligned} C(\omega) &= 0, \\ S(\omega) &= 0 \end{aligned}$$

при

$$\omega > \omega_1 = 2\pi f_1,$$

и поэтому $F(t)$ может быть представлена согласно уравнению (2) так:

$$F(t) = \int_0^{\omega_1} C(\omega) \cos \omega t \, d\omega + \int_0^{\omega_1} S(\omega) \sin \omega t \, d\omega. \quad (4)$$

Функции же $C(\omega)$ и $S(\omega)$, как и всякие другие, на участке

$$0 < \omega < \omega_1$$

могут быть представлены всегда рядами Фурье, причем эти ряды могут, по нашему желанию, состоять из одних косинусов или одних синусов, если мы возьмем за период двойную длину участка, т. е. $2\omega_1$ ⁵⁾. Таким образом:

$$C(\omega) = \sum_0^{\infty} A_k \cos \frac{2\pi}{2\omega_1} k\omega \quad (5a)$$

и

$$S(\omega) = \sum_0^{\infty} B_k \sin \frac{2\pi}{2\omega_1} k\omega. \quad (5б)$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} D_k &= \frac{A_k + B_k}{2}, \\ D_{-k} &= \frac{A_k - B_k}{2}, \end{aligned} \quad (6)$$

тогда формулы (5a) и (5б) можно переписать так:

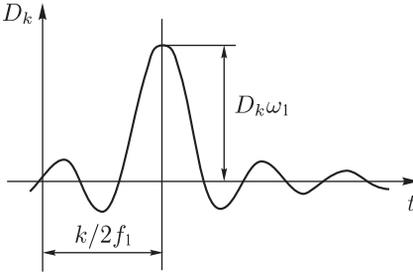
$$\begin{aligned} C(\omega) &= \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \cos \frac{\pi}{\omega_1} k\omega, \\ S(\omega) &= \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \sin \frac{\pi}{\omega_1} k\omega. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя теперь выражения (7) в формулу (4), мы после некоторых преобразований и интегрирования (см. приложение I) получим уравнение (1), т. е. докажем первую часть теоремы I.

Для доказательства второй части теоремы рассмотрим частный случай $F(t)$, когда спектр частот, из которого она состоит, заключен

⁵⁾ См. Смирнов *Курс высшей математики* т. II, изд. 1931 г., стр. 385.

в пределах от 0 до f_1 и выражается уравнениями (7), в которых все D_k , кроме одного, равны нулю. Такая $F(t)$, очевидно, будет состоять из одного члена ряда (1). Значит, и наоборот: если $F(t)$ состоит из одного, любого члена ряда (1), то весь ее спектр заключен в пределах от 0 до f_1 . А поэтому и сумма из любых отдельных членов ряда (1),



Фиг. 1

т. е. сам ряд (1), будет состоять из частот, заключенных в пределах от 0 до f_1 , что и требовалось доказать.

Все члены ряда (1) подобны и отличаются лишь сдвигом по времени и множителями D_k . Один из членов, имеющий индекс k , изображен на фиг. 1, он имеет максимум при $t = k/(2f_1)$ и постепенно уменьшающуюся амплитуду в обе стороны.

Теорема II. Любую функцию $F(t)$, состоящую из частот от 0 до f_1 , можно непрерывно передавать с любой точностью при помощи чисел, следующих друг за другом через $1/(2f_1)$ секунд.

Действительно, измеряя величину $F(t)$ при $t = n/(2f_1)$ (n — целое число), мы получим:

$$F\left(\frac{n}{2f_1}\right) = D_n\omega_1. \tag{8}$$

Так как все члены ряда (1) для этого значения t обращаются в нули, кроме члена с $k = n$, который, как это легко можно получить, раскрывши неопределенность, будет равняться $D_n\omega_1$. Таким образом, через каждую $1/(2f_1)$ -ю секунду мы сможем узнавать очередное D_k . Передавая эти D_k по очереди через каждые $1/(2f_1)$ секунд, мы сможем по ним согласно уравнению (1) почленно восстановить $F(t)$ с любой точностью.

Теорема III. Можно непрерывно и равномерно передавать произвольные числа D_k со скоростью N чисел в секунду при помощи функции $F(t)$, имеющей слагаемые на частотах больших $f_1 = N/2$ сколь угодно малыми.

Действительно, будем по получению каждого числа строить функцию $F_k(t)$ такую, что

$$\begin{aligned} \text{при } t < \frac{k}{2f_1} - T \quad F_k(t) &= 0, \\ \text{при } \frac{k}{2f_1} - T < t < \frac{k}{2f_1} + T \quad F_k(t) &= D_k \frac{\sin \omega_1 (t - k/(2f_1))}{t - k/(2f_1)}, \\ \text{при } t > \frac{k}{2f_1} + T \quad F_k(t) &= 0, \end{aligned} \tag{9}$$

и передавать их сумму $F(t)$. Если бы $T = \infty$, то полученная функция $F(t)$ состояла бы исключительно из частот меньших f_1 , так как мы получили бы тогда ряд (1), но, к сожалению, такие бесконечные ряды членов строить невозможно, поэтому будем ограничиваться конечными T . Докажем, что чем больше T , тем амплитуды на частотах $f > f_1$ будут становиться меньше и могут быть сделаны сколь угодно малыми. Для этого найдем амплитуды $C(\omega)$ и $S(\omega)$ для функции (9) подстановкой ее в уравнение (3). Получим:

$$C(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{k/(2f_1)-T}^{k/(2f_1)+T} D_k \frac{\sin \omega_1 (t - k/(2f_1))}{t - k/(2f_1)} \cos \omega t dt, \tag{10}$$

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{k/(2f_1)-T}^{k/(2f_1)+T} D_k \frac{\sin \omega_1 (t - k/(2f_1))}{t - k/(2f_1)} \sin \omega t dt.$$

После интегрирования (см. приложение II) будем иметь

$$C(\omega) = \frac{D_k}{\pi} \cos \omega \frac{k}{2f_1} [\text{Si } T(\omega + \omega_1) - \text{Si } T(\omega - \omega_1)], \tag{11}$$

$$S(\omega) = \frac{D_k}{\pi} \sin \omega \frac{k}{2f_1} [\text{Si } T(\omega + \omega_1) + \text{Si } T(\omega - \omega_1)].$$

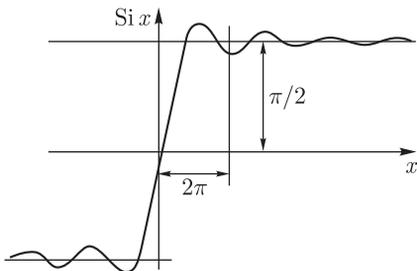
В этом выражении Si обозначает интегральный синус, т.е. функцию

$$\text{Si } x = \int_0^x \frac{\sin y}{y} dy. \tag{12}$$

Значения этой функции вычислены и имеются в таблицах⁶⁾, на фиг. 2 она изображена графически.

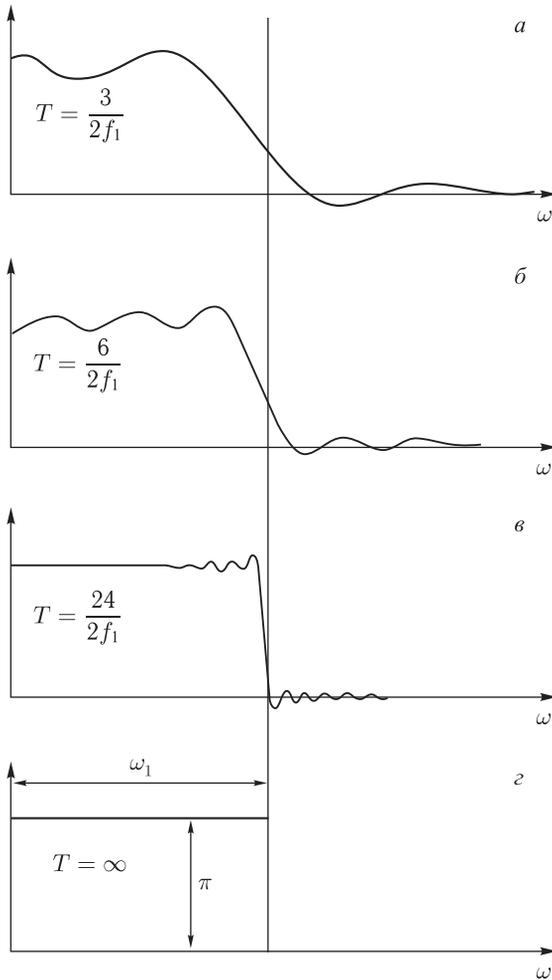
Как видно из рисунка, Si x при $x \rightarrow \pm\infty$ стремится к $\pm\pi/2$.

Рассмотрим значение квадратной скобки в выражении (11). На рисунке 3,а дано графическое изображение ее при $T = 3/(2f_1)$, на рис. 3,б — при $T = 6/(2f_1)$, на рис. 3,в — при $T = 24/(2f_1)$ и на рис. 3,г — при $T = \infty$.



Фиг. 2

⁶⁾ См., например, E. Jahuke und F. Emde *Funktionentafeln mit Formeln und Kurvern.*



Фиг. 3

Как видно из этих рисунков, квадратная скобка в выражении (11) с увеличением T стремится к пределам рис. 3, г, т. е.

$$\begin{aligned} \text{при } \omega > \omega_1 \quad [] &= 0, \\ \text{при } \omega < \omega_1 \quad [] &= \pi. \end{aligned}$$

Это также видно и непосредственно из выражения (11), так как при увеличении T увеличивается как бы масштаб при ω и Si делается очень быстро затухающим.

Таким образом, полученная сумма из $F_k(t)$ будет иметь амплитуды на частотах $f > f_1$ сколь угодно малыми, если взять T достаточно большим.

По принятой функции $F(t)$ легко восстановить передаваемые числа D_k , так как при $t = n/(2f_1)$ все члены равны нулю за исключением члена, для которого $k = n$, последний же равен $D_n\omega$. Поэтому

$$F\left(\frac{n}{2f_1}\right) = D_n\omega.$$

Таким образом, мы из нашей функции, измеряя ее значение при $t = k/(2f_1)$, будем в состоянии получить через каждую $t = 1/(2f_1)$ -ю секунду значение нового D_k , в секунду же получим $N = 2f_1$ передаваемых чисел, что и требовалось доказать.

Функции, состоящие из частот от f_1 до f_2

Докажем теорему.

Теорема IV. Любая функция $F(t)$, состоящая из частот от f_1 до f_2 , может быть представлена так:

$$F(t) = F_1(t) \cos \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t + F_2(t) \sin \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t, \quad (13)$$

где $\omega_1 = 2\pi f_1$, $\omega_2 = 2\pi f_2$, а $F_1(t)$ и $F_2(t)$ есть некоторые функции, состоящие из частот от 0 до $f = (f_2 - f_1)/2$. И наоборот: если в уравнении (13) $F_1(t)$ и $F_2(t)$ есть любые функции, состоящие из частот от 0 до $f = (f_2 - f_1)/2$, то $F(t)$ состоит из частот от f_1 до f_2 .

Если $F(t)$ состоит лишь из частот от f_1 до f_2 , то, очевидно, $C(\omega)$ и $S(\omega)$ для такой функции могут быть представлены так:

$$\left. \begin{aligned} C(\omega) &= S(\omega) = 0 \quad \text{при } \omega > \omega_2 \text{ или } \omega < \omega_1, \\ C(\omega) &= \sum_0^{\infty} A_k \cos \frac{\pi k}{2(\omega_2 - \omega_1)}(\omega - \omega_1) \\ S(\omega) &= \sum_0^{\infty} B_k \sin \frac{\pi k}{2(\omega_2 - \omega_1)}(\omega - \omega_1) \end{aligned} \right\} \text{при } \omega_1 < \omega < \omega_2,$$

или, опять вводя обозначения

$$\left. \begin{aligned} D_k &= \frac{A_k + B_k}{2}, \\ D_{-k} &= \frac{A_k - B_k}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

мы получим

$$C(\omega) = \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \cos \frac{\pi}{\omega_2 - \omega_1} k(\omega - \omega_1),$$

$$S(\omega) = \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \sin \frac{\pi}{\omega_2 - \omega_1} k(\omega - \omega_1) \quad (14)$$

при $\omega_1 < \omega < \omega_2$

и

$$C(\omega) = S(\omega) = 0 \quad \text{при } \omega > \omega_2 \text{ или } \omega < \omega_1. \quad (14)$$

Подставляя уравнения (14) в уравнение (2), мы получим после интегрирования и некоторого преобразования (см. приложение III):

$$F(t) = \left[2 \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^n D_{2n} \frac{\sin(\omega_2 - \omega_1)/2 \{t - k/(f_2 - f_1)\}}{t - k/(f_2 - f_1)} \right] \cos \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t +$$

$$+ \left[2 \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^n D_{2n+1} \frac{\sin(\omega_2 - \omega_1)/2 \{t - (k + 1/2)/(f_2 - f_1)\}}{t - (k + 1/2)/(f_2 - f_1)} \right] \sin \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t, \quad (15)$$

или, обозначая

$$F_1(t) = 2 \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^n D_{2n} \frac{\sin(\omega_2 - \omega_1)/2 [t - k/(f_2 - f_1)]}{t - k/(f_2 - f_1)}, \quad (16)$$

$$F_2(t) = 2 \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^n D_{2n+1} \frac{\sin(\omega_2 - \omega_1)/2 [t - (k + 1/2)/(f_2 - f_1)]}{t - (k + 1/2)/(f_2 - f_1)}, \quad (17)$$

и принимая во внимание, что согласно теореме I $F_1(t)$ и $F_2(t)$ должны обязательно состоять из спектра частот от 0 до $f = (f_2 - f_1)/2$, так как ряды (16) и (17) отличаются от ряда (1) лишь обозначением, можно считать первую часть теоремы IV доказанной.

Так как рядами (16) и (17) можно, согласно теореме I, представить любые функции $F_1(t)$ и $F_2(t)$, если они состоят из частот от 0 до $f = (f_2 - f_1)/2$, и так как на коэффициенты D_k , входящие в эти ряды, не наложены никакие условия, то, очевидно, верна и вторая часть теоремы IV.

Докажем теперь две теоремы, которые являются обобщением теорем II и III.

Теорема V. Любую функцию $F(t)$, состоящую из частот от f_1 до f_2 , можно непрерывно передавать с любой точностью при помощи чисел, передаваемых друг за другом через $1/[2(f_2 - f_1)]$ секунд.

Действительно, при $t = k/(f_2 + f_1)$ (k — целое число) мы согласно формуле (13) получим:

$$F\left(\frac{k}{f_2 + f_1}\right) = F_1\left(\frac{k}{f_2 + f_1}\right), \quad (18)$$

так как при этом значении t косинус равен 1, а синус — 0. Когда же $t = (k + 1/2)/(f_2 + f_1)$, мы получим

$$F\left(\frac{k + 1/2}{f_2 + f_1}\right) = F_2\left(\frac{k + 1/2}{f_2 + f_1}\right)$$

по аналогичным соображениям.

Таким образом, через каждую $1/(f_2 + f_1)$ -ю секунду мы будем в состоянии узнавать по одному значению $F_1(t)$ и $F_2(t)$, по этим значениям мы сможем воспроизводить и сами функции $F_1(t)$ и $F_2(t)$, так как согласно теореме II по так часто следующим числам можно воспроизводить функции, состоящие из частот от 0 до $(f_2 + f_1)/2$, функции же $F_1(t)$ и $F_2(t)$ состоят лишь из частот от 0 до $(f_2 - f_1)/2$.

Каждую из полученных таким образом функций можно как состоящую из частот 0 до $(f_2 - f_1)/2$ передавать, согласно теореме II, числами, следующими друг за другом через $1/(f_2 - f_1)$ секунд, а эти две функции одновременно можно передавать, очевидно, числами, следующими друг за другом через $1/[2(f_2 - f_1)]$ секунд, по этим числам восстанавливая сначала $F_1(t)$ и $F_2(t)$, мы по ним сможем по формуле (13) восстановить и саму $F(t)$.

Теорема VI. Можно непрерывно и равномерно передавать произвольные числа D_k со скоростью N чисел в секунду при помощи функции $F(t)$, имеющей слагаемые на частотах $f > f_2$ и $f < f_1$ сколь угодно малыми (т. е. практически их не имеющей), если

$$N = 2(f_2 - f_1). \quad (19)$$

Действительно, мы можем передавать согласно теореме III N чисел в секунду при помощи двух функций $F_1(t)$ и $F_2(t)$, причем каждая будет иметь слагаемые на частотах выше $(f_2 - f_1)/2$ сколь угодно малыми.

Эти же функции можно непрерывно передавать функцией $F(t)$, имеющей слагаемые на частотах $f > f_2$ и $f < f_1$ сколь угодно малыми. Действительно, по функциям $F_1(t)$ и $F_2(t)$ согласно уравнению (13) мы получим $F(t)$, передавая которую, мы, как указывалось выше, сможем по ней восстанавливать $F_1(t)$ и $F_2(t)$, а по ним и передаваемые числа.

Для доказательства последней теоремы, в которой будет говориться о невозможности передавать при помощи функции, состоящей из ограниченного диапазона частот, беспредельно много, докажем следующую лемму.

Лемма. Нельзя при помощи M чисел передавать N произвольных чисел, если

$$M < N. \quad (20)$$

Предположим, что это сделать можно.

Тогда, очевидно, M чисел m_1, \dots, m_M есть какие-то функции N чисел n_1, \dots, n_N , т. е.

$$\begin{aligned} m_1 &= \varphi_1(n_1, \dots, n_N), \\ m_2 &= \varphi_2(n_1, \dots, n_N), \\ &\dots \\ m_M &= \varphi_M(n_1, \dots, n_N), \end{aligned} \quad (21)$$

и мы, очевидно, должны, зная лишь M чисел m_1, \dots, m_M и, конечно, зная функции $\varphi_1, \dots, \varphi_M$, суметь восстановить по ним числа n_1, \dots, n_N .

Но это равносильно решению M уравнений (21) с N неизвестными, что сделать невозможно, если уравнений меньше, чем неизвестных, т. е. справедливо неравенство (20).

Теорема VII. Можно непрерывно передавать произвольные, следующие друг за другом равномерно числа со скоростью N чисел в секунду и M произвольных функций $F_1(t), \dots, F_M(t)$ с диапазонами частот шириной $\Delta f_1, \dots, \Delta f_M$ при помощи непрерывно следующих друг за другом чисел со скоростью N' чисел в секунду и при помощи M' функций $F'_1(t), \dots, F'_{M'}(t)$ с диапазонами частот $\Delta f'_1, \dots, \Delta f'_{M'}$, если

$$N + 2 \sum_1^M \Delta f_k \leq N' + 2 \sum_1^{M'} \Delta f'_k. \quad (22)$$

И это никаким образом сделать нельзя, если

$$N + 2 \sum_1^M \Delta f_k > N' + 2 \sum_1^{M'} \Delta f'_k. \quad (23)$$

Первая часть этой теоремы доказывается на основании теорем V и VI.

Действительно, на основании теоремы V мы можем передавать наши N чисел в секунду и M кривых при помощи P чисел в секунду, если

$$P = N + 2 \sum_1^M \Delta f_k. \quad (24)$$

А эти P чисел в секунду можно отчасти передавать при помощи N' чисел в секунду, а отчасти по теореме VI при помощи кривых $F'_1(t), \dots, F'_{M'}(t)$, если справедливо равенство (22).

Вторую часть теоремы докажем от противного, исходя из леммы.

Пусть нам нужно передавать P произвольных чисел в секунду, это по теореме VI можно сделать, передавая N чисел в секунду и функции $F_1(t), \dots, F_M(t)$ с диапазонами частот $\Delta f_1, \dots, \Delta f_M$, если справедливо равенство (24).

А эти функции и числа, если была бы несправедлива вторая часть теоремы, можно было бы передавать при помощи функций $F'_1(t), \dots, F'_{M'}(t)$ и N' чисел в секунду. Последние же числа и функции можно согласно теореме V передавать при помощи P' чисел в секунду, если

$$P' = N' + 2 \sum_1^{M'} \Delta f'_k. \quad (25)$$

Другими словами, мы смогли бы непрерывно передавать P чисел в секунду при помощи P' чисел в секунду, хотя согласно равенствам (24) и (25) и неравенству (23)

$$P > P'.$$

Таким образом, предположение, что вторая часть теоремы VII не верна, приводит нас к недопустимому, согласно доказанной лемме, результату.

Пропускная способность при телефонной передаче

Разговор, музыка и другие объекты телефонной передачи являются произвольными функциями времени, состоящими из спектра частот, ширина которого вполне определена и зависит от того, насколько полно мы хотим передавать звук.

Передавая эту функцию по проволоке или по радио, мы превращаем ее в другую функцию времени, которую собственно уже и передаем. Причем эта последняя функция должна обязательно, согласно теореме VII, при непрерывной передаче иметь спектр частот шириной не меньшей, чем та полоса звуковых частот, которую мы хотим передать.

Таким образом, непрерывная телефонная передача не может занимать в эфире или в проволоке меньший диапазон частот, чем ширина спектра звуковых частот, требуемая для данной передачи. Это верно вне зависимости от способа передачи, и нельзя выдумать такого способа, который позволил бы занять при непрерывной передаче более узкий диапазон частот.

Такой минимальный спектр частот, как известно, может дать уже в настоящее время передача на одной боковой полосе.

Оговорка «при непрерывной передаче» имеет большое значение, так как можно, передавая с перерывами какие-нибудь звуки, скажем музыку, занимать меньший диапазон частот, чем ширина звукового спектра, которую мы при этом будем получать. Для этого достаточно записывать передаваемую музыку сначала на граммофонные пластинки, а затем передавать с них, вращая, скажем, вдвое медленнее, чем при записи. Тогда все частоты будут получаться вдвое меньше нормального и мы при передаче сумеем занять вдвое меньший диапазон частот. Восстанавливать такую передачу можно также посредством граммофона. Ясно, что такая передача не может увеличить пропускную

способность, так как при ней «эфир» или проволока будут заняты все время, а передача будет идти с перерывами.

Это также не противоречит и теореме VII, так как там оговорено: «произвольную функцию» и «непрерывно» нельзя передавать, а при такой передаче мы можем передавать или с перерывами произвольную функцию, или непрерывно функцию не совсем произвольную, а имеющую уже известные перерывы.

Из теоремы VII также следует, что нельзя увеличить пропускную способность путем применения каких-нибудь селекции не частотного характера (не касаясь направленных антенн) или еще чем-нибудь подобным.

Действительно, если бы это можно было бы сделать, то, применяя эти способы, можно было бы с одного места передавать в другое, скажем, n телефонных передач одновременно со спектрами частот шириной Δf каждая, занимая для этого диапазон частот, меньший, чем $n\Delta f$.

Но при такой передаче напряженности поля (или токи в проволоке) от разных передач смешались бы в одну какую-то функцию времени со спектрами частот меньших $n\Delta f$, которая и будет восприниматься приемниками. Получится, что мы смогли передать n функций времени с диапазонами частот шириной Δf при помощи одной функции с диапазоном частот, меньшим, чем $n\Delta f$, что, согласно теореме VII, совершенно невозможно.

Из сказанного ясно, что для телефона увеличить пропускную способность эфира можно, лишь применяя направленные антенны или расширяя эксплуатируемый диапазон частот путем использования ультракоротких волн.

Передача изображений и телевидение со всеми полутенями

При передаче изображений и телевидении нужно передавать степень черноты каких-то N элементов в секунду, а это равносильно передаче произвольных чисел со скоростью N чисел в секунду. Если мы это хотим сделать при помощи функции времени, как это всегда и делается, то по теореме VII она должна занять диапазон частот, не меньший, чем $N/2$ периодов в секунду. Таким образом, сразу видно, что полосу частот и тут сократить нельзя больше, чем это позволяет сделать передача на одной боковой полосе. Правда, для осуществления и этого могут встретиться большие технические трудности из-за фазовых искажений возможных при такой передаче.

Нельзя сократить полосу частот и при помощи какой-нибудь «групповой развертки изображений» (развертке не по отдельным элементам), так как и при такой развертке придется все же передать, правда, каким-то другим способом, степень почернения тех же N элементов

в секунду, т. е. N произвольных чисел в секунду, что сделать никак с уменьшенным диапазоном частот нельзя.

Не смогут и тут помочь нечастотные методы селекции (не включая направленных антенн) по тем же основаниям, как и при телефонной передаче.

Телеграфная передача и передача изображений без полутеней или с ограниченным количеством их

При телеграфной передаче, а также при передаче изображений без полутеней или с вполне определенными заранее известными полутенями, мы имеем дело опять с передачей каких-то N элементов в секунду, что равносильно передаче N чисел в секунду, но величина этих элементов и, значит, чисел не может быть вполне произвольной, а должна иметь вполне определенные, наперед известные значения. Поэтому к этим передачам нельзя прямо применять выше выведенные теоремы, так как там говорится о передаче произвольных, наперед совершенно неизвестных чисел.

Действительно, для этих передач можно сократить необходимый диапазон частот во сколько угодно раз, а следовательно, по крайней мере теоретически, увеличить пропускную способность также в любое число раз.

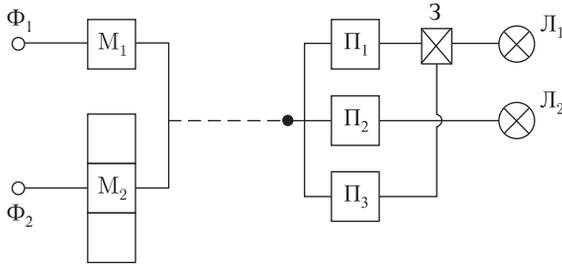
Для этого можно поступать таким образом: скажем, мы хотим передавать со скоростью N элементов в секунду элементы, которые могут иметь значение либо 0, либо 1, и занять для этого диапазон частот всего лишь шириной $N/4$ (вместо $N/2$ по теореме VII). Для этого будем передавать два таких элемента посредством одного элемента (или числа), хотя бы согласно следующей таблице, где в графе I дано значение первого элемента, в графе II — второго, а в графе III — значение элемента, которым мы хотим их передать.

Таким образом мы сможем передавать N элементов в секунду, имеющих по два значения, при помощи $N/2$ элементов в секунду, могущих иметь по 4 значения, которые, согласно теореме VII, могут передаваться при помощи диапазона частот шириной $N/4$.

I	II	III
0	0	0
1	0	1
1	1	2
0	1	3

Практически такую замену двух элементов одним можно осуществить хотя бы по схеме рис. 4, где Φ_1 и Φ_2 — два фотоэлемента или два телеграфных аппарата, причем Φ_1 приводит в действие модулятор M_1 , посылающий в линию амплитуду, равную единице, Φ_2 же работает с модулятором M_2 , посылающим амплитуду, равную 3. При работе Φ_1 и Φ_2 сразу приводятся в действие оба модулятора, и так как они включены навстречу, то посылается амплитуда, равная 2. На прием принимаемый сигнал поступает на три приемника, причем первый, Π_1 , начинает работу от амплитуды 1, второй, Π_2 — от

амплитуды 2 и третий, Π_3 , — от амплитуды 3. Первый приемник Π_1 приводит в действие \mathcal{L}_1 , второй — \mathcal{L}_2 , а третий при приходе амплитуды, равной трем, — запирает доступ от 1 приемника на \mathcal{L}_1 . При помощи такой схемы мы получим указанное выше сокращение полосы частот.



Фиг. 4

При такой передаче ввиду того, что при ней становится необходимым различать вместо двух четыре градации принимаемых сигналов, необходимо, очевидно, будет увеличить мощность передатчика в $3^2 = 9$ раз, по сравнению с обычной передачей.

Возможно сократить аналогичным образом полосу частот и в n раз, передавая n элементов, могущих иметь по два значения, при помощи одного элемента, который должен для этого, очевидно, иметь 2^n значений (по числу комбинаций из n элементов, имеющих по два значения). Но для такой передачи необходимо увеличение мощности в $(2^n - 1)^2$ раз.

При передаче изображений с определенным количеством заданных наперед полутеней каждый элемент должен иметь несколько, скажем m (для этого случая $m > 2$), значений. Для сокращения полосы частот при такой передаче в n раз можно заменить n передаваемых элементов одним, который должен иметь возможность принимать m^n значений (по числу возможных комбинаций из n элементов, имеющих m возможных значений каждый). Мощность при этом, очевидно, необходимо будет увеличить в $[(m^n - 1)^2]/[(m - 1)^2]$ раз.

Как видно, такое уменьшение полосы частот требует колоссального увеличения мощности.

Кроме того, приведенные здесь способы будут очень плохи при передаче на коротких волнах из-за фадингов⁷⁾.

Для проволочной связи уменьшение таким способом полосы частот может иметь практическое значение уже и сейчас, так как мощности, там необходимые, малы и нет быстрых изменений силы приема.

⁷⁾ От англ. fading — замирание (сигнала). (Примеч. Н. В. Котельниковой.)

Приложение I

Подставляя выражение (7) в уравнение (4), мы получим:

$$\begin{aligned}
 F(t) &= \int_0^{\omega_1 + \infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \cos \frac{\pi}{\omega_1} k \omega \cos \omega t \, d\omega + \int_0^{\omega_1 + \infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \sin \frac{\pi}{\omega_1} k \omega \sin \omega t \, d\omega = \\
 &= \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \int_0^{\omega_1} \left(\cos \frac{\pi}{\omega_1} k \omega \cos \omega t + \sin \frac{\pi}{\omega_1} k \omega \sin \omega t \right) d\omega = \\
 &= \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \int_0^{\omega_1} \left(\cos \left(t - \frac{\pi}{\omega_1} k \right) \right) d\omega,
 \end{aligned}$$

или, интегрируя и заменяя в круглой скобке ω_1 на $2\pi f_1$, получим

$$F(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \frac{\sin \left(t - k / (2f_1) \right)}{t - k / (2f_1)}.$$

Приложение II

В

$$C(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{k/(2f_1) - T}^{k/(2f_1) + T} D_k \frac{\sin \omega_1 (t - k/(2f_1))}{t - k/(2f_1)} \cos \omega t \, dt$$

сделаем подстановку

$$t = u + \frac{k}{2f_1}, \quad dt = du,$$

тогда

$$\begin{aligned}
 C(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int_{-T}^T D_k \frac{\sin \omega_1 u}{u} \cos \omega \left(u + \frac{k}{2f_1} \right) du = \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_{-T}^T D_k \frac{\sin \omega_1 u \cos \omega u}{u} \cos \omega \frac{k}{2f_1} du + \frac{1}{\pi} \int_{-T}^T D_k \frac{\sin \omega_1 u \sin \omega u}{u} \sin \omega \frac{k}{2f_1} du.
 \end{aligned}$$

Функция, стоящая под вторым интегралом, при переходе через нуль меняет свой знак, оставаясь по величине той же, поэтому второй интеграл равен нулю.

Функция же под первым интегралом не меняется при замене u на $-u$, и поэтому пределы этого интеграла можно взять от 0 до T , помножив при этом интеграл на два. Значит,

$$C(\omega) = \frac{2D_k}{\pi} \cos \omega \frac{k}{2f_1} \int_0^T \frac{\sin \omega_1 u \cos \omega u}{u} du,$$

или

$$C(\omega) = \frac{D_k}{\pi} \cos \omega \frac{k}{2f_1} \left[\int_0^T \frac{\sin(\omega_1 + \omega)u}{u} du - \int_0^T \frac{\sin(\omega - \omega_1)u}{u} du \right].$$

Заменяя в первом интеграле

$$(\omega_1 + \omega)u = y,$$

а во втором

$$(\omega - \omega_1)u = y,$$

получим

$$C(\omega) = \frac{D_k}{\pi} \cos \omega \frac{k}{2f_1} \left[\int_0^{(\omega+\omega_1)T} \frac{\sin y}{y} dy - \int_0^{(\omega-\omega_1)T} \frac{\sin y}{y} dy \right].$$

Стоящие в скобках интегралы не берутся. Это, очевидно, будут какие-то функции верхнего предела. Принято эти функции называть интегральными синусами. Введя это понятие, получим:

$$C(\omega) = \frac{D_k}{\pi} \cos \omega \frac{k}{2f_1} [\text{Si } T(\omega + \omega_1) - \text{Si } T(\omega - \omega_1)].$$

Продельвая совершенно то же с $S(\omega)$, мы получим уравнение (11).

Приложение III

Подставляя уравнения (14) в уравнение (2), получим

$$F(t) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \cos \frac{\pi k(\omega - \omega_1)}{\omega_2 - \omega_1} \cos \omega t d\omega + \int_{\omega_1}^{\omega_2} \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \sin \frac{\pi k(\omega - \omega_1)}{\omega_2 - \omega_1} \sin \omega t d\omega.$$

Пределы взяты от ω_1 и ω_2 , потому что

$$C(\omega) = S(\omega) = 0$$

при

$$\omega < \omega_1 \quad \text{или} \quad \omega > \omega_2.$$

После тригонометрических преобразований

$$\begin{aligned}
 F(t) &= \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \int_{\omega_1}^{\omega_2} \cos \left[\omega \left(t - \frac{\pi k}{\omega_2 - \omega_1} \right) + \frac{\pi k \omega_1}{\omega_2 - \omega_1} \right] d\omega = \\
 &= \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \frac{\sin [\omega_2 [t - \pi k / (\omega_2 - \omega_1)] + \pi k \omega_1 / (\omega_2 - \omega_1)]}{t - \pi k / (\omega_2 - \omega_1)} - \\
 &\quad - \frac{\sin [\omega_1 [t - \pi k / (\omega_2 - \omega_1)] + \pi k \omega_1 / (\omega_2 - \omega_1)]}{t - \pi k / (\omega_2 - \omega_1)}.
 \end{aligned}$$

Заменяя разность синусов на произведение и произведя упрощения, получим:

$$F(t) = 2 \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \cos \left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t - \frac{\pi}{2} k \right) \frac{\sin [(\omega_2 - \omega_1) / 2 \{ t - k / [2(f_2 - f_1)] \}]}{t - k / [2(f_2 - f_1)]},$$

или, группируя члены с четными и нечетными k вместе, получим уравнение (15).

Выводы

1) Ввиду имеющейся уже в настоящее время «тесноты в эфире» и в связи с дальнейшим бурным развитием радиотехники, в особенности с развитием коротковолновых телефонных передач и передач изображений, вопрос об изыскании способов увеличения пропускной способности эфира должен быть поставлен перед научно-исследовательскими институтами во всей остроте.

Вопрос об увеличении пропускной способности проволоки имеет также большое экономическое значение. Поэтому этот вопрос следует тоже изучать.

2) Так как нельзя никакими способами, как, например, сужением полосы частот отдельных передач, применением каких-либо методов для разделения передач с накладывающимися друг на друга частотами и т. п., увеличить пропускную способность эфира или проволоки при передаче изображений и телефона больше, чем это позволяет сделать обычная передача с одной боковой полосой, то все попытки в этих направлениях следует оставить как неосуществимые.

3) Для телеграфа и передачи изображений без полутеней или с ограниченным количеством их пропускную способность можно теоретически повысить беспрельдно, но это связано с большим увеличением мощности и усложнением аппаратуры. Поэтому надо думать, что такое сужение полосы частот может в ближайшее время найти применение лишь в проволочной связи, где над этим вопросом следует работать.

4) Необходимо для первой категории передач (телефон и передача изображений с полутенями) направить все усилия на разработку методов приема и передачи на одной боковой полосе как методов, позволяющих максимально возможно использовать эфир и проволоку.

Цель разработки — усовершенствовать и упростить аппаратуру, очень сложную в настоящее время.

5) Необходимо изучить вопрос об увеличении пропускной способности эфира при помощи направленных антенн как приемных, так и передающих.

6) Необходимо увеличить диапазон эксплуатируемых в эфире частот путем загрузки, где возможно, ультракоротких волн, а также изучением этого диапазона частот.

7) Необходимо изучать вопрос об увеличении стабильности частоты радиостанций, что позволит уплотнить эфир.

70 лет спустя

В. А. Котельников о Теореме отсчетов

В 1932 году я раздумывал над всякими проблемами, потому что в аспирантуре перед нами никто никаких задач не ставил. Одна из проблем, которую я обдумывал, была следующая.

К тому времени в эфире уже работало много радиостанций, и поскольку каждая из них «занимает» определенную полосу частот, то они мешают друг другу, и возникают помехи. Радиоинженеры разными способами пытались уменьшить эти помехи, но, практически, безуспешно. И я решил разобраться с этим вопросом кардинально — возможно ли, в принципе, избавиться от такого рода помех сужением полосы частот радиостанции, или это вроде изобретения «перпетум мобиле». Для этого рассмотрел следующую математическую задачу: если задано какое-то сообщение в виде некоторой функции времени, задан ее спектр и время, то можно ли ее передать каким-то образом за то же время с более узким спектром. Или с тем же спектром за более короткое время. А дальше надо было доказать: либо — что этого сделать нельзя, либо, если можно, то показать, как.

В результате я доказал, что при аналоговой передаче сообщений этого сделать нельзя. Можно только несколько уменьшить эти помехи, сужая частотную полосу радиостанции до определенного предела.

А вот при дискретной передаче информации (цифровой передаче), это возможно.

По ходу решения проблемы мне понадобилась эта самая «теорема», и поэтому я ее выдумал и доказал.

А дальше — предполагался Всесоюзный съезд по электросвязи, и, поскольку это вещь принципиальная, я послал эту работу на съезд. Труды вышли, мою работу опубликовали. Но, когда позже я захотел ее опубликовать в наиболее распространенном в нашей стране журнале «Электричество», который охватывал все электротехнические вопросы, редакция мою статью отклонила, сообщив, что ввиду перегрузки портфеля и того, что данная тематика не представляет большого интереса, она посылает ее обратно. Поэтому она опубликована только в сборнике докладов той конференции. Но эти труды за границей никто не читал, и так через 15 лет Шеннон сделал то же самое. Потом математики разыскали, что такая же теорема была сделана Виттакером, где-то в начале века. Правда, она была изложена по-другому и ни к чему, практически, не привязана. Знали ее только математики, потому что тогда она ни к чему не была нужна. До меня, по-видимому, никому в голову не приходило, что надо обычную передачу превращать в числа, то есть обычный аналоговый сигнал превращать в цифровой.

Записано со слов В. А. Котельникова в 2002 году Н. В. Котельниковой.

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ БОРЬБЫ С ЗАМИРАНИЕМ

Инж. В. А. Котельников

Научно-технический сборник Электротехнического института связи
в Ленинграде. Вып. 11, Связьтехиздат, 1936, с. 15–26

QUANTITATIVE ESTIMATION OF VARIOUS ANTI-FADING PROCEEDINGS

Содержание

Методами теории вероятностей разобрана эффективность методов для борьбы с замиранием: а) увеличения отношения силы сигнала к силе помехи, б) применения двоянного и строенного приема и в) применения модуляции при телеграфировании.

Summary.

On the base of the theory of probabilities, the author gives a comparative analysis of the effectiveness of several anti-fading methods: a) increase of the ratio of the strength of signals to the strength of atmospherics; b) system of double and triple reception and c) use of modulation in wireless telegraphy.

1. Введение

Напряжение, поступающее с антенны на вход приемника при приеме коротковолновых радиостанций, как известно, испытывает сильные колебания. Если поступающее на приемник напряжение больше напряжения чувствительности приемника U_0 , то приемник, благодаря наличию в нем ограничителя или регулировки громкости, будет работать нормально. В моменты же времени, когда подаваемое напряжение меньше U_0 , прием будет отсутствовать. Тут под чувствительностью приемника U_0 подразумевается напряжение на входе приемника, достаточное для его нормальной работы.

В современных коротковолновых приемниках имеется запас усиления, так что напряжение их чувствительности U_0 приходится увеличивать по сравнению с номинальным до тех пор, пока не перестанут мешать приему атмосферные помехи или шумы приемника. Таким образом величина чувствительности у приемников с достаточно большим максимальным усилением определяется лишь уровнем внешних и внутренних помех.

Явление колебания силы приема называется замиранием. Оно вызывает перерывы разговора при радиотелефоне и пропадания сигналов, т. е. ошибки в депешах при радиотелеграфировании.

Замирание является основным недостатком коротковолновой радиосвязи.

В целях борьбы с пропадающими сигналами из-за замираний в настоящее время применяются следующие три основных метода:

1. Увеличение отношения силы сигнала к силе помех на приеме путем увеличения мощности передатчика и усложнения приемных и передающих антенн.
2. Применение сдвоенного и строенного приема.
3. Применение модулированных колебаний при радиотелеграфировании.

В данной статье разбирается количественно эффективность этих методов и приводится их сравнение, что позволяет выбрать наиболее эффективный метод для заданных условий и подойти к количественному расчету коротковолновых линий радиосвязи.

Для проведения такой оценки необходимо ввести понятия, которые характеризовали бы количественно качество приема при замираниях.

2. Основные понятия

Назовем отрезки времени, в течение которых поступающее на приемник напряжение меньше U_0 (порог чувствительности приемника), пропадающими.

Очевидно прием будет тем хуже, чем чаще будут случаться пропадания и чем продолжительней они будут. Обозначим продолжительность отдельного пропадания через τ_k . Таким образом, качество приема можно охарактеризовать отношением суммарной продолжительности ($\sum \tau_k$) пропаданий за какой-то достаточно большой отрезок времени (T) к этому промежутку времени, т. е. величиной:

$$S = \frac{\sum \tau_k}{T}. \quad (1)$$

Величина S является также вероятностью того, что в данный момент поступающее на вход приемника напряжение будет меньше U_0 , т. е., что в данный момент случится пропадание. Поэтому величину S будем называть *вероятностью пропадания*.

Иногда продолжительность пропадания большой роли не играет, а играет роль лишь их число. Так, например, при радиотелеграфировании мы имеем такой случай тогда, когда каждая депеша, пришедшая с ошибкой, повторяется, независимо от того, сколько в ней искаженных букв.

Для характеристики замирания с этой стороны введем понятие: число пропаданий в единицу времени n :

$$n = \frac{N}{T}, \quad (2)$$

где N — число пропаданий за достаточно большой период времени T .

Кроме этих величин полезно бывает знать еще среднюю продолжительность одного пропадания:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{\sum \tau_k}{N} = \frac{\sum \tau_k}{T} \times \frac{T}{N} = \frac{S}{n}. \quad (3)$$

Введя эти понятия как меру качества приема, можно количественно сравнивать различные методы борьбы с замиранием, а также получить данные, необходимые для расчета коротковолновых линий радиосвязи.

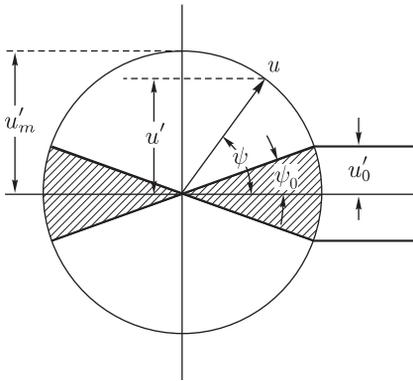
3. Зависимость качества приема от его силы и порога чувствительности приемника

В этом разделе будет выяснена эффективность первого из перечисленных выше методов борьбы с замиранием.

Причинами наиболее часто встречающихся замираний можно считать, во-первых, изменение плоскости поляризации волны и, во-вторых (в случае прихода нескольких лучей), интерференцию между отдельными лучами.

Начнем со случая, когда приходит один луч.

а) Приходит один луч



Фиг. 1

В этом случае замирание очевидно может произойти за счет вращения плоскости поляризации, так как обычная антенна принимает лишь составляющую поля, совпадающую с направлением осей диполей, а при вращении плоскости поляризации волны величина этой составляющей U' будет меняться с изменением угла наклона плоскости поляризации ψ , как показано на фиг. 1.

На этом рисунке U'_0 — составляющая напряженности поля по диполю, которая дает на входе приемника напряжение U_0 , достаточное для нормального приема.

В том случае, когда ψ заключается в пределах:

$$-\psi_0 < \psi < +\psi_0$$

или

$$180^\circ - \psi_0 < \psi < 180^\circ + \psi_0, \quad (4)$$

т. е. лежит в заштрихованных углах, очевидно будет иметь место про падание. Здесь

$$\sin \psi_0 = \frac{U'_0}{U'_m} = \frac{U_0}{U_m}, \quad (5)$$

где U_m — максимальное значение напряжения на входе приемника, соответствующее $\psi = \pm 90^\circ$.

В том случае, если приход луча с любым углом равновероятен, вероятность про падания будет равна отношению суммы дуг заштрихованных углов, т. е. $4\psi_0$ к длине окружности 2π . Таким образом

$$S = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{U_0}{U_m}. \quad (6)$$

В случае, если отношение U_0/U_m невелико, как обычно и бывает при приеме коротких волн, получим:

$$S = \frac{2}{\pi} \frac{U_0}{U_m} = 0,64 \frac{U_0}{U_m}. \quad (7)$$

В случае же, если вероятность прохождения луча с данным углом ψ зависит от этого угла или, если составляющая в плоскости диполя меняется не по кругу, как на фиг. 1, а скажем по эллипсу, как это может быть при отражении луча от земли или в случае прихода луча неперпендикулярно к диполю, то в формуле (7) для малых ψ вместо $2/\pi$ будет какой-то другой постоянный коэффициент, который можно определить экспериментально. В общем случае при проходе одного луча получим:

$$S = B \frac{U_0}{U_m}. \quad (7a)$$

Число глубоких замираний в единицу времени в случае прихода одного луча не должно меняться от отношения U_0/U_m , так как очевидно, что почти все такие про падания будут происходить при переходе угла ψ через 0 или 180° , а в этом случае про падание произойдет, как бы мало ни было отношение U_0/U_m . Эксперимент показывает, что действительно n , вообще говоря, не зависит от U_0/U_m , и лишь при малых значениях величины U_0/U_m n начинает приближаться к нулю. Это можно объяснить тем, что, помимо основного луча с большой амплитудой, на практике имеются почти всегда еще добавочные лучи с малыми амплитудами. Поэтому при малых U_0/U_m мы имеем случай прихода нескольких лучей, при котором (см. ниже) n уменьшается пропорционально U_0/U_m .

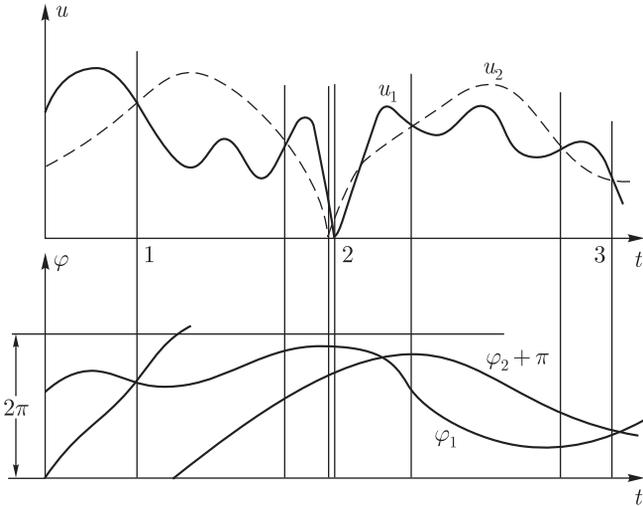
Среднюю пропорциональность про падания можно вычислить по формуле (3)

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{S}{n} = \frac{B}{n} \times \frac{U_0}{U_m}. \quad (7б)$$

Как видим, она будет уменьшаться пропорционально отношению U_0/U_m .

б) Приходят два луча с изменяющимися плоскостями поляризации

Пусть на вход приемника поступает напряжение от двух лучей, амплитуды и фазы которых изменяются по времени, как это изображено на фиг. 2.



Фиг. 2

Результирующее напряжение на входе приемника определится следующей величиной:

$$\begin{aligned}
 U^2 &= U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \\
 &= (U_1 - U_2)^2 + 4U_1U_2 \sin^2 \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2 - \pi}{2} \right). \quad (8)
 \end{aligned}$$

Если рассматривать лишь пропадания при глубоких пропаданиях или, что то же, лишь малые отношения U_0/U_m , что и интересно для практики, то такие пропадания будут получаться в двух случаях; 1) когда амплитуды обоих лучей почти равны друг другу, а фазы их противоположны (точки 1 и 3) (интерференционное замирание); 2) когда амплитуды обоих лучей одновременно малы (точка 2).

Разберем два этих случая отдельно. Начнем с первого.

Так как для первого случая пропадания необходимо, чтобы $U_1 \approx U_2$, то можно считать, что этот вид пропадания будет происходить почти всегда около точки пересечения кривых U_1 и U_2 . Таким образом, для небольшого отрезка времени вблизи пропадания можно считать

$$U_1 - U_2 = at. \quad (9)$$

Тут за начало отсчета времени берем точку пересечений кривых U_1 и U_2 .

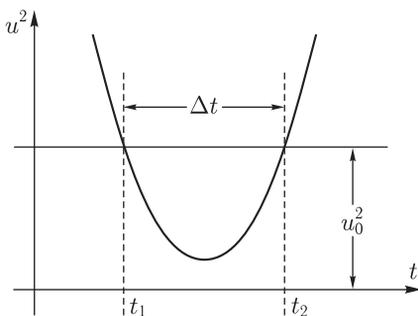
Кроме того, для этого же отрезка времени можно положить

$$2\sqrt{U_1 U_2} \sin\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2 - \pi}{2}\right) = b(t - t_0). \quad (10)$$

Подставляя эти выражения в формулу (8), получим:

$$U^2 = a^2 t^2 + b^2 (t - t_0)^2, \quad (13)$$

т. е. U^2 будет в этом участке изменяться по параболе (фиг. 3).



Фиг. 3

Определяем из уравнения (13) моменты начала и конца пропадания t_1 и t_2 , приравнявая U^2 величине U_0^2 . Затем вычислим продолжительность пропадания. Получаем:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2}{a^2 + b^2} \sqrt{(a^2 + b^2)U_0^2 - a^2 b^2 t_0^2}. \quad (14)$$

Отсюда видно, что Δt является функцией a, b, t_0 .

В том случае, если

$$t_0^2 > \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} U_0^2,$$

пропадания не будет совсем.

Из теории вероятностей известно, что, если какая-то величина есть функция $f(a, b, t_0)$ некоторых величин a, b и t_0 , которые могут меняться от случая к случаю и если:

$$\left. \begin{aligned} &\text{вероятность того, что } a \text{ лежит между } a_1 \text{ и } a_1 + da = p_a da, \\ &\text{вероятность того, что } b \text{ лежит между } b_1 \text{ и } b_1 + db = p_b db, \\ &\text{вероятность того, что } t_0 \text{ лежит между } t_{01} \text{ и } t_{01} + dt_0 = p_{t_0} dt_0, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

то среднее значение величины Δt будет:

$$\Delta t_{\text{cp}} = \int_{-\infty}^{+\infty} da \int_{-\infty}^{+\infty} db \int_{-\infty}^{+\infty} dt_0 f(a, b, t_0) p_a p_b p_{t_0}. \quad (16)$$

Для нашей функции получим:

$$\Delta t_{\text{ср}} = \int_{-\infty}^{+\infty} da \int_{-\infty}^{+\infty} db \int_{-\frac{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}{a_1 b_1}}^{\frac{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}{a_1 b_1} U_0} \frac{2}{a_1^2+b_1^2} \sqrt{(a_1^2+b_1^2)U_0^2 - a_1^2 b_1^2 t_0^2} p_a p_b p_{t_0} dt_0. \quad (17)$$

Пределы интегрирования в последнем интеграле выбраны так потому, что пропадание может быть лишь в том случае, если t_0 лежит в этих пределах.

Введя новую переменную

$$x = \frac{t_0 a_1 b_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} U_0}, \quad (18)$$

получим:

$$\Delta t_{\text{ср}} = \int_{-\infty}^{+\infty} da \int_{-\infty}^{+\infty} db \int_{-1}^{+1} \frac{U_0^2}{a_1 b_1} \sqrt{1-x^2} p_a p_b p_{t_0} dx. \quad (19)$$

U_0 как постоянную величину можно вынести за интегралы и тогда получим:

$$\Delta t_{\text{ср}} = U_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} da \int_{-\infty}^{+\infty} db \int_{-1}^{+1} \frac{p_a p_b p_{t_0}}{a_1 b_1} \sqrt{1-x^2} dx. \quad (20)$$

Величина интегралов не зависит от U_0 , если p_a , p_b , p_{t_0} , a_1 и b_1 не зависят от t_0 . Действительно, в противном случае, при замене переменной t_0 на x , в эти величины войдет U_0 . Высказанное здесь допущение справедливо, так как для двух лучей, идущих независимыми путями, можно считать, что кривые разности напряжений и разности фаз друг от друга независимы, и значит все значения t_0 равновероятны.

Таким образом имеем:

$$\Delta t_{\text{ср}} = D U_0^2, \quad (21)$$

где D зависит от мощности передатчика, условий распространений и антенн.

Полученное $\Delta t_{\text{ср}}$ есть средняя продолжительность пропадания около одного из пересечений кривых U_1 и U_2 , с учетом того, что иногда около данного пересечения пропадания может и не произойти (t_0^2 очень велико). Если мы эту величину помножим на число таких точек пересечения в единицу времени n_v , то получим среднюю суммарную продолжительность пропадания в единицу времени, т. е. вероятность пропадания

$$S = \Delta t_{\text{ср}} n_v = n_v D U_0^2. \quad (22)$$

Данная формула для практики не совсем удобна, потому что зависит не только от условий распространения, но и от мощности передатчика и антенн.

Представим формулу (22) в следующем виде:

$$S = A_1 \left(\frac{U_0}{U_m} \right)^2 \quad (23)$$

или

$$S = A'_1 \left(\frac{U_0}{U_{\text{ср}}} \right)^2, \quad (24)$$

где U_m и $U_{\text{ср}}$ соответствуют максимальному и среднему значениям напряжений, поступающих на вход приемника.

Величины A_1 и A'_1 не зависят от мощности передатчика и свойств антенн, а лишь от условий распространения, т. е. соотношений между амплитудами лучей¹⁾.

Формулой (23) пользоваться на практике удобней, так как ряд наблюдений показывает, что обычно U_m довольно устойчиво и его легче измерять.

Подсчитаем теперь вероятность пропадания для второго случая, когда амплитуды обоих лучей одновременно малы.

Так как этот случай нам будет встречаться почти всегда лишь при переходе угла поляризации φ для обоих лучей через 0 или 180° (см. фиг. 2), то напряжение от лучей будет в этом случае почти всегда менять свою фазу на обратную, и можно для небольшого отрезка времени считать:

$$U_1 = at; \quad U_2 = b(t - t_0). \quad (25)$$

Подставляя эти величины в формулу (8) и считая, что во время пропадания $\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ можно считать постоянным²⁾ и равным C , получаем:

$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2C = (a^2 + b^2 + 2abc)t^2 - 2(b^2 + abc)t_0t + b^2t_0^2. \quad (26)$$

Тут получается тоже квадратичная зависимость U от t и t_0 , как и в формуле (13).

Определяя по формуле (26) продолжительность пропадания, мы получим формулу, отличающуюся от формулы (14) только постоянными коэффициентами.

Проводя такое же, как и раньше, интегрирование для получения $\Delta t_{\text{ср}}$ и переходя затем к вероятности пропадания, мы получим

¹⁾ Коэффициенты A_1 и A'_1 могут зависеть и от направленности антенны, если она настолько остра, что некоторые лучи не принимаются.

²⁾ Может, конечно, быть и такой случай, что в момент пропадания обоих лучей $\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ меняет также знак, но такой случай встретится весьма редко, и мы его отбрасываем.

результат совершенно аналогичный формулам (23) и (24):

$$S = A_2 \left(\frac{U_0}{U_m} \right)^2 \quad (27)$$

или

$$S = A'_2 \left(\frac{U_0}{U_{\text{сп}}} \right)^2, \quad (28)$$

где коэффициенты A_2 и A'_2 зависят от условий распространения. Общая вероятность пропадаания равна сумме этих вероятностей. Складывая формулы (23) и (27), (24) и (28) и вынося $\left(\frac{U_0}{U_m} \right)^2$ за скобки, получим:

$$S = A \left(\frac{U_0}{U_m} \right)^2, \quad (29)$$

$$S = A' \left(\frac{U_0}{U_{\text{сп}}} \right)^2. \quad (30)$$

Величины A и A' могут быть найдены экспериментально. В случае интерференционного замирания число пропаданий в единицу времени может быть вычислено следующим образом.

Как видно из формулы (14), пропадание будет иметь место, если:

$$t_0 < \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} U_0^2, \quad (33)$$

т. е.

$$-\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{ab} U_0 < t_0 < \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{ab} U_0. \quad (34)$$

Вероятность того, что t_0 попадет в эти пределы, т. е. что при данном пересечении произойдет пропадание, будет:

$$2p_{t_0} \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{ab} U_0, \quad (35)$$

где p_{t_0} взято из выражения (15).

Выражение (35) дает, другими словами, число пропаданий, приходящихся на одно пересечение в среднем.

Таким образом, вероятное число пропаданий в единицу времени будет:

$$n = 2p_{t_0} \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{ab} U_0 n_U, \quad (36)$$

где n_U — число пересечений кривых U_1 и U_2 в единицу времени; величины a и b должны быть взяты средние.

Таким образом, n будет уменьшаться пропорционально U_0 .

Если мы хотим, чтобы коэффициент пропорциональности зависел не от мощности передатчика и антенн, а лишь от условий распростра-

нения, то можно записать так:

$$n = g_1 \frac{U_0}{U_m}. \quad (37)$$

Для случая второго вида пропадания, в случае прихода двух лучей, мы получим аналогичный результат, так как все рассуждения для этого случая могут быть проведены аналогично, только началом должна быть формула (26), вместо формулы (13).

Складывая это число пропаданий с числом, получаемым из формулы (37), мы получим:

$$n = g \frac{U_0}{U_m}, \quad (38)$$

где g зависит лишь от условий распространения.

Отсюда легко вычислить и среднюю продолжительность пропаданий:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{S}{n} = \frac{A \left(\frac{U_0}{U_m} \right)^2}{g \frac{U_0}{U_m}} = \frac{A}{g} \frac{U_0}{U_m}. \quad (39)$$

Таким образом $\tau_{\text{ср}}$ так же, как и для случая одного луча, убывает пропорционально отношению $\frac{U_0}{U_m}$.

в) Приходит много лучей

Разделим все приходящие лучи на две группы и обозначим через U_1 суммарное напряжение от всех лучей первой группы и аналогично U_2 — от второй группы.

В этом случае так же, как и в предыдущем, могут быть два вида пропадания.

Второй вид пропадания в этом случае будет, при достаточно малых отношениях U_0/U_m , встречаться редко, так как в случае прихода в место приема двух и большего количества лучей в одной группе вероятность пропадания уменьшается пропорционально квадрату отношения U_0/U_m , и значит случаи, когда обе группы лучей одновременно будут иметь малую амплитуду, встретятся редко. Поэтому пропадания этого вида отбрасываем.

Рассмотрение первого вида пропадания будет совершенно аналогично рассмотрению для случая двух лучей и поэтому приведет к тем же результатам. Тут только вместо каждого из двух лучей будет целая группа лучей, но это на ходе рассуждений и результате не отзовется. Мы получим для S ф-лы (29) и (30), где величины A и A' , вообще говоря, численно могут отличаться от прежних.

Величины A и A' будут опять зависеть лишь от условий распространения (числа лучей и соотношения их амплитуд).

Для числа пропаданий в единицу времени и их средней продолжительности, учитывая лишь интерференционные замирания согласно вышесказанному, мы получим опять ф-лы (38) и (39), так как все рассуждения останутся прежними.

4. Сдвоенный прием

Сдвоенный прием ведут на две настолько разнесенных антенны, чтобы пропадания на одной и на другой происходили независимо друг от друга; к каждой антенне присоединяется свой приемник, выходы которых, после выпрямления сигналов, соединяются вместе. Таким образом, пропадание при таком приеме будет получаться лишь тогда, когда оно имеет место сразу на обоих приемниках.

Вероятность того, что в данный момент произойдут два независимых друг от друга события, равняется произведению вероятностей этих событий. Таким образом, вероятность пропадания при сдвоенном приеме будет:

$$S = S' S'' \quad (40)$$

где S' и S'' — вероятности пропадания на первом и на втором приемниках.

В случае, если оба приемника находятся в одинаковых условиях, то $S' = S'' = S_1$ и значит:

$$S = S_1^2 \quad (41)$$

Подсчитываем теперь число пропаданий при сдвоенном приеме.

Возьмем какой-то большой отрезок времени T единиц. Пусть, для примера, на первом приемнике за это время случилось три пропадания в промежутки времени 2–3, 5–6, 8–9 (см. фиг. 4).

Продолжительность каждого из них обозначим через τ'_1 , τ'_2 и τ'_3 .

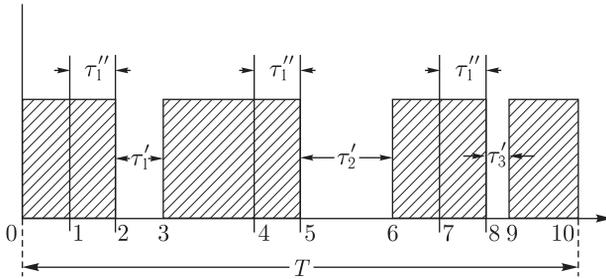
На втором пусть будет одно пропадание с продолжительностью τ''_1 . Спрашивается, какова вероятность, что эти пропадания совпадут, т. е. случится пропадание при сдвоенном приеме.

Очевидно это случится, если начало пропадания τ''_1 попадет в один из отрезков времени 1–3, 4–6 или 7–9 с продолжительностями $\tau''_1 + \tau'_1$, $\tau''_1 + \tau'_2$, $\tau''_1 + \tau'_3$ соответственно, как это видно из рисунка, но так как пропадание τ''_1 может начаться в любой момент отрезка времени T , то вероятность, что это начало попадет в упомянутые выше отрезки, т. е. вероятность того, что пропадания будут одновременны на обоих приемниках, будет отношением суммы продолжительностей этих отрезков ко всему отрезку T , т. е.:

$$p_1 = \frac{\tau''_1 + \tau'_1 + \tau''_1 + \tau'_2 + \tau''_1 + \tau'_3}{T} = \tau''_1 n' + S'$$

где n' — число пропаданий в единицу времени на первом приемнике (т. е. в нашем случае $3/T$), S' — вероятность пропадания на этом приемнике, а p_1 есть число общих для обоих приемников пропаданий за период времени T , приходящееся на одно пропадание второго приемника продолжительностью τ''_1 .

Если на втором приемнике произойдет за отрезок времени T еще одно пропадание с продолжительностью τ''_2 , то вероятность того, что



Фиг. 4

оно совпадет с одним из пропаданий на первом приемнике, может быть подсчитана аналогично. Она будет:

$$p_2 = \tau_2'' n' + S'.$$

Общее же вероятное количество пропаданий за отрезок времени T будет:

$$p_1 + p_2.$$

В случае многих пропаданий на втором приемнике³⁾ получим для среднего количества пропаданий за отрезок времени T величину:

$$\sum_{k=1}^{n''T} p_k k = \sum_{k=1}^{n''T} \tau_k'' n' + \sum_{k=1}^{n''T} S' = n' \sum_{k=1}^{n''T} \tau_k + n'' T S',$$

а на единицу времени получим:

$$n = \frac{\sum_{k=1}^{n''T} p_k k}{T} = n' S'' + n'' S', \tag{42}$$

так как

$$\sum_{k=1}^{n''T} \tau_k = S''$$

— вероятность пропадания на втором приемнике.

Если $n' = n'' = n_1$ и $S' = S'' = S_1$, то

$$n = 2n_1 S_1. \tag{43}$$

Средняя продолжительность пропадания при двояном приеме будет:

$$\tau_{cp} = \frac{S}{n} = \frac{S' S''}{n' S'' + n'' S'} = \frac{1}{\frac{n'}{S'} + \frac{n''}{S''}} = \frac{1}{\frac{1}{\tau_{cp}'} + \frac{1}{\tau_{cp}''}} = \frac{\tau_{cp}' \tau_{cp}''}{\tau_{cp}' + \tau_{cp}''} \tag{44}$$

³⁾ В общем случае их число будет $n''T$, где n'' — число пропаданий в единицу времени на втором приемнике.

или лучше:

$$\frac{1}{\tau_{\text{cp}}} = \frac{1}{\tau'_{\text{cp}}} + \frac{1}{\tau''_{\text{cp}}}. \quad (45)$$

Если

$$\tau'_{\text{cp}} = \tau''_{\text{cp}},$$

то

$$\tau_{\text{cp}} = \frac{\tau'_{\text{cp}}}{2}. \quad (46)$$

5. Строенный прием

Строенный прием производится на три разнесенных друг от друга антенны так же, как сдвоенный на две. При таком приеме пропадание может получиться лишь при наличии одновременного пропадания на трех антеннах.

Вычисление вероятности пропадания и других величин можно произвести, предположив, что сдваиваем третий приемник с уже сдвоенным первым и вторым.

Соответственно этому получим:

$$S = (S' S'') S''' = S' S'' S''' \quad (47)$$

и, если условия приема одинаковы, то

$$S = S^3. \quad (48)$$

Число пропаданий в единицу времени будет:

$$n = (n' S'' + n'' S') S''' + n''' S' S'' = n' S'' S''' + S' n'' S''' + S' S'' n''' \quad (49)$$

при одинаковых условиях приема:

$$n = 3n_1 S_1^2. \quad (50)$$

Средняя продолжительность пропадания:

$$\frac{1}{\tau_{\text{cp}}} = \frac{1}{\tau'_{\text{cp}}} + \frac{1}{\tau''_{\text{cp}}} + \frac{1}{\tau'''_{\text{cp}}} \quad (51)$$

и при одинаковых условиях приема:

$$\tau_{\text{cp}} = \frac{\tau'_{\text{cp}}}{3}. \quad (52)$$

6. Прием модулированных сигналов

В целях уменьшения пропаданий иногда применяют передачу телеграфных сигналов, модулированных низкой частотой. При этом способе передачи во время манипуляции исчезают и появляются несущая и боковые частоты сразу.

Все эти три частоты обычно после преобразования в детекторе с гетеродином попадают на выпрямитель, где и выпрямляются.

Если при приеме немодулированных колебаний прием прекращается, когда напряжение на входе падает ниже U_0 , то при приеме модулированных колебаний прием может прекратиться, если напряжение у всех частот одновременно упадет ниже U_0 .

Так как на разных частотах, в случае достаточного расстояния между ними по частоте, замирания бывают разновременными, как и при разнесенных антеннах, то вероятность пропаданий и их количество будут уменьшаться при приеме модулированных колебаний. С другой стороны, так как при модулированной передаче амплитуды несущей, и тем более боковых, будут меньше, чем амплитуда при немодулированной работе, то от этого условия приема ухудшатся.

Поэтому для выяснения количественного преимущества модулированной передачи необходимо заняться расчетом.

Будем считать, что пропадание при модулированной передаче наступает тогда, когда ни одно из принимаемых напряжений не превосходит порога чувствительности приемника U_0 .

При таком рассмотрении мы будем получать для модулированной передачи более плохие цифры, чем они будут на самом деле, так как возможен случай, когда ни одно из поступающих на вход приемника напряжений не будет превосходить U_0 , а пропадания все-таки не будет, так как суммарное напряжение будет превосходить U_0 .

Более точное рассмотрение вопроса создает большие трудности при подсчете числа пропаданий и их средней продолжительности.

Если предположить, что частота модуляции настолько высока, что пропадания происходят на несущей и на боковых независимо друг от друга, то при сделанном выше предположении можно рассчитывать пропадание при модулированной передаче, как при строенном приеме, утягивая только изменение амплитуды на каждой из частот.

Если обозначим через S , τ_{cp} и n вероятность, среднюю продолжительность и число пропаданий в единицу времени при немодулированной работе, то для несущей мы получим⁴⁾:

$$S' = 4S, \quad \tau'_{\text{cp}} = 2\tau_{\text{cp}}, \quad n' = 2n,$$

так как амплитуда несущей будет вдвое меньше амплитуды при работе немодулированными колебаниями.

Соответственно для боковых получим:

$$S'' = S''' = 16S, \quad \tau''_{\text{cp}} = \tau'''_{\text{cp}} = 4\tau_{\text{cp}}, \quad n'' = n''' = 4n.$$

⁴⁾ Рассматриваем случай прихода нескольких лучей, так как при приходе одного с вращающейся плоскостью поляризации очевидно затухание на всех частотах будет происходить одновременно. Также считаем частоту модуляции настолько большой, что пропадание на несущей и боковой независимы.

Пользуясь ф-лами (47) и (51), мы получим для приема модулированных колебаний выражение:

$$1) S_M = S' S'' S''' = 1024 S^3, \tag{53}^5$$

$$2) \frac{1}{\tau_{cp\ m}} = \frac{1}{\tau_{cp}} + \frac{1}{\tau_{cp}''} + \frac{1}{\tau_{cp}'''} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) \frac{1}{\tau_{cp}} = \frac{1}{\tau_{cp}}, \tag{55}$$

$$3) n_M = \frac{S_M}{\tau_{cp\ m}} = \frac{1024 S^3}{\tau_{cp}} = 1024 n S^2. \tag{56}$$

Как видно, средняя продолжительность пропадания как при модулированных, так и при немодулированных колебаниях не изменяется.

Что же касается вероятностей пропадания и их числа, то, как видно из ф-л (54) и (56), при $S > \sqrt{1024} = 32$ немодулированные колебания дают лучший результат; при $S < 32$ лучший результат, наоборот, дают модулированные колебания.

7. Итоги

Итоги можно свести в таблицу:

	S	n	
1) Эффект изменения отношения $\frac{\text{сила сигнала}}{\text{сила помех}}$			
Много лучей	$S = A \left(\frac{U_0}{U_m}\right)^2$	$n = g \frac{U_0}{U_m}$	$\tau_{cp} = \frac{A U_0}{g U_m}$
Один луч	$S = B \frac{U_0}{U_m}$	$n = \text{const}$	$\tau_{cp} = \frac{B U_0}{n U_m}$
2) Эффект сдваивания	$\left\{ \begin{array}{l} S = S' S'' \\ S = S_1^2 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} n = n' S'' + n'' S'' \\ n = 2n_1 S_1 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\tau_{cp}} = \frac{1}{\tau_{cp}'} + \frac{1}{\tau_{cp}''} \\ \tau_{cp} = \frac{\tau_{cp1}}{2} \end{array} \right.$
3) Эффект страивания	$\left\{ \begin{array}{l} S = S' S'' S''' \\ S = S_1^3 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} n = n' S'' S''' + \\ + S' n'' S''' + S' S'' n''' \\ n = 3n_1 S_1^2 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\tau_{cp}} = \frac{1}{\tau_{cp}'} + \\ + \frac{1}{\tau_{cp}''} + \frac{1}{\tau_{cp}'''} \\ \tau_{cp} = \frac{\tau_{cp1}}{3} \end{array} \right.$
4) Прием модулированной телеграфной работы. При ординарном приеме.	$S_M = 1024 S^3$	$n_M = 1024 n S^2$	$\tau_{cp\ m} = \tau_{cp}$

⁵⁾ Точное рассмотрение вопроса для квадратичного детектирования дает:
 $S_M = 170 S^3$.

Здесь A и g — величины, зависящие от условий приема, определяются экспериментально.

Величина B должна равняться, примерно, $2/\pi$.

S' , S'' , S''' , n' , n'' , n''' , $\tau'_{\text{ср}}$, $\tau''_{\text{ср}}$ и $\tau'''_{\text{ср}}$ — вероятность пропаданий, их число в единицу времени и средняя продолжительность для сдваиваемых и страиваемых приемников.

S_1 , n_1 и $\tau_{\text{ср}}$ — то же в случае, если условия приема на сдваиваемых и страиваемых приемниках одинаковы.

S_m , n_m и $\tau_{\text{ср } m}$ — вероятность пропаданий, их число в единицу времени и средняя продолжительность при приеме модулированных колебаний.

В случае сдвоенного и строенного приема модулированных колебаний эти величины должны быть еще подставлены в соответствующие формулы.

О ВОЗДЕЙСТВИИ НА НЕЛИНЕЙНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ СУММЫ СИНУСОИДАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

В. А. Котельников

Научно-технический сборник Электротехнического института связи
в Ленинграде. Вып. 14, Связьтехиздат, 1936, с. 54–62

ON THE INFLUENCE OF THE SUM OF SINUSOIDAL POTENTIALS UPON NON-LINEAR RESISTANCES

Содержание

На основе доказываемого автором представления многочлена в n -й степени в виде суммы произведений факториалов, автор дает метод определения амплитуд и фаз комбинационных частот при аппроксимировании нелинейной характеристики полиномом n -й степени.

Summary

The author represents a polynome of the n th power as the sum of the products of the factorials. On the base of this conception, the correctness of which is proved, a method of determinating the amplitude and phase of combined frequencies is given for the case of approximation of a non-linear characteristic to a polynome of the n th power.

1

В различных областях радиотехники часто приходится иметь дело с воздействием синусоидального напряжения или суммы синусоидальных напряжений на нелинейные сопротивления (например: на электронную лампу).

Для того чтобы подсчитать токи, получающиеся при таком воздействии, очень часто зависимость между током и напряжением представляют в виде степенного ряда:

$$i = i_0 + s_1 u^2 + \dots + s_n u^n,$$

в который затем подставляют вместо u его значение:

$$u = \sum_{k=1}^M u_k \cos(\omega_k t + \varphi_k).$$

В результате получается очень громоздкое выражение, так как приходится разлагать члены:

$$u^N = \left[\sum_{k=1}^M u_k \cos(\omega_k t + \varphi_k) \right]^N$$

на синусоидальные составляющие.

В настоящей статье выводится теорема, при помощи которой это разложение легко может быть получено, а также даются примеры на ее применение.

Кроме того очень часто полного разложения вовсе не нужно, так как бывает достаточно знать, какие частоты в результате получатся и каковы будут амплитуды и фазы лишь у некоторых, наиболее для нас интересных частот. Ответить на эти вопросы прямо, не производя полного разложения, также легко, пользуясь выводимой в этой статье теоремой.

2

Теорема.

При раскрытии выражения:

$$u^N = \left[\sum_{k=1}^M u_k \cos(\omega_k t + \varphi_k) \right]^N \quad (\text{А})$$

мы получим сумму косинусов, у которых:

а) угловые частоты будут:

$$n_1 \omega_1 - n'_1 \omega_1 + n_2 \omega_2 - n'_2 \omega_2 + \dots - n'_M \omega_M; \quad (\text{Б})$$

б) фазы соответственно будут:

$$n_1 \varphi_1 - n'_1 \varphi_1 + n_2 \varphi_2 - n'_2 \varphi_2 + \dots - n'_M \varphi_M; \quad (\text{В})$$

в) и амплитуды соответственно равны:

$$\frac{1}{2^{N-1}} \frac{N!}{n'_1 n'_1! n_2! n_2! \dots n'_M!} u^{n'+n'_1} u_2^{n_2+n'_2} \dots u_M^{n_M+n'_M}. \quad (\text{Г})$$

Здесь:

$$n_1, n'_1, n_2, n'_2, \dots, n'_M$$

— любые целые положительные числа или нули, удовлетворяющие лишь условию:

$$n_1 + n'_1 + n_2 + n'_2 + \dots + n'_M = N, \quad (\text{Д})$$

причем хоть одна из разностей: $n_1 - n'_1, n_2 - n'_2, \dots, n_M - n'_M$ должна быть отлична от нуля, а первая отличная от нуля должна быть положительной¹⁾.

Комбинации, в которых:

$$n_1 = n'_1; n_2 = n'_2; \dots, n_M = n'_M, \quad (\text{Е})$$

что возможно при N четном, дадут члены, не зависящие от t , равные:

$$\frac{1}{2^N} \frac{N!}{n_1!n'_1!n_2!n'_2! \dots n'_M!} u_1^{n_1+n'_1} u_2^{n_2+n'_2} \dots u_M^{n_M+n'_M}. \quad (\text{Ж})$$

Доказательство.

Заменим в выражении А:

$$u_k \cos(\omega_k t + \varphi_k) = u_k \cos x_k = \frac{1}{2} (u_k e^{jx_k} + u_k e^{-jx_k}) = \frac{1}{2} (a_k + a'_k), \quad (1)$$

где

$$x_k = \omega_k t + \varphi_k, \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} a_k &= u_k e^{jx_k}, \\ a'_k &= u_k e^{-jx_k} \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

Тогда его левая часть примет вид:

$$\left[\sum_{k=1}^M \frac{1}{2} (a_k + a'_k) \right]^N. \quad (4)$$

Последнее выражение легко раскрыть, пользуясь формулой, доказанной в приложении:

$$(b_1 + b_2 + \dots + b_M)^N = \sum \frac{N!}{n_1!n_2! \dots n_M!} b_1^{n_1} b_2^{n_2} \dots b_M^{n_M}, \quad (5)$$

где n_1, n_2, \dots, n_M — целые положительные числа (некоторые из них могут быть нулями), составляющие все возможные комбинации при условии, что

$$n_1 + n_2 + \dots + n_M = N. \quad (6)$$

Применяя эту формулу к выражению (4), получим:

$$\begin{aligned} u^N &= \frac{1}{2^N} \frac{N!}{n_1!n'_1!n_2!n'_2! \dots n'_M!} a_1^{n_1} a_1'^{n'_1} a_2^{n_2} a_2'^{n'_2} \dots a_M'^{n'_M} = \\ &= \frac{1}{2^N} \sum \frac{N!}{n_1!n'_1!n_2! \dots n'_M!} u_1^{n_1+n'_1} \dots u_M^{n_M+n'_M} e^{j(n_1x_1 - n'_1x_1 + n_2x_2 - \dots - n'_Mx_M)}. \end{aligned} \quad (7)$$

¹⁾ Напр., при $N = 11$ и $M = 3$ возможна комбинация $n_1 = 2; n'_1 = 2; n_2 = 1; n'_2 = 2; n_3 = 3; n'_3 = 1$, удовлетворяющая условию (Д). Однако ее нужно отбросить, так как первая неравная нулю разность $n_2 - n'_2 = -1$ отрицательна.

Комбинируя затем члены этой суммы, имеющие равные модули и противоположные по знаку показатели, попарно (такие члены получаются, если поменять значениями n_1 и n'_1 , n_2 и n'_2 и т. д.), члены же, у которых $n_1 = n'_1$; $n_2 = n'_2$ и т. д., т. е. имеющие в показателе нули, оставляя без изменения и пользуясь формулой:

$$\frac{1}{2}(e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}) = \cos \alpha,$$

мы получим:

$$u^N = \frac{1}{2^{N-1}} \sum \frac{N!}{n_1!n'_1!n_2! \dots n'_M!} u^{n_1+n'_1} \dots u^{n_M+n'_M} \times \\ \times \cos(n_1x_1 - n'_1x_1 + n_2x_2 - \dots - n'_Mx_M) + \\ + \frac{1}{2^N} \sum \frac{N!}{n_1!n'_1!n_2! \dots n'_M!} u^{n_1+n'_1} \dots u^{n_M+n'_M}. \quad (8)$$

В первую сумму попадут все члены, у которых хоть одно n_k отлично от соответствующего n'_k , т. е. те, у которых выражение под косинусом не равно тождественно нулю. Кроме того из каждой пары членов первой суммы, отличающихся друг от друга лишь перестановкой значений: n_1 и n'_1 , n_2 и n'_2 и т. д., один нужно отбросить, так как эти две комбинации были объединены в один косинус при переходе от ур. (7) к ур. (8). То, что одну из этих комбинаций нужно отбросить, можно учесть требованием, чтобы первая из разностей $n_k - n'_k$, отличная от нуля, была бы положительной (можно было бы с тем же успехом потребовать, чтобы она была отрицательной или наложить это условие на вторую или третью разность и т. д.).

Вторая сумма ур. (8) содержит лишь члены, у которых все $n_k = n'_k$, т. е. те члены, у которых в выражении (7) показатели были равны тождественно нулю. Вторая сумма дает члены, не зависящие от t . Если теперь в выражение (8) мы подставим значения x_k из ур. (2) и учтем все сказанное выше, то мы как раз получим доказываемую теорему²⁾.

3

Представление о количестве членов, получающихся при таком разложении выражения (А), дают таблицы I и II. Таблица I дает количество членов, зависящих от t , а таблица II — число членов, не зависящих от t . В этих таблицах обозначено: N — степень, в которую сумма возводится, а M — количество членов в этой сумме.

²⁾ Важно отметить, что величины u_1 , u_2 и т. д. здесь могут быть и переменными, т. е. можно рассматривать и модулированные синусоидальные колебания. В этом случае в результате разложения будут также получаться модулированные колебания.

Таблица I

$N = \backslash M =$	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	1	4	9	16	25
3	2	10	28	60	110
4	2	16	60	160	350
5	3	28	126	396	1001
6	3	40	226	848	2485
7	4	60	396	1716	5720
8	4	80	636	3200	12120
9	5	110	1001	5720	24310
10	5	140	1491	9696	46122

$$\frac{(N + 2M - 1)!}{2N!(2M - 1)!}$$

при N нечетном

$$\frac{(N + 2M - 1)!}{2N!(2M - 1)!} - \frac{\left(\frac{N}{2} + M - 1\right)!}{\left(\frac{N}{2}\right)!(M - 1)!}$$

при N четном

Таблица II

$N = \backslash M =$	1	2	3	4	5
2	1	2	3	4	5
4	1	3	6	10	15
6	1	4	10	20	35
8	1	5	15	35	70
10	1	6	21	56	126

$$\frac{\left(\frac{N}{2} + M - 1\right)!}{\left(\frac{N}{2}\right)!(M - 1)!}$$

Как видим, число членов разложения может быть очень большим. Данные таблицы могут быть вычислены по формулам, приводимым рядом с ними.

4

Прежде чем приступить к приложению выведенной теоремы к отдельным примерам, остановимся еще на ряде положений, полезных для дальнейшего.

Определение.

Назовем комбинированной частотой n -го порядка из частот частоту:

$$k_1\omega_1 + k_2\omega_2 + \dots + k_n\omega_n. \tag{9}$$

В (9) k_1, k_2, \dots, k_n — любые целые положительные или отрицательные числа или нули и

$$|k_1| + |k_2| + \dots + |k_n| = N, \tag{10}$$

причем первое из k , не равных нулю, должно быть положительным.

Исходя из этого определения, мы можем вывести следствие.

Следствие.

При разложении выражения

$$\left[\sum_{k=1}^M A_k \cos(\omega_k t + \varphi_k) \right]^N \quad (11)$$

мы получим все комбинированные частоты из $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M$ всех четных порядков, меньших или равных N при N четном и всех нечетных порядков, меньших или равных N при N нечетном.

Доказательство.

Действительно, согласно теореме, у нас при разложении этого выражения получатся частоты:

$$n_1\omega_1 - n'_1\omega_1 + n_2\omega_2 - n'_2\omega_2 + \dots - n'_M\omega_M, \quad (12)$$

причем:

$$n_1 + n'_1 + n_2 + n'_2 + \dots + n'_M = N. \quad (13)$$

Обозначая:

$$\begin{aligned} n_1 - n'_1 &= k_1, \\ n_2 - n'_2 &= k_2, \\ &\dots\dots\dots \\ n_M - n'_M &= k_M, \end{aligned} \quad (14)$$

мы получим величины k_1, k_2, \dots, k_M , удовлетворяющие определению. Порядок комбинированной частоты (12) будет:

$$\begin{aligned} |k_1| + |k_2| + \dots + |k_M| &= n_1 + n'_1 - 2n_1^* + n_2 + n'_2 - 2n_2^* + \dots + \\ &+ n_M + n'_M - 2n_M^* = N - 2(n_1^* + n_2^* + \dots + n_M^*), \end{aligned} \quad (15)$$

где n_k^* — меньшее из чисел n_k и n'_k .

Из равенства (15) мы сразу видим, что порядок комбинированных частот будет меньше или равен N , причем он может отличаться от N лишь на четное число. Это является доказательством следствия.

Замечание 1

Если порядок комбинированной частоты, амплитуду которой мы хотим отыскать, ниже, чем степень члена, из которого она получается, то выражение (Б), необходимое для подсчета амплитуды, может быть получено добавлением к комбинированной частоте членов $(\omega_1 - \omega_1)$, $(\omega_2 - \omega_2)$ и т. д., пока не будет удовлетворено условие (Д). Например, выражение (Б) для комбинированной частоты $\omega_1 + \omega_2$, получившейся при возведении в четвертую степень, будет:

$$\omega_1 + \omega_2 + (\omega_1 - \omega_1) = 2\omega_1 - \omega_1 + \omega_2$$

и

$$\omega_1 + \omega_2 + (\omega_2 - \omega_2) = \omega_1 + 2\omega_2 - \omega_2.$$

Полученные выражения будут удовлетворять условию (Д).

Пример 1:

Дана лампа с характеристикой

$$i_a = i_0 + a_1 u_{st} + a_2 u_{st}^2 + a_3 u_{st}^3 + \dots + a_n u_{st}^n,$$

где u_{st} — управляющее напряжение относительно рабочей точки. Требуется определить постоянную слагающую i_a , если:

$$u_{st} = u \cos(\omega t + \varphi).$$

Решение.

Постоянные составляющие получаются только от членов, содержащих u_{st} в четных степенях. Это видно прямо из теоремы, а также из того, что постоянная составляющая является комбинированной частотой нулевого порядка и, значит, может получиться согласно следствию, лишь из членов четных степеней.

Постоянная составляющая из члена второй степени будет иметь для нашего случая выражение (Б) в виде:

$$\omega - \omega,$$

и ее величина поэтому будет:

$$a_2 \frac{2!}{2^2 2! 1!} u^2 = \frac{1}{2} a_2 u^2.$$

Для члена четвертой степени выражение (Б) будет:

$$2\omega - 2\omega$$

и величина постоянной составляющей:

$$a_4 \frac{4!}{2^4 2! 2!} u^4 = \frac{3}{8} a_4 u^4.$$

Для члена степени n выражение (Б) будет:

$$\frac{n}{2} \omega - \frac{n}{2} \omega,$$

и величина:

$$a_n \frac{n!}{2^n \left(\frac{n}{2}\right)! \left(\frac{n}{2}\right)!}.$$

Вся постоянная составляющая будет равна сумме

$$I_a = i_0 + \frac{1}{2} a_2 u^2 + \frac{3}{8} a_4 u^4 + \dots + \frac{n!}{2^n \left(\frac{n}{2}\right)! \left(\frac{n}{2}\right)!} a_n u^n.$$

Пример 2. Найти пятую гармонику анодного тока для условий предыдущего примера.

Решение. Нам надо найти амплитуду частоты 5ω .

Согласно следствию эта частота будет получаться от членов, содержащих u_{st} в нечетных степенях, больших или равных 5-й, т. е. от членов со степенями: 5, 7, 9 и т. д.

При вычислении амплитуды согласно теореме мы должны будем сначала найти величины n_1 и n'_1 , входящие в выражение для амплитуды, для чего нам нужно будет частоту 5ω представить так:

$$5\omega = n_1\omega - n'_1\omega,$$

причем $n_1 + n'_1 = N$, где N — степень того члена, из которого мы отыскиваем частоту. Затем полученные величины n_1 и n'_1 подставить в формулу для амплитуды.

Согласно этому:

1) от члена 5-й степени частота 5ω будет иметь амплитуду:

$$a_5 \frac{5!}{2^4 5!} u^5 = \frac{1}{16} a_5 u^5;$$

2) от члена 7-й степени частота 5ω , согласно замечанию, должна быть представлена так:

$$5\omega + (\omega - \omega) = 6\omega - 2\omega$$

и будет поэтому иметь амплитуду:

$$a_7 \frac{7!}{2^6 6! 1!} - u^7 = \frac{7}{64} a_7 u^7;$$

3) от члена 9-й степени частота 5ω должна быть представлена так:

$$5\omega + 2(\omega - \omega) = 7\omega - 2\omega$$

и будет иметь амплитуду:

$$a_9 \frac{9!}{2^8 7! 2!} - u^9 = \frac{9}{64} a_9 u^9;$$

4) от члена n -й степени частота 5ω должна быть представлена так:

$$5\omega + \frac{n-5}{2}(\omega - \omega) = \frac{n-5}{2}\omega + \frac{n-5}{2}\omega$$

и будет иметь амплитуду:

$$a_n \frac{n!}{2^{n-1} \left(\frac{n+5}{2}\right)! \left(\frac{n+5}{2}\right)!} u^n.$$

Согласно теореме, фазы всех этих составляющих будут равны 5φ , т. е. будут совпадать между собой. Поэтому результирующая амплитуда частоты 5ω будет просто суммой полученных амплитуд для этой частоты от отдельных членов.

Пример 3. Пусть на лампу с характеристикой первого примера воздействует напряжение:

$$u_{st} = u_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + u_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) + u_3 \cos(\omega_3 t + \varphi_3).$$

Требуется определить амплитуду комбинированной частоты второго порядка $\omega_1 - \omega_2$.³⁾

Решение. Данная частота согласно следствию будет получаться от всех четных степеней разложения характеристики.

1) Для члена второй степени выражение (Б) будет просто:

$$\omega_1 - \omega_2$$

и амплитуда этой частоты будет:

$$a_2 \frac{2!}{2 \cdot 1!!1!} u_1 u_2 = a_2 u_1 u_2.$$

2) Для члена четвертой степени выражения (Б) будут, согласно замечанию:

$$(а) \quad \omega_1 - \omega_2 + (\omega_1 - \omega_1) = 2\omega_1 - \omega_1 - \omega_2,$$

$$(б) \quad \omega_1 - \omega_2 + (\omega_2 - \omega_2) = \omega_1 + \omega_2 - 2\omega_2,$$

$$(в) \quad \omega_1 - \omega_2 + (\omega_3 - \omega_3) = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_3;$$

амплитуды для этих выражений будут соответственно:

$$(а) \quad a_4 \frac{4!}{2^3 \cdot 2!!1!!1!} u_1^3 u_2 = \frac{3}{2} a_4 a_1^3 u_2,$$

$$(б) \quad a_4 \frac{4!}{2^3 \cdot 1!!1!!2!} u_1 u_2^3 = \frac{3}{2} a_4 u_1 u_2^3,$$

$$(в) \quad a_4 \frac{4!}{2^3 \cdot 1!!1!!1!!1!} u_1 \cdot u_2 u_3^2 = 3a_4 u_1 u_2 u_3^2, \quad 4)$$

фазы всех этих составляющих, согласно теореме, будут $\varphi_1 - \varphi_2$, и поэтому результирующая амплитуда будет равняться сумме отдельных амплитуд.

3) Для члена шестой степени выражения для частоты будут:

$$(а) \quad \omega_1 - \omega_2 + 2(\omega_1 - \omega_1) = 3\omega_1 - 2\omega_1 - \omega_2,$$

$$(б) \quad \omega_1 - \omega_2 + 2(\omega_2 - \omega_2) = \omega_1 + 2\omega_2 - 3\omega_2,$$

³⁾ Этот пример соответствует кроссмодуляции на 1-м детекторе супергетеродина приемника.

⁴⁾ Член «в» дает кроссмодуляцию, т.е. разностная частота, даваемая этим членом, будет зависеть от амплитуды частоты.

$$(в) \quad \omega_1 - \omega_2 + 2(\omega_3 - \omega_3) = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_3,$$

$$(г) \quad \omega_1 - \omega_2 + (\omega_1 - \omega_1) + (\omega_2 - \omega_2) = 2\omega_1 - \omega_1 + \omega_2 - 2\omega_2,$$

$$(д) \quad \omega_1 - \omega_2 + (\omega_1 - \omega_1) = (\omega_3 - \omega_3) = 2\omega_1 - \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_3,$$

$$(е) \quad \omega_1 - \omega_2 + (\omega_2 - \omega_2) + (\omega_3 - \omega_3) = \omega_1 + \omega_2 - 2\omega_2 + \omega_3 - \omega_3.$$

По этим выражениям легко вычислить амплитуды⁵⁾. Фазы у всех составляющих будут:

$$\varphi_1 - \varphi_2.$$

Полезно отметить, что некоторыми членами можно пренебречь, не прибегая к вычислению их амплитуды. Так, напр., если считать u_1 много меньше u_2 и u_3 ,⁶⁾ то можно пренебречь членами, содержащими u_1 в степени выше 1-й, т. е. членами, для которых выражение (Б) содержит ω_1 больше, чем один раз. В этом случае у нас останутся составляющая от 2-й степени, от 4-й степени члены «б» и «в», от 6-й степени члены «б», «в» и «е».

5

Может встретиться еще другой тип задачи, когда требуется выписать все комбинированные частоты, получающиеся от данного члена. Чтобы не пропустить ни одного члена разложения и не взять дважды один и тот же, можно воспользоваться следующим замечанием:

Замечание 2

Для того чтобы выписать все комбинированные частоты, можно первоначально составить все комбинации амплитуд, возводимых в степень синусоид, пользуясь свойством, что сумма показателей должна равняться степени, в которую мы возводим (см. теорему). Затем выписать для каждой такой комбинации все комбинационные частоты, исходя из того, что $n_1 + n'_1$ будет показатель у u_1 , $n_2 + n'_2$ — показатель у u_2 и т. д., согласно теореме.

Поясним на примере.

Пример 4.

Требуется выписать все комбинационные частоты, получающиеся от возведения в четвертую степень выражения:

$$u = u_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + u_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) + u_3 \cos(\omega_3 t + \varphi_3).$$

⁵⁾ Если бы мы раскрывали для отыскания этих амплитуд сумму всех синусоид в 6-й степени полностью, то получили бы согласно таблицам I и II 236-й член.

⁶⁾ Соответствует обычным условиям на 1-м детекторе, если u_1 — амплитуда от принимаемой станции.

Выписываем все комбинации амплитуд, которые встретятся в членах разложения этого выражения. При этом будем исходить из того, что сумма показателей каждого члена должна равняться степени, в которую мы возводим, т. е. в нашем случае четырем. Получим:

$$u_1^4, u_1^3 u_2, u_1^3 u_3, u_1^2 u_2^2, u_1^2 u_2 u_3, u_1^2 u_3^2, u_1 u_2^3, u_1 u_2^2 u_3, \\ u_1 u_2 u_3^2, u_1 u_3^3, u_2^4, u_2^3 u_3, u_2^2 u_3^2, u_2 u_3^3, u_3^4.$$

Затем выпишем комбинационные частоты для каждого их члена в том виде, как они нам понадобятся при вычислении амплитуды. Получим:

для

$$u_1^4: 4\omega_1, 3\omega_1 - \omega_1, 2\omega_1 - 2\omega_1;$$

для

$$u_1^3 u_2: 3\omega_1 \pm \omega_2, (2\omega_1 - \omega_1) \pm \omega_2;$$

для

$$u_1^3 u_3: 3\omega_1 \pm \omega_3, (2\omega_1 - \omega_1) \pm \omega_3;$$

для

$$u_1^2 u_2^2: 2\omega_1 \pm 2\omega_2, 2\omega_1 + (\omega_2 - \omega_2), (\omega_1 - \omega_1) + 2\omega_2, (\omega_1 - \omega_1) + (\omega_2 - \omega_2);$$

для

$$u_1^2 u_2 u_3: 2\omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3, (\omega_1 - \omega_1) + \omega_2 \pm \omega_3;$$

и т. д.

Затем, если не надо вычислять амплитуду, можно, приведя подобные члены, упростить выражения для частот.

Приложение

Лемма.

Справедлива следующая формула

$$(b_1 + b_2 + \dots + b_M)^N = \sum \frac{N!}{n_1! n_2! \dots n_M!} b_1^{n_1} b_2^{n_2} \dots b_M^{n_M}, \quad (a)$$

где в последней сумме n_1, n_2, \dots, n_M — целые положительные числа или нули, которые должны составлять все возможные комбинации, удовлетворяющие лишь условию

$$n_1 + n_2 + \dots + n_M = N. \quad (б)$$

Доказательство.

Левую часть уравнения (а) можно представить так:

$$(b_1 + b_2 + \dots + b_M)(b_1 + b_2 + \dots + b_M) \dots (b_1 + b_2 + \dots + b_M). \quad (в)$$

Здесь число скобок должно равняться степени, в которую мы возводим, т. е. N . Раскрывая эти выражения, мы должны каждый член первой скобки помножить на каждый член второй, затем каж-

дое из полученных произведений на каждый член третьей скобки и т. д. В результате мы получим произведения $b_1^{n_1} b_2^{n_2} \dots b_M^{n_M}$, в которых n_1, n_2, \dots, n_M — целые положительные числа или нули, удовлетворяющие лишь условию (б) и принимающие все возможные комбинации.

При таком раскрытии окажется много одинаковых членов, и после их суммирования мы получим:

$$(b_1 + b_2 + \dots + b_M)^N = \sum A(n_1, n_2, \dots, n_M) b_1^{n_1} b_2^{n_2} \dots b_M^{n_M}, \quad (\text{г})$$

где $A(n_1, n_2, \dots, n_M)$ — число одинаковых членов $b_1^{n_1} b_2^{n_2} \dots b_M^{n_M}$, получившихся при раскрытии.

Найдем величину $A(n_1, n_2, \dots, n_M)$, для чего возьмем от выражения (г), как от тождества, частные производные n_1 раз по b_1 , n_2 раз по b_2 и т. д.

После дифференцирования мы получим от левой части $N!$, так как общее количество дифференцирований будет N ; а от правой части останется всего лишь один член суммы $A(n_1, n_2, \dots, n_M) n_1! n_2! \dots n_M!$, так как во всех членах с другими показателями мы обязательно хоть раз должны будем продифференцировать по одному из b_k большее число раз, чем его степень, и этим превратим их в нули.

Таким образом:

$$N! = A(n_1, n_2, \dots, n_M) n_1! n_2! \dots n_M!$$

или

$$A(n_1, n_2, \dots, n_M) = \frac{N!}{n_1! n_2! \dots n_M!}. \quad (\text{д})$$

Подставляя величину для A из уравнения (д) в уравнение (г), мы получим равенство (а), которое мы и хотим доказать.

ЕЩЕ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СИНХРОНИЗАЦИИ ПРИ ПРИЕМЕ ФАЗОВОЙ ТЕЛЕГРАФНОЙ ПЕРЕДАЧИ ¹⁾

В. А. Котельников

Научно-технический сборник Электротехнического института связи
в Ленинграде. Вып. 4(20), Связьтехиздат, 1937

ON STABILITY OF SYNCHRONIZATION BY THE RECEPTION OF PHASE-MODULATED TELEGRAPH SIGNALS

Содержание

В статье «Об устойчивости синхронизации при приеме фазовой телеграфной передачи», помещенной в Научно-Техническом Сборнике № 15, В. И. Сифоров доказывает, что электромагнитный синхронизатор неустойчив. В настоящей заметке показывается, что введением упругой силы, напр. пружины на оси подстроечного конденсатора, можно сделать работу синхронизатора устойчивой.

Summary

In his article «Stability of synchronization by the reception of phase-modulated telegraph signals», published in issue № 15 of this journal, Prof. W. I. Siforov proves the instability of electromagnetic synchronizing devices. In the present note, however, it is shown, that by introduction of an elastic force, such as a spring on the shaft of the tuning condenser, the operation of the synchronizing device may be stabilized.

В упомянутой статье В. И. Сифорова доказывается, что электромагнитный синхронизатор устойчиво работать не может. Однако, как легко показать, введением упругой силы, например пружины, удерживающей подстроенный конденсатор C (см. фиг. 1 упомянутой статьи), можно добиться устойчивой работы синхронизатора.

Действительно в этом случае уравнение (6) ²⁾ будет выглядеть так:

$$A\varphi - D\psi - C\frac{d\psi}{dt} = I\frac{d^2\psi}{dt^2}. \quad (6')$$

¹⁾ Замечание к статье В. И. Сифорова «Об устойчивости синхронизации...», опубликованной в Научно-Техническом Сборнике № 15.

²⁾ Уравнения, обозначенные без штриха, см. упомянутую статью В. И. Сифорова.

Здесь $D\psi$ — упругая сила пружины, удерживающей конденсатор в начальном положении; остальные обозначения те же, что и в статье В. И. Сифорова.

Подставляя вместо ψ его значение из формулы (10), получим вместо ур-ния (12) новое дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^3\varphi}{dt^3} + \frac{C}{I} \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{D}{I} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{AB}{I} \varphi = \frac{D}{I} (\omega_0 - \omega_1). \quad (12')$$

Это уравнение отличается от ур-ния (12) наличием члена с первой производной и правой части.

Частное решение этого уравнения очевидно будет:

$$\varphi = \frac{D}{AB} (\omega_0 - \omega_1).$$

Полное решение мы получим действуя тем же методом, что и В. И. Сифоров, оно будет:

$$\varphi = Qe^{\gamma t} + Pe^{\alpha t} \sin(\beta t + \theta) + \frac{D}{AB} (\omega_0 - \omega_1), \quad (19')$$

где P , Q и θ — постоянные интегрирования; α , β и γ определяются из уравнений:

$$\left. \begin{aligned} -2\alpha - \gamma &= p, \\ \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\gamma &= r, \\ -\gamma(\alpha^2 + \beta^2) &= q. \end{aligned} \right\} \quad (18')$$

Эти уравнения отличаются от ур-ния (18) во второй строке, так как теперь (12') содержит член с первой производной. Здесь обозначено:

$$\frac{C}{I} = p, \quad \frac{D}{I} = r, \quad \frac{AB}{I} = q. \quad (14')$$

Из ур-ния (19') мы видим, что φ будет стремиться к значению:

$$\varphi = \frac{D}{AB} (\omega_0 - \omega_1) \quad (23')$$

и это значение будет устойчивым, если α и γ будут отрицательными.

Из последней строки ур-ния (18') мы видим, что γ отрицательна. Из второй строки видим, что в случае, если r подобрано так, что:

$$r > \alpha^2 + \beta^2$$

(а это можно всегда сделать, увеличивая упругость пружины, т. е. D), то α тоже должно быть отрицательным. Первая строка ур-ния (18') при отрицательных значениях α и γ так же может быть удовлетворена соответствующим выбором сил торможения, т. е. p .

Таким образом при наличии упругих сил пружины можно всегда подобрать, по крайней мере теоретически, такой режим электромагнитного синхронизатора, что он будет работать устойчиво. Особенно это становится ясным и наглядным, если положить для простоты рассмотрения момент инерции I равным нулю.

Введение пружины в синхронизатор имеет тот недостаток, что φ будет стремиться не к нулю, а к значению, определяемому из равенства (23'). Однако этот недостаток можно уменьшить тем, что сделать разность $\omega_0 - \omega_1$ малой путем применения стабилизации или автоматической подстройки ω_0 под ω_1 . Последнее можно сделать путем введения конденсатора C' параллельно конденсатору C (фиг. 1 упомянутой статьи), также приводимого во вращение разностью токов ламп I и II, но не имеющего пружины. Как легко показать, это подстроечное устройство будет работать устойчиво, если оно будет двигаться много медленнее электромагнитного синхронизатора, т. е. если мы сможем принять при составлении дифференциального уравнения движения подстроечного устройства, что ур-ние (23') удовлетворится для каждого момента времени.

МОЩНЫЕ КОРОТКОВОЛНОВЫЕ ПЕРЕДАТЧИКИ С АВТОМАТИЧЕСКИМ УПРАВЛЕНИЕМ

Инж. С. Н. Стоянов и В. А. Котельников

Техника связи, 1938, т. 6, с. 4–10

В передающем центре RCA Рокки-Пойнт имеются два автоматических коротковолновых передатчика, номинальной мощностью 40 квт каждый.

Эти передатчики помещаются в отдельном небольшом здании (фиг. 1) размером $5,5 \times 8$ м, расположенном на расстоянии 250 м от главного здания Рокки-Пойнт.

Здание, где помещаются автоматические передатчики, деревянное, легкого типа, внутри экранировано железными листами, толщиной 1 мм, покрытыми алюминием (распылением). Это здание обычно заперто на ключ, который находится у дежурного инженера главного здания, и никем не обслуживается. Периодически (дней через 5–6) туда заходит для осмотра станционный инженер.

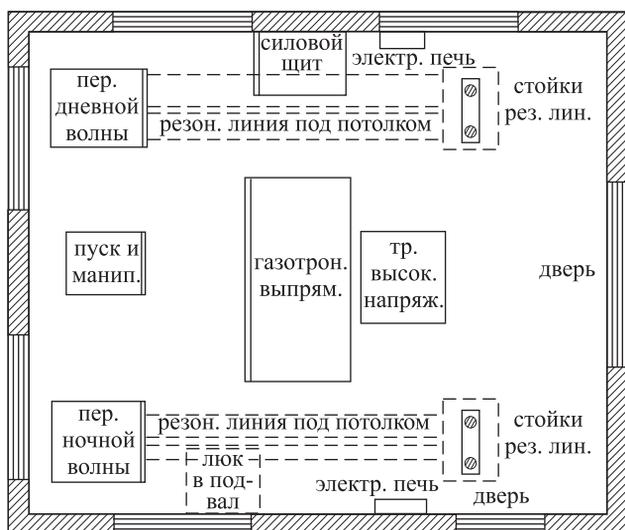
Здание передатчиков имеет один этаж и небольшой подвал. В первом этаже (фиг. 2) расположены сами передатчики, стойка пуска и манипуляции, силовой щит и газотронный выпрямитель с анодным трансформатором.

В подвальном помещении находится общий силовой трансформатор, щит с автоматами, переключающими анодное напряжение, и водяной насос (фиг. 3).

Для охлаждения ламп рядом со зданием находится небольшой железобетонный бассейн (фиг. 1). Этот бассейн наполняется из общей водяной системы главного здания и в случае испарения автоматически дополняется при помощи контрольного бачка с поплавком, находящимся на уровне зеркала бассейна (фиг. 4).



Фиг. 1



Фиг. 2

В подвальном помещении, как видно из фиг. 4, находится водяной насос с мотором. Насос находится ниже уровня бассейна и поэтому может автоматически пускаться без заливки водой.

Каждый из передатчиков имеет одну фиксированную рабочую волну. Один из этих передатчиков работает с Лондоном на частоте 13 420 кГц. Другой работает на частоте 6725 кГц с Брюсселем.

Работают они от одного анодного газотронного выпрямителя, который переключается на тот или другой передатчик. Одновременно передатчики работать не могут.

Передатчики включаются от первого любого сигнала манипуляции (точки или позывные), переданного из радиоаппаратной Нью-Йорка (на расстоянии порядка 100 км). Каждый передатчик имеет свой закрепленный канал в системе многократной передачи сигналов из радиоаппаратной на передающий центр и включается тот передатчик, которому посылаются сигналы манипуляции.

Выключается он также сам, если манипуляция на него не дается в течение 4 минут.

1. Описание передатчика

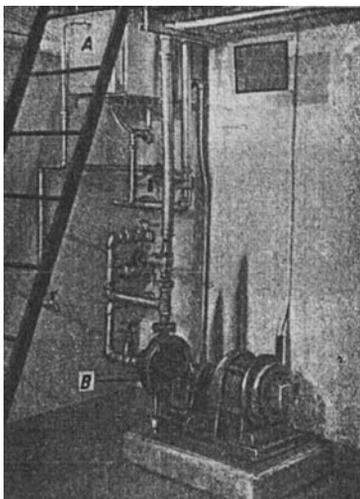
Каждый из этих передатчиков имеет два каскада, без умножения частоты.

Общий вид одного передатчика показан на фиг. 5.

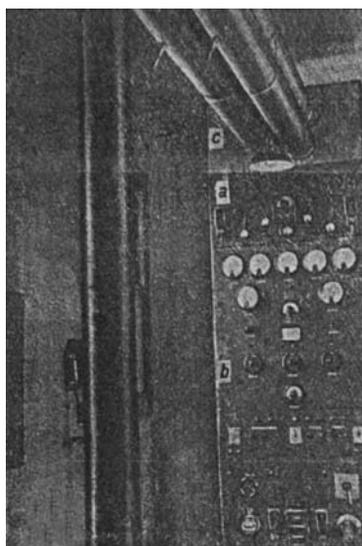
Передатчик представляет по существу мощный каскад последнего типа RCA одноволнового передатчика (тип F). Сверху этого мощного каскада приделан шкаф возбудителя, работающего пушпулом на ма-



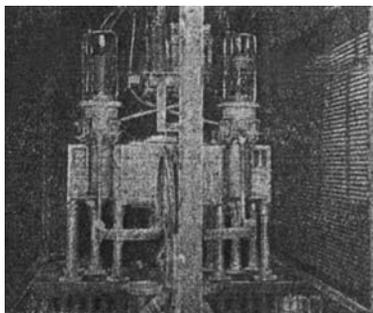
Фиг. 3



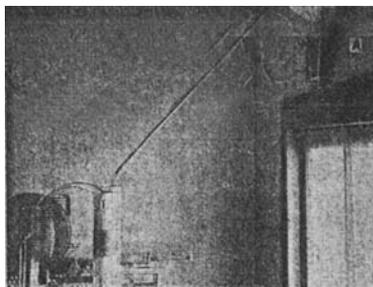
Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

леньких (5-киловаттных), охлаждаемых водой лампах, по одной лампе в плече. На фиг. 5 видны: верньер настройки анодного контура, приборы в сетках и анодах и максимальные автоматы в анодах.

Мощный каскад работает на двух лампах по 50 кВт — пушпулом (фиг. 6). Нейтрализация обычная: сетка-анод. Мощный каскад рассчитан для работы при 20 000 В анодного напряжения.

Отсутствие переключателей с трущимися контактами и постоянная настройка (одна фиксированная волна) делают работу этого передатчика чрезвычайно устойчивой.

На лицевой панели мощного каскада (фиг. 5, в) видны верньеры для настройки сетки, нейтродинов и анодного контура с помощью диска и конденсатора, анодные и сеточные приборы, максимальные реле и вольтметровое реле (минимальное), а также рукоятка для изменения напряжения накала, для изменения анодного напряжения и кнопки для ручного включения передатчика в случае необходимости.

Связь с антенной индуктивная. Антенна закреплена за данным передатчиком и переключателя не имеет.

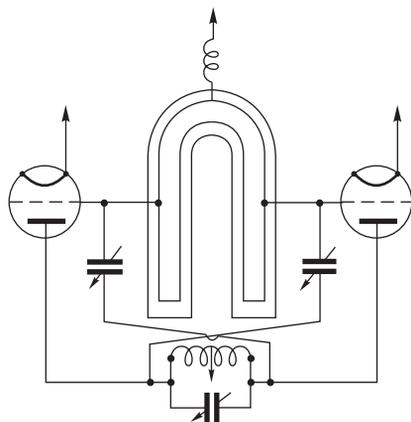
Наверху передатчика (фиг. 7) установлен обычный для всех передатчиков RCA в Рокки-Пойнт фильтр для 2 и 3 гармоник. Далее на стене у проходных изоляторов фидера мы видим контрольный выпрямитель, связанный с фидером двумя витками. Ток с этого контрольного выпрямителя поступает в общую для всего центра Рокки-Пойнт контрольную комнату, находящуюся в главном здании.

2. Стабилизация передатчика

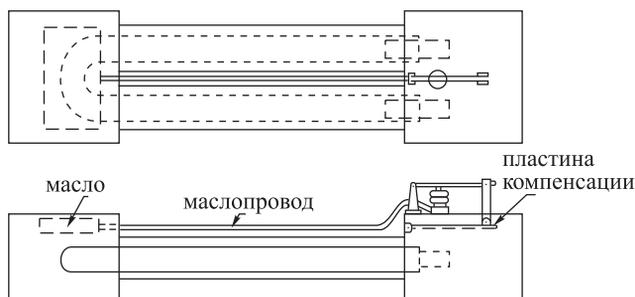
Передатчик работает со стабилизацией резонансной линией (фиг. 8).

Концентрический фидер в $1/2$ волны состоит из двух концентрических труб (фиг. 9). Внутренняя труба имеет около середины отводы, присоединенные к сеткам ламп, чем осуществляется связь с сетками.

Фидер у передатчика дневной волны согнут в два раза, а у передатчика ночной волны в четыре раза (фиг. 10). Концы внутренней трубы



Фиг. 8



Фиг. 9

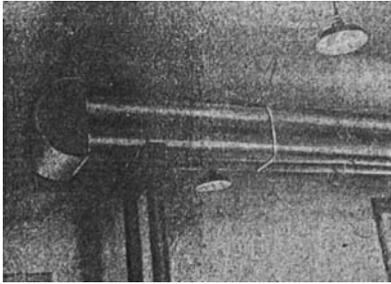
могут удлиняться посредством выдвигания из их концов цилиндров. Этим осуществляется грубая настройка частоты. Для температурной компенсации и точной подгонки частоты употребляется подвижная пластина около концов внутренней трубы, которая меняет их емкость. Ее положение можно менять от руки, при подгонке частоты, и автоматически, от давления масла в томпаковой гармошке для температурной компенсации (фиг. 9 и 11).

Внутренняя труба поддерживается изолантитовыми изоляторами (три штуки на пролет).

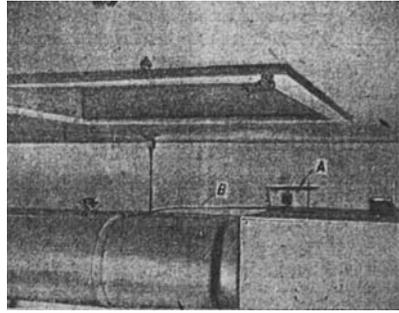
Отводы к сеткам ламп подвижные, их положение подбирается экспериментальным путем.

Стабильность частоты согласно сводке сохраняется в пределах 0,01 до 0,004%.

Манипуляция осуществляется на сетке задающего генератора (запирание сеток) и больших скоростей не позволяет (максимум 100–120 слов в минуту). Это является основным минусом данного передатчика с точки зрения применения его на наших магистральных связях.



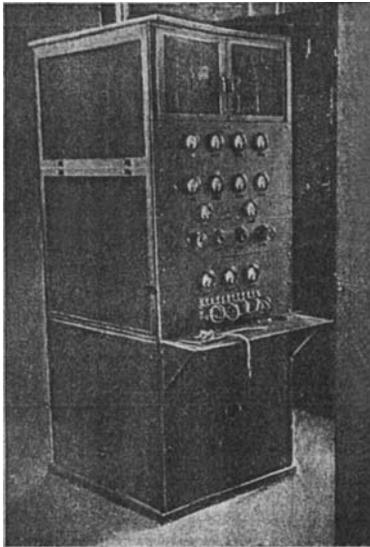
Фиг. 10



Фиг. 11

Режим передатчика поддерживается несколько заниженный для создания надежной устойчивой работы: лампы, допускающие работу при 20 000 В, работают при $E_a = 12\,000\text{--}13\,000$ В и анодном токе 3,5–4 А. При этом мощность в фидере получается около 30 кВт.

3. Автоматическое выключение, блокировка и сигнализация



Фиг. 12

У другого передатчика имеются совершенно такие же усилитель и выпрямитель.

Как только на сетки тиратронного выпрямителя поступит звуковое напряжение, тиратроны начнут возбуждаться, и выпрямитель зарабо-

Оборудование автоматического включения размещено в специальном шкафу, находящемся между передатчиками (фиг. 12).

Сигналы из радиобюро подаются на усилитель низкой частоты (унч), находящийся в контрольной комнате здания № 1 (работает все время). От этого усилителя, усилившись до двух вольт, сигналы идут в здание передатчиков, где поступают на вход усилителя низкой частоты и выпрямителя (унч + В), манипулирующего задающий каскад передатчика подачей на сетку смещения минус 2000 В (этот усилитель сначала выключен) и в параллель на сетку тиратронного выпрямителя (ТВ), накал и переменное анодное напряжение которого все время подаются от сети переменного тока (фиг. 13).

тает, давая ток через обмотку реле $P1$. Это реле притягивается сразу и отпускается лишь в случае отсутствия тока в обмотке и, следовательно, сигналов в течение 4–5 минут.

Замкнувшись, реле осуществляет цепь от одной из фаз 220-вольтового напряжения через мотор $M1$, вращающий контактор $K1$, который включает первый передатчик. Затем через контакт реле $P1$, через первый диск контактора $K2$ (то же, что $K1$, только другого передатчика), через диск 3 у $K1$ на другую шину напряжением 220 В. Благодаря этому мотор $M1$ начнет вращать контактор $K1$, производя включение передатчика 1. В эту цепь включены диск 1 контактора $K2$, для того, чтобы включение производилось лишь тогда, когда контактор $K2$ стоит в исходном положении (передатчик 2 выключен, диск 1 замкнут), и диск 3, для того, чтобы мотор остановился, когда контактор $K1$ произведет все включения.

Как только контактор $K1$ начнет вращаться, он произведет разрыв цепи своего диска 1, заведенного последовательно с $M2$, не давая возможности включить второй передатчик, и замкнет контакт диска 2, включающего $M1$ непосредственно на 220 В, независимо от положения реле $P1$. Последнее сделано, чтобы избежать остановки мотора из-за прекращения манипуляции до полного включения передатчика.

Продолжая вращение, контактор $K1$ произведет замыкание диском 5 цепи: шина 220 В, диск 5, реле HAC , включающее три фазы на насос водяного охлаждения, и на реле $HГ$, которое закорачивает сопротивление в накале газотронов мощного выпрямителя, давая им полный накал. Газотроны горят все время, но нормальный накал на них дается лишь только во время работы.

Пройдя реле HAC и $HГ$, ток поступает на другую шину в 220 В. Следующее замыкание произведет диск 6, давая ток от шины в 220 В через контакты блокировки дверей передатчика D . Пер., через гидрокнопки обоих каскадов «вода» на реле «накал». Ток, пройдя через левую обмотку этого реле, замкнет сначала верхний контакт 1, давая питание всем накалам передатчика за исключением газотронов и TB (тиратронного выпрямителя), которые уже накалены. Накал сначала дается через сопротивление, затем через несколько секунд (до 20) замыкается контакт 2, включающий правое реле, которое замкнет контакт 3, закорачивая сопротивление в накале, и контакт 4, являющийся блокировочным контактом включения смещения. После этого замыкается диск 7, давая ток от шины в 220 В через реле $PВ$ (реле времени), которое выключается при прекращении подачи напряжения питания в здание автоматического передатчика и включается через одну минуту после появления питающего напряжения. Контакт 4 на реле «смещ.», которое аналогично реле «накал», дает все остальные напряжения, кроме анодного напряжения на газотронный выпрямитель и анодного напряжения на УНЧ + В. Напряжение включается сначала пониженное через сопротивление, которое через несколько секунд закорачивается так же, как и в реле «накал». Упомянутое реле $PВ$ служит для

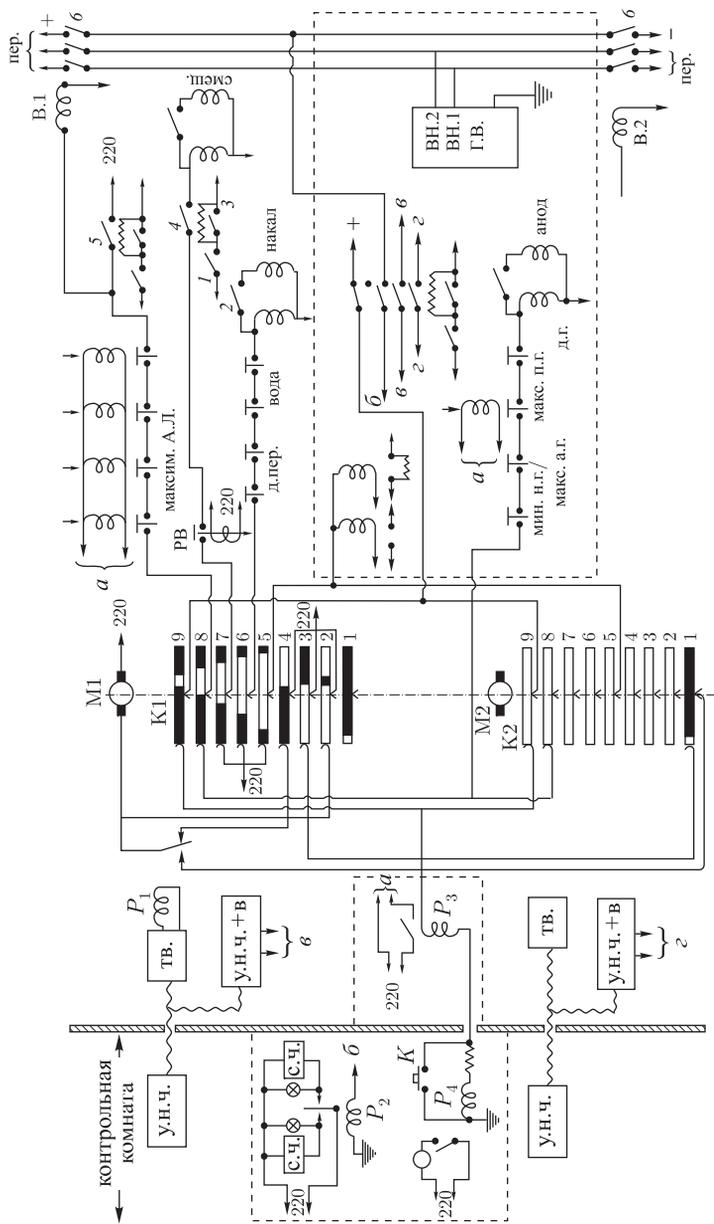
предотвращения быстрого включения напряжений после прекращения питания, чтобы дать возможность разогреться газотронам.

Кроме этого, реле «смещ.» замыкает блокировочный контакт 5, давая ток на реле *B1*, подключающего включающий передатчик на выпрямитель, и через контакты «макс. *АЛ*» максимальных автоматов генераторных ламп на диск 8, который, замыкаясь, даст это напряжение через контакты «мин. *НГ*» минимального реле в накале газотронов «макс. *АГ*» максимального реле в выпрямленном токе газотронного выпрямителя, «макс. *ПГ*» максимального реле в переменном токе в питании анодов газотронного выпрямителя и *ДГ*, дверной контакт газотронного выпрямителя на реле «анод», включающего питание анодного трансформатора газотронного выпрямителя. Это напряжение тоже включается в два приема. Одновременно замыкаются контакты «*вв*», включающие анодное напряжение УНЧ + В, который начнет манипулировать передатчик. Кроме этого осуществляется цепь: плюс от специального выпрямителя со средней заземленной точкой, через контакт 6 реле *B1*, через контакт реле «анод» к точке б, от которой идет провод в контрольную комнату на поляризованное реле *P2*, включающее счетчик числа часов работы передатчика. Если бы включался другой передатчик, то на реле *P2* дался бы минус от контакта 6 реле *B2*, аналогичного реле *B1*, только находящегося у другого передатчика, и включился бы счетчик другого передатчика. После этого еще включается контакт диска 9 и контактор *K1* останавливается, так как цепь мотора *M1*, идущая через диски два и три, разрывается.

Если при включенном передатчике произойдет какая-либо неполадка, например, вырубится один из максимальных автоматов, то реле «анод» выключит анодное напряжение. При этом замкнется верхний контакт реле «анод», который даст плюс специального выпрямителя на диски 9, затем на реле *P3*, которое не сработает, так как последовательно с ним включено реле *P4*, с сопротивлением, и на реле *P4*, которое включит тревожный сигнал в контрольной комнате. Включить вырубившийся максимальный автомат можно из контрольной комнаты, нажав кнопку *K*, что закортит реле *P4* и заставит включиться реле *P3*, которое включит напряжение на все обмотки максимальных автоматов по проводам *a*, заставляя их включиться.

Выключение передатчика происходит через четыре минуты после прекращения подачи тока из радиоаппаратной на этот передатчик. Благодаря этому отойдет реле *P1*, замкнув цепь мотора через замкнутый теперь диск 4. При вращении контактора опять замкнется диск 2, не давая контактору остановиться (в случае появления манипуляции) до полного выключения передатчика. Вращаясь, контактор произведет все выключения в обратном порядке по сравнению с включением. Время включения около минуты, выключения 15 секунд. Весь контактор погружен в масло.

Контроль манипуляции ведется нормальным порядком из контрольной комнаты на приемник и осциллограф или ондулятор.



Фиг. 13

№ недели	Максим. уход частоты	Время технич. остановок в мин.	Время работы	Анод мощного каскада			Фидер кВт
				кВ	А	кВт	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,01	6 ¹	41:30	12,6	3,25	41	26,7
2	0,004	—	42:30	12,6	3,9	49,1	32,4
3	0,004	—	44:00	12,6	3,5	42,1	—
4	0,005	7 ²	40:00	12,7	—	45,6	—
5	0,005	—	40:00	—	—	41	—
6	0,004	28	37:00	—	—	32,8	—
7	0,004	10	44:00	—	—	41	—
8	0,004	—	44	—	—	41	—
9	0,01	13:40 ⁴	40:30	—	—	38	—
10	0,013	4 ⁵	47:30	—	—	47	—
11	0,009	1, 17 ⁶	50:00	—	—	44,7	—
12	0,011	—	45:00	—	—	44,8	—
13	0,009	—	52:00	—	—	44,8	—
14	0,009	—	48:30	—	—	52,5	—
15	0,007	—	55:36	—	—	43,5	—
16	0,004	—	52:00	—	—	44,7	—
17	0,003	—	45:00	—	—	44,5	—
18	0,003	—	43:00	—	—	44,8	—
19	0,005	—	42:00	—	—	43,5	—
20	—	—	38:00	—	—	43,5	—
21	0,009	—	48:30	—	—	44,1	—
22	0,004	—	36	12,7	4	50,8	—
23	0,004	—	40:30	12,6	—	55	33

Примечания:

1. Выпадение питающего напряжения.
2. Замедление пуска из-за увеличения нагрузки.
3. Перемена режима.
4. Неисправность водяной системы.
5. Потребовалась перестройка.
6. 1 час. 10 мин. Замена трансформатора накала мощного каскада 7 мин. подстройка.

В настоящее время в газотронном выпрямителе произведены следующие изменения:

- 1) вторичная обмотка переключена на зигзаг вместо звезды;
- 2) в положительные провода, питающие аноды задающего генератора и мощного каскада, включены последовательно сопротивление 25 и 60 Ом соответственно.

Об эксплуатационной работе этих передатчиков можно судить из приводимой ниже сводки работы одного из передатчиков (дневной волны) в 1936 г.

4. Заключение

Создание передатчиков с удаленным управлением (автоматическим включением и выключением), с надежно и устойчиво работающей высокочастотной частью представляет большой интерес. Применение такого рода передатчиков позволяет сократить обслуживающий штат. Автоматические передатчики могут найти применение как в магистральной радиосвязи, так и особенно на внутриобластной.

Задача создания автоматического передатчика стоит одновременно с созданием одноволнового передатчика, т. е. передатчика с одной фиксированной волной. Как известно, американцы (фирма RCA) в своем радиостроении перешли от двухволновых передатчиков к передатчикам одноволновым, исходя из соображений конструктивной простоты, отсутствия переключателей с трущимися контактами, избежания неоднократных ежедневных перестроек.

ЦНИИС НК Связи

Основание положений об автоматической шифровке19 - июни 1941 г.

Рассмотрим основные положения автоматической шифровки сообщений.

Введем ряд терминов.

Слово будем мы понимать так, что необходимо передать из одного пункта в другой. Таким образом, слово может называться какой-либо знамен, отдельными буквами, слогом, дефисом или даже совокупностью дефисов.

Символ мы будем понимать так сложностью символов, которые являются единицей передаваемого сообщения и при помощи которых осуществляется передача сообщения по каналу связи.

Число символов должно различаться числом возможных сообщений или быть больше этого числа. В дальнейшем мы будем рассматривать передачу, в которых эти числа равны.

Если всегда определенному сообщению соответствует определенная комбинация символов, при помощи которых это сообщение передается, то такую передачу мы будем называть незашифрованной передачей.

Действительно, если в этом случае устройство передающей аппаратуры будет известно, а мы будем предполагать тут и в дальнейшем, что оно так, то будет известно, какой комбинацией символов сообщается, и по заданному сообщению можно будет однозначно судить о передаваемом сообщении.

Шифром мы будем называть закон, связывающий сигналы с соответствующими сообщениями, при зашифрованной передаче.

Если одно и то же сообщение может передаваться аппаратом при помощи различных комбинаций, в зависимости от шифра, а шифры могут произвольно меняться, то такую передачу мы будем называть зашифрованной передачей.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ШИФРОВКИ

В. А. Котельников

Рассмотрим основные положения автоматической шифровки сообщений.

Введем ряд терминов.

Сообщением мы будем называть то, что необходимо передать из одного пункта в другой. Таким образом, сообщением можно назвать какой-либо знак, отдельную букву, слово, депешу или даже совокупность депеш.

Сигналом мы будем называть совокупность посылок, которые характеризуют передаваемое сообщение и при помощи которых осуществляется передача сообщения на расстояние.

Число сигналов должно равняться числу возможных сообщений или быть больше этого числа. В дальнейшем мы будем рассматривать передачи, в которых эти числа равны.

Если всегда определенному сообщению соответствует определенный сигнал, при помощи которого это сообщение передается, то такую передачу мы будем называть *незашифрованной передачей*.

Действительно, если в этом случае устройство передающей аппаратуры будет известно, а мы будем предполагать тут и в дальнейшем, что это так, то будет известно, какому сообщению какой сигнал соответствует, и по перехваченным сигналам можно будет однозначно судить о передававшихся сообщениях.

Шифром мы будем называть закон, связывающий сигналы с соответствующими сообщениями, при зашифрованной передаче.

Если одно и то же сообщение может передаваться аппаратурой при помощи различных сигналов, в зависимости от шифра, и шифры могут произвольно меняться, то такую передачу мы будем называть *зашифрованной передачей*.

Если одному сообщению при разных шифрах соответствуют всегда различные сигналы, то такие шифры мы будем называть *неповторными*. Если возможен случай, когда при различных шифрах одному сообщению будут соответствовать одинаковые сигналы, то шифры мы назовем *повторными*.

Мы будем считать в дальнейшем, если не будет оговорено обратное, что *устройство аппаратуры и все возможные при этой аппаратуре шифры известны* лицам, занятым расшифровкой перехваченных сигналов. Это наилучший случай, и он может иметь место на практике, т. к. производством и эксплуатацией аппаратуры будет занят довольно

большой круг лиц. Кроме того, число методов зашифровки ограничено, и по характеру передаваемых сигналов можно судить о методе шифровки.

Учитывая это, мы разделим все возможные зашифровки на 3 класса.

Зашифровка 3 класса («плохая»).

При этой зашифровке по перехваченному сигналу, не зная, какой из шифров применялся, можно установить передававшееся сообщение однозначно.

Зашифровка 2 класса («хорошая»).

При этой зашифровке по перехваченному сигналу, не зная, какой из шифров применялся, нельзя однозначно определить, какое сообщение передавалось, но можно выделить из всех возможных сообщений группу сообщений, содержащую передававшееся сообщение.

Зашифровка 1 класса («совершенная»).

При этой зашифровке по перехваченному сигналу, не зная, какой из шифров применялся, нельзя ни однозначно определить, какое сообщение передавалось, ни выделить из всех возможных сообщений меньшую группу, содержащую передаваемое сообщение.

При всех этих определениях предполагалось, что зашифровывающая аппаратура и, значит, все возможные при этой аппаратуре шифры известны лицу, расшифровывающему перехваченные сообщения.

Поясним сказанное простейшими примерами, а также сделаем из этих примеров основные выводы, по которым можно судить, к какому классу относится та или другая шифровка. Эти выводы в дальнейшем мы сформулируем и докажем более точно.

Предположим, что нужно передать одно из пяти сообщений, которые мы назовем А, Б, В, Г, и Д, так, чтобы по сигналам, которыми эти сообщения будут передаваться, нельзя было бы понять, которое из этих сообщений передано. Предположим, что шифрующее устройство может посылать пять сигналов в зависимости от того, какое сообщение передается и какой шифр применен. Условно назовем эти сигналы а, б, в, г, и д.

Предположим, что сигналы будут определяться в зависимости от шифра и от сообщения, согласно таблице 1.

Разберем ряд случаев.

Случай 1.

Пускай наше устройство может применять лишь три шифра, скажем шифры 1, 2 и 3. Допустим, что был передан сигнал «б». Зная таблицу, можно сказать, что очевидно передавались сообщения А, Г или Д, т. е. в других сообщениях сигнал «б» не применяется. Таким образом, если не точно, то все же приблизительно можно узнать, какое сообщение передавалось. Сделаем из этого вывод.

Таблица 1

Сообщение	№ шифра						
	1	2	3	4	5	6	7
А	а	в	б	д	г	в	в
Б	в	г	а	б	д	г	д
В	г	д	в	а	б	а	б
Г	д	б	г	в	а	б	г
Д	б	а	д	г	в	д	а

Вывод 1. Если число возможных шифров меньше, чем число возможных сообщений, то можно из всех возможных сообщений выделить группу, одно сообщение из которой наверняка передавалось.

Это снижает качество шифровки, т. к. позволяет до некоторой степени судить о сообщении, которое передавалось.

В этом случае мы будем иметь шифровку 2 класса.

Случай 2.

Допустим, что сообщения и шифры остались те же, что и в случае 1, но дополнительно известно, что сообщения Г и Д не могли передаваться (например, эти сообщения в данный момент бессмысленны). Тогда в ряде случаев сообщение может быть расшифровано однозначно. Действительно, если при этом был послан сигнал «б», то наверняка можно сказать по таблице, что передавалось сообщение А; если передавался сигнал «д», то значит сообщение было В.

Вывод 2. Если число возможных шифров меньше, чем число возможных сообщений и, кроме того, ряд сообщений заведомо не передавался, то в ряде случаев сообщения могут быть расшифрованы однозначно.

В этом случае мы имели шифровку 3 класса.

Случай 3.

Допустим, что могут быть использованы пять шифров 1, 2, 3, 4 и 5, причем, как видно из таблицы, любые два из этих шифров не дают при зашифровке одного и того же сообщения одинаковых сигналов.

Таким образом, в этом случае мы имеем число шифров, равное числу возможных сообщений, и эти шифры неповторны.

Как легко видеть в этом случае, при перехвате переданного сигнала совершенно нельзя судить о том, какое сообщение передавалось. Так сигналу «а» могут соответствовать сообщения А, Б, В, Г и Д. То же и остальным сигналам.

В этом случае, даже если известно, что часть сообщений не могла передаваться, все же нельзя будет сказать, какое из возможных сообщений передавались. Так, если сообщения Г и Д заведомо не передавались, то все же по принятому сигналу нельзя будет судить

о том, что было передано из оставшихся сообщений — сообщение А, Б или В, т. к. каждый из сигналов может соответствовать любому из этих сообщений.

Вывод 3. Если число шифров равно числу возможных сообщений и эти шифры неповторные, то по перехваченному сигналу нельзя судить, какое сообщение было передано, если даже известна часть сообщений, которые заведомо не передавались.

В этом случае мы будем иметь совершенную зашифровку 1 класса.

Случай 4.

В выводе 3 специально указывалось, что шифры должны быть неповторные. Действительно, если, например, будут употребляться шифры 3, 4, 5, 6 и 7, которые являются повторными, и будет известно, что сообщения А и Б не передавались, то сигнал «д» будет однозначно указывать, что передавалось сообщение Д.

Следует еще отметить, что после передачи одного сообщения следует для передачи другого сменить шифр. Покажем на примере, что это для совершенной шифровки необходимо.

Случай 5.

Допустим, что применяются шифры 1, 2, 3, 4 и 5. Допустим, что дополнительно известно, что сообщения Д и Г не могли передаваться. Мы видели, что при этом шифровка получается совершенной. Пусть будут переданы сигналы «б» и затем без смены шифра «в». В этом случае по таблице будет легко обнаружить, что использовался шифр №3, т. к. лишь при этом шифре могут получиться сигнал «в» совместно с сигналом «б» от сообщений А, Б и В. Отсюда сразу видно, что передавались сообщения сначала А, а потом В.

Вывод 4. Для совершенной шифровки необходимо, чтобы шифры менялись с каждым передаваемым сообщением.

Сформулируем теперь полученные выводы более полно и докажем их.

Положение 1.

Пусть число возможных передаваемых сообщений и число сигналов равны N , число шифров равно M . Тогда по перехваченному сигналу, не зная номера шифра, можно выделить из N возможных сообщений группу jM сообщений, в которой будет заключаться переданное сообщение. Здесь:

$j = 1$, если шифры неповторные,

и

$j < 1$, если шифры повторные.

Доказательство.

Каждый сигнал в любом шифре должен соответствовать одному только сообщению, даже зная шифр, нельзя будет однозначно расшифровать сигнал.

Если у нас может применяться M неповторных шифров, то одному сигналу может соответствовать при различных шифрах M различных

сообщений. При повторных шифрах одному сигналу иногда может соответствовать меньше, чем M сообщений, т. к. при различных шифрах сигнал в этом случае может соответствовать одному и тому же сообщению.

Таким образом, перехватывая сигнал, мы можем определить группу сообщений величиной jM , которой этот сигнал будет соответствовать. В этой группе обязательно будет лежать и переданное сообщение. Таким образом, положение 1 доказано.

Положение 2.

Пусть число возможных передаваемых сообщений и число сигналов равны N , число шифров M и, кроме того, что L определенных сообщений не передавалось, причем $L > jM - 1$. Тогда по перехваченному сигналу в ряде случаев можно будет однозначно указать сообщение, которое передавалось, т. е. шифровка будет 3 класса. Здесь:

$j = 1$, если шифры неповторные,

и

$j < 1$, при повторных шифрах.

Доказательство.

По положению 1 по перехваченному сигналу можно выделить группу jM сообщений, в которой будет лежать переданное сообщение.

Если $L = jM - 1$, то может оказаться, что в данной группе из jM сообщений имеются $jM - 1$ сообщений, которые заведомо не передавались, и лишь одно сообщение, которое могло передаваться. Ясно, что в этом случае как раз и передавалось это единственно возможное сообщение.

Положение 3.

Если число возможных передаваемых сообщений N , число шифров M и число используемых сигналов равны между собой и шифры взяты неповторные, то шифровка будет совершенной и нельзя будет по перехваченному сигналу ничего сказать о переданном сообщении, если даже заведомо будет известно, что часть сообщений не передавалась.

Доказательство.

При неповторных шифрах каждый данный сигнал при каждом новом шифре должен соответствовать новому сообщению. Если число шифров M равно числу сообщений N , то каждый сигнал может соответствовать N различным сообщениям, т. е. может соответствовать любому возможному сообщению. Таким образом, по перехваченному сигналу нельзя даже выделить группу, в которой будет содержаться переданное сообщение.

Если будет известно, что L определенных сигналов не могло передаваться, то, на основании этого, число возможных сообщений, которым может соответствовать данный сигнал, упадет до $N - L$. Ясно, что это ничего нового для расшифровки не даст.

Таким образом, положение 3 доказано. Это положение не противоречит также положениям 1 и 2.

Действительно, по положению 1 мы можем выделить группу сигналов, равную M , но так как в нашем случае $M = N$, то в эту группу попадут все возможные сообщения.

По положению 2 сигнал может быть расшифрован однозначно, если

$$L > jM - 1.$$

В нашем случае, если $L = M - 1$, т. е. должно быть известно, что все возможные сообщения, кроме одного определенного, не передавались. Но это условие по существу равносильно тому, что мы заранее знали сообщение, которое будет передаваться.

Положение 4.

Для получения совершенной шифровки при передаче нескольких сообщений нужно шифры чередовать по заранее обусловленному закону, причем, аппаратура должна допускать любой закон чередования шифров.

Доказательство.

Действительно, передачу n сообщений можно рассматривать, как передачу одного комбинированного сообщения, которое может иметь N^n вариантов, где N — число вариантов одного сообщения.

Согласно положению 3, для совершенной шифровки этого необходимо N^n неповторных вариантов шифра.

Если менять шифры отдельных сообщений по какому-то заданному заранее закону, то получится комбинированный шифр, который будет состоять из последовательности n простых шифров. Это будет шифром комбинированного сообщения.

Если закон чередования шифров может быть сделан любым, то мы получим N^n различных вариантов шифра.

Эти шифры будут неповторными. Действительно, два любые, различные комбинированные шифры должны отличаться друг от друга хотя бы в одном из составляющих шифров. В этом случае комбинированные сигналы будут отличаться друг от друга хотя бы в одном из составляющих сигналов, т. к. составляющие шифры были взяты неповторными, а это значит, что комбинированные шифры также будут неповторны.

Таким образом, если применить смену шифров для каждого сообщения, то мы сможем обеспечить условие положения 3-го и этим добиться совершенной шифровки.

57 лет спустя

В. А. Котельников о работе «Основные положения автоматической шифровки»

К 90-летию Владимира Александровича, в 1998 году, ему от Федерального агентства правительственной связи и информации при Президенте Российской Федерации была преподнесена папка с вложенной в него ксерокопией Отчета «Основные положения автоматической шифровки», под которым стоит его подпись и дата — 19 июня 1941 года.

Просмотрев через 57 лет свою работу, сделанную в ЦНИИС НКС, с которой к тому времени был уже снят гриф секретности, Владимир Александрович рассмеялся: «Как наивно она изложена. Я тогда старался как можно доходчивее изложить свою мысль, чтобы начальство ее поняло. Потом более обстоятельно и математически строго оформить ее так и не довелось — началась война, и стало не до этого.

Шифрованием я начал заниматься перед самой войной, после того, как у нас в ЦНИИСе появились военные и попросили заняться правительственной связью. Надо было сделать «закрытой» не только телефонную линию, но и телеграф.

Тогда я стал думать о шифровании, которым до этого заниматься не приходилось. Вообще-то я слышал, что всякие шифры рассекречиваются, и решил разобраться, возможно ли, в принципе, сделать шифр абсолютно недешифруемым. Ну, и разобрался. Доказал, что возможно, но для этого он должен быть случайным и использоваться только один раз.

Все это я и написал в Отчете, который сдал, как оказалось, за три дня до начала войны».

Записано со слов В. А. Котельникова в 1998 году Н. В. Котельниковой.

СПЕКТРЫ «ГЛАДКИХ» ПОМЕХ

Профессор В. А. Котельников

Московский Орден Ленина
Энергетический институт им. В. М. Молотова
Научная сессия Проблемы послевоенной энергетики Советского Союза
Тезисы докладов
Гос. Техн. Изд-во, М.-Л., 1945, с. 219–221

1. Классификация помех, состоящих из импульсов, расположенных хаотически по времени.

Возможны следующие разновидности таких помех:

а) одиночно-импульсные помехи, когда импульсы помехи настолько редки, что они и нестационарные явления, ими вызываемые, практически не накладываются друг на друга;

б) «гладкая» или нормально хаотическая помеха, когда импульсы помехи настолько часты, что они или нестационарные явления, ими вызываемые, накладываются друг на друга, в таком количестве, что к ним возможно применять законы больших чисел;

в) случай промежуточный между приведенными выше двумя разновидностями.

2. Рассмотрение «гладких», нормально хаотических помех.

К нормально хаотическим помехам относятся помехи за счет термической флюктуации тока в проводниках, шум электронных ламп, некоторые типы атмосферных и промышленных помех.

Нормально хаотическая помеха может быть представлена математически в промежутке времени $-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}$ произвольно большой длины рядом Фурье:

$$\Phi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\sqrt{g(\omega)\Delta\omega} \Theta_{C\omega} \cos \omega t + \sqrt{g(\omega)\Delta\omega} \Theta_{S\omega} \sin \omega t \right), \quad (\text{A})$$
$$\omega = k \Delta\omega,$$

где $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}$ — разность между двумя соседними частотами; $\Theta_{C\omega}$ и $\Theta_{S\omega}$ — случайные не зависящие друг от друга величины, подчиняющиеся закону Гаусса. Для них вероятности того, что $Z < \Theta_{C\omega} < Z + dZ$ и $Z < \Theta_{S\omega} < Z + dZ$ будет

$$P(Z < \Theta_{C\omega} < Z + dZ) = P(Z < \Theta_{S\omega} < Z + dZ) = \frac{e^{-\frac{Z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dZ.$$

Далее:

$$g(\omega) = n \left| \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \right|^2,$$

где $f(t)$ — выражение одного импульса, n — число импульсов в среднем в единицу времени.

Если помеха состоит из различных импульсов, то

$$g(\omega) = \sum_{m=1}^{\infty} n_m \left| \int_{-\infty}^{+\infty} f_m(t) e^{-j\omega t} dt \right|^2,$$

$g(\omega)$ мы будем называть среднеквадратичным спектром помехи.

Объединяя косинус с синусом одной и той же частоты, мы получим другое выражение для нормально-хаотической помехи:

$$\Phi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{g(\omega) \Delta\omega} \eta_{\omega} \cos(\omega t + \varphi_{\omega}), \quad (\text{B})$$

$$\omega = k \Delta\omega,$$

где η_{ω} и φ_{ω} — независимые случайные величины, причем φ_{ω} может принимать равномерно все значения между $-\pi + \pi$ и вероятность того, что $Z < \eta_{\omega} < Z + dZ$ равна:

$$P(Z < \eta_{\omega} < Z + dZ) = e^{-\frac{Z^2}{2}} Z dZ.$$

Наконец, возможно третье выражение для той же нормально-хаотической помехи:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2g(\omega) \delta\omega} \cos(\omega t + \varphi_{\omega}), \quad (\text{C})$$

$$\omega = k \delta\omega,$$

если $\frac{\delta\omega}{\Delta\omega} \rightarrow 0$.

3. Из приведенных математических выражений для нормально хаотической помехи можно сделать следующие выводы:

а) Нормально хаотическая (гладкая) помеха полностью характеризуется параметром $g(\omega)$, зависящим от частоты ω . Две помехи, вызванные различным числом различных импульсов, но характеризующиеся одним и тем же среднеквадратичным спектром $g(\omega)$ эквивалентны.

б) При воздействии на вход линейного четырехполюсника нормально хаотической помехи со среднеквадратичным спектром $g(\omega)$ на его выходе будет также нормально хаотическая помеха со среднеквадратичным спектром $K^2(\omega)g(\omega)$, где $K(\omega)$ — модуль коэффициента усиления четырехполюсника на частоте ω . Фазовая характеристика четырехполюсника при этом совершенно не сказывается.

в) При сложении нескольких нормально хаотических помех со среднеквадратичными спектрами $g_1(\omega)$, $g_2(\omega)$, ..., $g_n(\omega)$ их сумма будет также нормально хаотической помехой со среднеквадратичным спектром:

$$g(\omega) = \sum_{k=1}^n g_k(\omega).$$

14. Полученные выражения (А), (В) и (С) позволяют сделать целый ряд количественных выводов, которые будут изложены в отдельном докладе.

МЭИ
Кафедра теоретических основ
радиотехники

КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ СООТНОШЕНИЯ В «ГЛАДКИХ» ИЛИ НОРМАЛЬНО ХАОТИЧЕСКИХ ПОМЕХАХ

Профессор В. А. Котельников

Московский Орден Ленина
Энергетический институт им. В. М. Молотова
Научная сессия Проблемы послевоенной энергетики Советского Союза
Тезисы докладов
Гос. Техн. Изд-во, М.-Л., 1945, с. 222-224

1. Понятие и математические выражения для «гладких» или нормально хаотических (н. х.) помех были даны в моем докладе «Спектры «гладких» помех»¹⁾.

2. Исходя из математического выражения для н. х. помех, можно сделать следующие выводы:

а) вероятность того, что мгновенное значение $\Phi(t)$ н. х. помехи в данный момент t будет лежать в пределах

$$u < \Phi(t) < u + du$$

будет

$$p[u < \Phi(t) < u + du] = e^{-\frac{u^2}{2A^2}} \frac{du}{\sqrt{2\pi} A}$$

и вероятность того, что $\Phi(t) > u$ будет

$$P[u < \Phi(t)] = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u/A} e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ,$$

где

$$A^2 = \int_0^{\infty} g(\omega) d\omega$$

— эффективное или среднеквадратичное значение помехи,

б) среднее число «выбросов» помехи за величину u в единицу времени равно:

$$N = \nu e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{A}\right)^2},$$

¹⁾ См. наст. сборник, с. 160

где

$$\nu = \frac{\int_0^{\infty} \omega^2 g(\omega) d\omega}{2\pi \cdot A};$$

в) средняя продолжительность одного «выброса» будет:

$$\theta_{cp} = \frac{P[u < \Phi(t)]}{N}.$$

3. Если н. х. помеха имеет симметричный среднеквадратичный спектр $g(\omega)$ с точкой симметрии ω_0 , то такая, помеха может быть выражена так:

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= C(t) \cos \omega_0 t + S(t) \sin \omega_0 t = \\ &= \sqrt{C(t)^2 + S(t)^2} \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] = B(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)], \end{aligned}$$

где $C(t)$ и $S(t)$ — независимые н. х. колебания со среднеквадратичными спектрами:

$$g_C(\omega) = g_S(\omega) = 2g(\omega_0 + \omega);$$

$\varphi = -\arctg \frac{S(t)}{C(t)}$ — случайная меняющаяся по времени фаза, могущая принимать все значения от $-\pi$ до π , равномерно. При этом будут иметь место следующие соотношения:

а) вероятность того, что огибающая $B(t)$ будет в данный момент лежать в пределах $u < B(t) < u + du$, будет:

$$P[u < B(t) < u + du] = e^{-\frac{u^2}{2A^2}} \frac{u \cdot du}{A^2};$$

и вероятность того, что в данный момент $B(t) > u$ будет

$$P[u < B(t)] = e^{-\frac{u^2}{2A^2}}.$$

б) среднее число выбросов огибающей $B(t)$ помехи за величину u в единицу времени будет

$$N = \nu_0 \left(\frac{u}{A} \right) e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{u}{A} \right)^2},$$

где

$$\nu_0 = \frac{\int_0^{\infty} g(\omega) (\omega - \omega_0)^2 d\omega}{\sqrt{2\pi} \cdot A};$$

в) средняя продолжительность одного выброса огибающей $B(t)$ за величину u будет

$$\tau_{cp} = \frac{P[u < B(t)]}{N}.$$

4. Для н. х. помех можно доказать следующую теорему о предельной помехоустойчивости, которую можно получить в лучшем случае от идеально работающего приемника.

Теорема

Пусть известно, что мог прийти сигнал $a(t)$ или $b(t)$ равновероятно, пусть на сигнал наложилась н. х. помеха со среднеквадратичным спектром $g(\omega) = g_0$, тогда вероятность того, что сигналы не будут перепутаны в идеально помехоустойчивом приемнике, будет

$$\Pi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\alpha} e^{-\frac{z^2}{2}} dz,$$

где

$$\alpha = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{[a(t) - b(t)]^2 dt}{4\pi g_0}.$$

5. Приведенные здесь соотношения и теорема позволяют количественно судить о помехоустойчивости различных систем радиопередачи.

МЭИ
Кафедра
теоретических основ
радиотехники

ПРОБЛЕМЫ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОЙ РАДИОСВЯЗИ

Проф. В. А. Котельников

Министерство промышленности средства связи
Радиотехнический сборник
Гос. энергетич. изд-во, М., Л.: 1947, с. 5–12

Определяется понятие импульсных и флюктуационных помех. Рассматривается возможность увеличения помехоустойчивости путем изменения метода приема. Указывается предел, который в данном случае при флюктуационной помехе перейти нельзя, но можно достигнуть. Показывается, насколько может быть изменен этот предел при использовании новых способов передачи.

1. В данной статье рассматривается возможность повышения помехоустойчивости радиосвязи путем усовершенствования радиоприемников и применения новых методов модуляции и манипуляции.

2. В начале рассмотрим, насколько и каким образом можно увеличить помехоустойчивость путем усовершенствования радиоприемников при используемых в настоящее время методах модуляции и манипуляции. Ответ на этот вопрос будет различен в зависимости от вида помех.

В статье рассматриваются два вида помех:

а) Одиноким импульсные помехи, когда в приемнике помеха создает отдельные импульсы, настолько редкие, что они практически не накладываются друг на друга.

б) Флюктуационные или гладкие помехи. Под действием этих помех в приемнике также создаются импульсы, но в данном случае будем считать, что они возникают независимо друг от друга в таком большом количестве, что многократно накладываются друг на друга и к ним становятся применимы законы больших чисел теории вероятностей.

Можно рассматривать еще и третий вид помех — промежуточный между двумя уже упомянутыми, но его по причинам, изложенным в дальнейшем, исследовать не будем.

3. Начнем рассмотрение с флюктуационных помех, так как для них вопрос более разработан.

Можно ли при этом виде помех, только усовершенствовав радиоприемник, беспредельно увеличивать помехоустойчивость, или существует некоторый предел — некоторая максимальная помехоустойчивость, перейти которую при данной системе модуляции и помехе нельзя?

Исследование этого вопроса показывает, что справедливо второе, что при флюктуационной помехе существует для данного вида модуляции некоторая предельно-максимальная или, как будем ее называть, потенциальная помехоустойчивость, которая в идеале достижима, но которую превзойти нельзя.

Справедливость этого положения вытекает из следующего. Как можно показать [Л. 1], колебание флюктуационной помехи может с той или другой вероятностью принимать любую форму и, таким образом, может любой сигнал, прикладываясь к нему, превратить в любое колебание, а значит и в такое, при котором данный приемник воспроизведет неверное сообщение (т.е. неверный звук или неверный телеграфный знак), как бы этот приемник совершенен ни был.

Работа каждого приемника может быть математически охарактеризована зависимостью между воздействующим на него колебанием и воспроизводимым им при этом сообщением (т.е. звуком, телеграфным знаком и т.п.). Для каждой такой зависимости можно подсчитать среднее значение искажений, вызываемых флюктуационной помехой. Можно также найти такую зависимость, при которой это среднее значение будет минимально.

Эта последняя зависимость будет, очевидно, характеризовать идеальный приемник, который обеспечивает максимально возможную, т.е. потенциальную, помехоустойчивость.

4. Для иллюстрации сказанного рассмотрим простейший случай, когда передаваемые сигналы телеграфного типа состоят из последовательно посылаемых элементарных сигналов, каждый из которых может иметь равновероятно два значения: $A(t)$ или $B(t)$. В частном случае обычной амплитудной манипуляции $A(t)$ будет отрезком синусоидального колебания высокой частоты, а $B(t) = 0$. В случае частотной манипуляции $A(t)$ и $B(t)$ будут одинаковыми по длительности и амплитуде синусоидальными колебаниями, имеющими разные частоты.

Рассматривая этот случай в общем виде, когда $A(t)$ и $B(t)$ могут быть любыми представляемыми интегралом Фурье функциями, приходим к выводу [Л. 1], что приемник будет давать наименьшее число искажений в среднем, если между воздействующим на него колебанием $X(t)$ и воспроизводимыми при этом сообщениями будет существовать такая зависимость.

Приемник будет воспроизводить сообщение, соответствующее сигналу $A(t)$, когда

$$\int_{-T/2}^{+T/2} [X(t) - A(t)]^2 dt < \int_{-T/2}^{+T/2} [X(t) - B(t)]^2 dt, \quad (1)$$

или сообщение, соответствующее сигналу $B(t)$ в противном случае.

В выражении (1) участок интегрирования $-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2}$ должен быть настолько большим, чтобы полностью охватить всю длительность сигналов $A(t)$ и $B(t)$.

Вероятность неправильного воспроизведения сигнала при таком идеальном приемнике, как показывает расчет, будет равна:

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\alpha} e^{-z^2/2} dz, \quad (2)$$

где

$$\alpha^2 = \frac{1}{2\sigma^2} \int_{-T/2}^{+T/2} [A(t) - B(t)]^2 dt, \quad (3)$$

σ — средняя удельная интенсивность напряжения колебания помехи в эффективных вольтах на корень квадратный из полосы в герцах; $A(t)$ и $B(t)$ — напряжение колебаний сигналов в вольтах, действующее в той точке приемника, где интенсивность помехи равна σ . В таблице для ориентировки дана зависимость p от α , соответствующая формуле (2).

α	0	0,5	1	2	3	4	5
p	0,5	0,31	0,16	0,033	0,0014	0,000032	0,00000003

Вероятность p будет характеризовать максимальную возможную, т. е. потенциальную, помехоустойчивость при данных сигналах и помехе.

5. Для других случаев радиопередачи как телеграфного, так и телефонного характера при флюктуационной помехе также существует максимально возможная, т. е. потенциальная, помехоустойчивость.

Усовершенствование приемников может повысить помехоустойчивость, если мы еще не достигли ее потенциального значения.

В случае, если приемник уже обеспечивает потенциальную помехоустойчивость, его дальнейшее усовершенствование не сможет увеличить помехоустойчивость радиосвязи до тех пор, пока не будет изменен метод модуляции или манипуляции.

6. Проведенный анализ [Л. 1] многих частных случаев модуляции показал, что, применяя известные и уже используемые в настоящее время методы радиоприема, можно почти для всех рассмотренных случаев достигнуть предельной — потенциальной — помехоустойчивости.

Так, например, при обычной телеграфной передаче можно достаточно близко подойти к потенциальной помехоустойчивости, применяя в приемнике оптимальную ширину полосы частот [Л. 2] и ограничение по максимуму и минимуму.

При телефонной передаче как с амплитудной, так и с частотной модуляцией применяемые в настоящее время методы приема позволяют

также получить потенциальную помехоустойчивость, если помеха не превосходит некоторого порога, после которого напряжение от нее на выходе приемника перестает линейно зависеть от напряжения помехи на его входе.

Таким образом, в этих случаях одно усовершенствование приемников не сможет заметно увеличить помехоустойчивость радиосвязи.

7. Несколько иначе обстоит дело в случае, когда при телефонной передаче помеха превосходит упомянутый порог. В этом случае расчет помехоустойчивости становится затруднительным и поэтому нельзя сказать, достигли ли мы тут потенциальной помехоустойчивости или нет.

В частности, известно, что применяемый в настоящее время метод приема телефонии с частотной модуляцией при больших помехах не обеспечивает потенциальной помехоустойчивости.

Получить потенциальную помехоустойчивость может оказаться также затруднительно, если сигналы будут искажаться при распространении. Такие искажения, например, будут иметь место вследствие замираний при обычной амплитудной телеграфии на коротких волнах.

8. Перейдем к рассмотрению влияния одиночно-импульсных помех.

Есть ли в этом случае предел повышения помехоустойчивости, которую мы можем получить с помощью усовершенствования радио приемников, без изменения методов модуляции, как это имело место при флюктуационной помехе?

Ответ на этот вопрос зависит от того, каков спектр импульсов, воздействующих на приемник.

Если предположить, что спектры всех импульсов помехи подобны, т. е. отличаются друг от друга лишь постоянными множителями и сдвигами фаз, обусловленными сдвигами импульсов по времени, то по крайней мере теоретически, усовершенствовав только приемник, можно повысить помехоустойчивость радиосвязи сколь угодно сильно.

Это видно, хотя бы из следующих соображений. Выделяя фильтром составляющие помехи из соседней с занимаемой сигналом области спектра, по ним при сделанном предположении можно узнать составляющие спектра помехи, наложившиеся на сигнал. Зная эти составляющие, можно, очевидно, создать их в приемнике и затем вычесть из принятого колебания и, таким образом, полностью уничтожить влияние помех.

Этот способ борьбы с помехами нельзя применить при флюктуационных помехах, так как, если импульсы от помехи в выделяющем ее фильтре будут накладываться друг на друга, то по ним нельзя будет однозначно установить спектр помехи в полосе сигнала.

Конечно, борьба с одиночно-импульсными помехами может успешно вестись и другими, отличными от описанного, методами. Данный метод борьбы с помехами приведен лишь для того, чтобы показать отсутствие предела повышения помехоустойчивости в данном случае.

Насколько на практике можно уменьшить влияние одиночно-импульсных помех и каким образом это лучше всего сделать, очевидно, будет зависеть от того, как спектры отдельных импульсов этой помехи будут отличаться друг от друга. Выяснить это сейчас нельзя из-за недостатка данных о таких помехах.

Очевидно, в этой области должна проводиться работа, которая, весьма вероятно, позволит значительно увеличить помехоустойчивость при одиночно-импульсных помехах.

В промежуточном случае помех, т.е. в случае, лежащем между флюктуационными и одиночно-импульсными помехами, исследование еще усложняется, и поэтому такой случай в данной статье не затрагивается.

9. Выясним теперь, насколько и как возможно увеличить помехоустойчивость связи путем изменения методов модуляции и манипуляции, не повышая средней мощности сигналов?

Ответ на этот вопрос особенно важно знать при флюктуационной помехе, поскольку, как было показано, при этих помехах без изменения методов модуляции можно надеяться получить увеличение помехоустойчивости лишь в отдельных, частных случаях.

При флюктуационных помехах, как уже говорилось, существует потенциальная помехоустойчивость, которую нельзя превзойти, но которую можно получить, применяя достаточно совершенный радиоприем. Поэтому и займемся выяснением, насколько изменением методов модуляции можно эту потенциальную помехоустойчивость увеличить.

10. Начнем рассмотрение с передачи телеграфных сигналов. Если взять уже рассмотренный случай, когда сигнал может иметь два значения $A(t)$ и $B(t)$, и принять, как это часто бывает,

$$B(t) = 0,$$

то потенциальная помехоустойчивость будет определяться согласно формулам (2) и (3) величиной

$$\alpha^2 = \frac{1}{2\sigma^2} \int_{-T/2}^{+T/2} A^2(t) dt.$$

Таким образом, оказывается, что она в данном случае будет определяться только энергией сигнала и не будет зависеть от его формы. Значит, изменение методов модуляции, т.е. формы сигнала, при такой передаче может лишь упростить прием и позволить легче достичь потенциальной помехоустойчивости, а не изменить ее величину. Так, например, при нестабильности частоты сигнала может оказаться затруднительным сужение полосы приемника до оптимальной, при которой реализуется потенциальная помехоустойчивость. В этом случае может оказаться целесообразным применение в качестве сигналов более коротких посылок, для которых оптимальная полоса будет шире [Л. 2].

11. В случае, когда мы применяем частотную манипуляцию, сигналы $A(t)$ и $B(t)$ имеют одинаковую огибающую, но разные частоты вписанной кривой. При этом потенциальная помехоустойчивость, как это можно получить из формул (2) и (3), будет при той же средней мощности передатчика такая же, как и в первом случае. При этом предполагается, что разница между частотами сигнала достаточно велика.

Выигрыш, наблюдаемый на практике при применении частотной манипуляции на коротких волнах, следует, очевидно, отнести за счет более совершенной борьбы в этом случае с замираниями, которые не дают возможности реализовать потенциальную помехоустойчивость при амплитудной манипуляции на коротких волнах, а также, возможно, за счет того, что помехи на этих волнах не имеют чисто флюктуационного характера.

12. Определим, каковы должны быть сигналы, чтобы потенциальная помехоустойчивость при заданной средней энергии сигналов была бы максимальной?

Для случая, когда сигнал может иметь два значения, анализ формул (2) и (3) показывает, что для этого нужно взять

$$B(t) = -A(t), \quad (4)$$

т. е. взять сигналы, противоположные по фазе. При том же значении средней энергии сигнала в этом случае величина α увеличится в 2 раза по сравнению с рассмотренными ранее случаями, т. е. потенциальная помехоустойчивость возрастет так, как если бы средняя энергия сигналов увеличилась в 2 раза.

В данном случае форма сигнала на величину потенциальной помехоустойчивости также влиять не будет, важно лишь соблюдение соотношения (4).

13. Для дальнейшего увеличения потенциальной помехоустойчивости при телеграфных сигналах нужно отказаться от метода компоновки сложных сигналов из элементарных двухзначных.

Система, в которой N знакам соответствует N любых ортогональных между собой колебаний, каждое из которых имеет максимальную заданную энергию, при $N \gg 2$, по всей видимости, обеспечивает практически максимальную потенциальную помехоустойчивость, возможную при данном числе знаков и данной энергии сигналов [Л. 1].

Примерами таких систем могут являться:

1) система, в которой разным знакам соответствуют одинаковые по форме, но разные по частоте сигналы;

2) система, в которой разным знакам соответствуют одинаковые по частоте и по форме посылки, сдвинутые по времени так, что при наложении сигналов они не совпадают.

При $N = 32$ при применении ортогональных сигналов получается по сравнению с обычной частотной или амплитудной телеграфией

с пятизначным кодом выигрыш в потенциальной помехоустойчивости, соответствующий увеличению мощности передатчика в 3.5 раза.

Этот способ передачи заслуживает еще и потому внимания, что при нем может оказаться более простой оконечная телеграфная аппаратура.

14. Перейдем к модуляции телефонного типа.

Известно, что при частотой и импульсной телефонной модуляции помехоустойчивость можно увеличить, расширяя полосу частот, занимаемую сигналом.

Однако, можно показать [Л. 1], что при передаче телефонного типа потенциальная помехоустойчивость для помех, меньших некоторого порога, может быть теоретически беспредельно увеличена без увеличения как мощности передатчика, так и полосы частот, занимаемой сигналом, но при этом будет одновременно уменьшаться и величина порога. Последнее невыгодно, так как при помехах, превышающих по интенсивности этот порог, влияние их на приемник резко возрастает. Следовательно, очень далеко идти в данном направлении нецелесообразно, однако таким способом можно создать методы модуляции более помехоустойчивые, чем имеющиеся в настоящее время системы с частотной и импульсной модуляцией, без дополнительного расширения полосы занимаемых частот.

Литература

1. В. А. Котельников. Докторская диссертация, 1947.
2. В. И. Сифоров. О влиянии помех на прием импульсных радиосигналов, Радиотехника. № 1, 1946.

СИГНАЛЫ С МАКСИМАЛЬНОЙ И МИНИМАЛЬНОЙ ВЕРОЯТНОСТЯМИ ОБНАРУЖЕНИЯ

В. А. Котельников

Радиотехника и электроника
1959, № 3, с. 354–358

В статье показывается, для каких сигналов вероятность их обнаружения при помощи оптимального приемника максимальна и для каких минимальна. Даются оценки этих вероятностей.

1. Целью данной работы являлось выяснение форм сигнала, обеспечивающих максимальную и минимальную вероятности правильного обнаружения при приеме на оптимальный приемник, и величин этих вероятностей.

Полученные экстремальные значения позволяют судить о пределах, в которых формы сигнала могут влиять на вероятность его обнаружения.

Пусть принимаемый сигнал может иметь одну из следующих форм:

$$S_1(t), S_2(t), \dots, S_m(t) \quad (1)$$

и

$$p_1, p_2, \dots, p_m$$

— априорные вероятности появления этих форм $\left(\sum_{i=1}^m p_i = 1\right)$.

Пусть далее все формы сигнала могут быть представлены выражениями

$$S_k(t) = \sum_{i=1}^n s_{ki} B_i(t), \quad (2)$$

где $B_i(t)$ — некоторые взаимно ортогональные в интервале $-T/2, +T/2$ функции, для которых $\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} B_i^2(t) dt = 1$.

Часто сигналы, лежащие в интервале времени $-T/2, +T/2$, представляют как сумму синусоидальных колебаний с частотами n/T (n — целое число), лежащими в интервале частот шириной Δf . В этом случае в выражении (2) $n = 2\Delta f T$.

Формы сигнала (2) можно представить векторами или точками в n -мерном пространстве с координатами s_{ki} . При этом длины векторов или расстояния точек от начала координат будут пропорциональны энергиям колебаний.

Обозначим приходящее колебание, состоящее из суммы сигнала и помехи или из одной помехи, через $X(t)$. Пусть оно также может быть записано в форме (2) и представлено вектором или точкой в n -мерном пространстве.

Объединим точки пространства, соответствующие тем значениям $X(t)$, при которых приемник будет указывать на наличие сигнала (все равно какой формы), в область S и остальные — в область 0 . Эти области определяют приемник.

Будем характеризовать качество приема вероятностью правильного обнаружения сигнала D и вероятностью ложного обнаружения F . Под D будем подразумевать вероятность того, что при посылке сигнала в виде одной из форм (1) приемник правильно отметит его наличие (без указания, какая из форм сигнала поступила) или, что то же самое, вероятность того, что точка, соответствующая колебанию $X(t) = S_k(t) + N(t)$, где $N(t)$ — колебание помехи, $k = 1, \dots, m$, попадет в область S .

Под F подразумеваем вероятность того, что приемник из-за воздействия помехи ложно отметит наличие сигнала, когда он не посылался, или вероятность того, что точка, соответствующая колебанию $X(t) = N(t)$, попадет в область S . D и F зависят от форм сигнала, помехи и конфигурации областей S и 0 , т. е. приемника.

При заданных статистически сигнале и помехе, как известно, всегда можно выбрать оптимальный приемник, который при данном F даст максимально возможное D , которое мы будем обозначать D_0 .

2. Под сигналом с максимальной вероятностью обнаружения будем понимать сигнал, обеспечивающий при заданном F максимальное D_0 при условии, что энергия сигнала не может превосходить некоторой величины A .

Для отыскания такого сигнала рассмотрим ряд случаев.

Случай I. Сигнал определяется выражениями (1). Приемник, оптимальный для этого сигнала, и обеспечивает заданное F .

Будем иметь

$$D = D'_0 = \sum_{k=1}^m D_k p_k,$$

где D_k — вероятность того, что точка, соответствующая $X(t) = S_k(t) + N(t)$, попадет в область S .

Случай II. Сигнал может принимать лишь одну первую форму $S_1(t)$ из совокупности (1). При этом для определенности полагаем, что $D_1 \geq D_k$ ($k = 2, \dots, m$). Приемник тот же, что в случае I. Тогда будем

иметь F то же, что и в случае I и

$$D = D'' = D_1 = \sum_{k=1}^m D_1 p_k \geq \sum_{k=1}^m D_k p_k = D'_0,$$

так как $\sum_{k=1}^m p_k = 1$.

Случай III. Сигнал тот же, что в случае II, но приемник, в отличие от предыдущего случая, оптимален для этого сигнала. В этом случае при том же F получаем

$$D = D_0''' > D'' \geq D'_0,$$

т. е. вероятность правильного обнаружения сигнала, принимающего лишь одну форму $S_1(t)$, всегда больше, чем сигнала, могущего принимать несколько форм $S_1(t), \dots, S_m(t)$, если в обоих случаях применяется оптимальный приемник.

Если помеха имеет вид белого шума, то D_0''' для сигнала, имеющего одну форму, определяется только его энергией и не зависит от других его параметров. Причем, чем больше энергия, тем больше будет D_0''' при том же F [1].

Таким образом, максимальную вероятность правильного обнаружения на оптимальный приемник будет иметь сигнал, имеющий только одну форму, причем при помехе в виде белого шума форма сигнала безразлична, лишь бы сигнал имел максимально дозволённую энергию A .

3. Под сигналом с минимальной вероятностью правильного обнаружения будем понимать сигнал, для которого при заданном F величина D_0 будет минимальной при условии, что энергия сигнала не меньше A .

Рассмотрим опять ряд случаев, считая всюду, что помеха является белым шумом.

Случай I. Все формы сигнала равновероятны, их число в пределе бесконечно и они равномерно заполняют поверхность шара с центром в начале координат и радиусом, соответствующим минимально дозволённой энергии A . Такой сигнал мы назовем шаровым.

Как известно, для всех бесконечно малых объемов, расположенных на границе областей S и 0 оптимального приемника, отношение P_{S+N}/P_N должно быть одинаковым [1]. Здесь P_{S+N} — вероятность попадания в бесконечно малый объем точки, соответствующей колебанию, $X(t) = S_k(t) + N(t)$, $k = 1, \dots, m$, и P_N — точки, соответствующей колебанию $X(t) = N(t)$.

Поскольку для белого шума и выбранного сигнала все направления равнозначны, очевидно, отношение P_{S+N}/P_N может зависеть только от расстояния данного бесконечно малого объема от начала координат, и границей между областями S и 0 будет поверхность шара с центром в начале координат. Более подробное рассмотрение показывает, что это

действительно так и что область S должна лежать вне, а область 0 — внутри этого шара. Радиус шара определяется величиной F .

Такой приемник может быть назван «энергетическим», поскольку он должен отмечать наличие сигнала тогда и только тогда, когда энергия приходящего колебания $X(t)$ будет больше энергии, соответствующей радиусу шара. При энергетическом приемнике D_k — вероятность того, что точка, соответствующая колебанию $S_k(t) + N(t)$, попадет в область S — будет определяться лишь энергией формы $S_k(t)$, которую мы обозначим через A_k . Это следует из равнозначности всех направлений в данном случае. Поэтому можно записать $D_k = \Phi(A_k)$.

Для данного случая, поскольку все $A_k = A$, $D_k = \Phi(A)$, и будем иметь

$$D = D'_0 = \sum_{i=1}^m D_k p_k = \Phi(A).$$

Случай II. Сигнал — любой нешаровой, соответствующий выражению (1) и удовлетворяющий условию $A_k \geq A$. Приемник — оптимальный для этого сигнала. Помеха — белый шум. Пусть для этого случая при заданном F

$$D = D''_0.$$

Случай III. Сигнал тот же, что и в случае II, а приемник — «энергетический», соответствующий случаю I. Если данный сигнал будет отличен от шарового, принятого в случае I, этот приемник не будет оптимальным для данного случая, и мы будем иметь при данном F

$$D = D''' = \sum_{k=1}^m D_k p_k = \sum_{k=1}^m \Phi(A_k) p_k < D''_0.$$

Далее легко видеть, что $\Phi(A_k)$ — монотонно возрастающая функция A_k . Действительно, чем больше A_k , т. е. чем дальше будет отстоять точка сигнала $S_k(t)$ от начала координат, тем больше вероятность того, что колебание $S_k(t) + N(t)$ не попадет в шар с центром в начале координат, т. е. в область 0 «энергетического» приемника. Отсюда следует, что

$$D''' = \sum_{i=1}^m \Phi(A_k) p_k \geq \sum_{k=1}^m \Phi(A) p_k = \Phi(A),$$

так как $\Phi(A_k) \geq \Phi(A)$, поскольку $A_k \geq A$.

Таким образом, $D''_0 > D''' \geq \Phi(A) = D'_0$. Поэтому любой нешаровой сигнал с $A_k \geq A$ будет иметь большую вероятность правильного обнаружения на свой оптимальный приемник, чем сигнал шаровой с энергией A .

Другими словами, шаровой сигнал является сигналом с минимальной вероятностью правильного обнаружения. Шаровые сигналы могут быть получены из случайных реализаций белого шума, если их норми-

ровать так, чтобы энергия сигнала была всегда равна одной и той же величине.

4. В заключение приведем выражения D_0 и F для сигналов с наибольшей и наименьшей вероятностями обнаружения.

Для сигналов с одной формой границей между областями S и 0 , как известно, будет плоскость, перпендикулярная вектору соответствующего сигнала. Расстояние ее от начала координат определяется выбранной величиной F . Для F и D_0 справедливы выражения [1]

$$F = V(\beta), \tag{3}$$

$$D_0 = V(\beta - \gamma), \tag{4}$$

где

$$V(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\beta}^{\infty} e^{-z^2/2} dz; \tag{5}$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{2A}{\sigma^2}},$$

σ^2 — мощность помехи, приходящаяся на единицу полосы частот; β — некоторый параметр.

Из (3) по F определяется β и затем для данного β и γ по (4) определяется D_0 . Чем больше γ , тем при данном F больше D_0 .

Для шарового сигнала, как говорилось, границей между областями S и 0 оптимального приемника является поверхность шара, радиус которого зависит от выбора F .

Колебание помехи, записанное в форме (2), согласно [2], будет

$$N(t) = \frac{\sigma}{\sqrt{2T}} \sum_{i=1}^n \theta_i B_i(t),$$

где θ_i — нормальные взаимно независимые случайные величины с дисперсией, равной единице, и средним значением, равным нулю.

Отсюда вероятность F того, что точка помехи выйдет за шар радиуса R , будет вероятностью выполнения неравенства

$$\int_{-T/2}^{+T/2} N^2(t) dt = \frac{\sigma^2}{2T} \sum_{i=1}^n \theta_i^2 > R^2.$$

Эта вероятность обусловливается известным, так называемым χ^2 -распределением (см., например, [3]). При больших n можно оценить эту вероятность приближенно, применяя предельную теорему о сумме независимых случайных величин. Получим

$$\frac{\sigma^2}{2T} \sum_{i=1}^n \theta_i^2 \simeq \frac{\sigma^2}{2T} (\sqrt{2n}\theta + n),$$

где θ — опять нормальная случайная величина. Отсюда

$$F = P \left[\frac{\sigma^2}{2T} \left(\sqrt{2n} \theta + n \right) > R^2 \right] = P(\theta > \beta) = V(\beta), \quad (6)$$

где

$$\beta = \frac{R^2 - \frac{\sigma^2 n}{2T}}{\frac{\sigma \sqrt{2n}}{2T}}.$$

Вероятность D_k того, что точка $S_k(t) + N(t)$ попадет в область S , будет

$$\int_{-T/2}^{+T/2} [N(t) + S_k(t)]^2 dt = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma}{\sqrt{2T}} \theta_i + s_{ki} \right)^2 > R^2;$$

или, применяя при достаточно большом n предельную теорему о сумме независимых случайных величин, получим

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma}{\sqrt{2T}} \theta_i + s_{ki} \right)^2 \simeq \sqrt{n \frac{\sigma^4}{2T^2} + \frac{2\sigma^2}{T^2} A \theta + n \frac{\sigma^2}{2T} + \frac{A}{T}} > R^2,$$

где $A = T \sum_{i=1}^n s_{ki}^2$ — энергия сигнала.

Отсюда

$$D_0 = D_k = P \left[\sqrt{n \frac{\sigma^2}{2T^2} + \frac{2\sigma^2}{T^2} A \theta + n \frac{\sigma^2}{2T} + \frac{A}{T}} > R^2 \right]$$

или

$$D_0 = D_k = V \left(\frac{\beta - \gamma}{\sqrt{1 + \gamma \sqrt{\frac{8}{n}}}} \right), \quad (7)$$

где

$$\gamma = \frac{\sqrt{2} A}{\sigma^2 \sqrt{n}}. \quad (8)$$

При большом n , когда $\gamma \sqrt{\frac{8}{n}} \ll 1$, структура выражения (7) та же, что и (4), только значение γ будет иным.

Сравнивая (8) с (5) для этого случая, получим, что при одинаковых F и D_0 отношение энергии сигнала с минимальной вероятностью $A_{\text{мин}}$ обнаружения и максимальной вероятностью обнаружения $A_{\text{макс}}$ равно

$$\frac{A_{\text{мин}}}{A_{\text{макс}}} = \frac{\sqrt{2n}}{\gamma}.$$

Если взять, например, $F = 10^{-6}$, $D = 0,5$, то, на основании (3) и (4), $\gamma = 4,7$, и при $n = 10^4$ получим $A_{\text{мин}}/A_{\text{макс}} = 30$.

Литература

1. *W. W. Peterson, T. G. Birdsall, W. C. Fox*, IRE Trans., 1954, PGIT-4, sept.; p. 171–212.
2. *В. А. Котельников*, Теория потенциальной помехоустойчивости, ГЭИ, 1956, гл. 2.
3. *Г. Крамер*, Математические методы статистики, ИЛ, 1948, гл. 18 и табл. III.

АКАДЕМИЯ НАУК СОЮЗА ССР
ИНСТИТУТ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ

"УТВЕРЖДАЮ"

ректор ИРЭ АН СССР
академик-

экз. № _____

_____ (В.А.Котельников)

О Т Ч Е Т №140-1-6С.1.

По теме: "ТЕОРИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ УСИЛИТЕЛЕЙ
В СХЕМАХ С ЦИРКУЛЯТОРАМИ".

Зав.отделом:

Зав.лабораторией №140
академик-

(В.А.Котельников)

Руководитель работы:
академик-

(В.А.Котельников)

Исполнитель:
академик-

(В.А.Котельников)

Работа начата: сентябрь 1959г. Окончена: переходящая
на 1960г.

Сдана в научный фонд: _____

г.Москва, 1960г.

ТЕОРИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ УСИЛИТЕЛЕЙ В СХЕМАХ С ЦИРКУЛЯТОРАМИ

В. А. Котельников

Аннотация

В данной работе рассмотрена теория параметрических усилителей с переменной емкостью, использующих запертый полупроводниковый диод и циркулятор и усиливающих сигнал без преобразования его частоты. Рассмотрение ограничивается случаем, когда в усилителе имеются колебания только трех частот: ω_1 — частота сигнала, ω_n — частота подкачки и $\omega_2 = \omega_n - \omega_1$ — основная комбинационная частота.

В данной работе выводятся соотношения, описывающие процессы в таких усилителях в общем виде, и которые пригодны вне зависимости от конкретных схем осуществления усилителей, лишь бы размеры запорного слоя диода были малы по сравнению с длиной волны.

Выводится в общем виде выражение для шумовой температуры усилителей при условии, что источником шума в самом усилителе являются лишь тепловые шумы активного сопротивления диода и циркулятора. Производится анализ возможностей снижения этой температуры и производится сравнение шумовой температуры усилителей, у которых $\omega_1 \cong \omega_2$, а также у которых эти частоты существенно разнятся.

Затем рассматривается резонансная кривая усилителей, по возможности в общем виде, и показывается, что в варианте близких частот ($\omega_1 \cong \omega_2$) без применения схем компенсации может быть получено:

$$\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} K_M = M, \quad (\text{A})$$

где ω_{10} — частота, на которой получается наибольший коэффициент усиления по мощности K_M^2 , $2\Omega_2$ — полоса пропускания, M — половина коэффициента модуляции емкости запорного слоя.

Даются некоторые рекомендации по схемам, в которых можно реализовать это соотношение.

Затем показывается, что путем применения компенсации можно полосу пропускания увеличить и получить соотношение:

$$\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} \sqrt{K_M} = M. \quad (\text{B})$$

Рассматривается также полоса пропускания для случая существенной разницы между ω_1 и ω_2 и показывается, что она в этом случае может быть больше, чем дает выражение (A).

В заключении показывается, как можно заменить прямоугольный волновод и прямоугольный объемный резонатор с волной H_{10} и вклю-

ченным в него диодом схемой замещения, по которой возможно произвести количественный расчет конкретного усилителя.

При проведенном рассмотрении в целях упрощения всюду предполагалось, что все элементы усилителя, кроме циркулятора, диода и специальных нагрузок, потерь не имеют.

Некоторые приведенные в данной работе положения были известны и ранее, однако, они повторены в отчете с целью облегчить пользование им.

§ 1. Основные соотношения

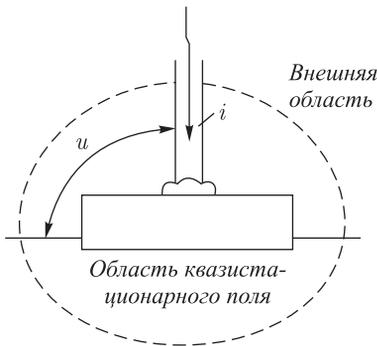


Рис. 1.1

Обычно параметрические усилители, использующие запертые полупроводниковые диоды как переменную емкость, содержат резонансные системы в виде объемных резонаторов, и к ним прямо не применимы методы теории цепей с сосредоточенными постоянными. Однако переменная емкость запирающего слоя этих диодов имеет размеры намного меньшие, чем длина волны, поэтому для достаточно малой области, охватывающей запирающий слой, справедливы законы квазистационарного поля, и электрическое поле в ней

можно считать потенциальным. Для этой области соотношение между током через диод i и напряжением на диоде u (см. рис. 1.1) будет

$$u = R_S i + u_3, \quad (1.1)$$

где первое слагаемое — падение напряжения на кристалле (R_S — постоянная величина); u_3 — падение напряжения на запирающем слое.

Далее

$$u_3 = f(q), \quad (1.2)$$

где $q = \int_{-\infty}^t i dt$ — заряд на запирающем слое. Эта зависимость должна быть нелинейной.

Чтобы получить периодически меняющуюся емкость запирающего слоя в усилителе, от специального генератора создают колебания с вспомогательной частотой (колебания подкачки). Пусть сначала в усилителе существуют только эти колебания. В этом случае напряжение на запирающем слое пусть будет равно:

$$u_3 = u_{3П} = f(q_{П}), \quad (1.3)$$

где $q_{П}$ — соответствующий заряд на запирающем слое.

Пусть далее в усилителе возникают дополнительные малые колебания от сигнала. Тогда

$$u_3 = u_{3П} + u_{3С} = f(q_{П} + q_{С}) = f(q_{П}) + \frac{\partial f(q_{П})}{\partial q_{П}} q_{С}, \quad (1.4)$$

где $u_{3С}$ и $q_{С}$ — добавочные напряжения и заряд от сигнала. Отсюда:

$$u_{3С} = \frac{1}{c} q_{С}, \quad (1.5)$$

где обозначено:

$$\frac{1}{c} = \frac{\partial f q_{П}}{\partial q_{П}}. \quad (1.6)$$

Далее мы будем интересоваться только колебаниями от сигнала, поэтому индекс «С» мы будем в дальнейшем опускать.

Таким образом, соотношение между током через диод и напряжением на нем для добавочных колебаний, вызванных сигналом, будет

$$u_3 = R_S i + \frac{1}{c} q, \quad (1.7)$$

где

$$q = \int_{-\infty}^t i dt. \quad (1.8)$$

Для того, чтобы описать процессы в усилителе, необходимо еще знать соотношение между током i и напряжением u для внешней области, охватывающей диод. Как известно, для любого линейного двухполюсника, а внешняя область в данном случае может рассматриваться как такой двухполюсник, соотношение между током и напряжением будет таким же, как для схемы замещения, изображенной на рис. 1.2¹⁾.

В этой схеме $e(t)$ — напряжение u при холостом ходе, т. е. напряжение в случае отсоединенного диода, когда $i = 0$; $z(\omega)$ — некоторое комплексное сопротивление, величина которого зависит от частоты составляющей тока.

Таким образом, полная схема, описывающая колебания, вызванные в усилителе сигналом, примет в соответствии с рис. 1.2 и выражением (1.7) вид рис. 1.3 независимо от того, содержит ли усилитель сосредоточенные емкости и индуктивности или распределенные в виде волноводов, объемных резонаторов и т. д.

Рассмотрим процессы в схеме рис. 1.3, не конкретизируя конструкцию усилителя.

Примем, что под действием колебаний подкачки емкость запорного слоя изменяется по закону:

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_0} [1 + 2M \cos(\omega_{П} t + \varphi_{П})], \quad (1.9)$$

¹⁾ См., например, В. А. Котельников, А. М. Николаев «Основы радиотехники», ч. II, с. 298.

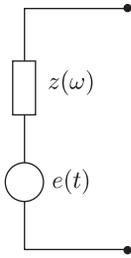


Рис. 1.2

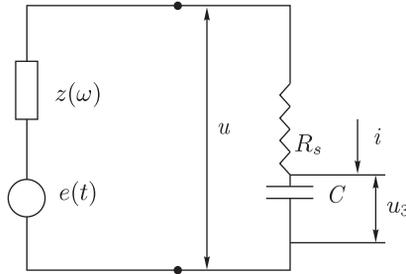


Рис. 1.3

где c_0 , M и φ_{Π} — некоторые постоянные. Далее примем, что

$$e(t) = \dot{\varepsilon}_1 e^{j\omega_1 t} + \dot{\varepsilon}_2 e^{j\omega_2 t}. \quad (1.10)$$

Мы берем две слагаемых э.д.с. для удобства и общности. Одна из них может равняться нулю. Примем, что:

$$\omega_{\Pi} = \pm(\omega_1 \pm \omega_2).$$

Отметим, что изменения знака у ω_{Π} на все последующее существенно сказываться не будет, поскольку эта частота вводится в формулы только с помощью выражения (1.8), а в этом выражении изменение знака у ω_{Π} равносильно лишь изменению знака у φ_{Π} . Исходя из сказанного, будем полагать

$$\omega_{\Pi} = \omega_1 - \omega_2 \quad (1.12)$$

или

$$\omega_{\Pi} = \omega_1 + \omega_2. \quad (1.13)$$

Начнем рассмотрение со случая (1.12). К случаю (1.13) легко перейти, изменив во всех выражениях знак у ω_2 на обратный.

Предположим, что в контуре рис. 1.3 течет ток:

$$i = \dot{J}_1 e^{j\omega_1 t} + \dot{J}_2 e^{j\omega_2 t}. \quad (1.14)$$

Напряжение на конденсаторе C будет равно:

$$u_3 = \frac{\int i dt}{c}. \quad (1.15)$$

Подставляя в это выражение i и c из (1.9) и (1.14), получим:

$$u_3 = \frac{\dot{J}_1 e^{j\omega_1 t}}{j\omega_1 c_0} + \frac{\dot{J}_2 e^{j\omega_2 t}}{j\omega_2 c_0} + \frac{M \dot{J}_2 e^{j\varphi_{\Pi}} e^{j\omega_1 t}}{j\omega_2 c_0} + \frac{M \dot{J}_2 e^{-j\varphi_{\Pi}} e^{j(\omega_2 - \omega_{\Pi}) t}}{j\omega_2 c_0} + \frac{M \dot{J}_1 e^{j\varphi_{\Pi}} e^{j(\omega_1 + \omega_{\Pi}) t}}{j\omega_1 c_0} + \frac{M \dot{J}_1 e^{-j\varphi_{\Pi}} e^{j\omega_2 t}}{j\omega_1 c_0}. \quad (1.16)$$

Тут учтено, что на основании (1.12) $\omega_2 + \omega_{\Pi} = \omega_1$ и $\omega_1 - \omega_{\Pi} = \omega_2$. Спектр i и u_3 будет соответствовать рис. 1.4.

То же напряжение получилось бы, если бы вместо переменной емкости в схеме была включена постоянная емкость c_0 и последовательно с ней э.д.с., соответствующая четырем последним членам выражения (1.16).

Под действием этих э.д.с. и э.д.с. $\dot{\varepsilon}_1$ и $\dot{\varepsilon}_2$ в цепи должны течь токи с частотами $\omega_1, \omega_2, \omega_2 - \omega_{\Pi}$ и $\omega_1 + \omega_{\Pi}$.

Будем считать, что токи с двумя последними частотами будут настолько малыми, что ими можно пренебречь. Иначе выражение будет неправильно. Это предположение будет справедливо, если суммарное сопротивление цепи рис. 1.1 равно:

$$z(\omega) + R_S + \frac{1}{j\omega c_0} \quad (1.17)$$

будет для частот ω_1 и ω_2 много меньше, чем для частот $\omega_2 - \omega_{\Pi}$ и $\omega_1 + \omega_{\Pi}$. Обычно в параметрических усилителях это условие удовлетворяется. Все дальнейшие рассуждения справедливы лишь при этом предположении.

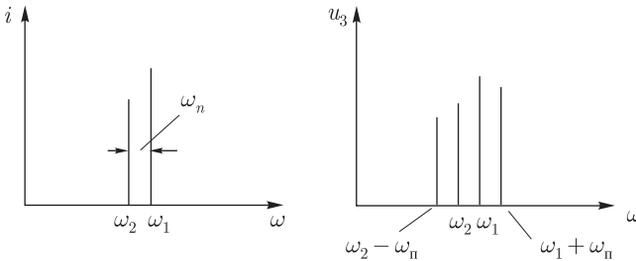


Рис. 1.4

Составим уравнения Кирхгофа, обходя контур рис. 1.3. Используя выражение (1.16) для составляющих с частотами ω_1 и ω_2 , получим:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= \left[z(\omega_1) + R_S + \frac{1}{j\omega_1 c_0} \right] \dot{J}_1 + \frac{M e^{j\varphi_{\Pi}}}{j\omega_2 c_0} \dot{J}_2, \\ \dot{\varepsilon}_2 &= \left[z(\omega_2) + R_S + \frac{1}{j\omega_2 c_0} \right] \dot{J}_2 + \frac{M e^{-j\varphi_{\Pi}}}{j\omega_1 c_0} \dot{J}_1, \end{aligned} \quad (1.18)$$

или, если обозначить:

$$\begin{aligned} z_1 &= z(\omega_1) + R_S + \frac{1}{j\omega_1 c_0}; \\ z_2 &= z(\omega_2) + R_S + \frac{1}{j\omega_2 c_0}; \\ z_{c_1} &= \frac{M e^{-j\varphi_{\Pi}}}{j\omega_1 c_0}; \quad z_{c_2} = \frac{M e^{j\varphi_{\Pi}}}{j\omega_2 c_0}, \end{aligned} \quad (1.19)$$

то эти уравнения запишутся так:

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_1 &= z_1 \dot{J}_1 + z_{2c} \dot{J}_2, \\ \dot{\epsilon}_2 &= z_{1c} \dot{J}_1 + z_2 \dot{J}_2,\end{aligned}\quad (1.20)$$

откуда

$$\begin{aligned}J_1 &= \frac{z_2 \dot{\epsilon}_1 - z_{2c} \dot{\epsilon}_2}{z_1 \cdot z_2 - z_{1c} z_{2c}} = \frac{\dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_{1B}}{z_1 + z_{1B}}, \\ J_2 &= \frac{z_1 \dot{\epsilon}_2 - z_{1c} \dot{\epsilon}_1}{z_1 \cdot z_2 - z_{1c} z_{2c}} = \frac{\dot{\epsilon}_2 + \dot{\epsilon}_{2B}}{z_2 + z_{2B}}.\end{aligned}\quad (1.21)$$

Тут введены вносимые э.д.с. и сопротивления:

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_{1B} &= -\frac{z_{2c}}{z_2} \dot{\epsilon}_2, \\ \dot{\epsilon}_{2B} &= -\frac{z_{1c}}{z_1} \dot{\epsilon}_1, \\ z_{1B} &= -\frac{z_{1c} z_{2c}}{z_2} = \frac{z_c^2}{z_2}, \\ z_{2B} &= -\frac{z_{1c} z_{2c}}{z_1} = \frac{z_c^2}{z_1}\end{aligned}\quad (1.22)$$

и обозначено:

$$z_c^2 = -z_{1c} z_{2c} = \frac{M^2}{\omega_1 \omega_2 c_0^2}.\quad (1.23)$$

Как следует из уравнений (1.21), токи \dot{J}_1 и \dot{J}_2 будут течь также в схемах рис. 1.5.

Вводя понятие критической частоты:

$$\omega_k = \frac{M}{R_S c_0},\quad (1.24)$$

получим:

$$\begin{aligned}z_c^2 &= \frac{\omega_k^2}{\omega_1 \omega_2} R_S^2, \\ |z_{1c}| &= \frac{\omega_k}{\omega_1} R_S, \\ |z_{2c}| &= \frac{\omega_k}{\omega_2} R_S.\end{aligned}\quad (1.25)$$

Отметим, что ω_k зависит только от параметров диода и подкачки. Уменьшая подкачку, можно свести ω_k к нулю.

Поскольку в схемах рис. 1.5 токи текут такие же, как истинные токи через диод, а левые части этих схем являются схемами замещения внешней цепи диода (см. рис. 1.2 и 1.3), то напряжения на этих частях V_1 и V_2 будут соответствовать истинным напряжениям на диодах на частотах ω_1 и ω_2 соответственно.

Таким образом, правые части рис. 1.5 могут рассматриваться как схемы замещения диода на частотах ω_1 и ω_2 соответственно.

Полученные схемы замещения и выражения похожи на аналогичные для обычных связанных контуров. Отличие заключается лишь

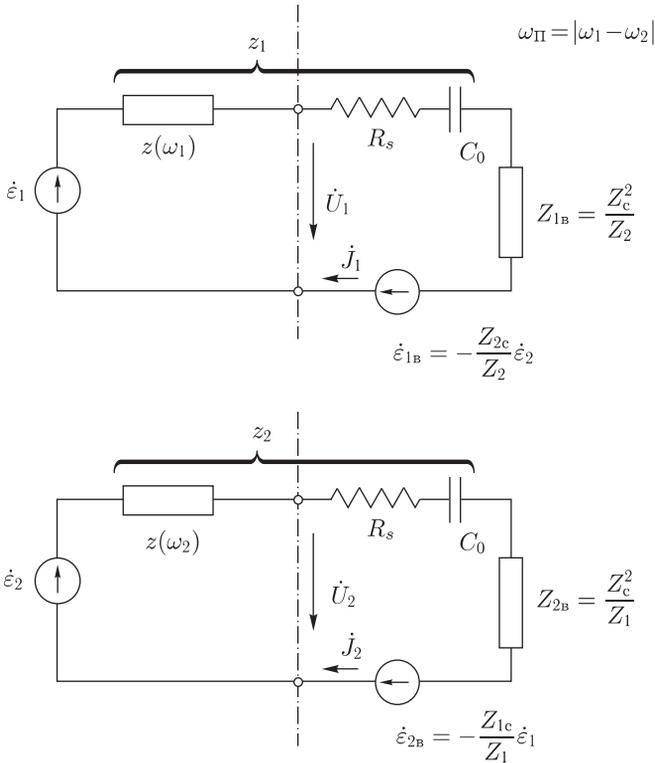


Рис. 1.5

в наличии двух сопротивлений связи z_{1c} и z_{2c} . Благодаря этому можно получить при том же вносимом сопротивлении вносимую э.д.с. больше, чем в обычных связанных контурах, что позволяет осуществить усиление мощности колебаний.

К случаю $\omega_{\Pi} = \omega_1 + \omega_2$, очевидно, можно перейти от уже рассмотренного, если подставить во все полученные выражения вместо ω_2 величину $-\omega_2$. При этом z_2 и z_{2c} превратятся в сопряженные величины z_2^* и z_{2c}^* соответственно.

Необходимо также заменить ϵ_2 на ϵ_2^* . Действительно:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\dot{\epsilon}_2 e^{j\omega_2 t}) &= \operatorname{Re}(\epsilon_2 e^{j\varphi_2} e^{j\omega_2 t}) = \epsilon_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2), \\ \operatorname{Re}(\dot{\epsilon}_2^* e^{-j\omega_2 t}) &= \operatorname{Re}(\epsilon_2 e^{-j\varphi_2} e^{-j\omega_2 t}) = \epsilon_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2). \end{aligned}$$

Аналогично надо заменить \dot{J}_2 на \dot{J}_2^* . При этом уравнения (1.21) превратятся в

$$\dot{J}_1 = \frac{z_{2c}^* \epsilon_1 - z_{2c}^* \epsilon_2^*}{z_1 z_2^* - z_{1c} z_{2c}^*}, \quad \dot{J}_2^* = \frac{z_1 \epsilon_2^* - z_{1c} \epsilon_1}{z_1 z_2^* - z_{1c} z_{2c}^*}.$$

Или, меняя в последнем выражении в обеих частях равенства величины на их сопряженные и вводя обозначения (1.22), получим:

$$j_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_{1B}^*}{z_1 - z_{1B}^*}, \quad j_2 = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_{2B}^*}{z_2 - z_{2B}^*}. \quad (1.26)$$

Таким образом, схемы замещения для случая $\omega_{\Pi} = \omega_1 + \omega_2$ будут иметь вид рис. 1.6.

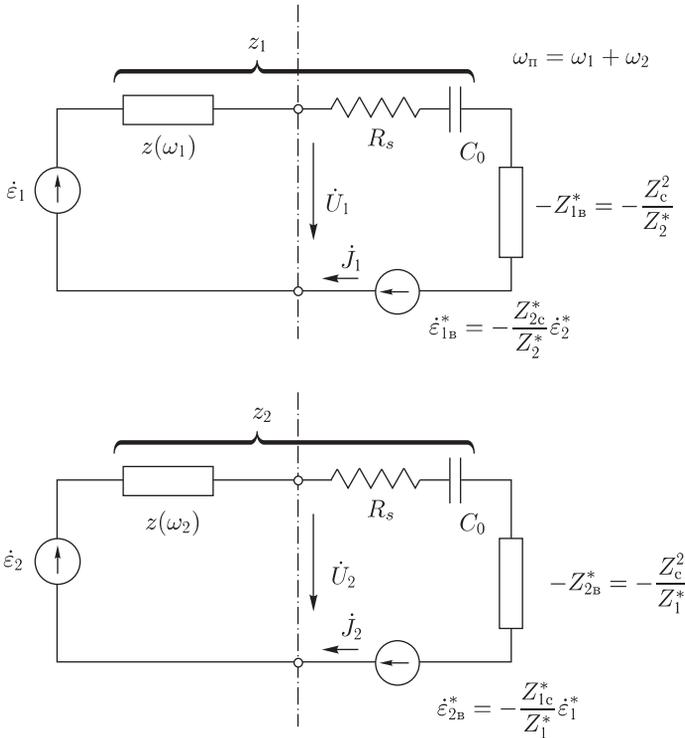


Рис. 1.6

В этом случае, в отличие от случая $\omega_{\Pi} = \omega_1 - \omega_2$, поскольку $z_c^2 = \frac{M^2}{\omega_1 \omega_2 c_0^2} > 0$, активные составляющие вносимых сопротивлений $-z_{2B}^*$ и $-z_{1B}^*$ будут отрицательны. Это позволяет скомпенсировать активные сопротивления цепи и получить усиление.

§ 2. Коэффициент усиления

Определим коэффициент усиления и шумфактор для параметрического усилителя, работающего с циркулятором. Схема этого усилителя изображена на рис. 2.1. Сигнал со входа поступает в циркулятор, из

которого, пройдя плечо 1, по фидеру 5 (обычно волноводному или коаксиальному) поступает собственно в усилитель, где усилившись и отразившись, возвращается в циркулятор. Пройдя затем плечо 2, сигнал попадает на выход. Шумы с выхода, пройдя плечо 3, попадают в фидер 6 и поглощаются в согласованной нагрузке. Шумы от этой нагрузки через плечо 4 попадают на вход. Если сопротивление на входе согласовано, то эти шумы поглощаются на входе и в усилитель не попадают.

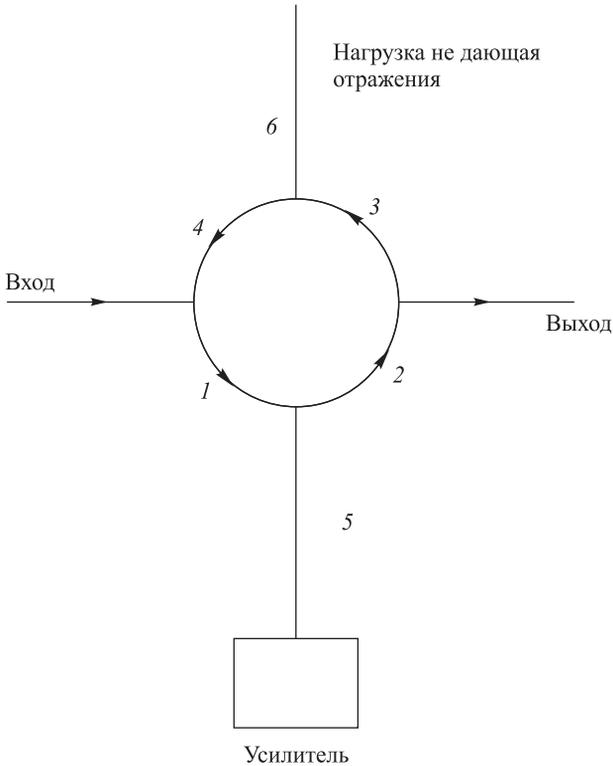


Рис. 2.1

Под коэффициентом усиления усилителя будем понимать отношение

$$K^2 = \frac{P_2}{P_1}, \quad (2.1)$$

где P_1 — мощность волны сигнала с частотой ω_1 , идущей по фидеру 5 от циркулятора к усилителю, и P_2 — мощность волны сигнала с той же частотой, идущей от усилителя к циркулятору.

Пусть на частоте ω_1 в усилителе поглощается мощность P_y , тогда

$$P_2 = P_1 - P_y \quad (2.2)$$

и

$$K^2 = 1 - \frac{P_y}{P_1}. \quad (2.3)$$

Если в усилителе мощность на частоте ω_1 не поглощается, а генерируется, то P_y будет отрицательно и $K^2 > 1$.

Используя выражение (2.3), найдем K^2 , не вникая в подробности конструкции усилителя.

Для цепи диода схема замещения в данном случае будет соответствовать рис. 1.6.

Тут $\varepsilon_2 = 0$, поскольку э.д.с. на частоте ω_2 нет.

В этой схеме напряжение \dot{V}_1 и ток \dot{J}_1 соответствуют напряжению на диоде и току через него на частоте ω_1 . Таким образом мощность, поглощаемая диодом на этой частоте, будет соответствовать мощности, поглощаемой в правой части этой схемы. Если принять, что в усилителе на частоте ω_1 мощность поглощается только в диоде, то эта мощность будет равна мощности, поглощаемой усилителем P_y . Чтобы эта мощность была отрицательной и $K^2 > 1$, необходимо, чтобы вносимое сопротивление имело отрицательную действительную часть, для чего необходимо, в соответствии со сказанным выше, взять

$$\omega_{\Pi} = \omega_1 + \omega_2.$$

Обозначим

$$z(\omega_1) = R_{1A} + jx_{1A} \quad (2.4)$$

и

$$z(\omega_2) = R_{2A} + jx_{2A}.$$

Тогда в соответствии с (1.19)

$$z = R_{1A} + R_S + jx_1, \quad (2.5)$$

где

$$x_1 = x_{1A} - \frac{1}{\omega_1 c_0}$$

и

$$z_2 = R_{2A} + R_S + jx_2, \quad (2.6)$$

где

$$x_2 = x_{2A} - \frac{1}{\omega_2 c_0}.$$

Отсюда

$$-z_{1B}^* = -\frac{z_c^2}{z_2^*} = -\frac{z_c^2}{R_{2A} + R_S - jx_2} = -R_{1B} - jx_{1B}, \quad (2.7)$$

где

$$R_{1B} = \frac{z_c^2}{(R_{2A} + R_S)^2 + x_2^2} (R_{2A} + R_S); \quad x_{1B} = \frac{z_c^2}{(R_{2A} + R_S)^2 + x_2^2} x_2. \quad (2.8)$$

Мощность, поглощаемая на частоте ω_1 в усилителе или, что то же, в диоде, будет (см. рис. 1.6):

$$P_y = \frac{1}{2} J_1^2 (R_S - R_{1B}). \quad (2.9)$$

Далее из (1.26), (2.5) и (2.7)

$$J_1 = \frac{\dot{\varepsilon}_1}{R_{1A} + R_S - R_{1B} + j(x_1 - x_{1B})}. \quad (2.10)$$

Откуда

$$P_y = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_1^2 (R_S - R_{1B})}{(R_{1A} + R_S - R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2}. \quad (2.11)$$

Максимальная возможная мощность, которая может быть поглощена в сопротивлении R , поставленном на место диода, будет, когда это сопротивление согласовано с внешней цепью, т. е. $R = R_{1A}$ будет равна:

$$P_{y \text{ макс}} = \frac{\varepsilon_1^2}{8R_{1A}}. \quad (2.12)$$

Очевидно, эта мощность (поскольку мы приняли, что в усилителе на частоте ω_1 энергия может поглощаться только в диоде) будет равна мощности сигнала P_1 , заключенной в бегущей волне, поступающей из циркулятора по фидеру в усилитель.

Отсюда, пользуясь (2.3), (2.11) и (2.12), получим выражение для коэффициента усиления:

$$K^2 = 1 - \frac{4(R_S - R_{1B})R_{1A}}{(R_{1A} + R_S - R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2} = \frac{(R_{1A} - R_S + R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2}{(R_{1A} + R_S - R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2}. \quad (2.13)$$

Эта величина при $x_1 - x_{1B} = 0$ будет принимать значение:

$$K_0^2 = \left(\frac{R_{1A} - R_S + R_{1B}}{R_{1A} + R_S - R_{1B}} \right)^2. \quad (2.14)$$

Таким образом:

а) при $R_{1A} = R_S - R_{1B}$.

Когда полное, активное сопротивление диода согласовано с внешней областью, и вся подаваемая мощность будет поглощаться $K_0^2 = 0$;

б) при $R_S - R_{1B} = 0$.

Когда полное активное сопротивление диода равно нулю, поступившая в усилитель мощность будет вся уходить обратно и $K_0^2 = 1$;

в) при $R_{1A} \rightarrow R_{1B} - R_S$.

Когда активное сопротивление всей цепи диода стремится к нулю $K_0^2 \rightarrow \infty$.

При возрастании $(x_1 - x_{1B})^2$ величина K^2 будет монотонно стремиться к единице.

Для того, чтобы можно было получить бесконечно большое усиление, нужно, чтобы

$$R_{1B} - R_S \geq 0,$$

т. е.

$$\frac{z_c^2}{(R_{2A} + R_S)^2 + x_2^2} (R_{2A} + R_S) - R_S > 0.$$

Максимальное значение это выражение примет, если положить $R_{2A} = x_2 = 0$. В этом наиболее благоприятном случае с учетом выражения (1.25), получим:

$$\frac{\omega_k^2}{\omega_1 \omega_2} R_S - R_S > 0. \quad (2.15)$$

Таким образом, бесконечное усиление можно получить лишь если:

$$\omega_k > \sqrt{\omega_1 \omega_2}. \quad (2.16)$$

§ 3. Шумовая температура усилителя

Мощность теплового шума P_R , отдаваемого сопротивлением R , имеющим температуру T_{1A} , в согласованную нагрузку в полосе частот Δf , и мощность шума P , отдаваемого согласованным идеальным бесшумным усилителем с коэффициентом усиления K^2 , подключенным к этой нагрузке, будут равны:

$$\left. \begin{aligned} P_R &= \frac{\overline{e_{ш}^2}}{4R} = \frac{4 \cdot k \cdot T_{1A} \cdot R \cdot \Delta f}{4R} = k \cdot T_{1A} \cdot \Delta f, \\ P &= P_R \cdot K^2 = k \cdot T_{1A} \cdot \Delta f \cdot K^2. \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Тут обозначено: $\overline{e_{ш}^2} = 4kT_{1A}R\Delta f$ — средний квадрат э.д.с. теплового шума во входной нагрузке в полосе Δf , k — постоянная Больцмана, T_{1A} — шумовая температура входной нагрузки, R — величина этой нагрузки.

Мощность шума, отдаваемого реальным усилителем, будет больше, чем это следует из (3.1). Ее можно представить выражением:

$$P = k(T_{1A} + T_y) \cdot \Delta f \cdot K^2. \quad (3.2)$$

Величину T_y будем называть шумовой температурой усилителя. Очевидно,

$$T_y = \frac{P}{k \cdot \Delta f \cdot K^2} - T_{1A}. \quad (3.3)$$

Найдем шумовую температуру параметрического усилителя с циркулятором.

Эквивалентная схема цепи диода на частоте ω_1 с шумовыми э.д.с. в соответствии с рис. 1.6 и выражением (2.7), изображена на рис. 3.1.

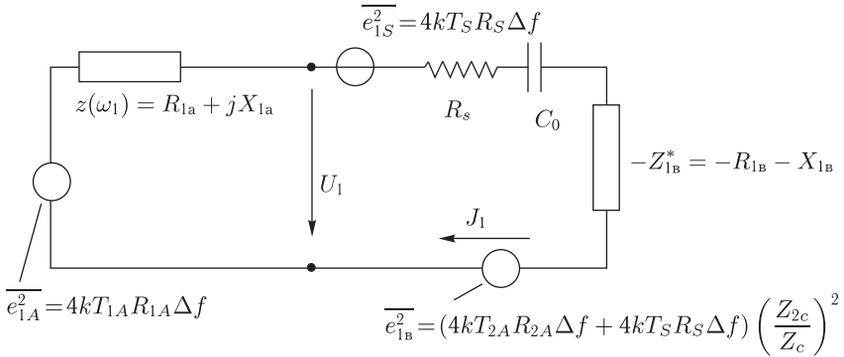


Рис. 3.1

На этом рисунке э.д.с. $\overline{e_{1A}^2}$ от шумов, поступающих в усилитель из циркулятора на частоте ω_1 . Она характеризуется активным сопротивлением R_{1A} и температурой источника этого шума T_{1A} , например, температурой шума антенны, $\overline{e_{1S}^2}$ — э.д.с. от тепловых шумов сопротивления R_S на частоте ω_1 . Температуру их принимаем равной T_S . $\overline{e_{1B}^2}$ — вносимая э.д.с. от тепловых шумов сопротивлений R_S и R_{1A} на частоте ω_2 .

Поскольку эти э.д.с. независимы, то мощности от них можно найти отдельно и затем сложить.

Шумы, дающие э.д.с. $\overline{e_{1A}^2}$, поступают от циркулятора на усилитель. Поэтому шумовая мощность, создаваемая ими в волне, идущей от усилителя к циркулятору, будет равна:

$$P_{1A} = \frac{\overline{e_{1A}^2}}{4 \cdot R_{1A}} \cdot K^2 = kT_{1A} \cdot \Delta f \cdot K^2, \quad (3.4)$$

э.д.с. $\overline{e_{1S}^2}$ и $\overline{e_{1B}^2}$ создадут в цепи рис. 3.1 ток

$$\overline{i_{ш}^2} = \frac{\overline{e_{1S}^2} + \overline{e_{1B}^2}}{(R_{1A} + R_S - R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2},$$

откуда мощность, отдаваемая этими э.д.с. во внешнюю цепь будет равна:

$$P_{1S} + P_{1B} = \overline{i_{ш}^2} \cdot R_{1A} = \frac{(\overline{e_{1S}^2} + \overline{e_{1B}^2}) \cdot R_{1A}}{(R_{1A} + R_S - R_{1B})^2 - (x_1 - x_{1B})^2}. \quad (3.5)$$

Далее, в соответствии с (3.3), получим

$$T_y = \frac{P_{1A} + P_{1S} + P_{1B}}{k \cdot \Delta f \cdot K^2} - T_{1A} = \frac{P_{1S} + P_{1B}}{k \cdot \Delta f \cdot K^2} \quad (3.6)$$

или, учитывая (2.13), (3.5) и рис. 3.1,

$$T_y = \frac{(\overline{e_{1S}^2} + \overline{e_{1B}^2}) \cdot R_{1A}}{k \cdot \delta f \left[(R_{1A} - R_S + R_{1B})^2 + (x_1 - x_2)^2 \right]} = \frac{4 \left[T_S \cdot R_S + (T_S \cdot R_S + T_{2A} \cdot R_{2A}) \left| \frac{z_{2c}}{z_2} \right|^2 \right] R_{1A}}{(R_{1A} - R_S + R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2}, \quad (3.7)$$

так как в соответствии с (2.7)

$$|z_{1B}|^2 = R_{1B}^2 + x_{1B}^2 = \left| \frac{z_c^4}{z_2^2} \right|$$

и

$$|z_2^2| = \left| \frac{z_c^2}{z_{1B}^2} \right|,$$

то

$$\left| \frac{z_{2c}}{z_2} \right|^2 = \left| \frac{z_{2c}^2 \cdot z_{1B}^2}{z_c^4} \right| = \frac{\omega_1^2}{\omega_k^2} \cdot \frac{R_{1B}^2 + x_{1B}^2}{R_S^2}. \quad (3.8)$$

Тут принято во внимание соотношение (1.25).

Подставляя (3.8) в (3.7), получим:

$$T_y = \frac{4 \left[T_S \cdot R_S + (T_S \cdot R_S + T_{2A} \cdot R_{2A}) \frac{R_{1B}^2 + x_{1B}^2}{R_S^2} \cdot \frac{\omega_1^2}{\omega_k^2} \right] R_{1A}}{(R_{1A} - R_S + R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2}. \quad (3.9)$$

Далее из (2.14) и (2.13) следует:

$$R_{1A} = (R_{1B} - R_S) \frac{K_0 + 1}{K_0 - 1} \quad (3.10)$$

и

$$\frac{(x_1 - x_{1B})^2}{(R_{1A} - R_S + R_{1B})^2} = \frac{1 - \frac{K^2}{K_0^2}}{K^2 - 1} < \frac{1}{K^2 - 1}. \quad (3.11)$$

Таким образом при:

$$K_0 > K \gg 1,$$

а такой случай наиболее интересен, можно считать:

$$R_{1A} \cong R_{1B} - R_S \quad (3.12)$$

и пренебречь скобкой $(x_1 - x_{1B})^2$ в выражении (3.9).

Тогда:

$$T_y \cong \frac{4 \left[T_S \cdot R_S + (T_S R_S + T_{2A} R_{2A}) \frac{R_{1B}^2 + x_{1B}^2}{R_S^2} \cdot \frac{\omega_1^2}{\omega_k^2} \right] (R_{1B} - R_S)}{4(R_{1B} - R_S)^2} =$$

$$= \frac{T_S R_S + (T_S R_S + T_{2A} \cdot R_{2A}) \frac{R_{1B}^2 + x_{1B}^2}{R_S^2} \cdot \frac{\omega_1^2}{\omega_k^2}}{R_{1B} - R_S}. \quad (3.13)$$

Из этого выражения видно, что если менять R_{2A} и x_{1B} , сохраняя R_{1B} постоянным (это можно сделать, меняя соответствующим образом ω_2), то минимум T_y наступит при

$$x_{1B} = R_{2A} = 0, \quad (3.14)$$

для чего надо сделать x_2 и активное сопротивление внешней цепи R_{2A} равным нулю.

В этом случае:

$$R_{1B} = \frac{z_c^2}{(R_{2A} + R_S)^2 + x_2^2} \cdot (R_{2A} + R_c) = \frac{z_c^2}{R_S} = \frac{\omega_k^2}{\omega_1 \cdot \omega_2} \cdot R_S \quad (3.15)$$

и

$$T_y = \frac{T_S R_S + T_S R_S \frac{\omega_k^4}{\omega_1^2 \cdot \omega_2^2} \cdot \frac{\omega_1^2}{\omega_k^2}}{\frac{\omega_k^2}{\omega_1 \cdot \omega_2} R_S - R_S} = T_S \frac{\frac{\omega_k^2}{\omega_2} + 1}{\frac{\omega_k}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_k}{\omega_2} - 1}, \quad (3.16)$$

это выражение имеет минимум при

$$\frac{\omega_2}{\omega_k} = \frac{1}{\frac{\omega_1}{\omega_k} + \sqrt{\frac{\omega_1^2}{\omega_k^2} + 1}}, \quad (3.17)$$

который равен:

$$T_{y \text{ мин}} = 2 \cdot \frac{\omega_1}{\omega_k} \cdot \left(\frac{\omega_1}{\omega_k} + \sqrt{\frac{\omega_1^2}{\omega_k^2} + 1} \right) T_S. \quad (3.18)$$

Из полученных выражений видно, что чем меньше ω_1/ω_k , тем меньше будет $T_{y \text{ мин}}$ и тем выше надо брать ω_2 , чтобы реализовать этот минимум. При $\omega_1 \rightarrow 0$, $T_{y \text{ мин}} \rightarrow 0$, а $\omega_2 \rightarrow \omega_k$.

На рис. 3.2 изображена зависимость T_y от ω_2/ω_k для разных ω_1/ω_k .

На рис. 3.3 кривая $2K$ дает зависимость $T_{y \text{ мин}}$ от ω_1/ω_k . На этих рисунках принято $T_S = 300^\circ \text{ К}$.

Рассмотрим еще частный случай усилителя, который можно назвать условно одноконтурным в отличие от предыдущего случая, который

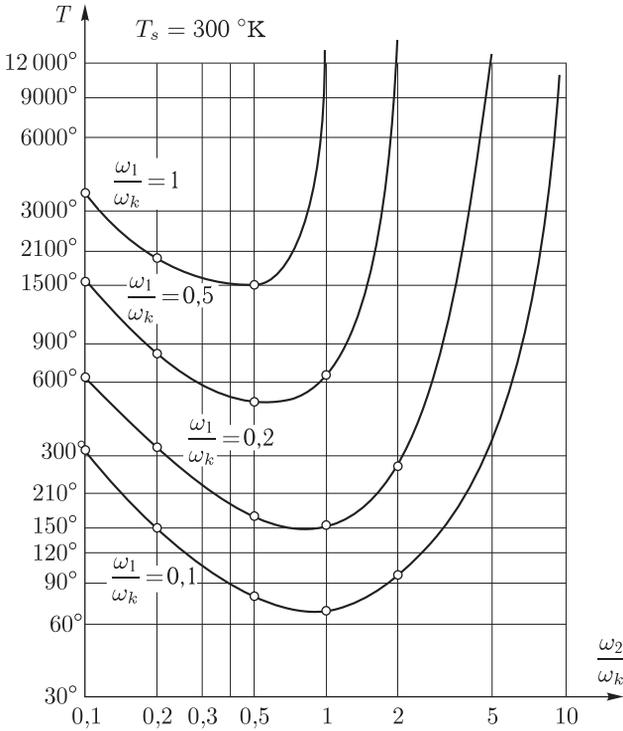


Рис. 3.2

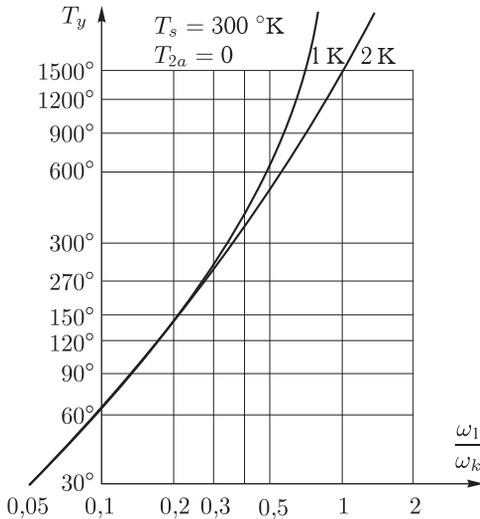


Рис. 3.3

назовем двухконтурным. В этом случае

$$\left. \begin{aligned} \omega_2 &\cong \omega_1, \\ R_{1A} &\cong R_{2A} = R_A. \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

Для этого случая, беря, как и раньше $x_1 = x_2 = 0$, получим:

$$R_{1B} = \frac{z_c^2}{R_A + R_S}, \quad (3.20)$$

откуда в соответствии с (3.12) $R_A = \frac{z_c^2}{R_A + R_S} - R_S$

$$\left. \begin{aligned} R_A + R_S &= Z_C = \frac{\omega_k}{\sqrt{\omega_1 \omega_2}} \cdot R_S, \\ R_{1B} &= Z_C. \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

Подставляя эти значения в (3.13) и учитывая, что $x_{1B} = 0$, получим:

$$T_y = \frac{2}{\frac{\omega_k}{\omega_1} - 1} \cdot T_S + T_{2A}. \quad (3.22)$$

На рис. 3.3 кривая $1k$ дает зависимость T_y от ω_1/ω_k , для этого случая при условии $T_{2A} = 0$ и $T_S = 300^\circ$.

Как видно из этого рисунка, T_y для случая $1k$, хотя идет несколько выше, чем для $2k$, но при $\omega_1/\omega_k < 0,5$ разница между ними ничтожна. При $\omega_1/\omega_k \rightarrow 1$ одноконтурный усилитель перестает работать, и $T_y \rightarrow \infty$. Двухконтурный будет работать и при $\omega_1/\omega_k > 1$, но при этом T_y быстро растет с ростом ω_1 .

Надо помнить, что для случая одноконтурного усилителя в T_y будет входить еще величина T_{2A} , характеризующая шум антенны.

В одноконтурном усилителе, поскольку ω_2 лежит близко к частоте сигнала ω_1 , колебания на частоте сигнала ω_1 , и на частоте ω_2 из антенны также попадают на диод, где дают комбинационную частоту

$$\omega_1 = \omega_{\Pi} - \omega_2.$$

Эти колебания будут смешиваться с колебаниями от сигнала и их дальше нельзя разделить с помощью частотной селекции. Чтобы избежать этого, можно перед усилителем поставить фильтр, не пропускающий из антенны колебания с частотами ω_2 , симметричными (по отношению к $\frac{\omega_{\Pi}}{2}$) частоте сигнала. Если такой фильтр будет поставлен между входом и циркуляром (см. рис. 2.1), то шумы, поступающие по фидеру 6 на частоте ω_2 из нагрузки, проходя через плечо 4, будут отражаться от этого фильтра и попадать в усилитель. Таким образом, в этом случае T_{2A} , входящее в выражение (3.22), должно быть шумовой температурой нагрузки фидера 6.

В случае, когда такой фильтр включен в фидер 5, колебания с частотой ω_2 от усилителя будут отражаться от этого фильтра, и входное сопротивление этого фидера на частотах ω_1 и ω_2 будет разным. В этом

случае нельзя считать $R_{1A} = R_{2A}$, и усилитель надо рассматривать как двухконтурный.

Отметим, что шумовая температура усилителя мало зависит от реактивного сопротивления x_1 , цепи диода на частоте ω_1 и от коэффициента усиления, если последний значительно больше 1, как это следует из (3.9), (3.10) и (3.11). Он также мало зависит от x_{1B} , если $x_{1B}^2 \ll R_{1B}^2$.

§ 4. Влияние входных цепей и циркулятора на шумовую температуру

Рассмотрим вопрос об увеличении шумовой температуры за счет входных цепей, находящихся между антенной и циркулятором, и за счет несовершенства циркулятора.

Схема прохождения сигнала через эти цепи изображена на рис. 4.1.

Рассмотрим шумовую температуру согласованных и включенных последовательно четырехполюсников в общем виде.

Мощность отдаваемая первым четырехполюсником, будет в соответствии с (3.2) равна:

$$P_1 = K \cdot (T_{1A} + T_{y1}) \Delta f \cdot K_1^2,$$

где: T_{1A} — шумовая температура нагрузки на входе этого четырехполюсника, T_{y1} — шумовая температура этого четырехполюсника, K_1^2 — коэффициент усиления этого четырехполюсника. Этот четырехполюсник будет являться входной нагрузкой для второго четырехполюсника с эквивалентной температурой (см. (3.1))

$$(T_{1A} + T_{y1}) \cdot K_1^2. \tag{4.1}$$

Поэтому шум на выходе второго четырехполюсника будет:

$$P_2 = K [(T_{1A} + T_{y1})K_1^2 + T_{y2}] \Delta f K_2^2 = \\ = K (T_{1A} \cdot K_1^2 \cdot K_2^2 + T_{y1} \cdot K_1^2 \cdot K_2^2 + T_{y2} \cdot K_2^2) \Delta f \dots \tag{4.2}$$

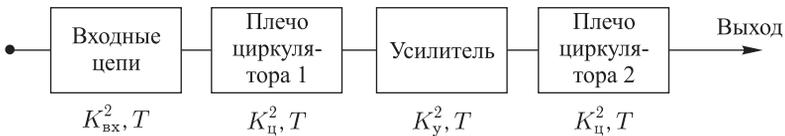


Рис. 4.1

Второй четырехполюсник будет являться входной нагрузкой третьего четырехполюсника и иметь шумовую температуру:

$$T_{1A} \cdot K_1^2 \cdot K_2^2 + T_{y1} \cdot K_1^2 \cdot K_2^2 + T_{y2} \cdot K_2^2. \tag{4.3}$$

Повторяя рассуждение, получим мощность, отдаваемую n -м четырех- полюсником:

$$P_n = K[T_{1A} \cdot K_1^2 \cdots K_n^2 + T_{y1} \cdot K_1^2 \cdots K_n^2 + T_{y2} \cdot K_2^2 \cdots K_n^2 + \\ + T_{y3} \cdot K_3^2 \cdots K_n^2 + \dots + T_{yn} \cdot K_n^2] \Delta f = \\ = K \left[T_{1A} + T_{y1} + \frac{T_{y2}}{K_1^2} + \frac{T_{y3}}{K_1^2 \cdot K_2^2} + \dots + \frac{T_{yn}}{K_1^2 \cdots K_{n-1}^2} \right] \Delta f \cdot K^2, \quad (4.4)$$

где $K^2 = K_1^2 \cdots K_n^2$ — результирующий коэффициент усиления.

Сравнивая полученный результат с (3.2), получим шумовую температуру для четырехполюсника, эквивалентного n последовательно включенным четырехполюсникам, равную:

$$T_y = T_{y1} + \frac{T_{y2}}{K_1^2} + \frac{T_{y3}}{K_1^2 \cdot K_2^2} + \frac{T_{y4}}{K_1^2 K_2^2 K_3^2} + \dots + \frac{T_{yn}}{K_1^2 \cdots K_{n-1}^2}. \quad (4.5)$$

Пусть имеется пассивный четырехполюсник с коэффициентом усиления K^2 (конечно $K^2 \leq 1$). Найдем шумовую температуру этого четырехполюсника, если его фактическая температура равна T . Возьмем входную нагрузку, согласованную с этим четырехполюсником, пусть ее температура также будет T , тогда мощность, отдаваемая этим четырехполюсником в согласованную нагрузку, будет в соответствии с (3.1) равна:

$$p = kT \Delta f, \quad (4.6)$$

с другой стороны, она должна соответствовать формуле (3.2). Откуда:

$$kT \Delta f = k(T + T_y) \Delta f \cdot K^2 \quad (4.7)$$

и

$$T_y = \frac{1 - K^2}{K^2} \cdot T. \quad (4.8)$$

Учитывая сказанное, получим шумовую температуру усилителя вместе со входными цепями и циркулятором в соответствии с рис. 4.1, равную:

$$T_\Sigma = \frac{1 - K_{\text{вх}}^2 \cdot K_y^2}{K_{\text{вх}}^2 \cdot K_y^2} \cdot T + \frac{1}{K_{\text{вх}}^2 \cdot K_y^2} \cdot T_y + \frac{1}{K_{\text{вх}}^2 \cdot K_y^2 \cdot K_y^2} \cdot \frac{1 - K_y^2}{K_y^2}, \quad (4.9)$$

где $K_{\text{вх}}^2$ — коэффициент усиления входной цепи, K_y^2 — то же одного плеча циркулятора, K_y^2 — то же усилителя, T — температура среды, T_y — шумовая температура усилителя.

При выводе (4.9) входные цепи и плечо циркулятора 1 (см. рис. 4.1) были объединены в один четырехполюсник. Отметим, что последним членом выражения обычно бывает можно пренебречь по сравнению с первым членом, так как обычно $K_y^2 \gg 1$.

Если взять в качестве примера затухание во входной цепи 2 дБ, в плече циркулятора 1 дБ, $T = 300^\circ \text{ K}$, то получим:

$$K_{\text{вх}}^2 \cdot K_y^2 = 0.5,$$

$$T_\Sigma = \frac{1 - 0.5}{0.5} 300 - \frac{1}{0.5} T_y = 300 + 2 \cdot T_y.$$

§ 5. Полоса пропускания (общий случай)

В соответствии с (2.13) коэффициент усиления может быть представлен выражением:

$$K^2 = \frac{(R_{1A} - R_S + R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2}{(R_{1A} + R_S - R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2} = \frac{4R_{1A}^2}{|R_{1A} + R_S + jx_1 - R_{1B} - jx_{1B}|^2}. \quad (5.1)$$

Тут были учтены выражения (3.11) и (3.12) и принято, что $K^2 \gg 1$. Далее, учитывая (2.7) и (2.5), получим:

$$K^2 = \frac{4R_{1A}^2}{\left|z_1 - \frac{z_c^2}{z_2^*}\right|^2} = \frac{4R_{1A}^2 |z_2^*|^2}{|z_1 z_2^* - z_c^2|^2}. \quad (5.2)$$

В узкой полосе частот, какой будет при большом K^2 полоса пропускания, можно считать, что числитель выражения (5.2) остается постоянным. Исследуем изменения знаменателя этого выражения с частотой.

Пусть при некотором коэффициенте модуляции M_0 на частоте $\omega_1 = \omega_{10}$ возникает генерация.

При этих значениях $K^2 = \infty$ и $z_1 z_2^* - z_c^2 = 0$ или $z_1 z_2^* = z_c^2 = \frac{M_0^2}{\omega_{10} \omega_{20} c_0^2}$, т. е. является действительной величиной.

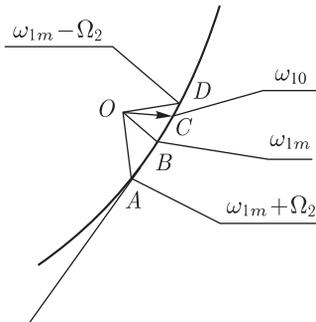


Рис. 5.1

Если уменьшить немного M , то генерация прекратится и для частоты ω_{10} $z_1 z_2^* - z_c^2$ будет небольшой действительной величиной. Пусть изменение этой величины с изменением ω_1 соответствует годографу, изображенному на рис. 5.1.

Для $\omega_1 = \omega_{10}$

$$z_1 z_2^* - z_c^2 = OC.$$

Предположим, что вблизи ω_{10} и ω_{20} можно положить

$$x_1 = x_{10} + b_1(\omega_1 - \omega_{10}) = x_{10} + b_1\Omega,$$

$$x_2 = x_{20} + b_2(\omega_2 - \omega_{20}) = x_{20} - b_2\Omega. \quad (5.3)$$

Тут обозначено:

$$\begin{aligned}\omega_1 - \omega_{10} &= \Omega, \\ \omega_2 - \omega_{20} &= \omega_{\Pi} - \omega_1 - (\omega_{\Pi} - \omega_{10}) = -\omega_1 + \omega_{10} = -\Omega, \\ b_1 &= \left(\frac{dx_1}{d\omega_1} \right)_{\omega_1=\omega_{10}}, \quad b_2 = \left(\frac{dx_2}{d\omega_2} \right)_{\omega_2=\omega_{20}=\omega_{\Pi}-\omega_{10}}.\end{aligned}\quad (5.4)$$

Далее:

$$z_c^2 = z_{c0}^2 + D\Omega, \quad (5.5)$$

где

$$z_{c0}^2 = \frac{M^2}{\omega_{10}\omega_{20}c_0^2}; \quad (5.6)$$

и

$$\begin{aligned}D &= \left(\frac{d(z_c)^2}{d\omega_1} \right)_{\omega_1=\omega_{10}} = \left(\frac{d}{d\omega_1} \frac{M^2}{\omega_1(\omega_{\Pi} - \omega_1)c_0^2} \right)_{\omega_1=\omega_{10}} = \\ &= \frac{M^2}{\omega_{10}\omega_{20}c_0^2} \left(\frac{1}{\omega_{20}} - \frac{1}{\omega_{10}} \right) = z_{c0}^2 \left(\frac{1}{\omega_{20}} - \frac{1}{\omega_{10}} \right).\end{aligned}\quad (5.7)$$

Рис. 5.1

Затем в соответствии с (5.3) положим:

$$\begin{aligned}z_1 &= R_1 + jx_1 = R_1 + jx_{10} + jb_1\Omega, \\ z_2^* &= R_2 - jx_2 = R_2 - jx_{20} + jb_2\Omega,\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}R_1 &= R_{1A} + R_S, \\ R_2 &= R_{2A} + R_S.\end{aligned}$$

Учитывая эти выражения, получим:

$$\begin{aligned}z_1 z_2^* - z_c^2 &= R_1 R_2 + x_{10} x_{20} + j(x_{10} R_2 - x_{20} R_1) + j(R_1 b_2 + R_2 b_1)\Omega + \\ &+ (x_{20} b_1 - x_{10} b_2)\Omega - z_{c0}^2 - D\Omega = R_1 R_2 + x_{10} x_{20} - z_{c0}^2 + \\ &+ j(x_{10} R_2 - x_{20} R_1) + [x_{20} b_1 - x_{10} b_2 - D + j(R_1 b_2 + R_2 b_1)]\Omega.\end{aligned}\quad (5.8)$$

Как видно из этого выражения, при изменении Ω на величину $\Delta\Omega$ в соответствии с (5.8), точка по годографу сместится на величину

$$\sqrt{(x_{20} b_1 - x_{10} b_2 - D)^2 + (R_1 b_2 + R_2 b_1)^2} \cdot \Delta\Omega. \quad (5.9)$$

Пусть при некотором $\omega_1 = \omega_m$ точка на годографе займет положение B , для которого величина $|z_1 z_2^* - z_c^2|$ будет минимальной, а $K^2 = K_M^2$ максимальной.

Очевидно:

$$K_M^2 = \frac{4R_{1A}^2 |z_2|^2}{(OB)^2}. \quad (5.10)$$

Очевидно величина $|z_1 z_2^* - z_c^2|^{-1}$ уменьшится в $\sqrt{2}$ раз, а K^2 вдвое для точек A и D , если

$$AB = BD = OB.$$

Чтобы перейти из точки B в точки A и D надо изменить частоту ω_1 на величину

$$\pm\Omega = \pm \frac{OB}{\sqrt{(x_{20}b_1 - x_{10}b_2 - D)^2 + (R_1b_2 + R_2b_1)^2}}. \quad (5.11)$$

Полоса пропускания будет равна $2\Omega_2$.

Или произведение полосы пропускания на максимальный коэффициент усиления будет равно:

$$2\Omega_2 K_M = \frac{4R_{1A}\sqrt{R_2^2 + x_{20}^2}}{\sqrt{(x_{20}b_1 - x_{10}b_2 - D)^2 + (R_1b_2 + R_2b_1)^2}}. \quad (5.12)$$

При этом выводе мы не учитывали изменения R_1 и R_2 с частотой. При необходимости эти изменения можно учесть аналогичным методом.

Отметим еще, что выражение (5.12) верно лишь при условии выполнения равенств (5.3) и (5.5), т. е. когда полоса пропускания достаточно мала.

§ 6. Полоса пропускания при простой схеме варианта $\omega_{10} = \omega_{20}$ (одноконтурный вариант)

Выражение (5.12) сильно упрощается в так называемом одноконтурном варианте, когда $\omega_{10} = \omega_{20} = \frac{\omega_{\Pi}}{2}$.

В этом случае:

$$x_{20} = x_{10}, \quad b_2 = b_1, \quad D = 0, \quad R_2 = R_1.$$

Поэтому:

$$2\Omega_2 K_M = \frac{4R_{1A}|z_2|}{2R_1b_1}. \quad (6.1)$$

Далее в этом случае в соответствии с (2.14)

$$R_1 = R_{1A} + R_S \cong R_{1B} = \frac{z_{c0}^2}{|z_2|^2} R_2 = \frac{z_{c0}^2}{|z_2|^2} R_1. \quad (6.2)$$

Откуда:

$$\begin{aligned} |z_2|^2 &= R_1^2 + x_{10}^2 = R_2^2 + x_{20}^2 = z_{c0}^2, \\ R_1 &= \sqrt{z_{c0}^2 - x_{10}^2}, \\ R_{1A} &= R_1 - R_S, \end{aligned} \quad (6.3)$$

поэтому

$$2\Omega_2 K_M = \frac{2 \left(\sqrt{z_{c0}^2 - x_{10}^2} - R_S \right) z_{c0}}{\sqrt{z_{c0}^2 - x_{10}^2} \cdot b_1}. \quad (6.4)$$

Из последнего выражения видно, что для увеличения $2\Omega_2 K_M$ надо $z_{c0} = \frac{M}{\omega_{10} c_0}$ иметь по возможности больше, а x_{10}^2 меньше.

Таким образом, желательно, чтобы ω_{10} было резонансной частотой, для которой $x_{10} = 0$, хотя небольшая $x_{10}^2 \ll z_{c0}^2$ допустимы.

В случае $x_{10} = 0$ получим:

$$2\Omega_2 K_M = \frac{2(z_{c0} - R_S)}{b_1} = \frac{2R_S}{b_1} \left(\frac{\omega_k}{\omega_{10}} - 1 \right). \quad (6.5)$$

В соответствии с (2.5)

$$x_1 = x_2 = x_A - \frac{1}{\omega_{10} c_0},$$

отсюда

$$b_1 = \left(\frac{dx_1}{d\omega_1} \right)_{\omega_1=\omega_{10}} = \left(\frac{dx_A}{d\omega_1} \right)_{\omega_1=\omega_{10}} + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0}. \quad (6.6)$$

Для увеличения $2\Omega_2 K_M$ нужно иметь b_1 по возможности малым.

Предположим, что реактивное сопротивление внешней цепи соответствует реактивному сопротивлению двухполюсника без потерь. Это справедливо для случая, изображенного на рис. 6.1, когда реактивное сопротивление создается двухполюсником без потерь, включенным последовательно с R_{1A} , а также приближенно справедливо для схем с малыми потерями вне областей параллельных резонансов. Так как всегда у двухполюсника без потерь

$$\frac{dx_A}{d\omega_1} > 0,$$

то наличие x_A будет уменьшать $2\Omega_2 K_M$.

Рассмотрим, возможна ли работа усилителя при $x_A = 0$, когда b_1 минимально. В этом случае:

$$x_{10} = x_{20} = -\frac{1}{\omega_{10} c_0} \quad (6.7)$$

и

$$z_1 z_2^* - z_c^2 = R_1 R_2 + x_{10} x_{20} - z_{c0}^2 = R_1^2 + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0^2} - \frac{M^2}{\omega_{10}^2 c_0^2}.$$

Поскольку всегда $M^2 < 1$, то $z_1 z_2^* - z_{c0}^2$ нельзя сделать в этом случае равным нулю и значит тут нельзя подойти к порогу регенерации и получить большого усиления. Для того, чтобы это можно было сделать, необходимо сохраняя z_{c0} , уменьшить x_{10} , сделав для этого $x_A > 0$.

Примем

$$x_{10} = x_{20} = 0, \quad (6.9)$$

что упрощает рассуждения и целесообразно по соображениям, изложенным в §3. Будем искать структуру x_A так, чтобы на частоте $\omega_1 = \omega_{10}$

$$x_1 = x_A - \frac{1}{\omega_{10}c_0} = 0 \tag{6.10}$$

и $\left(\frac{dx_1}{d\omega_1}\right)_{\omega_1=\omega_{10}}$ было минимальным.

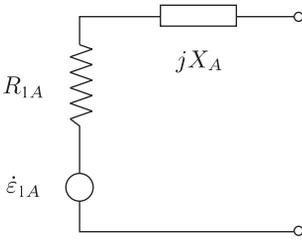


Рис. 6.1

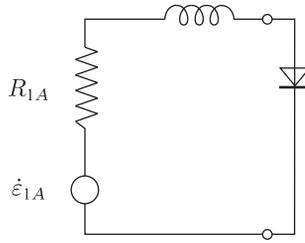


Рис. 6.2

Как сказано в приложении, эти условия удовлетворятся, если взять в качестве x_A индуктивность L_A такую, чтобы

$$\omega_{10}L_A - \frac{1}{\omega_{10}c_0} = 0, \tag{6.11}$$

т. е.

$$L_A = \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0}. \tag{6.12}$$

В этом случае:

$$b_1 = \left(\frac{dx_1}{d\omega_1}\right)_{\omega_1=\omega_{10}} = L_A + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0} = \frac{2}{\omega_{10}^2 c_0}. \tag{6.13}$$

Это минимально возможное b_1 в данных условиях. Таким образом, оптимальной схемой усилителя, если принять структуру рис. 6.1, будет схема рис. 6.2.

Для рассмотренного случая в соответствии с (6.5) получим

$$2\Omega_2 K_M = \frac{2R_S}{2/\omega_{10}^2 c_0} \left(\frac{\omega_k}{\omega_{10}} - 1\right) = \omega_{10}^2 c_0 R_S \left(\frac{\omega_k}{\omega_{10}} - 1\right), \tag{6.14}$$

но так как

$$\frac{M}{c_0 R_S} = \omega_k, \quad \text{и} \quad c_0 R_S = \frac{M}{\omega_k}, \tag{6.15}$$

то

$$2\Omega_2 K_M = \omega_{10} M \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right); \tag{6.16}$$

или

$$\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} K_M = M \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right). \tag{6.17}$$

Поскольку M равняется половине коэффициента модуляции емкости и можно легко иметь $M = 0.3$, в этом случае при малом $\frac{\omega_{10}}{\omega_k}$ можно

получить произведение относительной расстройки на K_M порядка 0.3. При $K_M^2 = 100$ относительная полоса будет составлять около 3% от средней частоты.

В качестве реактивного сопротивления x_A удобно использовать короткозамкнутый отрезок коаксиальной линии. Посмотрим насколько это уменьшит $2\Omega_2 K_M$ по сравнению с оптимальным случаем, когда x_A чистая индуктивность.

В этом случае:

$$x_A = \rho \operatorname{tg} \left(\frac{l}{c} \omega_1 \right), \quad (6.18)$$

где ρ — волновое сопротивление линии, l — ее длина, c — скорость волны в линии.

Таким образом,

$$\frac{dx_A}{d\omega_1} = \rho \frac{l}{c} \frac{1}{\cos^2 \left(\frac{l}{c} \omega_1 \right)} = \rho \frac{l}{c} \left[1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{l}{c} \omega_1 \right) \right];$$

или заменяя ρ его значением из (6.18), получим:

$$\frac{dx_A}{d\omega_1} = \frac{l x_A}{\operatorname{ctg} \left(\frac{l}{c} \omega_1 \right)} \left[1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{l}{c} \omega_1 \right) \right] = \frac{x_A}{\omega_1} \psi, \quad (6.19)$$

где

$$\begin{aligned} \psi &= U \left(\frac{1}{\operatorname{tg} U} + \operatorname{tg} U \right), \\ U &= \frac{l}{c} \omega_1 = \frac{2\pi l}{\lambda_1}. \end{aligned} \quad (6.20)$$

На рис. 6.3 дана зависимость ψ от U . Если x_A осуществляется индуктивностью, то

$$\frac{dx_A}{d\omega_1} = L_A = \frac{x_A}{\omega_1}. \quad (6.21)$$

Таким образом ψ показывает насколько $\frac{dx_A}{d\omega_1}$ при сохранении x_A больше у короткозамкнутой линии по сравнению с индуктивностью.

Для данного случая, учитывая, что $x_A = \frac{1}{\omega_{10} c_0}$,

$$b_1 = \left(\frac{dx_A}{d\omega_1} \right)_{\omega_1=\omega_{10}} + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0} = (1 + \psi) \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0} \quad (6.22)$$

вместо (6.13).

Из рис. 6.3 видно, что при малых U величина ψ приблизительно равна 1, и b_1 будет соответствовать оптимальному случаю (6.13). При увеличении U ψ растет, достигая при $U = 1$ значения 2.2 и при $U = \frac{\pi}{2}$ (соответствует $\frac{l}{\lambda_0} = \frac{1}{4}$) ∞ . Это соответственно будет уменьшать $2\Omega_2 K_M$. При $\frac{\pi}{2} < U < \pi$ настройка осуществлена быть не может, так как короткозамкнутый отрезок линии будет емкостным сопротивлением. При $\pi < U < 1.5\pi$ настройка снова может быть осуществлена, но

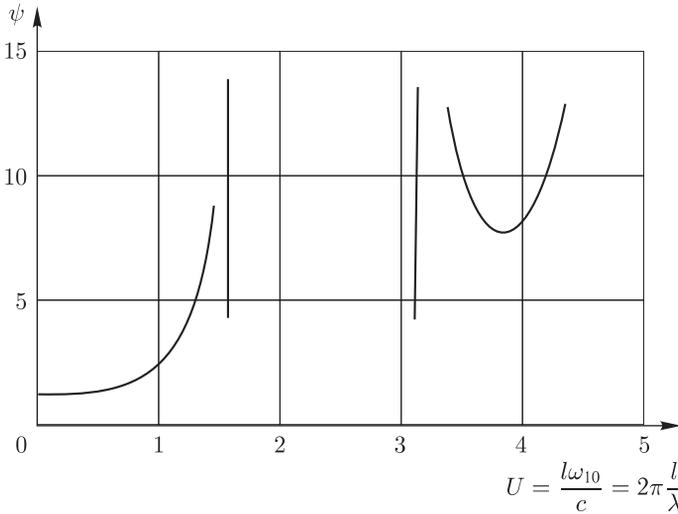


Рис. 6.3

это дает сильное увеличение b_1 (в минимуме около 4 раз по сравнению с оптимумом).

Тут надо иметь в виду, что изменяя длину линии l , надо для сохранения равенства (6.18) менять одновременно ρ .

Итак, если в качестве реактивного сопротивления, компенсирующей емкость диода, брать отрезок короткозамкнутой линии, надо, чтобы эта линия была короче $\frac{\lambda_{10}}{8}$, при этом:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{l}{c}\omega_{10}\right) = \frac{1}{\omega_{10}c_0\rho} < 1, \tag{6.23}$$

т. е. надо брать:

$$\rho > \frac{1}{\omega_{10}c_0} \tag{6.24}$$

Пример схемы рассмотренного усилителя без цепей подкачки изображен на рис. 6.4. Волновое сопротивление коаксиальной линии со стороны диода должно быть $R_{1A} = z_{c0} - R_S$ (см. (3.12)).

Рассмотрим конкретный пример.

Пусть

$$c_0 = 10^{-12} \text{ ф}, \quad R_S = 5 \text{ Ом}, \quad \omega_{10} = 2\pi \cdot 10^9 = 6 \cdot 10^9,$$

$$M = 0,3, \quad \omega_k = \frac{M}{R_S c_0} = \frac{0,3}{5 \cdot 10^{-12}} = 6 \cdot 10^{10}.$$

Тогда:

$$z_{c0} = \frac{M}{\omega_{10}c_0} = \frac{0,3}{6 \cdot 10^9 \cdot 10^{-12}} = 50 \text{ Ом}, \quad R_{1A} = 50 - 5 = 45 \text{ Ом}.$$

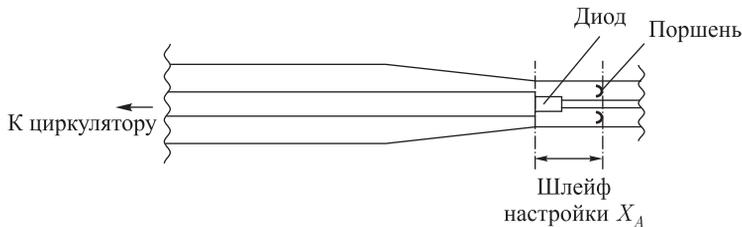


Рис. 6.4

Такое волновое сопротивление должен иметь коаксиальный фидер, подводящий сигнал от циркулятора. Поскольку волновое сопротивление равно:

$$\rho = 138 \ln \frac{D_2}{D_1}, \quad (6.25)$$

то для данного случая логарифм отношения внешнего диаметра коаксиального фидера к внутреннему должен быть:

$$\ln \frac{D_2}{D_1} = \frac{\rho}{138} = \frac{45}{138} = 0.325,$$

откуда:

$$\frac{D_2}{D_1} = 2.1.$$

Волновое сопротивление шлейфа подстройки, чтобы существенно не сужать полосу, должно быть:

$$\rho \geq \frac{1}{\omega_{10} c_0} = \frac{1}{6 \cdot 10^9 \cdot 10^{-12}} = 167 \text{ Ом.}$$

Таким образом, для него надо выбрать $\frac{D_2}{D_1} \geq 16$. Для этого усилителя

$$\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} K_M = M \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k} \right) \frac{2}{1 + \psi} \cong 0.3 \cdot 0.9 \frac{2}{1 + \psi} \cong 0.27.$$

§ 7. Полоса пропускания варианта $\omega_{10} = \omega_{20}$ при схеме с компенсацией

Для получения большего произведения $2\Omega_2 K_M$, чем в рассмотренном в § 6 случае, необходимо отойти от схемы рис. 6.2 и использовать схему, в которой активные сопротивления существенно влияют на реактивную составляющую.

Рассмотрим схему рис. 7.1, т.е. будем считать, что параллельно источнику сигнала ($R_3 \varepsilon_3$) включен дополнительно чисто реактивный двухполюсник с сопротивлением $jx_{ш}$, соизмеримым с R_3 .

В этом случае сопротивление внешней цепи будет:

$$z(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{jx_{ш}}} + jx_{\Pi} = \frac{R_3}{1 + jR_3y} + jx_{\Pi} = \frac{R_3}{1 + R_3^2y^2} - j\frac{R_3^2y}{1 + R_3^2y^2} + jx_{\Pi}. \quad (7.1)$$

Здесь:

$$jy = \frac{1}{jx_{ш}} \quad \text{или} \quad y = -\frac{1}{x_{ш}} \quad (7.2)$$

проводимость реактивного двухполюсника.

Таким образом, в данном случае получим:

$$b_1 = \frac{d}{d\omega_1} \left(-\frac{R_3^2y}{1 + R_3^2y^2} + x_{\Pi} - \frac{1}{\omega_1 c_0} \right)_{\omega_1 = \omega_{10}} = -\frac{R_3^2(1 + R_3^2y^2) - 2R_3^4y^2}{(1 + R_3^2y^2)^2} y' + x'_{\Pi} + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0}, \quad (7.3)$$

где:

$$y' = \left(\frac{dy}{d\omega_1} \right)_{\omega_1 = \omega_{10}}, \quad (7.4)$$

$$x'_{\Pi} = \left(\frac{dx_{\Pi}}{d\omega_1} \right)_{\omega_1 = \omega_{10}}.$$

Полагая для простоты, что при $\omega_1 = \omega_{10}$ $y = 0$, получим:

$$b_1 = -R_3^2 y' + x'_{\Pi} + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0}. \quad (7.5)$$

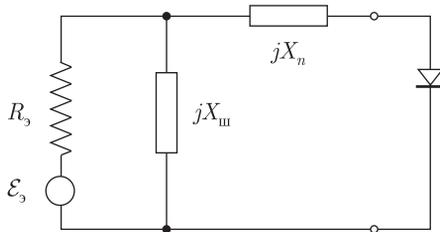


Рис. 7.1

Всегда $x'_{\Pi} > 0$ и $y' > 0$. Таким образом, подбирая y' достаточно большой величины, можно сделать b_1 сколь угодно близким к нулю и, в соответствии с выражением (6.4), величину $2\Omega_2 K_M$ сколь угодно большой. Однако, поскольку выражения (5.3), строго говоря, справедливы лишь при бесконечно малых Ω , мы можем сделать с помощью шунта $x_{ш}$ произведение $2\Omega_2 K_M$ сколь угодно большим лишь при бесконечно малом Ω_2 или, что то же при бесконечно большом K_M .

При конечных значениях, очевидно, надо учесть в случае компенсации в выражениях (5.3) величины более высоких порядков малости.

Проведем расчет с учетом сказанного для простейшей схемы с компенсацией, изображенной на рис. 7.2, т.е. для схемы, в которой $x_{ш}$ осуществляется параллельным контуром, а $x_{п}$ индуктивностью $L_{п}$. При этом примем:

$$\frac{1}{\sqrt{L_{ш}c_{ш}}} = \frac{1}{\sqrt{L_{п}c_0}} = \omega_{10} = \omega_{20}. \quad (7.6)$$

В этом случае получим:

$$z_1 = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{j\omega_1 L_{ш}} + j\omega_1 c_{ш}} + j\omega_1 L_{п} + R_S + \frac{1}{j\omega_1 c_0}. \quad (7.7)$$

Это выражение для z_1 на частоте $\omega_1 = \omega_{10} + \Omega$ разложим в ряд по расстройке Ω . Получим:

$$z_1 = a_0 + a_1\Omega + a_2\Omega^2 + a_3\Omega^3 + a_4\Omega^4, \quad (7.8)$$

где коэффициенты a_k — некоторые комплексные величины, которые будут найдены потом, когда выяснится, какие из них необходимы.

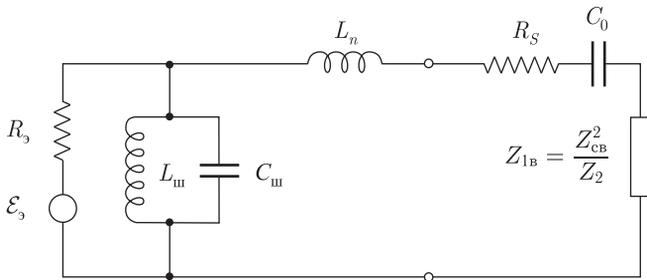


Рис. 7.2

Далее, z_2 на частоте $\omega_2 = \omega_{20} - \Omega = \omega_{10} - \Omega$ будет равно z_1 на этой частоте, т.е.

$$z_2 = a_0 - a_1\Omega + a_2\Omega^2 - a_3\Omega^3 + a_4\Omega^4 - \dots \quad (7.9)$$

и

$$z_2^* = a_0^* - a_1^*\Omega + a_2^*\Omega^2 - a_3^*\Omega^3 + a_4^*\Omega^4 - \dots$$

Наконец, для этих ω_1 и ω_2 получим:

$$z_c^2 = \frac{M^2}{\omega_1\omega_2 c_0^2} = \frac{M^2}{(\omega_{10}^2 - \Omega^2)^2 c_0^2} = d_0 + d_2\Omega^2 + d_4\Omega^4 + \dots \quad (7.10)$$

где d_{2k} — некоторые действительные величины.

Исходя из (7.8), (7.9) и (7.10) получим:

$$\begin{aligned} z_1 z_2^* - z_c^2 &= a_0 a_0^* - d_0 + (a_0^* a_1 - a_0 a_1^*) \Omega + \\ &+ (a_0^* a_2 + a_0 a_2^* - a_1 a_1^* - d_2) \Omega^2 + (a_0^* a_3 - a_0 a_3^* - a_1^* a_2 + a_1 a_2^*) \Omega^3 + \\ &+ (a_0^* a_4 + a_0 a_4^* - a_1^* a_3 - a_1 a_3^* + a_2 a_2^* - d_4) \Omega^4 + \dots = \\ &= A_0 + j A_1 \Omega + A_2 \Omega^2 + j A_3 \Omega^3 + A_4 \Omega_4 + \dots, \end{aligned} \quad (7.11)$$

где A_k — действительные величины.

Действительно $a_k a_k^*$, а также $a_k^* a_l + a_k a_l^*$ всегда действительны, поскольку произведение и сумма двух сопряженных величин всегда действительны. Далее $a_k^* a_l - a_k a_l^*$ всегда мнимо, поскольку разность двух сопряженных величин всегда мнимая величина.

Далее

$$\begin{aligned} |z_1 z_2^* - z_c^2|^2 &= (A_0 + A_2 \Omega^2 + A_4 \Omega^4 + \dots)^2 + (A_1 \Omega + A_3 \Omega^3 + \dots)^2 = \\ &= A_0^2 + (2A_0 A_2 + A_1^2) \Omega^2 + (A_2^2 + 2A_0 A_4 + 2A_1 A_3) \Omega^4 + \dots \end{aligned} \quad (7.12)$$

Тут отброшены члены, содержащие Ω в шестой и более высоких степенях.

Если член с Ω^2 велик и членом с Ω^4 можно пренебречь, то выражение (7.12) будет давать обычную резонансную кривую, для которой граничные частоты будут соответствовать, как это видно из сопоставлений (7.12) и (5.2), расстройке.

$$\Omega_2 = \frac{A_0}{\sqrt{2A_0 A_2 + A_1^2}}. \quad (7.13)$$

Максимальный коэффициент усиления будет наступать при $\Omega = 0$ и будет равен в соответствии с (5.2)

$$K_M = \frac{2R_{1A}|z_2^*|}{A_0} = \frac{2R_s(R_s + R_S)}{A_0}, \quad (7.14)$$

откуда

$$2\Omega_2 K_M = \frac{4R_s(R_s + R_S)}{\sqrt{2A_0 A_2 + A_1^2}}. \quad (7.15)$$

Меняя параметры $L_{ш}$ и $c_{ш}$, можно уменьшить $2A_0 A_2 + A_1^2$ и этим увеличивать $2\Omega_2 K_M$. Однако при сильном уменьшении этой величины членом с Ω^4 выражения (7.12) можно пренебречь лишь при очень малых Ω_2 . Когда путем выбора параметров получена компенсация и

$$2A_0 A_2 + A_1^2 = 0, \quad (7.16)$$

то, исходя из (7.12) для граничной расстройки, получим выражения:

$$\Omega_2 = \sqrt[4]{\frac{A_0^2}{A_2^2 + 2A_0 A_4 + 2A_1 A_3}}; \quad (7.17)$$

$$2\Omega_2\sqrt{K_M} = 2\sqrt[4]{\frac{4R_3(R_3 - R_S)^2}{A_2^2 + 2A_0A_4 + 2A_1A_3}}. \quad (7.18)$$

Выразим полученные соотношения через параметры схемы, причем для простоты будем интересоваться случаем больших K_M .

Из (7.7), (7.8) и (7.9) следует, что:

$$a_0 = a_0^* = R_3 + R_S, \quad d_0 = \frac{M^2}{\omega_{10}^2 c_0^2}. \quad (7.19)$$

Таким образом,

$$A_0 = a_0 a_0^* - d_0 = (R_3 + R_S)^2 - \frac{M^2}{\omega_{10}^2 c_0^2}. \quad (7.20)$$

Увеличивая M , можно свести A_0 к нулю и K_M^2 в соответствии с (7.14) к бесконечности. Если взять K_M^2 достаточно большим, т. е. A_0 достаточно малым, то условие компенсации (7.16) примет вид:

$$A_1^2 = 0 \quad (7.21)$$

поскольку A_2 при этом стремиться к бесконечности не может.

В этих условиях выражение (7.18) примет вид:

$$2\Omega_2\sqrt{K_M} = 2\sqrt{\frac{2R_3(R_3 + R_S)}{|A_2|}} \quad (7.22)$$

поскольку при $A_0 \rightarrow 0$, путем увеличения M , A_4 не может стремиться к бесконечности.

Найдем A_1 и A_2 .

Раскладывая выражение (7.7) для z_1 в ряд Тейлора, получим, учитывая (7.8):

$$\begin{aligned} a_1 &= j2 \left(-\frac{R_3^2}{\omega_{10}^2 L_{ш}} + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0} \right); \\ a_2 &= -\frac{4R_3^3}{\omega_{10}^4 L_{ш}^2} + j \left(\frac{R_3}{\omega_{10}^3 L_{ш}} - \frac{1}{\omega_{10}^3 c_0} \right). \end{aligned} \quad (7.23)$$

Далее согласно (7.10).

$$z_c^2 = \frac{M^2}{(\omega_{10}^2 - \Omega^2)c_0^2} = \frac{M^2}{\omega_{10}^2 c_0^2} + \frac{M^2}{\omega_{10}^4 c_0^2} \Omega^2 + \dots,$$

откуда:

$$d_2 = \frac{M^2}{\omega_{10}^4 c_0^2}. \quad (7.24)$$

Отсюда в соответствии с (7.11) и (7.23).

$$A_1 = \frac{1}{j}(a_0^* a_1 - a_0 a_1^*) = 4(R_3 + R_S) \left(-\frac{R_3^2}{\omega_{10}^2 L_{ш}} + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0} \right). \quad (7.25)$$

Откуда условие компенсации будет:

$$-\frac{R_3}{\omega_{10}L_{ш}} + \frac{1}{\omega_{10}C_0} = 0 \quad \text{или} \quad L_{ш} = R_3^2 C_0. \quad (7.26)$$

Далее

$$\begin{aligned} A_2 = a_0^* a_2 + a_0 a_2^* - a_1 a_1^* - d_2 &= (R_3 + R_S) \frac{8R_3^3}{\omega_{10}^4 L_{ш}^2} - \frac{M^2}{\omega_{10}^4 C_0^2} = \\ &= \left[\frac{8(R_3 + R_S)}{R_3} - M^2 \right] \frac{1}{\omega_{10}^4 C_0^2}, \end{aligned} \quad (7.27)$$

отсюда, учитывая (7.22), получим:

$$\begin{aligned} 2\Omega_2 \sqrt{K_M} &= 2 \sqrt{\frac{2R_3(R_3 + R_S)\omega_{10}^4 C_0^2}{8\frac{R_3 + R_S}{R_3} - M^2}} = 2 \sqrt{\frac{2(z_c - R_S)z_c \omega_{10}^4 C_0^2}{8\frac{z_c}{z_c - R_S} - M^2}} = \\ &= \omega_{10} \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right) M^2}{\frac{1}{1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}} - \frac{M^2}{8}}} \end{aligned} \quad (7.28)$$

и

$$\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} \sqrt{K_M} = M \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right) \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{M^2}{8} \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right)}}, \quad (7.29)$$

Поскольку

$$\frac{M^2}{8} \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right) < 0,032. \quad (7.30)$$

Можно считать приближенно:

$$\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} \sqrt{K_M} \cong M \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right). \quad (7.31)$$

Как видно из сравнения с (6.17), при наличии компенсации полоса может быть расширена примерно в $\sqrt{K_M}$ раз. Т.е. при усилении в 20 дБ в 3 раза, а при усилении 40 дБ в 10 раз.

При некоторой недокомпенсации коэффициент при Ω^2 в (7.12) положителен. В этом случае при больших коэффициентах усиления, когда Ω_2 мало, членом с Ω^4 можно пренебречь, и Ω_2 будет изменяться обратно пропорционально K_M в соответствии с (7.15).

При меньших коэффициентах усиления Ω_2 будет больше и может оказаться, что членом с Ω_2^2 в выражении (7.12) можно пренебречь по сравнению с членом с Ω_2^4 . В этом случае будет справедливо выражение (7.18) и Ω_2 будет изменяться обратно пропорционально $\sqrt{K_M}$. Таким образом, при недокомпенсации с увеличением K_M вначале Ω_2 будет меняться обратно пропорционально $\sqrt{K_M}$, а потом обратно пропорционально K_M .

При полной компенсации Ω_2 будет меняться обратно пропорционально $\sqrt{K_M}$ до любых больших значений K_M .

При перекompенсации, когда коэффициент при Ω^2 в выражении (7.12) делается отрицательным, кривая будет двухгорбой. Действительно, в этом случае вначале при малых Ω , когда членом с Ω^4 можно пренебречь, $|z_1 z_2^* - z_c^2|$ будет уменьшаться с увеличением расстройки Ω и K будет расти. Затем при достаточно большом Ω начнет действовать член Ω^4 . При этом $z_1 z_2^* - z_c^2$ будет увеличиваться, а K_M уменьшаться с ростом расстройки.

Двугорбость должна сказываться сильнее при приближении к порогу генерации.

Рассмотрим возможность применения в качестве компенсатора x_ω рис. 7.1 отрезка замкнутой линии с нечетным числом четвертей волн. Для такого отрезка:

$$z = j\rho \operatorname{tg}\left(\frac{l}{c}\omega\right), \quad (7.32)$$

где обозначение то же, что и в (6.18).

Таким образом, в этом случае вместо (7.7) будем иметь:

$$z - \frac{1}{\frac{1}{R_3} - j\frac{1}{\rho \operatorname{tg}\left(\frac{l}{c}\omega_1\right)}} + j\omega_1 L_\Pi - j\frac{1}{\omega_1 c_0} + R_S. \quad (7.33)$$

Разлагая это выражение в ряд (7.8), получим:

$$\begin{aligned} a_0 &= R_3 + R_S, \\ a_1 &= j \left[\frac{2}{\omega_{10}^2 c_0} - \frac{R_3^2}{\rho \omega_{10}} \frac{\pi}{2} (1 + 2n) \right], \\ a_2 &= -j \frac{1}{\omega_{10}^3 c_0} - \frac{R_3^3}{\rho^2 \omega_{10}^2} \frac{\pi^2}{4} (1 + 2n)^2, \end{aligned} \quad (7.34)$$

при этом было учтено, что $\omega_{10} L_\Pi = \frac{1}{\omega_{10} c_0}$ и $\frac{2\pi l}{\lambda_{10}} = \frac{l\omega_{10}}{c} = \frac{\pi}{2}(1 + 2n)$, где n — целое число, поскольку отрезок линии должен содержать нечетное число $\frac{\lambda_1}{4}$.

Для компенсации необходимо, чтобы:

$$A_1 = -j(a_0^* a_1 - a_0 a_1^*) = 0, \quad (7.35)$$

что будет при $a_1 = 0$.

Поэтому компенсация наступит при

$$\frac{2}{\omega_{10}^2 c_0} = \frac{R_3^2}{\rho \omega_{10}} \frac{\pi}{2} (1 + 2n), \quad (7.36)$$

или

$$\rho = \frac{\pi}{4} (1 + 2n) R_3^2 \omega_{10} c_0.$$

При этом

$$a_2 = -j \frac{1}{\omega_{10}^3 c_0} - \frac{4}{R_3 \omega_{10}^4 c_0^2}. \quad (7.37)$$

Откуда

$$\begin{aligned} A_2 &= a_0^* a_2 + a_0 a_2^* - a_1 a_1^* - d_2 = (R_3 + R_S) \frac{8}{R_3 \omega_{10}^4 c_0^2} - \frac{M^2}{\omega_{10}^4 c_0^2} = \\ &= \frac{1}{\omega_{10}^4 c_0^2} \left[\frac{8(R_3 + R_S)}{R_3} - M^2 \right]. \quad (7.38) \end{aligned}$$

Поскольку полученное значение A_2 соответствует выражению (7.27), все последующие формулы, и в частности выражение (7.31), будут справедливы. Таким образом, схема с компенсацией с помощью колебательного контура и с помощью закороченного отрезка дает ту же полосу пропускания.

Для случая примера, разобранный в конце § 6, компенсационный шлейф должен быть присоединен в месте соединения диода с фидером, идущим к циркулятору. Волновое сопротивление этого шлейфа

$$\rho = \frac{\pi}{4} (1 + 2n) R_3^2 \omega_{10} c_0 = \frac{\pi}{4} 45^2 \cdot 6 \cdot 10^9 \cdot 10^{-12} (1 + 2n) = 9,6(1 + 2n). \quad (7.39)$$

Подбирая n , т. е. длину шлейфа, можно получить конструктивно удобное ρ .

§ 8. Полоса пропускания варианта $\omega_{10} \neq \omega_{20}$ (двухконтурный вариант)

Как уже говорилось, вариант $\omega_{10} \neq \omega_{20}$, хотя и является более сложным, имеет преимущество перед вариантом $\omega_{10} = \omega_{20}$. При нем можно получить в ряде случаев (см. § 3) существенно меньшую шумовую температуру, облегчается фильтрация помех, поступающих из антенн на частоте ω_{20} и появляется возможность подойти к порогу генерации и получить большой коэффициент усиления при частоте сигнале $\omega_c \simeq \omega_1$.

В соответствии со сказанным выше (§ 5 и § 6) в целях упрощения рассуждений возьмем:

$$\left. \begin{aligned} x_{10} &= x_{20} = 0, \\ R_{2A} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8.1)$$

Тогда:

$$\left. \begin{aligned} R_2 &= R_S, \\ R_1 &= R_{1A} + R_S \end{aligned} \right\} \quad (8.2)$$

и около порога генерации в соответствии с (1.22)

$$R_1 = R_{1A} + R_S \cong R_{1b} = \frac{z_{c0}^2}{R_2} = \frac{z_{c0}^2}{R_S}, \quad (8.3)$$

откуда

$$z_{c0}^2 = (R_{1A} + R_S) R_S$$

или

$$R_{1A} = \frac{z_{c0}^2 - R_S^2}{R_S}. \quad (8.4)$$

Подставляя эти значения в (5.12), получим:

$$\begin{aligned} 2\Omega_2 K_M &= \frac{4(z_{c0}^2 - R_S^2)}{\sqrt{D^2 + \left(\frac{z_{c0}^2}{R_S} b_2 + R_S b_1\right)^2}} = \\ &= \frac{4\left(\frac{\omega_k^2}{\omega_{10}\omega_{20}} - 1\right)}{\sqrt{\frac{\omega_k^4}{\omega_{10}^2\omega_{20}^2} \left(\frac{1}{\omega_{20}} - \frac{1}{\omega_{10}}\right)^2 + \left(\frac{\omega_k^2}{\omega_{10}\omega_{20}} \frac{b_2}{R_S} + \frac{b_1}{R_S}\right)^2}} = \\ &= \frac{4\left(1 - \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_k^2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega_{20}} - \frac{1}{\omega_{10}}\right)^2 + \left(\frac{b_2}{R_S} + \frac{b_1}{R_S} \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_k^2}\right)^2}}. \quad (8.5) \end{aligned}$$

Предположим, что внешняя схема имеет реактивное сопротивление примерно такое же, как двухполосник без потерь (так же, как было принято в § 6). В этом случае рационально подобрать внешнюю схему такой, чтобы при соблюдении условия (8.1) величина

$$B = b_2 + b_1 \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_n^2}, \quad (8.6)$$

была бы минимальна.

В соответствии с Приложением для оптимально построенной схемы в этом случае будет удовлетворяться равенство:

$$\frac{1}{b_1\omega_{10}^2} + \frac{1}{b_2\omega_{20}^2} = \frac{c_0}{2}. \quad (8.7)$$

Таким образом, надо найти минимум величины B , соблюдая равенство (8.7).

Минимальная величина B , как нетрудно показать, при этих условиях будет равна:

$$B_m = 2 \frac{\left(\sqrt{\frac{\omega_{10}\omega_{20}^3}{\omega_k^2} + \omega_{10}}\right)^2}{\omega_{10}^2\omega_{20}^2 c_0}, \quad (8.8)$$

откуда максимальное значение $2\Omega_k K_M$ будет:

$$2\Omega_2 K_M = \frac{4 \left(1 - \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_k^2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega_{20}} - \frac{1}{\omega_{10}}\right)^2 + \frac{4}{M^2} \frac{\omega_k^2}{\omega_{10}^4 \omega_{20}^4} \left(\sqrt{\frac{\omega_{10}\omega_{20}^3}{\omega_k}} - \omega_{10}\right)^4}}. \quad (8.9)$$

Если пренебречь первой скобкой под корнем, то получим

$$2\Omega_2 K_M = \frac{2 \left(1 - \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_k^2}\right) M \omega_{10}^2 \omega_{20}^2}{\omega_k \left(\frac{\sqrt{\omega_{10}\omega_{20}^3}}{\omega_k} + \omega_{10}\right)^2}, \quad (8.10)$$

или

$$\frac{2\Omega_2 K_M}{\omega_{10}} = \frac{2M \left(1 - \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_k^2}\right)}{\left(\sqrt{\frac{\omega_{20}}{\omega_k}} + \sqrt{\frac{\omega_{10}\omega_k}{\omega_{20}}}\right)^2} = 2M \frac{\omega_{20}^2 \left(1 - \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_k^2}\right)}{\omega_{10}\omega_k \left(\sqrt{\frac{\omega_{20}^3}{\omega_{10}\omega_k^2}} + 1\right)^2}. \quad (8.11)$$

Будем считать M , ω_{10} и ω_k заданными. Найдем ω_{20} , которое даст максимум $\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} K_M$. Для упрощения рассуждений обозначим:

$$E = \frac{\omega_{20}^2 \left(1 - \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_k^2}\right)}{\omega_{10}\omega_k \left(\sqrt{\frac{\omega_{20}^3}{\omega_{10}\omega_k^2}} + 1\right)^2} = \frac{1}{\sqrt[4]{a}} \frac{(1 - a\nu^2)\nu^4}{(1 + \nu^3)^2}, \quad (8.12)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a &= \left(\frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right)^{4/3}, \\ \nu &= \sqrt[6]{\frac{\omega_{20}^3}{\omega_{10}\omega_k^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (8.13)$$

При изменении ω_{20} будет меняться ν . При $\nu = 0$ $E = 0$. При $\nu = \frac{1}{\sqrt{a}}$ также $E = 0$.

Поскольку между этими значениями ν E положительно, то на интервале от 0 до $\frac{1}{\sqrt{a}}$ должен быть максимум E . Беря $\frac{dE}{d\nu}$ и приравнявая полученное выражение нулю, приходим к равенству для ν , соответствующего максимуму E

$$2 - 3a\nu_m^2 - \nu_m^3 = 0, \quad (8.14)$$

которое даст зависимость ν_m соответствующего максимуму E , от параметра a .

Поскольку решать это уравнение относительно ν_m громоздко, целесообразно задаваться ν_m и находить параметр a , при котором данное ν_m будет соответствовать максимуму E . Из (8.14) получим:

$$a = \frac{2 - \nu_m^3}{3\nu_m^2}. \quad (8.15)$$

Далее из (8.12) и (8.13)

$$\frac{\omega_{10}}{\omega_k} = a^{3/4} \quad (8.16)$$

и соответствующее максимуму:

$$\frac{\omega_{20}}{\omega_k} = \nu_m^2 \sqrt{\frac{\omega_{10}}{\omega_k}} = \nu_m^2 a^{1/4}. \quad (8.17)$$

Максимальное значение E в соответствии с (8.12) и (8.15) будет

$$E_m = \frac{1}{3\sqrt[4]{a}} \frac{\nu_m^4}{1 + \nu_m^3}. \quad (8.18)$$

При $\frac{\omega_{10}}{\omega_k} \ll 1$ получим из (8.13) $a = \left(\frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right)^{4/3} \ll 1$ и из (8.15) $\nu_m \cong 2^{1/3}$. В этом случае для максимума E из (8.13)

$$\frac{\omega_{20}^3}{\omega_{10}\omega_k^2} = 2^2, \quad (8.19)$$

откуда:

$$\frac{\omega_{20}}{\omega_k} \cong 2^{2/3} \sqrt[3]{\frac{\omega_{10}}{\omega_k}} = 1.59 \sqrt[3]{\frac{\omega_{10}}{\omega_k}}; \quad (8.20)$$

$$E_m \cong \frac{2^{4/3}}{9} \sqrt[3]{\frac{\omega_k}{\omega_{10}}} = 0.28 \sqrt[3]{\frac{\omega_k}{\omega_{10}}}. \quad (8.21)$$

Зависимость E_m и $\frac{\omega_{20}}{\omega_k}$ от $\frac{\omega_{10}}{\omega_k}$ дана на рис. 8.1.

Напомним, что

$$\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} K_M = 2ME_m. \quad (8.22)$$

Для случая $\omega_{10} = \omega_{20}$ (одноконтурный вариант) можно аналогично записать:

$$\frac{\Omega_2}{\omega_{10}} K_M = 2ME', \quad (8.23)$$

где в соответствии с (6.17)

$$E' = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right).$$

В выражении (8.23) взята не вся полоса пропускания $2\Omega_2$, а ее половина Ω_2 , для того, чтобы сравнение было более наглядным, поскольку

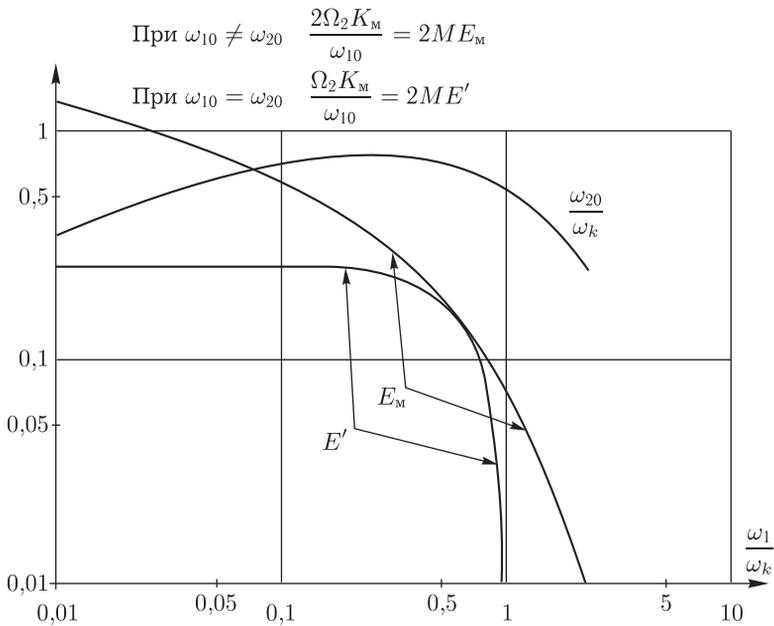


Рис. 8.1

в случае $\omega_{10} \neq \omega_{20}$ можно для сигнала использовать всю полосу частот, а в случае $\omega_{10} = \omega_{20}$ — только ее половину, иначе, в последнем случае спектр сигнала будет искажаться.

Зависимость E' от $\frac{\omega_{10}}{\omega_k}$ дана также на рис. 8.1. Из сравнения кривых E'_m , E_m видно, что при $\frac{\omega_{10}}{\omega_k} \cong 0,6$ оба типа усилителя по полосе эквивалентны. Если $\frac{\omega_{10}}{\omega_k}$ отличается от этого значения, то вариант с $\omega_{10} \neq \omega_{20}$ будет лучше. При $\frac{\omega_{10}}{\omega_k} > 1$ вариант $\omega_{10} = \omega_{20}$ совсем не может быть использован. Вариант $\omega_{10} \neq \omega_{20}$, хотя и дает E_m малое, но все же работать может. При $\frac{\omega_{10}}{\omega_k} \rightarrow 0$, $E' \rightarrow 0,25$, а $E_m \rightarrow \infty$.

В проведенном сравнении оба типа усилителей были без применения компенсации.

Применение компенсации будет расширять полосу для обоих типов усилителя. Следует отметить, что компенсация на частоте ω_{10} для уменьшения b_1 может быть получена путем шунтирования цепью, подобной параллельному контуру активного сопротивления, вносимого фидером от циркулятора, как это было рассмотрено в § 7. В случае, если $R_{2A} = 0$, осуществить компенсацию на частоте ω_{20} подобным способом нельзя, поскольку внешняя цепь диода в данном случае не должна содержать активной составляющей. Для получения компенсации b_2 нужно ввести активную составляющую и на частоте ω_{20} . Внесение этой

составляющей, как видно из (3.13), увеличивает шумовую температуру усилителя. Чтобы это увеличение было незначительным, нужно, чтобы шумовая температура этой составляющей была мала, для чего можно применить охлаждение или в качестве нагрузки использовать антенну, обращенную в небо (если на частоте ω_{20} шум неба мал).

§ 9. Эквивалентная схема волновода, содержащего диод

Для расчета параметрических усилителей с диодами, включенными в прямоугольный волновод с волной H_{10} или объемный резонатор, созданный из такого волновода, удобно пользоваться схемой замещения волновода в виде двухпроводной линии. В литературе²⁾ указывается, что волновод этого типа со стенками, замкнутыми стержнем, поставленным перпендикулярно широким стенкам волновода (см. рис. 9.1) заменен двухпроводной линией, изображенной на рис. 9.2, а. В случае тонкого стержня влиянием конденсаторов в этой схеме можно пренебречь, и она превращается в схему рис. 9.2, б.

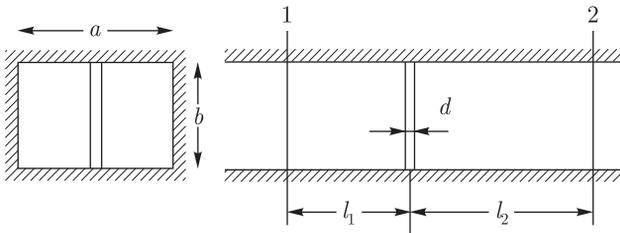


Рис. 9.1

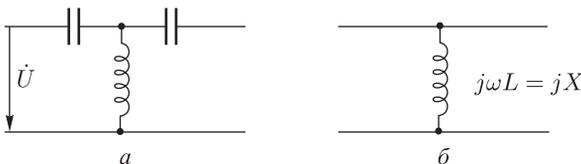


Рис. 9.2

В линии рис. 9.2, б распределение напряжений и передаваемые мощности будут теми же, что и в волноводе, если принять за напряжение в волноводе величину:

$$\dot{U} = \dot{E}b, \quad (9.1)$$

²⁾ «Справочник по волноводам» — «Советское радио» 1952 г., стр. 68 и 269.

где \dot{E} — напряженность поля в центре сечения волновода, b — высота волновода, за волновое сопротивление линии величину:

$$\rho = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{2b}{a\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4a^2}}} = 377 \frac{2b}{a\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4a^2}}} [\text{Ом}], \quad (9.2)$$

где λ — длина волны колебания в свободном пространстве с параметрами μ и ε ; a — ширина волновода, за длину волны в линии и волноводе величину:

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4a^2}}} \quad (9.3)$$

и, наконец, за реактивное сопротивление перемычки линии величину

$$\begin{aligned} jx = j\omega L = j\rho \frac{a}{2\Lambda} \left(\ln \frac{a}{d} - F \right) &= j\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{b}{\lambda} \left(\ln \frac{a}{d} - F \right) = j377 \frac{b}{\lambda} \left(\ln \frac{a}{d} - F \right) = \\ &= j\frac{\mu b}{2\pi} \left(\ln \frac{a}{d} - F \right) \cdot \omega = j2 \cdot 10^{-9} \cdot b \left(\ln \frac{a}{d} - F \right) \cdot \omega [\text{Ом}]; \end{aligned} \quad (9.4)$$

поскольку

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \lambda} = \frac{c}{\lambda} = \frac{\omega}{2\pi},$$

где d — диаметр стержня, c — скорость света, b — высота волновода в сантиметрах.

$$F = 2 - \ln \frac{4}{\pi} - 2 \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{n^2 - \left(\frac{2a}{\lambda}\right)^2}} - \frac{1}{n} \right], \quad (9.5)$$

величина F дается кривой рис. 9.3.

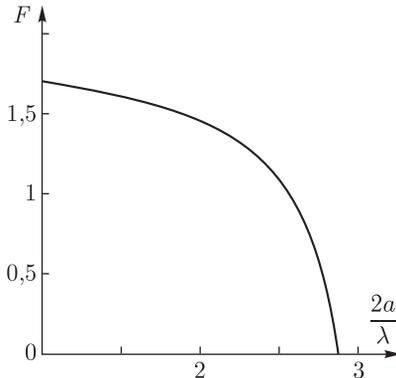


Рис. 9.3

Нужно оговориться, что сказанное справедливо лишь для напряжения основной волны H_{10} в волноводе. Вблизи от замыкающего стержня кроме основной волны могут возбуждаться и высшие типы волн, которые должны быстро затухать при правильном выборе размеров волновода. Таким образом, суммарное напряжение в волноводе от всех типов волн вблизи замыкающего стержня может отличаться от напряжения основной волны и, значит, от напряжения в линии замещения.

Докажем, что при включении в замыкающий стержень волновода сторонней э.д.с. $\dot{\epsilon}$, распределение напряжений по волноводу, распределение мощности бегущих волн в нем и ток \dot{J} через замыкающий стержень будут такими же, как в схеме рис. 9.4. Эта схема отличается от схемы рис. 9.2б наличием э.д.с. $\dot{\epsilon}$, включенной последовательно в ветвь jx .

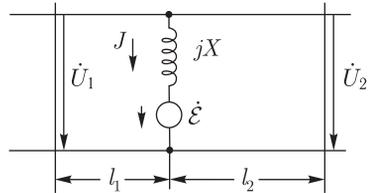


Рис. 9.4

Возьмем два сечения волновода 1 и 2, удаленные от замыкающего стержня на расстояниях l_1 и l_2 соответственно (см. рис. 9.1).

Обозначим напряжение в сечении 1 от бегущей волны основного типа H_{01} , которое попадает через это сечение в рассматриваемый отрезок волновода через \dot{U}_{1n} и соответственно в сечении 2 — через \dot{U}_{2n} . Напряжение в сечении 1 от бегущей волны, выходящей (отраженной) от волновода, обозначим через \dot{U}_{10} и аналогично в сечении 2 — через \dot{U}_{20} . Ток в стержне обозначим через \dot{J} , а стороннюю э.д.с. в стержне — через $\dot{\epsilon}$.

Тогда в общем виде, пользуясь принципом наложения, получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{10} &= K_{01}\dot{U}_m + K_{n1}\dot{U}_{2n} + K_1\dot{\epsilon}, \\ \dot{U}_{20} &= K_{n2}\dot{U}_{1n} + K_{02}\dot{U}_{2n} + K_2\dot{\epsilon}, \\ \dot{J} &= Y_1\dot{U}_{1n} + Y_2\dot{U}_{2n} + Y_0\dot{\epsilon}. \end{aligned} \right\} \quad (9.6)$$

В этих выражениях первые члены характеризуют отраженные волны и ток, которые вызваны только волной, попадающей через сечение 1; вторые члены определяются волной, попадающей через сечение 2; и третьи члены определяются э.д.с.

Для схемы рис. 9.4 можно составить аналогичные уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{10} &= K'_{01}\dot{U}_{1n} + K'_{n1}\dot{U}_{2n} + K'_1\dot{\epsilon}, \\ \dot{U}_{20} &= K'_{n2}\dot{U}_{1n} + K'_{02}\dot{U}_{2n} + K'_2\dot{\epsilon}, \\ \dot{J} &= Y_1\dot{U}_{1n} + Y_2\dot{U}_{2n} + Y'_0\dot{\epsilon}. \end{aligned} \right\} \quad (9.7)$$

Если в уравнениях (9.6) и (9.7) соответствующие коэффициенты будут равны, то схема рис. 9.4 будет схемой замещения волновода, представленного на рис. 9.1.

При $\dot{\epsilon} = 0$ две первые строки уравнений (9.6) и (9.7) дают соотношения напряжений в волноводе и схеме рис. 9.4 в отсутствие э.д.с. В этих условиях схема рис. 9.4 является схемой замещения волновода, и поэтому эти соотношения должны быть идентичными, из этого следует, что:

$$K_{01} = K'_{01}; \quad K_{02} = K'_{02}; \quad K_{n1} = K'_{n1} \quad \text{и} \quad K_{n2} = K'_{n2}. \quad (9.8)$$

Далее предположим, что $\dot{U}_{2n} = 0$ и в стержне действует такая сторонняя э.д.с. $\dot{\epsilon}$, что $\dot{J} = 0$. В этом случае в волноводе должна быть только одна невозмущенная волна, распространяющаяся от сечения 1 к сечению 2, и \dot{U}_{10} должно равняться нулю. При этом $\dot{\epsilon}$ должно уравновешивать поле этой волны в стержне, т. е. должно быть:

$$\dot{\epsilon} = -\dot{U}_{1n} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}l_1},$$

причем, строго говоря, эта э.д.с. должна быть равномерно распределена по всему стержню.

Таким образом, в данном случае первая строка уравнения (9.6) запишется так:

$$0 = K_{01}\dot{U}_{1n} - K_1\dot{U}_{1n}e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}l_1}. \quad (9.9)$$

Откуда

$$K_1 = K_{01}e^{j\frac{2\pi}{\lambda}l_1}. \quad (9.10)$$

Рассуждая аналогично для схемы рис. 9.4, получим:

$$K'_1 = K'_{01} \quad (9.11)$$

и при условии $K'_{01} = K_{01}$,

$$K'_1 = K_1. \quad (9.12)$$

Совершенно подобно этому докажем, что $K'_2 = K_2$. Таким образом, две первые строки уравнения (9.6) и (9.7) полностью идентичны.

Если $\dot{U}_{2n} = 0$ и $\dot{J} = 0$, то третья строка уравнения (9.6) запишется так:

$$0 = Y_1\dot{U}_{1n} - Y_0\dot{U}_{1n}e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}l_1},$$

откуда

$$Y_1 = Y_0e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}l_1}. \quad (9.13)$$

В случае, когда $\dot{U}_{2n} = 0$, а величина э.д.с. $\dot{\epsilon}$ для простоты рассуждений бесконечно мала в сравнении с \dot{U}_{1n} и ею можно пренебречь, из уравнения (9.6) получим:

$$\dot{J} = Y_1\dot{U}_{1n}. \quad (9.14)$$

Мощность, отдаваемая э.д.с., если пренебречь бесконечно малыми второго порядка, будет:

$$P = \epsilon J \cos(\varphi_\epsilon - \varphi_J), \quad (9.15)$$

где φ_ϵ — начальная фаза э.д.с. $\dot{\epsilon}$, φ_J — начальная фаза тока \dot{J} .

С другой стороны равная ей по величине мощность, выходящая из волновода, будет равна:

$$P = \frac{U_{10}^2}{\rho} + \frac{U_{20}}{\rho} - \frac{U_{1n}^2}{\rho}. \quad (9.16)$$

Перейдем к схеме рис. 9.4. Для нее при тех же \dot{U}_{1n} и $\dot{\varepsilon}$, рассуждая аналогично, получим:

$$Y_1' = Y_0' e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} l_1}; \quad (9.17)$$

$$J' = Y_1' \dot{U}_{1n}; \quad (9.18)$$

$$P' = \varepsilon J' \cos(\varphi_\varepsilon - \varphi_{J'}); \quad (9.19)$$

и

$$P' = \frac{U_{10}^2}{\rho} + \frac{U_{20}^2}{\rho} - \frac{U_{1n}^2}{\rho}. \quad (9.20)$$

Далее, выражения (9.16) и (9.20) равны друг другу, поскольку входящие в них величины U_{1n} и ρ равны по определению, а U_{10} и U_{20} определяются двумя первыми строками уравнений (9.6) и (9.7), которые идентичны.

Поэтому $P' = P$ и, следовательно:

$$\varepsilon J' \cos(\varphi_\varepsilon - \varphi_{J'}) = \varepsilon J \cos(\varphi_\varepsilon - \varphi_J). \quad (9.21)$$

Поскольку это равенство должно быть справедливым при любом φ_ε , то

$$J' = J, \quad \varphi_{J'} = \varphi_J, \quad (9.22)$$

откуда:

$$j' = j. \quad (9.23)$$

Учитывая далее (9.14) и (9.18), приходим к выводу, что

$$Y_1' = Y_1, \quad (9.24)$$

а из (9.13) и (9.17) будет следовать, что:

$$Y_0' = Y_0. \quad (9.25)$$

Рассуждая аналогично, докажем, что

$$Y_2' = Y_2. \quad (9.26)$$

Таким образом уравнения (9.6) и (9.7) полностью идентичны, откуда следует, что напряжения от основных волн в волноводе и в схеме рис. 9.4, а также токи в замыкающем стержне и перемычке будут одинаковы.

Доказанное совершенно точно для случая, когда э.д.с. $\dot{\varepsilon}$ равномерно распределена по стержню. В случае, если э.д.с. $\dot{\varepsilon}$ сосредоточена на небольшом участке стержня, ток \dot{J} , строго говоря, будет различен в разных сечениях стержня, и приведенное доказательство будет несправедливо. Однако, если длина стержня много меньше длины

волны, полученные при этом погрешности, очевидно, будут незначительны.

В случае, когда э.д.с. несинусоидальна, эквивалентность схемы замещения волновода двухпроводной линией сохранится, так как эта схема замещения справедлива для всех синусоидальных составляющих, на которые можно разложить такую э.д.с.

В случае включения в разрыв стержня, замыкающего волновод, или в перемычку схемы (рис. 9.4), некоторого малого по размерам элемента (например, диода), напряжение на котором обозначим $u(t)$, эквивалентность схемы замещения также сохранится, поскольку действие этого элемента будет равносильно действию одинаковых сторонних э.д.с. $e(t) = -u(t)$.

Приложение

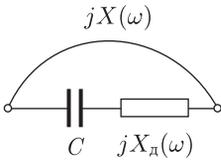


Рис. П.1

Пусть в чисто реактивном двухполюснике (рис. П.1) задана емкость C и требуется подобрать двухполюсник так, чтобы сопротивление всего двухполюсника

$$jx(\omega) = j \left[x_d(\omega) - \frac{1}{\omega C} \right] \quad (\text{П.1})$$

равнялось нулю на частотах, т. е., чтобы

$$x(\omega'_k) = 0 \quad (\text{П.2})$$

и чтобы

$$b_k = \left(\frac{dx(\omega)}{d\omega} \right)_{\omega=\omega'_k} \quad (\text{П.3})$$

были возможно малыми.

В данном случае ω'_k ($k = 1, 2, \dots, n$) — заданные величины.

Как известно, для двухполюсника, не имеющего потерь и содержащего элементы с сосредоточенными или распределенными параметрами, всегда можно записать:

$$\frac{1}{x(\omega)} = \sum_{k=1}^m \left(\frac{A_k}{\omega - \omega_k} + \frac{A_k}{\omega + \omega_k} \right) - B\omega + \frac{D}{\omega} = \sum_{k=1}^m \frac{2A_k\omega}{\omega^2 - \omega_k^2} - B\omega + \frac{D}{\omega}, \quad (\text{П.4})$$

где A_k , B и D — постоянные действительные положительные величины, ω_k — частоты собственных колебаний в данном двухполюснике при его коротком замыкании.

Поскольку в данном случае, из-за наличия конденсатора C , при $\omega \rightarrow 0$ $x(\omega) \rightarrow -\infty$ и $\frac{1}{x(\omega)} \rightarrow 0$ величина D должна равняться нулю.

Для удовлетворения условия (П.2), очевидно, следует принять

$$m \geq n \quad \text{и} \quad \omega_k = \omega'_k \quad \text{при} \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{П.5})$$

Далее:

$$\begin{aligned} \frac{dx(\omega)}{d\omega} &= \frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{\sum_{k=1}^m \frac{2A_k\omega}{\omega^2 - \omega_k^2} - B\omega} \right) = \frac{-\sum_{k=1}^m \frac{2A_k(\omega^2 - \omega_k^2) - 4A_k\omega^2}{(\omega^2 - \omega_k^2)^2} + B}{\left(\sum_{k=1}^m \frac{2A_k\omega}{\omega^2 - \omega_k^2} - B\omega \right)^2} = \\ &= \frac{-\sum_{k=1}^m [2A_k(\omega^2 - \omega_k^2) - 4A_k\omega^2] \left(\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_k^2} \right)^2 + B(\omega^2 - \omega_p^2)^2}{\left[\sum_{k=1}^m 2A_k\omega \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_k^2} - B\omega(\omega^2 - \omega_p^2) \right]^2}, \quad (\text{П.6}) \end{aligned}$$

где p — целое положительное число.

Подставляя $\omega = \omega_p$, получим, что все члены в суммах будут равны нулю, кроме членов с $k = p$. Поэтому:

$$b_p = \left(\frac{dx(\omega)}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_p} = \frac{4A_p\omega_p^2}{(2A_p\omega_p)^2} = \frac{1}{A_p}. \quad (\text{П.7})$$

Посмотрим какие условия наложены на A_k в случае, когда емкость C задана.

Если стремиться ω_k к нулю, тогда сопротивления всех индуктивностей в двухполюснике x_d будут также стремиться к нулю, и останутся лишь емкостные сопротивления. Таким образом, всегда при достаточно малом ω можно принять:

$$x_d = -\frac{1}{\omega C_0}, \quad (\text{П.8})$$

откуда в соответствии с (П.1)

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \omega x(\omega) = -\frac{1}{C} - \frac{1}{C_0}. \quad (\text{П.9})$$

В случае, если через двухполюсник x_d проходит постоянный ток, получим:

$$\frac{1}{C_0} = 0. \quad (\text{П.10})$$

Из (П.4), получим:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \omega x(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\omega}{\sum_{k=1}^m \frac{2A_k\omega}{\omega^2 - \omega_k^2} - B\omega} = \frac{1}{-\sum_{k=1}^m \frac{2A_k}{\omega_k^2} - B}. \quad (\text{П.11})$$

Приравнявая (П.9) и (П.11), получим:

$$\sum_{k=1}^m \frac{2A_k}{\omega_k^2} + B = \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}} \quad (\text{П.12})$$

или

$$\sum_{k=1}^n \frac{2A_k}{\omega_k^2} = \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}} - B - \sum_{k=n+1}^m \frac{2A_k}{\omega_k^2}. \quad (\text{П.13})$$

Напомним, что все величины C , C_0 , A_k , B , ω_k входящие в это выражение, положительны, а ω_k при $k \leq n$ и C заданы.

Чтобы удовлетворить условию (П.3) и иметь $b_k = \frac{1}{A_k}$ при $k \leq n$ по возможности малыми, необходимо величины A_k при $k \leq n$ и, следовательно,

$$\sum_{k=1}^n \frac{2A_k}{\omega_k^2} \quad (\text{П.14})$$

по возможности увеличить.

Для этого, исходя из (П.13) следует выполнить условие

$$\frac{1}{C_0} \ll \frac{1}{C} \quad \text{или} \quad C_0 \gg C. \quad (\text{П.15})$$

Тогда:

$$\frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}} \quad (\text{П.16})$$

примет максимально возможное значение, равное C . Далее следует сделать:

$$B \ll C \quad (\text{П.17})$$

и

$$\sum_{k=n+1}^m \frac{A_k}{\omega_k^2} \ll C. \quad (\text{П.18})$$

Таким образом, для получения минимальных b_k ($k \leq n$) нужно, чтобы:

1. Емкость C_d , которая является эквивалентной емкостью двухполюсника x_d на очень низких частотах, была бы много больше C . Можно взять также $C_0 = \infty$, сделав так, чтобы через двухполюсник мог протекать постоянный ток.

2. B было много меньше C . Исходя из (П.4) при $\omega \rightarrow \infty$

$$x(\omega) = -\frac{1}{B\omega}. \quad (\text{П.19})$$

Таким образом, B является эквивалентной емкостью двухполюсника x на очень высоких частотах, которая равна величине C_∞ .

Необходимо, чтобы соблюдалось условие $C_\infty \ll C$, т. е., чтобы двухполюсник jx_d имел на бесконечно большой частоте по возможности бесконечно большое сопротивление.

3. Наконец, необходимо выполнить неравенство (П.18), поскольку в соответствии с (П.4) ω_k являются частотами последовательного резонанса, на которых сопротивление двухполюсника $x(\omega)$ (рис. П.1)

равняется нулю. Желательно, чтобы такие резонансы, помимо заданного числа их n , отсутствовали.

В этом случае сумма в правом части равенства (П.13) исчезнет. Если же резонансные частоты сверх заданного числа n имеют место, то желательно, чтобы они были по возможности высокими. Кроме того, желательно, чтобы A_k для этих частот было бы меньше или, что эквивалентно, x вблизи этих частот было бы по возможности больше.

Для оптимального случая, когда,

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= \infty, \\ B = C_\infty &= 0, \\ \sum_{k=n+1}^m \frac{2A_k}{\omega_k^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.20})$$

получим:

$$\sum_{k=1}^n \frac{2A_k}{\omega_k^2} = C. \quad (\text{П.21})$$

или

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\omega_k^2 b_k} = \frac{C}{2}. \quad (\text{П.22})$$

В случае, если условия (П.20) не будут удовлетворяться, получим:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\omega_k^2 b_k} < \frac{C}{2}.$$

Рассмотрим несколько примеров.

Вначале напомним, что число последовательных резонансов в двух-полюснике, не пропускающем постоянный ток, а таким является двух-

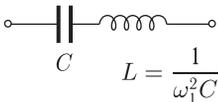


Рис. П.2

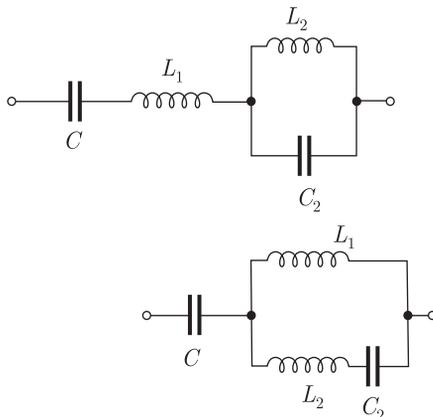


Рис. П.3

полюсник $jx(\omega)$ (см. рис. П.1) из-за наличия конденсатора C , должно быть $\frac{N}{2}$. N — число независимых начальных условий, которые должны быть заданы для определения собственных колебаний в этом двухполюснике при его коротком замыкании.

Возьмем $n = 1$. В этом случае будет удовлетворять условиям (П.20) двухполюсник, изображенный на рис. П.2. Он будет и обеспечивать минимально возможное b_1 .

Для него как можно убедиться и путем непосредственного расчета:

$$\frac{1}{\omega_1^2 b_1} = \frac{C}{2} \quad \text{или} \quad b_1 = \frac{2}{\omega_1^2 C}. \quad (\text{П.24})$$

Для других двухполюсников, содержащих последовательную емкость C , величина b_1 будет больше.

Возьмем $n = 2$. Для этого случая будут удовлетворять условиям (П.20) двухполюсники, изображенные на рис. П.3. Для них:

$$\frac{1}{\omega_1^2 b_1} + \frac{1}{\omega_2^2 b_2} = \frac{C}{2}. \quad (\text{П.25})$$

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ, ПРОВЕДЕННЫЕ В ИРЭ АН СССР В 1953–1978 ГГ.¹⁾

В. А. Котельников, К. И. Палатов

Начальный период (1954–1960 гг.)

Как известно, в нашей стране выполнение фундаментальных и поисковых исследований возложено в значительной степени на институты Академии наук СССР и академий союзных республик. Для проведения таких исследований в области радиотехники и электроники в Академии наук СССР в 1953 г. был организован Институт радиотехники и электроники (ИРЭ).

Первоначальная тематика института во многом определялась научными направлениями исследований, выполнявшихся вошедшими в состав института секцией по научной разработке проблем радиотехники АН СССР под руководством Б. А. Введенского и отделом электроники Института автоматики и телемеханики АН СССР, возглавляемым Д. В. Зерновым. Эта тематика охватывала такие вопросы, как тропосферное распространение радиоволн, волноводная техника, эмиссионная электроника, системы генерирования, усиления и приема в СВЧ-диапазонах. Последнее направление было тесно связано с деятельностью Н. Д. Девяткова.

Под руководством Ю. Б. Кобзарева, В. А. Котельникова и В. И. Сифорова были начаты работы по выделению слабых сигналов из шумов, по обработке и передаче информации.

Исследовательские работы по этим направлениям стали интенсивно развиваться с самых первых дней существования института и уже к концу 50-х годов завершились существенными научными и практически важными результатами.

В этот период интенсивно развиваются работы по исследованию распространения радиоволн КВ- и УКВ-диапазонов под руководством Б. А. Введенского и при активном участии А. Г. Аренберга, Л. А. Жекулина и А. Н. Казанцева. Особое внимание было уделено исследованию дальнего тропосферного распространения (ДТР) УКВ и его использованию на практике. В работах Б. А. Введенского и его учеников были установлены основные механизмы ДТР: «некогерентное рассеяние» на

¹⁾ Из сб. Проблемы современной радиотехники и электроники. Под ред. В. А. Котельникова. М.: Наука, 1980 г. Сокращенный вариант.

тропосферных глобулах турбулентного происхождения, отражение и рассеяние от достаточно протяженных и стабильных слоев тропосферы. Эти механизмы были исследованы не только теоретически, но и экспериментально, причем для этого была создана уникальная исследовательская аппаратура (рефрактометры и др.). В итоге был создан метод инженерного расчета трасс ДТР протяженностью до 1000 км, получивший применение при разработках практических линий связи с использованием ДТР. Научно-исследовательские работы по этому направлению были затем обобщены в монографии. В этот же период в ИРЭ исследуются такие вопросы, как поглощение радиоволн в ионизированных слоях атмосферы, поляризация отраженных от ионосферы коротких радиоволн и др., сыгравшие значительную роль в последующих исследованиях распространения радиоволн в ионосфере Земли.

В области волноводной техники в течение 50-х годов была развита теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами, а также проводились исследовательские работы по выяснению условий распространения волн H_{01} в круглом волноводе, которые позже дали практически важные результаты в области использования круглых волноводов. Были развиты также исследования по электродинамике волноводов, показавшие высокую эффективность применения волноводов круглого сечения в миллиметровом диапазоне волн. С этого времени в ИРЭ начали проводиться исследования, направленные на освоение миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов волн.

В первые годы существования ИРЭ под руководством Ю. Б. Кобзарева, В. А. Котельникова, В. И. Сифорова, В. И. Бунимовича и других уделялось много внимания развитию научных исследований в области помехоустойчивости радиосистем.

Из опубликованных работ за этот период следует отметить вышедшую в 1956 г. в виде отдельной монографии работу В. А. Котельникова по теории потенциальной помехоустойчивости.

Под руководством Ю. Б. Кобзарева выполнялись работы по анализу метода обнаружения слабых сигналов в шумах, по измерению статистических характеристик случайных напряжений (для этой цели разработан специальный прибор, получивший широкое распространение) и ряд других работ в области статистической радиотехники.

В. И. Сифоров и его сотрудники проводят в этот период исследования в области радиоприема и передачи информации по каналам связи, а в связи с работами по дальней тропосферной связи исследуют такие вопросы, как перекрестные искажения в многоканальных системах связи, сдвоенный (разнесенный) прием УКВ, энергетический спектр частотно-модулированных колебаний при распространении УКВ в тропосфере и другие, создают специальное приемное устройство для измерения статистических характеристик сигналов при тропосферном распространении радиоволн.

Применительно к задачам, выдвигавшимся практикой создания радиорелейных линий связи, в ИРЭ были проанализированы основные

проблемы многоканальных радиорелейных линий связи и выявлены законы распределения вероятностей замираний и шумов в таких линиях, что позволило дать конкретные рекомендации для разработки и эксплуатации линий, а также выполнен ряд исследований в области кодирования и декодирования радиосигналов — исследована помехоустойчивость систем с корректирующими кодами, их применение в ведомственной связи, разработаны эквидистантные и другие оптимальные и близкие к оптимальным коды.

Из работ по этому направлению следует отметить работы В. И. Бунимовича, которым были исследованы такие важные вопросы для систем радиосвязи и радиолокационных систем, как прохождение сигналов и шумов через нелинейные устройства, вероятность искажения сигналов, вызванных попутным потоком и гауссовым шумом, вероятность правильного обнаружения при оптимальном приеме сигнала с неизвестной фазой и др.

Одновременно с этим в ИРЭ ставится ряд исследований по разработке оптимальных элементов приемных радиосистем — высокодобротных электромеханических фильтров, невзаимных ферритовых элементов сантиметрового диапазона, большого количества волноводных элементов для систем на волне H_{01} , генераторов наносекундных импульсов и различных видов усилителей для исследования таких систем.

Под руководством А. А. Пистолькорса выполняется оригинальное исследование плазменной антенны и развиваются работы по созданию ферритовых параметрических усилителей СВЧ.

В 1957 г. сотрудники ИРЭ приняли участие в разработке методик приема и обработки сигналов с ИСЗ. На основе полученных с ИСЗ данных Л. А. Жекулиным и его сотрудниками было определено распределение электронной концентрации в ионосфере по высоте и сделаны важные выводы о влиянии этого распределения на распространение радиоволн. Этими работами положено начало широкому фронту исследований космического пространства радиофизическими методами.

В период становления ИРЭ в нем постепенно выкристаллизовалось и к началу 60-х годов оформилось новое тогда направление исследований — квантовая радиофизика.

Первоначальные работы в этом направлении связаны с исследованиями стабилизации частоты, в частности с созданием репера частоты с молекулярным генератором, с созданием схем для сравнения частоты кварцевого генератора с частотой молекулярного генератора, с исследованием фазовой автоподстройки клистрона по молекулярному генератору. Заметим, что одновременно с этим выполнен ряд исследований по делению и умножению частоты на клистронах и исследованию процессов в кварцевых генераторах.

В области электроники в начальный период существования ИРЭ получают развитие исследования как в области вакуумной, так и в области плазменной и твердотельной электроники. Оригинальным и важным направлением исследований в области вакуумной электроники

явилась в этот период разработка З. С. Черновым и его сотрудниками под руководством Н. Д. Девяткова новых электронных приборов с центробежно-электростатической фокусировкой протяженных электронных потоков, в первую очередь аналогов ламп бегущей и обратной волны — спиратронов. В результате проведенных исследований и разработок показана возможность замены в усилительных ЛБВ 10-сантиметрового диапазона волн магнитной фокусировки центробежно-электростатической фокусировкой. При этом резко сокращались расход мощности питания, габариты и вес усилительной лампы без ухудшения других ее параметров ($K_y \approx 30$ дБ и т. п.), что открывало новые области применения таких приборов.

В процессе этих научно-исследовательских работ получены новые данные по устойчивости и надежности работы ЛБВ и, что особенно важно, по взаимодействию трубчатых электронных пучков с поверхностными электромагнитными волнами, что ведет к увеличению электронных КПД таких систем. Начатые в тот период работы по исследованию электронных пучков в последующие годы значительно расширены.

Другое направление исследований в области вакуумной электроники продиктовано потребностью народного хозяйства в элементах, необходимых для создания цифровых вычислительных машин, и слабой развитостью этого направления в тот период в твердотельной электронике. Разработанные в ИРЭ трохотроны, универсальные двоичные переключатели, электронно-лучевые трубки для записи быстро протекающих процессов и т. п. получили быстрое внедрение и сыграли важную роль в создании первых цифровых вычислительных устройств.

В начальные годы после организации ИРЭ в его стенах были поставлены первые работы в области генерирования электромагнитных волн миллиметрового диапазона и проведены исследования релятивистских процессов в линейных ускорителях заряженных частиц. В эти же годы в ИРЭ для генерирования СВЧ-колебаний привлекается такое агрегатное состояние вещества, как электронно-ионная плазма. Работы по исследованию взаимодействия электронных потоков с плазмой и создание первых плазменных усилителей вызвали отклик в мировой литературе и привели к значительному расширению фронта исследований по этому направлению. Эти работы проводились В. Я. Кисловым и другими сотрудниками под руководством Н. Д. Девяткова и З. С. Чернова.

В 1954–1960 гг. под руководством Д. В. Зернова и М. И. Елинсона получают значительное развитие работы по исследованию автоэлектронной эмиссии. В ходе этих исследований изучены закономерности возникновения и количественные характеристики этого явления для многих материалов: металлов, полупроводников и диэлектриков (вольфрама, германия, рения, гексаборида лантана, окислов MgO , Al_2O_3 , SiO_2 , диэлектриков с примесями, металлов с тонкими диэлектрическими слоями и т. п.). Полученные результаты нашли быстрое внедрение в промышленности, а их научная сущность обобщена

в монографии. Использование результатов исследования автоэмиссионных процессов при разработке рентгеновских трубок отмечено присуждением М. И. Елинсону в 1978 г. Государственной премии СССР. Начатые тогда исследования вторично-электронных процессов привели к заметному практическому выходу и получили значительное развитие в последующих научно-исследовательских работах института.

В этот период Б. М. Царевым и его сотрудниками выполняется ряд актуальных для практики исследований в области термоэлектронной эмиссии и катодной электроники, а под руководством Т. М. Лифшица получают развитие работы в области создания и исследования эмиттеров для фотоэлектрических приборов.

После организации в ИРЭ в 1956 г. отдела полупроводников под руководством С. Г. Калашникова получают быстрое развитие исследовательские работы в области создания твердотельных приборов: германиевых и кремниевых СВЧ-детекторов, туннельных диодов, полупроводниковых диодов для параметрических усилителей СВЧ, а также ставятся глубокие физические исследования рекомбинационных процессов в полупроводниках, в частности исследование влияния элементов III и V групп на скорость рекомбинации электронов и дырок в германии, легированном различными примесями. В этот период начинаются фундаментальные работы ИРЭ по изучению электронной плазмы в полупроводниках и эмиссии горячих электронов из полупроводников. Эти работы имели пионерский характер, они вызывали большой интерес не только в научных кругах, но и в промышленных организациях.

Таковы были первые шаги института на пути его превращения в ведущую научно-исследовательскую организацию Академии наук в области радиотехники и электроники.

В итоге примерно 5-летнего существования Института были преодолены основные трудности организационного периода, сформирован научный коллектив, определены основные направления исследований и завоеван должный внутрисоюзный и международный авторитет, т. е. достигнут определенный устойчивый научный уровень, начиная с которого можно было двигаться дальше.

Годы развития (1961–1978 гг.)

Из сказанного выше следует, что к концу 50-х годов научные интересы ИРЭ концентрировались вокруг следующих вопросов:

- закономерности распространения радиоволн;
- космические исследования;
- статистическая радиофизика;
- вакуумная электроника;
- физика плазмы;
- физика магнитных явлений на сверхвысоких частотах;
- физика полупроводников и диэлектриков;
- квантовая радиофизика.

Среди этих направлений были уже ставшие для Института традиционными такие, как распространение радиоволн, статистическая радиофизика и вакуумная электроника, и только что возникшие и быстро развивающиеся — исследования космоса, плазмы, полупроводников и диэлектриков, квантовых систем. Таким образом, Институт оказался в центре актуальнейших научных проблем начала 60-х годов.

Ниже излагаются основные результаты исследований за указанный период по основным научным направлениям.

Распространение радиоволн

Кроме исследований по дальнему тропосферному распространению УКВ, которые продолжались вплоть до выхода в 1965 г. монографии, в ИРЭ в 60-х годах начали активно развиваться работы по изучению распространения и поглощения в различных средах миллиметровых, субмиллиметровых, оптических и сверхнизкочастотных волн.

В сравнительно меньших масштабах велись работы по изучению распространения электромагнитных колебаний квазиоптического и оптического диапазонов в направляющих системах, а также влияния турбулентной атмосферы на свойства больших антенн. Исследования в области освоения миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов касались таких вопросов, как молекулярное поглощение этих волн в кислороде и водяном паре атмосферы, ослабление в дожде, а также амплитудные и фазовые флуктуации, обусловленные неоднородностями показателя преломления.

В целом теоретические и экспериментальные исследования в области распространения субмиллиметровых волн, выполненные под руководством А. В. Соколова, выявили их особенности, позволяющие сделать заключение о практическом применении этого диапазона воли в различных конкретных условиях. Большое значение имело то обстоятельство, что для проводимых исследований была создана соответствующая измерительная аппаратура этого диапазона волн, что само по себе представляло сложную научно-техническую задачу.

Начиная с середины 60-х годов в ИРЭ под руководством М. А. Колосова и А. В. Соколова начали также интенсивно проводиться исследования по изучению закономерностей распространения электромагнитных колебаний оптического диапазона в условиях незамутненной атмосферы и при наличии в ней различных гидрометеоров.

Изучение ослабления лазерного излучения в аэрозолях и осадках различных типов проводилось в видимом (0,63 мкм) и инфракрасном (10,6 мкм) диапазонах волн. Сравнение измеренных коэффициентов ослабления показало заметно большее ослабление оптических волн по сравнению с инфракрасным диапазоном в облаках и туманах и практически одинаковое в дождях. Выполненные исследования показали также, что при воздействии достаточно мощного излучения в инфра-

красном диапазоне прозрачность тумана может быть увеличена за счет испарения капель.

Исследование распространения электромагнитных волн оптического диапазона проводилось также в направляющих системах — в закрытых квазиоптических линиях (лучеводах), состоящих из последовательно-корректирующих линз или зеркал, а позднее, с начала 70-х годов, в волоконно-оптических линиях передачи (световодах).

Первая задача завершилась созданием опытной подземной квазиоптической линии связи длиной 2 км, в которой лазерный пучок заключен в трубу со стабильным газовым наполнением. В качестве корректоров сечения и направления движения луча через каждые 100–200 м в трубе располагаются длиннофокусные линзы или зеркала. Для такой системы была создана теория оптимальной автоподстройки, теоретически исследовано влияние градиента температуры в грунте и возникающей турбулентности в наполняющем газе (воздухе). Проведенные исследования показали, что в подземных лучеводах со стабильными условиями лазерные пучки могут передаваться на большие расстояния, а квазиоптические системы могут быть применены для различных случаев передачи информации (связь, радиоастрономия и т. п.). Эти исследования выполнены под руководством Б. З. Каценеленбаума и Р. Ф. Матвеева.

Распространение оптических волн в волоконных световодах — еще одна тема исследований. Здесь важно отметить, что исследования по технологии создания световодов и по созданию на их основе волоконно-оптических линий связи, проведенные в ИРЭ и других организациях, позволили в настоящее время поставить вопрос о широкой замене кабельных и других проводниковых линий на технически и экономически более выгодные световолоконные линии. Большая заслуга в этом принадлежит М. Е. Жаботинскому и А. В. Соколову. В ИРЭ под руководством Н. А. Арманда проводились также исследовательские работы по изучению влияния турбулентной атмосферы на свойства больших антенн.

Космические исследования

Начиная с 1960 г. космические исследования в институте развивались по трем направлениям: радиолокация планет, исследования распространения радиоволн в космосе и исследования земной ионосферы по материалам, полученным с ИСЗ.

Здесь же целесообразно лишь отметить, что работы по всем трем направлениям тесно связаны с общей программой космических исследований в СССР.

Новым направлением в изучении космоса как в советской, так и в зарубежной науке явилось радиолокационное исследование планет, начатое в ИРЭ с 1960 г. Постановка этих исследований явилась следствием требований практики запуска космических аппаратов к пла-

нетам Солнечной системы об уточнении величины астрономической единицы.

Первые радиолокационные исследования планеты Венеры, выполненные в ИРЭ в содружестве с промышленными организациями, были проведены в 1961 г. Эти исследования позволили выявить ряд специфических требований к аппаратуре и методике эксперимента и в последующих циклах радиолокационных исследований (1961–1977 гг.) Венеры, Марса, Меркурия и Юпитера получить уникальные результаты о ряде параметров (эфемерид) этих планет и с необходимой для практики точностью определить величину астрономической единицы, значение которой при скорости света 299 792,5 км/с установлено равным $149\,597\,892,3 \pm 1,5$ км. Радиолокационные исследования сделали возможным исследование планет Солнечной системы при помощи межпланетных аппаратов, космическая навигация которых зиждется на данных, полученных при радиолокации планет. За выполнение этих фундаментальных исследований группа сотрудников ИРЭ во главе с В. А. Котельниковым удостоена в 1964 г. Ленинской премии.

Исследования космического пространства в ИРЭ получили новое оригинальное направление благодаря открывшейся в 60-х годах возможности исследования закономерности распространения радиоволн в дальнем космосе. Эти исследования выполнялись начиная с 1962 г. с помощью космических аппаратов типа «Венера», «Марс» и «Луна», на которых устанавливались передатчики радиоволн, в то время как излучаемые ими сигналы из различных областей Солнечной системы принимались на Земле. Таким образом, удалось изучить влияние сред, встречающихся на пути радиосигналов, на частоту, фазу, амплитуду, запаздывание и спектр радиоволн и по этим данным судить о свойствах межпланетного и околосолнечного пространства, атмосферы Марса и Венеры, поверхности Венеры и плазменной оболочки Луны.

Фундаментальные результаты исследований распространения радиоволн в дальнем космосе с помощью аппаратов типа «Венера», «Марс», «Луна», полученные под руководством М. А. Колосова, отмечены в 1974 г. Государственной премией СССР. Большая заслуга в проведении этих исследований принадлежит О. И. Яковлеву, Н. А. Савичу и Н. А. Арманду. Ионосферные исследования в ИРЭ были направлены на выяснение условий распространения через ионосферу сверхдлинных электромагнитных волн (СДВ, $f = 1 \div 100$ кГц), характерных для естественных излучений и интересных в качестве зондирующих в ряде исследований физических явлений в этой среде.

После значительной теоретической и аппаратурной подготовки экспериментальные исследования распространения СДВ в ионосфере проводились с помощью ИСЗ «Космос-142» (1967 г.) и «Космос-259» (1968 г.). Большой объем ионосферных исследований выполнен с помощью ИСЗ «Интеркосмос-Коперник 500», запущенного в 1973 г.

В результате этих экспериментов осуществлен прием в ионосфере сигналов наземных радиостанций на частотах 16,1; 31,85 и 42,85 кГц

в различное время суток и года, что позволило получить сведения о величинах напряженности поля СДВ в ионосфере при различных условиях. Исследования с помощью ИСЗ «Интеркосмос-Коперник 500», проведенные ИРЭ совместно с Институтом космических исследований Академии наук Польской Народной Республики и другими организациями по программе «Интеркосмос-Коперник 500», позволили получить новые данные, характеризующие спорадическое радиоизлучение Солнца и параметры ионосферы Земли, в частности данные по дебаевскому экранированию и неоднородностям электронной концентрации в ионосфере.

Статистическая радиофизика

По данной проблеме исследовательские работы ИРЭ развивались в основном по таким направлениям, как оптимальный прием электромагнитных сигналов с учетом качества каналов передачи, статистические свойства случайных естественных полей в диапазонах сверхдлинных волн (СДВ) и сверхнизких частот (СНЧ), радиоизлучения различных естественных земных объектов, математический анализ процессов, протекающих в сложных системах, и др.

В частности, проведен анализ получения оптимального приема сигналов, прошедших канал со случайными параметрами, анализ статистических характеристик рассеивающего пуассоновского канала, предложен принцип отождествления каналов передачи сигналов, определена вероятность ошибок бинарных сигналов, прошедших канал с замираниями, а также изучены условия оптимального разнесенного приема симметричных бинарных сигналов с оценкой параметров сигнала.

Работы в области радиоприема в ИРЭ велись под руководством В. И. Сифорова (основное направление — оптимальное кодирование и методы декодирования сигналов), до перевода его лаборатории в Институт проблем передачи информации АН СССР, и в лаборатории, возглавлявшейся Л. И. Филипповым. В этой лаборатории, в частности, изучались помехоустойчивость некогерентного приемника и различные вопросы разнесенного приема.

Большое значение для практики имели также развитые и выполненные в ИРЭ исследования статистических свойств случайных естественных полей в диапазоне СДВ и СНЧ. Возникновение этих полей связано с грозами. Цикл теоретических и экспериментальных работ по изучению поля помех в диапазоне СДВ (1–30 кГц) и СНЧ (0,03–1 кГц) позволил получить территориально-временные характеристики грозových источников радиопомех и общие свойства поля нестационарных атмосферных помех на СДВ, а также методы местоопределения источников таких помех.

Выполненные исследования, кроме получения фактического материала по статистике гроз, создали базу для стандартизации методов измерений характеристик естественных радиопомех в диапазонах СДВ

и СНЧ, а также для разработки новых радиотехнических методов изучения явлений атмосферного электричества.

Результаты научно-исследовательских работ по этому направлению частично обобщены в монографии. Большая заслуга в проведении данных исследований принадлежит Ю. Б. Кобзареву, М. С. Александрову и Л. Т. Ремизову.

Получили развитие также исследования в области преобразования сигналов и шумов в нелинейных системах. В частности, подверглись подробному исследованию стохастические колебания в плазме, а также в вакууме и твердотельных автоколебательных системах. В процессе этих исследований обнаружено и изучено явление нелинейной стохастизации колебаний в автогенераторах с запаздывающей обратной связью. Это явление возникает при достаточно большом значении глубины обратной связи за счет развития нелинейно-стохастической неустойчивости (а не за счет воздействия флуктуаций). Кроме того, исследовано влияние нелинейных элементов на чувствительность СВЧ-приемников. Большая заслуга в работах по исследованию стохастических процессов принадлежит В. И. Бунимовичу и В. Я. Кислову.

Заслуживают внимания работы, выполненные математиками института (В. Ф. Крапивин и др.), в области развития теоретико-игровых методов применительно к оценке различных процессов в сложных системах и ситуациях. Результаты этих исследований обобщены в монографии и нашли применение не только в радиотехнике, но и при решении ряда вопросов кибернетики, океанологии и других областей науки и техники.

Исследования в области распространения радиоволн и статистической радиофизики явились основой для возникновения в ИРЭ нового научного направления — исследования радиоизлучения поверхности Земли и различных ее компонентов с помощью радиометрической аппаратуры, помещаемой на искусственных спутниках Земли и самолетах. В этой области исследований в ИРЭ совместно с Институтом физики атмосферы и Институтом космических исследований АН СССР с помощью ИСЗ «Космос-243» и «Космос-384» (руководителем НИР в ИРЭ являлся А. Е. Башаринов) получены данные по состоянию полей температуры, влажности и гидрометеоров в атмосфере и на поверхности Земли, в том числе закономерности сезонных изменений, влияние синоптических факторов, вариации температурных полей в различных районах Земли, включая Антарктиду, Сахару, Гренландию и т. п.

В дальнейшем на основе созданной в ИРЭ радиометрической аппаратуры и оборудования ряда самолетных лабораторий (на самолетах Ил-18, Ил-14, Ан-24, Ан-2) удалось наметить решение таких важных прикладных задач, как использование СВЧ радиофизических методов в геологии и гляциологии, обнаружение геотермальных потоков и разломов земной коры, измерение влажности и температуры поверхности грунта, толщины снежного покрова, обнаружение активных зон лесных

пожаров (в задымленных районах леса), опасности самовозгорания торфа и т. п..

Вакуумная электроника и электронно-ионная плазма

По этой проблеме работы ИРЭ развивались в основном по трем направлениям:

- формирование ионных потоков и высокоперевансных электронных пучков;
- анализ неустойчивостей при плазменно-пучковом разряде;
- эмиссионная электроника.

В результате теоретических и экспериментальных работ по этому направлению, выполненных под руководством З.С. Чернова, удалось создать сильноточные электронные пушки с центробежно-электростатическим формированием пучка. Такая пушка способна, например, создавать цилиндрический электронный поток с током пучка 600 А при ускоряющем напряжении > 100 кВ. Основная особенность таких электронных пушек — высокая компрессия электронного пучка и хорошая ионнозащищенность катода. Такие электронные пушки имеют разнообразное практическое применение как в импульсном, так и в непрерывном режимах.

Весьма оригинальными являются выполненные в ИРЭ исследования высокочастотных неустойчивостей в ионных пучках при различных условиях и создание нелинейной теории высокочастотного взаимодействия ионного и электронного пучков.

Необходимо отметить также теоретические работы В.Н. Данилова в области синтеза электронно-оптических систем с криволинейной осью и его работы, связанные с расчетом электрического поля внутри и снаружи трубчатого пучка, с расчетом многолучевых электронных пушек, формирующих сходящиеся электронные пучки, и др..

Значительный цикл работ ИРЭ посвящен исследованию характеристик взаимодействия электронных пучков с плазмой в продольном магнитном поле и определению возможных механизмов процессов обмена энергией между заряженными частицами и полями в электронно-ионной плазме, создаваемой в основном при использовании плазменно-пучкового разряда. В этих исследованиях был развит метод фазово-частотного анализа, применимый для изучения любых сложных колебательных процессов с нестационарными гармоническими включениями. Полученные результаты позволили дать объяснения природе возникновения и развития пучковой неустойчивости при прохождении электронного пучка через плазму и объяснить такие вновь обнаруженные явления, как преобразование энергии пучка электронов, обусловленное аномальным эффектом Доплера, скачкообразное изменение фазы высокочастотных колебаний в плазме, кратковременное однододовое (когерентное) взаимодействие электронного пучка с плазмой,

и их связь со стохастичностью колебательного процесса на нелинейной стадии пучковой неустойчивости и т. п.

Интересным развитием этих работ явилось исследование прохождения электронного пучка через нейтральный газ в отсутствие внешних электрических и магнитных полей. При этом экспериментально была обнаружена возможность формирования неоднородного локального плазменного образования с концентрацией заряженных частиц порядка 10^{10} – 10^{11} см⁻³, существенно превышающей концентрацию электронов инжектируемого пучка. Исследования показали, что в этом случае образование области неоднородной плазмы происходит за счет СВЧ-пробоя газа в поле, возбуждаемом при развитии неустойчивости пучка, дрейфующего через сформированную им первичную плазму. Неустойчивость возникает на частотах, меньших плазменной частоты, и связана с возбуждением продольных плазменных колебаний. При этом плазменная частота обычно значительно превышает частоту столкновений плазменных электронов с нейтральными молекулами газа, и поэтому пробой газа возникает в электрических полях с напряженностью, достаточной для рассеяния электронов инжектируемого пучка и возникновения локального плазменного образования.

Проведенные в ИРЭ исследования пучково-плазменных систем без искусственно создаваемого магнитного поля используются для объяснения ряда атмосферных явлений (полярные сияния, ионосферное радиоизлучение и др.).

К работам по пучкам и плазме примыкают работы (исследования по плазменно-пучковым системам выполнены под руководством Н. Д. Девяткова и И. Ф. Харченко) ИРЭ в области анализа нелинейных процессов в СВЧ-приборах и возникающих из-за этого побочных колебаний. Этими работами была показана взаимосвязь основных проблем мощной СВЧ-электроники — проблемы обеспечения больших значений коэффициента полезного действия и проблемы генерации колебаний с чистым спектром. В процессе этих исследований в ЛБВО средней мощности было изучено влияние на уровень второй гармоники таких факторов, как дисперсия замедляющей системы, местоположение поглотителя, шумы, возникающие в приколлекторной области, и т. п. Проведенные исследования показали также возможность снижения уровня второй гармоники в приборах *M*-типа без существенного понижения КПД. Найденные оптимальные соотношения параметров находят практическое применение в электронной промышленности.

Начиная с 1965 г. в ИРЭ под руководством Н. Д. Девяткова начали проводиться исследования по проблеме взаимодействия электронных колебаний миллиметрового диапазона волн с веществом при малом (нетепловом) уровне мощности колебаний. В результате этих работ, выполнявшихся ИРЭ в кооперации с другими организациями, установлены факты специфического воздействия миллиметрового излучения на ряд биологических объектов, носящего в ряде случаев характер резонансного воздействия. Эти работы открывают возможность эффек-

тивного использования миллиметрового диапазона электромагнитных колебаний в биофизических и медицинских исследованиях и развития новых областей применения миллиметровой и субмиллиметровой спектроскопии.

Исследования в области эмиссионной электроники были направлены на создание наиболее эффективных эмиттеров для вакуумных и плазменных приборов.

Как уже отмечалось, в ИРЭ еще в 50-х годах начали развиваться исследования вторично-электронных процессов. При исследовании вторичной электронной эмиссии диэлектриков на прострел на эмиттерах из высокопористых слоев окиси магния был обнаружен и исследован новый тип эмиссии — безынерционная вторичная электронная эмиссия, усиленная полем. В дальнейшем такой вид эмиссии был найден у эмиттеров из многих веществ. Сущность явления заключается в том, что слой пористого диэлектрика толщиной 15–20 мкм наносится на проводящую алюминиевую подложку толщиной приблизительно 200 Å и простреливается со стороны подложки первичным электронным пучком. Эмиссия в вакуум наблюдается со свободной поверхности эмиттера, причем при положительной зарядке поверхности стимулируется выход в вакуум вторичных электронов, образованных в пористом диэлектрике. В результате происходит вторично-электронное усиление в 25–50 раз, что в сочетании с быстроедействием, превышающим 10^{-10} с, открывает перед такими эмиттерами широкие области применения в качестве умножителей для регистрации элементарных частиц, для усиления и преобразования изображений и особенно в качестве мишеней для телевизионных преобразователей изображения — секонов. Такие преобразователи, кроме наилучшей передачи изображений движущихся объектов, могут работать в режиме длительного накопления при записи слабых изображений и длительно сохранять записанную информацию.

В начале 70-х годов в ИРЭ начали исследоваться вторично-электронные процессы в полупроводниковых системах с отрицательным электронным сродством. Создана теория вторичной электронной эмиссии на отражение и на прострел в этих системах, позволяющая оценить такие параметры эмиттера, как вероятность выхода в вакуум и эффективная диффузионная длина вторичных электронов, эффективный пробег первичных электронов в зависимости от их энергии и т. п.

Эта теория была проверена в экспериментах на слоях арсенида и фосфида галлия, активированных цезием и кислородом. Следует отметить, что для экспериментов с эмиттерами, обладающими отрицательным электронным сродством, требуется очень высокое разрежение, достигаемое только при безмасляной откачке. Задача создания впервые в СССР сверхвысоковакуумных камер с давлением меньше чем $5 \cdot 10^{-10}$ Тор была успешно решена СКБ ИРЭ. Образец такой камеры был удостоен Золотой медали Лейпцигской ярмарки и нашел большой спрос во внутрисююзных организациях. В результате иссле-

дований были созданы высокоэффективные сравнительно низкоомные вторично-электронные эмиттеры с отрицательным электронным сродством, по своим параметрам значительно превосходящие ранее существовавшие. Эти эмиттеры сразу же получили практическое применение в промышленной электронике. Большая заслуга в проведении этих исследований принадлежит коллективу сотрудников, работавших под руководством Н. Л. Яснопольского.

В ИРЭ получили развитие и работы по изучению термоэлектронной эмиссии, причем центр тяжести этих исследований постепенно переходил от катодных систем для вакуумных приборов (показательно исследование термоэлектронной эмиссии оксидно-иттриевого катода) к эмиттерам, предназначенным для работы в сложной газовой среде и в высокотемпературных условиях, как, например, в условиях МГД-генераторов. В этих исследованиях решалась нетривиальная задача поисков наиболее эффективного сочетания термоэмиссионных свойств с другими физико-химическими свойствами и теплофизическими условиями работы в МГД-генераторе. На основе этих исследований, проведенных совместно с Институтом высоких температур АН СССР, предложены такие новые катодные материалы, как двойные окислы церия и тантала, иттрия и циркония, а также различные металлокерамические модификации катодов такого рода и ряд тугоплавких карбидов (карбиды циркония и титана с присадками различных активирующих тугоплавких металлов). Металлокерамический катод на основе хромита лантана и хрома был испытан в МГД-генераторе открытого цикла и оказался лучше ранее известных катодных материалов. Двухслойные эмиттеры с пленкой осмия и эмиттеры на основе графита также показали эффективность и рекомендованы для применения в МГД-генераторах. Руководителем работ по этому направлению в ИРЭ является Б. С. Кульварская.

В ИРЭ были развиты исследования термоионной эмиссии твердотельных источников ионов щелочных материалов (алюмосиликатов щелочных металлов), предназначенных для обработки активных поверхностей фотокатодов с целью повышения стабильности и воспроизводимости параметров фотоэлектронных приборов. Разработанные источники успешно применяются в производстве фотоэлектронных приборов. Кроме того, в области эмиссионной электроники в 60-х годах в ИРЭ велся поиск новых типов ненакаливаемых катодов и, в частности, был предсказан и реализован ненакаливаемый катод с отрицательным электронным сродством на основе диода Шоттки.

Физика магнитных явлений на сверхвысоких частотах

Значительное развитие в ИРЭ получили исследовательские работы в области физики магнитных явлений в ферритах. Начатые еще в 50-х годах работы по усилению магнитостатических волн завершились созданием теории ферритового магнитостатического усилителя СВЧ, в

которой были показаны как возможности создания таких усилителей, так и ограничения из-за влияния спиновых волн, вызывающих в данных системах автоподавление усиления.

Дальнейшее развитие исследований было посвящено подробному изучению явлений нелинейного ферромагнитного резонанса (НФМР). В ходе работ по изучению НФМР получены ответы на такие вопросы, как условия энергетического равновесия при НФМР и возбуждения резонансных упругих колебаний, анизотропная автомодуляция НФМР, ультразвуковые колебания при НФМР, параметрическое взаимодействие ультразвуковых и магнитных колебаний в ферромагнетике и ряд других. В ходе этих работ открыто явление нелинейного взаимодействия спиновых и ультразвуковых волн, приводящего к излучению электромагнитных волн. Работы по НФМР обобщены в монографии, а накопленный экспериментальный опыт позволил предложить ряд оригинальных ферритовых приборов: усилителей СВЧ, модуляторов мощности, линий задержки и т. п.

Подробно исследовалось также распространение звука в ферро- и антиферромагнетиках и изучались вопросы возбуждения, распространения и усиления волн в структурах феррит–полупроводник (ФП). На основании этих исследований сделаны выводы по таким вопросам, как взаимодействие поверхностных магнитостатических волн с носителями заряда на границе этих сред, магнитоэлектрический резонанс в слоистой структуре ФП, анизотропия электродвижущей силы в структуре ФП при НФМР, резонансный гальваномагнитный эффект в структурах ФП, влияние электрического поля на распространение магнитостатических волн в структурах ФП и другие. В результате проведенных исследований показано, что как на структурах ФП, так и в многослойных системах феррит–пьезоэлектрик–полупроводник можно создать приборы для обработки информации.

Большой цикл работ был посвящен изучению процессов образования и распространения доменов в магнитных кристаллах и магнитооптическим системам, открывшим также большие возможности по созданию новой элементной базы для обработки информации. В настоящее время магнитоакустические и магнитооптические системы привлекают к себе все большее внимание специалистов в области создания радиоэлектронной аппаратуры.

Физика полупроводников, диэлектриков и сверхпроводников

Как уже указывалось ранее, в ИРЭ еще в 50-х годах были начаты работы в области изучения рекомбинационных процессов в полупроводниках. Эти исследования были связаны с запросами практики и касались введения в полупроводниковые материалы дозированных количеств примесей, что позволяло бы получать кристаллы с заранее за-

данными свойствами. Основными материалами, которые подвергались исследованиям, были германий и кремний.

Исследования ИРЭ были направлены на изучение влияния таких примесей, как золото, никель, медь, марганец, цинк в германии, и элементов III и V групп (индий, галлий, фосфор, сурьма, бор) в кремнии, на время жизни неравновесных электронов и дырок, в значительной степени определяющее чувствительность и инерционность полупроводниковых приборов.

В этом цикле была изучена способность примесных атомов захватывать электроны и дырки. Многие примеси (никель, золото и др.) создают в запрещенной зоне энергий не один, а несколько энергетических уровней. Получены соотношения, связывающие времена жизни с сечением захвата для случая примесей с несколькими энергетическими уровнями.

При анализе механизмов рекомбинации установлено, что в сильнолегированном германии рекомбинация не определяется фоновными процессами, при которых энергия, освобождаемая при захвате носителя, передается колебаниям решетки, а доминирующим процессом становится ударная рекомбинация, при которой освобождаемая энергия передается другим носителям. Изучены процессы рекомбинации в случае заряженных центров, т. е. при наличии в них кулоновского притяжения и отталкивания, а также зависимость коэффициента захвата от температуры и роль туннельного эффекта при захвате носителей на отталкивающие центры. Исследование поведения примесей в германии оказало существенную помощь промышленности, и позднее (в 1972 г.) руководителю этих работ С. Г. Калашникову вместе с коллективом работников промышленности, внедривших в массовое производство германиевые диоды и диодные матрицы, была присуждена Государственная премия СССР.

Рекомбинационные процессы изучены также в кремнии, легированном элементами III и V групп. При этом в ИРЭ разработан новый метод получения чистого поликристаллического кремния путем термического разложения моносилана SiH_4 и бестигельной зонной кристаллизации. Этот метод, предложенный в конце 50-х годов, был затем использован в промышленных масштабах. В дальнейшем была разработана методика легирования кремния элементами III и V групп и изучены сечения захвата в интервале температур от 2 до 200 К. Результаты исследований позволили оценить этот материал с точки зрения его использования для регистрации ИК-излучения. В частности, выяснено, что кремний, легированный бором, является оптимальным материалом для изготовления охлаждаемых быстродействующих высокочувствительных и высокостабильных фотоспротивлений.

Исследования данных материалов показали также, что для них сечения захвата малы ($\sim 10^{-21}$ см²) и что процессы захвата электронов и дырок на нейтральные атомы элементов III и V групп в кремнии являются практически чисто излучательными (каждый акт захвата

сопровождается испусканием фотона). Проведенное исследование спектров рекомбинационного излучения показало возможность обнаружения в кремнии элементов III и V групп в концентрациях 10^{14} см⁻³.

Проведенные опыты по нагреву электронов СВЧ-полем показали возможность значительного уменьшения времени жизни (например, для случая германия с медью в качестве примесного материала) в сильном электрическом поле. Этот вывод, так же как и объяснение зависимости туннельного просачивания горячих электронов сквозь кулоновский потенциальный барьер вокруг центра рекомбинации, играет большую роль в определении оптимальных режимов работы и параметров полупроводниковых приборов (лавинно-пролетные диоды и др.).

Как показали исследования, в полупроводниках с горячими электронами концентрация и подвижность носителей заряда сложным образом зависят от величины напряженности поля E и при определенных условиях дифференциальная проводимость dj/dE может оказаться отрицательной, при этом в полупроводнике могут возникнуть явления электрической неустойчивости. В частности, исследовано движение доменов рекомбинационного происхождения в германии, легированном медью. Проведено решение нелинейной задачи движения доменов. Работы в этом направлении показали, что такие домены можно использовать для генерирования электрических колебаний, подобно тому как используются движущиеся домены Ганна (но в данном случае на значительно более низких частотах).

В ИРЭ были выполнены также исследования явлений электрической неустойчивости при положительной дифференциальной проводимости, сопровождаемых возникновением рекомбинационных волн и соответствующими колебаниями тока. Исследования свойств рекомбинационных волн позволили предложить такие полупроводниковые приборы, как приемники светового излучения, устройства для точного (до 10^{-3} град) измерения и стабилизации температуры, чувствительное пороговое устройство для контроля и измерения магнитного поля, генераторы колебаний низкой частоты и преобразователи постоянного тока в переменный.

В 60-х годах Институтом начаты исследования конденсации неравновесных носителей заряда в полупроводниках, в ходе которых конденсированная фаза, состоящая из капель вырожденной электрондырочной плазмы, была впервые обнаружена экспериментально. Далее конденсированная фаза была подвергнута подробному изучению. В частности, применительно к ней исследованы такие вопросы, как спектр рекомбинационного излучения и энергетический спектр, зависимость интенсивности рекомбинационного излучения от уровня возбуждения и температуры, время жизни и квантовый выход рекомбинационного излучения, диффузия экситонов и электрон-дырочных капель, рассеяние света этими каплями и т. п. Этот цикл работ Института получил большое международное признание — руководитель этих работ

в ИРЭ Я. Е. Покровский был удостоен в 1975 г. премии Европейского физического общества.

Среди работ в области физики полупроводников и диэлектриков большое значение имеют работы по акустоэлектронике. Здесь учеными ИРЭ внесен существенный вклад как в разработку теоретических основ акустоэлектроники, так и в экспериментальные исследования. Из наиболее важных научных достижений следует отметить: идею использования поверхностных акустических волн и применения слоистых структур пьезоэлектрик–полупроводник в акустоэлектронике, что в значительной степени определило дальнейшее развитие этой области науки и техники; предсказание и экспериментальное обнаружение нового типа поверхностных акустических волн, получивших название волн Гуляева–Блюстейна; теоретическое и экспериментальное исследование явлений увлечения электронов акустическими волнами, приведшие к открытию четного акустоэлектрического эффекта и акустомагнетозлектрического эффекта, зарегистрированного в СССР в качестве открытия; теоретическое предсказание и экспериментальное обнаружение поперечного акустоэлектрического эффекта, который является основой для создания ряда важнейших акустоэлектронных устройств обработки информации; разработку теории и экспериментальные исследования нелинейных акустоэлектронных явлений, в частности открытие импульсной акустоэлектронной нелинейности; теоретическое предсказание и экспериментальное обнаружение и исследование ряда новых акустооптических явлений и др.

За разработку принципов акустоэлектроники руководителю этого научного направления в ИРЭ Ю. В. Гуляеву в 1974 г. присуждена Государственная премия СССР, а в 1979 г. — премия Европейского физического общества.

Исследовательские работы ИРЭ в области твердотельной электроники одной из задач имели продвижение в СВЧ-диапазон электромагнитных колебаний. Применительно к этой задаче еще в конце 50-х годов была выявлена возможность создания параметрических полупроводниковых диодов сантиметрового и миллиметрового диапазонов волн для маломощных СВЧ-усилителей, вслед за этим были проведены исследования физических основ работы туннельных диодов и возможности их применений в приборах СВЧ. В последнее десятилетие выполнен цикл исследований объемных нелинейных свойств полупроводников (в основном арсенида галлия) в СВЧ-полях. Эти исследования показали возможность реализации в диапазоне СВЧ N-образной вольт-амперной характеристики полупроводникового диода из арсенида галлия и создания ряда приборов для генерации, усиления и преобразования частоты электромагнитных колебаний СВЧ-диапазона.

Большое практическое значение имели работы ИРЭ в области фотоэлектрической спектроскопии, позволившие создать новый метод анализа химического состава малых количеств остаточных примесей в чистых и сверхчистых полупроводниковых материалах. Эти работы,

выполненные под руководством Т. М. Лифшица, позволили на практике реализовать чувствительность обнаружения примесей в германии $\sim 10^{-13}$ ат.% при теоретическом пределе этого метода 10^{-14} – 10^{-15} ат.%. Результаты этих работ нашли применение в заводских условиях при производстве полупроводниковых материалов.

В ИРЭ получены важные результаты в области исследований, направленных на разработку высокочувствительных примесных фотоприемников. В частности, впервые достигнута предельная фоточувствительность примесных фотоспротивлений на основе кремния, легированного элементами III группы: бором, галлием или индием. Выяснены физические причины ограничения быстродействия примесных фотоприемников. Экспериментально показано, что в кремнии, легированном примесями III группы, время фотоответа может достигать 10^{-10} с.

В 1971 г. в ИРЭ одновременно с Московским государственным педагогическим институтом им. В. И. Ленина были обнаружены новые состояния водородоподобных примесей в полупроводниках, аналогичные H^- -иону водорода. Показано, что эти состояния могут определять быстродействие и фоточувствительность примесного фотоприемника при низких температурах в условиях интенсивных подсветок и сильных электрических полей.

В последние годы в ИРЭ разработано примесное фотоспротивление на основе германия, легированного медью, обладающее рекордной фоточувствительностью в диапазоне длин волн 1,5–1,8 мкм; обнаружена высокая фоточувствительность эпитаксиальных пленок арсенида галлия в области длин волн 310–380 мкм; обнаружена при комнатной температуре фоточувствительность германия, легированного глубокими примесями, к излучению CO_2 -лазера; исследовано влияние электрического поля, температуры и концентрации примесей на спектр фотопроводимости.

Большой цикл теоретических и экспериментальных исследований посвящен изучению воздействия электромагнитного излучения на сверхпроводники, в том числе на джозефсоновские переходы. В ходе этих работ обнаружены новые явления и исследован их физический механизм: обнаружено явление одночастотной невырожденной параметрической регенерации; предсказано возникновение электрического поля в сверхпроводнике при наличии градиента температуры; установлен и экспериментально исследован механизм стимулированной СВЧ-излучением сверхпроводимости. Практическим результатом этих работ явилось создание ряда высокочувствительных приемных, смесительных и усилительных устройств миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов, о параметрах которых можно судить по следующим примерам: широкополосный приемник на спектральную область 4–0,3 мм имеет предельную чувствительность по мощности 10^{-14} Вт/Гц^{1/2}, по температуре 0,01 К/Гц^{1/2}; одночастотный невырожденный усилитель трехсантиметрового диапазона при коэффициенте усиления ~ 20 дБ имеет шумовую температуру 200 К; модуляционный супер-

гетеродинный радиометр продемонстрировал чувствительность 0,13 К при полосе УПЧ 400 МГц и постоянной времени НЧ-фильтра 1 с. Результаты проведенных в ИРЭ исследований в области приема электромагнитных излучений успешно используются в науке и технике.

Микроэлектроника

Работы в области микроэлектроники начали развиваться в ИРЭ под руководством М. И. Елинсона с середины 60-х годов. К числу наиболее важных исследований по этому направлению относятся работы по экспериментальному обнаружению размерного квантового эффекта. В результате исследований, проводившихся на тонких пленках висмута, обнаружены как размерное квантование спектра носителей тока, так и ряд новых физических явлений, присущих полуметаллам в этом состоянии. Даны рекомендации по практическому использованию полученных закономерностей. Обнаружение размерного квантового эффекта официально зарегистрировано в СССР в качестве открытия.

Среди других результатов по пленочной микроэлектронике необходимо отметить создание нового физического представления о процессах, протекающих в пленочных МДП-триодах, разработку нового метода исследования границ раздела в МДП-структурах (метод ТРК), получение новых данных о выявлении «замороженной» фотопроводимости в неупорядоченных пленках.

В ходе этих работ было открыто и исследовано явление аномально высокой чувствительности тока в диодах Шоттки к давлению, очень скоро получившее практическое применение для клавишной и других областей тензочувствительной техники.

Практически важным разделом работ по данному направлению было открытие и исследование эффекта переключения тока с памятью, основанного на явлении реверсивного массопереноса материала электродов. Созданные на этом принципе переключающие элементы весьма перспективны для применения в вычислительной технике. Практическое применение получает также разработанный в ИРЭ оптический метод неразрушающего контроля изделий микроэлектроники, основанный на измерении псевдоугла Брюстера в области плазменных частот полупроводников.

В ИРЭ выполнены пионерские исследования оптоэлектронных явлений, направленные на создание новых систем обработки информации. В частности, исследована и показана возможность использования для обработки информации (на низких частотах) электрооптических эффектов в полупроводниках — сегнетоэлектриках типа $SbSI$ (явление поляризации света, движение областей сегнето- и парафазы под действием электрического поля и др.). Позже был выполнен цикл исследований на кристаллах ниобата бария и стронция (НБС), обла-

дающих среди других подобных материалов наибольшей величиной электрооптического эффекта.

При исследовании кристаллов НБС выяснены их диэлектрические и сегнетоэлектрические свойства, открыта и изучена анизотропная (по поляризации) дифракция света на слоистых структурах, предложены и исследованы дискретные дефлекторы света дифракционного типа и соответствующие оптоэлектронные логические элементы на их основе.

Возможность глубокой амплитудной и фазовой модуляций света, необходимых при оптоэлектронной обработке информации, показана исследованиями электропоглощения и электродисперсии света в экситонной области спектра полупроводников.

Эти исследования позволили выявить реверсивную оптическую среду (слоистая система: металл–пленка полупроводника с экситонными линиями поглощения диэлектрик–металл), весьма перспективную для использования в системах оперативной памяти. Работы ИРЭ в области создания микроэлектронных и оптоэлектронных элементов для обработки информации привели к разработке новой концепции создания высокоэффективных обучающихся систем обработки информации.

Квантовая радиофизика

Основными направлениями научно-исследовательских работ в области квантовой радиофизики являлись:

- квантовые устройства стабилизации частоты;
- изучение явлений парамагнитного резонанса;
- поиск и исследование новых материалов для квантовой электроники.

В результате исследований вопросов стабилизации частоты создана теория квантовых генераторов с оптической накачкой на парах рубидия и экспериментально показана возможность получения таких генераторов с кратковременной относительной нестабильностью частоты порядка 10^{-13} . Работы ИРЭ в этом направлении, выполненные под руководством Е. Н. Базарова, нашли широкое применение в промышленности. За эти работы Е. Н. Базаров в 1977 г. удостоен звания лауреата Государственной премии СССР.

В области изучения явлений парамагнитного резонанса следует отметить два результата первостепенной важности: разработку первых в СССР квантовых парамагнитных усилителей, получивших успешное применение уже в первых экспериментах по радиолокации планет, и исследование роли спин-спинового резервуара в парамагнитном резонансе и динамической поляризации ядер. Обе работы получили практическое применение, а ведущим специалистам, участвовавшим в создании квантовых парамагнитных усилителей, М. Е. Жаботинскому и А. В. Францессону в 1976 г. присуждена Государственная премия СССР.

В области создания новых лазерных материалов заслуживают особо быть отмеченными работы по созданию и изучению ряда эффективных составов фосфатных стекол для лазерных систем. В частности, разработаны и внедрены в промышленность активированные неодимом (Nd^{3+}), иттербием (Yb^{3+}) и эрбием (Er^{3+}) лазерные стекла с длинами волн генерации 1,06 и 1,54 мкм. Эти стекла сочетают хорошие физико-химические, термооптические и генерационные свойства. Так, например, активные лазерные элементы из фосфатных стекол, активированных Nd^{3+} , обеспечивают параметры генерации, близкие к параметрам лазеров на кристаллах алюмоиттриевого граната, — на цилиндрическом активном элементе 8×100 мм при частоте следования импульсов 10 Гц энергия генерации превышает 0,5 Дж в моноимпульсном режиме и 1 Дж в режиме свободной генерации. Соответствующие величины КПД равны 1 и 1,5%. При этом следует иметь в виду, что разработанные фосфатные стекла значительно более дешевы, чем другие активные материалы для лазеров.

Работы ИРЭ в области квантовой электроники велись и по ряду других направлений. Так, в 1966 г. ИРЭ совместно с Институтом общей неорганической химии АН СССР предложена и изучена неорганическая лазерная система на основе смеси оксихлорида фосфора и четыреххлористого олова с примесью активного иона трехвалентного неодима ($\text{POCl}_3 + \text{SnCl}_4 \cdot \text{Nd}^{3+}$). Эта лазерная жидкость отличается низкой пороговой энергией и высоким значением энергии генерации на единицу объема активного вещества. На этой лазерной системе получена энергия генерации 350 Дж. Спектрально-люминесцентные исследования показали, что для нее характерно слабое концентрационное тушение, а также позволили определить структуру активного центра неодима в этой системе.

В результате исследования параэлектрического резонанса в монокристаллах, содержащих туннелирующие электродипольные ионы, в ИРЭ обнаружен и исследован параэлектрический резонанс нецентральных заряженных и нейтральных примесей. Релаксационные процессы в параэлектриках исследовались методом динамической восприимчивости. Этот метод позволил разделить релаксационную и изолированную восприимчивость параэлектрических примесей, проявляющих параэлектрический резонанс. Установлено, что изолированная восприимчивость нелинейна по электрическому полю и малоинерционна. Она наблюдается вплоть до частоты туннелирования (десятки гигагерц).

Кристаллофизика

Научно-исследовательские работы ИРЭ в области физики полупроводников, квантовой электроники, физики магнитных явлений, эмиссионной электроники, оптоэлектроники и по другим направлениям, требующим поиска и создания новых материалов, определили необхо-

димось развития нового научного направления — кристаллофизики и связанных с ней технологических работ. По этому направлению в 60-х и 70-х годах в ИПЭ выполнено большое количество исследований и усовершенствований технологических процессов, обеспечивших развитие всех научно-исследовательских работ Института в области электроники. Здесь имеется возможность привести только примеры наиболее важных результатов, полученных в этой области. Так, для обеспечения исследований в области физики полупроводников разработана технология получения эпитаксиальных слоев арсенида галлия особой чистоты (газотранспортным методом) с концентрацией электронов порядка 10^{13} – 10^{14} см⁻³ и подвижностью при 77 К порядка $1,6 \cdot 10^5$ см²·В⁻¹·с⁻¹. Этот материал обеспечил выполнение основополагающих исследований неустойчивостей в полупроводниках с горячими электронами. Столь же уникальной является разработанная в ИПЭ методика получения монокристаллов особо чистых узкозонных полупроводников $\text{Bi}_x\text{Sb}_{1-x}$ с содержанием сурьмы в пределах 8,5–23 ат.% — с концентрацией электронов порядка $2 \cdot 10^{13}$ см⁻³ и подвижностью при температуре 4,2 К порядка 10^7 см²·В⁻¹·с⁻¹. Впервые в СССР была разработана методика получения монокристаллов нового узкозонного полупроводника PtSb_2 .

В ИПЭ был предложен новый способ получения монокристаллических пленок полупроводникового сегнетоэлектрика — сульфоиодида сурьмы (SbSI) из расплава в малом промежутке, образованном неориентирующими подложками (стекло, кварц) с использованием направленного теплоотвода в сочетании с колебательным температурным режимом кристаллизации. Данный способ позволил впервые получить монокристаллические пленки, на которых были обнаружены как фазовый переход, так и пироток (аморфные и поликристаллические пленки этим свойством на обладают). Предложенный в ИПЭ метод позволил получить и новое сегнетоэлектрическое соединение $\text{SbS}_{0,8}\text{O}_{0,2}\text{I}$ (аналог SbSI) с температурой фазового перехода 75–80° С. Достаточно высокая температура фазового перехода, значительный коэффициент электро-механической связи ($\sim 0,3$ при 50° С), большое значение диэлектрической проницаемости ($\epsilon = 20\,000$) открывают перед этим материалом большие возможности для внедрения в практику.

Разработкой большого практического значения является также метод получения структурно совершенных монокристаллических пленок сульфида кадмия на подложках из различных полупроводниковых и диэлектрических материалов. На этих пленках созданы высокоэффективные эпитаксиальные преобразователи СВЧ-диапазона для акусто-электронных устройств (потери на пьезоэлектрическое преобразование 10–15 дБ при относительной полосе частот 60–80%). Для создания активных акустоэлектронных устройств разработана и освоена методика получения тонких (~ 500 Å) полупроводниковых пленок сурьмянистого индия на пьезоэлектрических кристаллах с высокими электрофизическими параметрами (концентрация свободных носителей заряда

$(2 \div 3) \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, подвижность $1500 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$), что позволило впервые реализовать реальное усиление радиосигнала в непрерывном режиме в монолитном акустоэлектронном усилителе. Ряд теоретически предсказанных в ИРЭ акустоэлектронных эффектов обнаружен на фоточувствительных пленках селенида кадмия, полученных на основе оригинальной методики.

В ИРЭ разработан весьма эффективный метод консервации атомной структуры поверхности полупроводников типа $A^{III}B^V$ защитными слоями, позволяющий сохранять поверхности полупроводниковых кристаллов с заданными физическими и химическими свойствами. Из других работ по получению новых полупроводниковых и диэлектрических материалов следует отметить впервые разработанную в ИРЭ методику получения пиролитических пленок окислов переходных металлов (V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Zn), обладающих специфическими оптическими и электрическими свойствами. В частности, получены пленки двуокиси ванадия с резким изменением свойств в миллиметровом диапазоне длин волн при фазовом переходе из полупроводящего состояния в металлическое. Наличие такого перехода позволяет использовать подобные пленки в различных СВЧ-устройствах, например в ограничителях мощности и визуализаторах излучения. Методом пиролитического синтеза с использованием металлоорганических соединений галлия, алюминия, цинка и арсина получены в едином технологическом цикле гетеро- и автоэпитаксиальные структуры $\text{GaP-Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As-GaAs(P)}$ и GaAs-GaAs(P) и на их основе созданы фотокатоды, работающие в полупрозрачном варианте и на отражение. Впервые этим же методом получены эпитаксиальные гетероструктуры GaP-CdS-CdSe с высоким удельным сопротивлением рабочего слоя CdSe для создания на этих структурах динамических транспарантов.

В ИРЭ были разработаны методы выращивания таких монокристаллов, как ниобат бария-стронция, германат и силикат висмута, гадолиний-галлиевый гранат, и эпитаксиальных пленок сложных висмутосодержащих редкоземельных ферритов-гранатов. Изучение свойств этих материалов позволило получить ряд важных решений в области создания акустоэлектронных, магнитооптических и электрооптических устройств.

В работах по кристаллофизике большая роль принадлежит ведущим специалистам в этой области: Я. С. Савицкой, В. Б. Кравченко, В. Ф. Дворянкину.

Автоматизация научных исследований

Сложность и объем исследований, выполняемых Институтом, предопределили необходимость широкого применения средств современной вычислительной техники и автоматизации эксперимента. Для решения этих задач было создано специальное подразделение — необходимо было провести анализ и моделирование процесса научных исследо-

ваний, разработать и создать автоматизированные системы научных исследований (т. е. их архитектуру, программирование, организацию), разработать и создать технические средства автоматизации (аппаратуру сопряжения, специальные периферийные устройства, элементную базу и т. п.), разработать методы планирования и проведения автоматизированного эксперимента. Все эти вопросы были проработаны как по отношению к институту общефизического профиля, так и применительно к конкретным работам ИРЭ. В настоящее время в Институте используются шесть систем автоматизации, созданных на базе аппаратуры КАМАК.

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ, ПРОВЕДЕННЫЕ В ИРЭ АН СССР В 1979–1984 ГГ. ¹⁾

В. А. Котельников, К. И. Палатов

В настоящей статье отражены результаты исследований, выполненных в Институте радиотехники и электроники Академии наук СССР (ИРЭ АН СССР) в основном в 1979–1983 гг. Кроме того, в процессе подготовки статьи к изданию в нее были включены отдельные наиболее интересные результаты, полученные в 1984 г.

В 1979–1983 гг. в ИРЭ АН СССР выполнено большое количество фундаментальных и прикладных исследований, по результатам которых сделано более 1200 научных публикаций, получено 400 авторских свидетельств и 28 иностранных патентов. Эти исследования проводились главным образом по таким направлениям, как распространение радиоволн, статистическая радиофизика, радиоастрономия и исследования космического пространства, квантовая радиофизика, физика полупроводников и диэлектриков, физическая электроника, автоматизация научных исследований и др.

Ниже будет сделан краткий обзор полученных научных результатов.

I. Исследования распространения радиоволн

Исследования распространения радиоволн в атмосфере. Эти исследования проводились в различных диапазонах волн, начиная от сверхнизкочастотного (СНЧ) и кончая оптическим.

Так, в СНЧ-диапазоне получено теоретическое решение задачи о прохождении волн через плоскостойкую магнитоактивную ионосферную плазму при различных углах падения волны и произвольной ориентации геомагнитного поля. При этом учтено движение молекул и ионов двух различных видов (например, кислорода и окиси азота). С распространением СНЧ были связаны исследования ионосферы, выполненные с помощью ИСЗ «Интеркосмос-Коперник 500». В ходе этих исследований изучалось спорадическое радиоизлучение Солнца

¹⁾ Из сб. Проблемы современной радиотехники и электроники. Под ред. В. А. Котельникова. М.: Наука, 1987 г. Сокращенный вариант.

и его следствие — морфологические и спектральные характеристики неоднородностей электронной концентрации ионосферы.

В УКВ-диапазоне теоретически исследованы статистические характеристики флуктуации частоты радиосигналов, распространяющихся в случайно-неоднородных средах со степенным спектром неоднородностей диэлектрической проницаемости при произвольном показателе степени. Эти исследования показали, что флуктуации частоты определяются, в основном, мелкомасштабной частью спектра турбулентных неоднородностей (в отличие от флуктуации фазы) в тропосфере, ионосфере, межпланетной плазме и т. п.

Для оценки условий распространения УКВ в пограничном слое атмосферы (высотой до 1 км) был разработан оригинальный метод, основанный на применении акустического локатора, т. е. на обратном рассеянии энергии звукового импульса турбулентными неоднородностями температуры и ветра. Экспериментальные исследования этого метода показали его пригодность как для прогнозирования условий распространения радиоволн, так и для изучения атмосферных процессов в пограничном слое атмосферы.

В ходе этих работ была создана динамическая теория коэффициента преломления пограничного слоя атмосферы Земли, позволяющая рассчитывать вариации высотных профилей коэффициента преломления в течение суток, их изменение по мере удаления от границы раздела суша–море, а также позволяющая ввести поправку к градиенту коэффициента преломления стандартной радиоатмосферы в приземном слое для учета влияния земной поверхности. Для более общего случая предложена трехмерная модель показателя преломления n , которая содержит средний экспоненциальный профиль, слоистые неоднородности и горизонтальные градиенты n , обусловленные циклонально-антициклональной структурой атмосферы. С учетом этой модели развит новый метод расчета рефракции в трехмерно-неоднородной атмосфере.

Новые результаты получены в исследованиях прохождения СВЧ-радиоволн через плазменные образования. В частности, была исследована динамика развития возмущений параметров плазмы (электронной температуры и плотности) в поле интенсивного СВЧ-пучка в условиях, когда скорость дрейфа плазмы через облучаемую область оказывается сравнимой со скоростью термодиффузии нагретой плазмы. При этом был обнаружен эффект развития НЧ-неустойчивости в движущейся плазме, подвергаемой локализованному СВЧ-нагреву. Данные исследования позволили определить основные эффекты взаимодействия интенсивных волн в условиях проведенных экспериментов: «просветление» плазмы и нелинейную рефракцию на начальной стадии развития возмущения, разрушение структуры пучка, интенсивное рассеяние на последующей стадии. Проведенное машинное моделирование указанных явлений, возникающих при прохождении мощных коротких электромагнитных импульсов, позволило, в частности, оценить оптимальные напряженности электрического поля в импульсе с точки зрения пере-

дачи СВЧ-энергии через газ в зависимости от давления и длительности импульса.

В ходе исследований условий распространения радиоволн миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов выявлен ряд особенностей. Так, при изучении влияния осадков на распространение радиоволн в условиях Горьковской области (совместно с ИПФ АН СССР) получены годовые и сезонные распределения во времени вертикального ослабления в толще земной атмосферы на длине волны 8,2 мм, обусловленного газами и гидрометеорами. Из этих результатов следует, например, что летом максимальное ослабление в дождях достигает 25 ± 5 дБ, но оно имеет место лишь в течение $10^{-3}\%$ времени наблюдения (общее время наблюдения составляло 5500 ч). Зимой максимальное ослабление не превышало 2 дБ, причем этот максимум имел место только в $10^{-2}\%$ времени наблюдения. В целом же значимость этих работ характеризуется тем, что они явились составной частью исследований, направленных на создание метода миллиметровой и субмиллиметровой спектроскопии. Авторы этого, метода и соответствующих исследований удостоены в 1980 г. Государственной премии СССР.

Ряд интересных данных получен и при исследовании условий распространения в атмосфере электромагнитных колебаний оптического диапазона. Так, с помощью специально созданной многочастотной лазерной установки (длины волн 10,6; 3,39; 1,15; 0,63 мкм) получено распределение размеров и концентраций водных частиц облаков и туманов в атмосфере. В диапазоне 13–17,6 мкм исследовано ослабление излучения в атмосфере, обусловленное поглощением в углекислом газе. При этом были получены коэффициенты поглощения с высоким разрешением по спектру ($\Delta\nu = 0, 24\text{--}0,32 \text{ см}^{-1}$). В этом же диапазоне была впервые зарегистрирована тонкая структура спектров молекул газов CO_2 и N_2O при температурах 323 и 353 К с разрешением $0,2 \text{ см}^{-1}$. Была экспериментально исследована тепловая самодефокусировка непрерывного лазерного излучения с длиной волны 10,6 мкм в водном аэрозоле и показано, что при плотности излучения 10 Вт/см^2 и начальной оптической толщине аэрозоля порядка единицы за счет самодефокусировки расходимость лазерного пучка увеличивается на 10^{-3} рад.

Исследования расходимости и других параметров лазерного излучения потребовали создания уникальной измерительной аппаратуры. В частности, был разработан измеритель мощности на основе проходных решетчатых элементов со стекловолоконными датчиками.

Исследование волноведущих и антенных систем. Существенным результатом исследований в этом направлении является создание газонаполненных металлodieлектрических волноводов, в нерабочем положении (без газонаполнения) наматываемых на барабан. Волноводы созданы в диапазонах сантиметровых и миллиметровых волн вплоть до волн длиной 2 мм с потерями, близкими к потерям аналогичных

металлических волноводов, но с весом менее 100 г/м. Реализованная технологическая длина отдельных секций, наматываемых на барабан, ~ 150 м. Данные волноводы запатентованы за рубежом и получили уже частичное применение в отечественной радиотехнике.

В исследованиях ИРЭ показано, что металлические, диэлектрические и металлодиэлектрические волноводы могут найти применение и для направленной передачи энергии ИК-диапазона ($\lambda > 4$ мкм). Это оказалось возможным благодаря высокому коэффициенту отражения волн ИК-диапазона от диэлектриков и металлов при скользящем падении волн на стенки волноводов, диаметры которых много больше длины волны. Экспериментальное исследование на $\lambda = 10,6$ мкм показало, что потери ИК-излучения в металлодиэлектрических волноводах могут не превышать 0,3–0,6 дБ/м.

Интересные результаты были получены в области теории антенн. В ИРЭ АН СССР разработана теория синтеза двухзеркальных антенн, позволяющая реализовать заданную диаграмму направленности малым зеркалом сложной формы при большом зеркале простой формы. В случае оптимального выбора формы обоих зеркал обеспечивается минимальный уровень боковых лепестков при заданной диаграмме главного лепестка. Таким образом впервые синтезирована двухзеркальная антенна, формирующая косекансную диаграмму в одной плоскости и остронаправленную — в другой (перпендикулярной) плоскости с малым зеркалом двойной кривизны и параболическим большим зеркалом. Такие антенны открывают возможность создания эффективных антенных систем с большим главным зеркалом для миллиметрового диапазона волн.

В более общем случае на основе развитой в ИРЭ теории незагружающих собственных электромагнитных колебаний в бесконечной области был предложен новый тип антенны, излучающая поверхность которой замкнута (например, слабопрозрачный резонатор). Форма ее выбрана соответственно с заданной диаграммой направленности. Это позволяет гладкими токами реализовать безлепестковые диаграммы. Модельный эксперимент, выполненный с такой резонансной антенной, в которой требующийся ток создается при возбуждении в резонаторе собственных колебаний, показал, что на уровне -35 дБ в диаграмме лепестки отсутствуют. Исследованиями установлено, что на этом же принципе можно создать широкополосные низкодобротные антенны и волноводные преобразователи поля. В перспективе антенны и волноводные преобразователи этого типа могут быть объединены с электронными приборами.

Исследования по вышеуказанным направлениям повлекли за собой решения целого ряда других задач.

В области совершенствования технологических методов производства световодов можно отметить следующие результаты.

В 1979 г. ИРЭ совместно с промышленными организациями созданы образцы световодного кабеля на основе кварц-полимерных светово-

дов с апертурой 0,4–0,56, потерями 10–50 дБ/км, средней прочностью на разрыв 400 кг/мм² и морозостойкостью до –40° С.

В этом же году разработана, изготовлена и запущена в систематическую эксплуатацию автоматизированная система получения заготовок световодов типа «Градан» (с градиентной зависимостью диэлектрической проницаемости в сечении световода). С помощью данной системы получены образцы одномодовых световодов с потерями ~ 18 дБ/км на длине волны 0,63 мкм и 2–3 дБ/км на длине волны 1,15 мкм. Разработана технология получения высокоапертурных волокон типа кварц–полимер с повышенной морозостойкостью. Полученное по разработанной технологии волокно при апертуре 0,39 морозостойко до –55°.

В 1980 г. на основе улучшения технологии производства кварцевых световодов с помощью автоматических установок получены одномодовые световоды с потерями < 2 дБ/км на $\lambda = 0,85$ мкм, предназначенные для использования в датчиках различного типа.

Разработана технология изготовления ступенчатых световодов с фигурной формой жилы (прямоугольник, треугольник, эллипсо-образное сечение и др.), позволяющая получать такие световоды с потерями 8 дБ/км и дисперсией импульса 7 нс/км. На основе изучения кинетики осаждения окисных слоев за счет комбинированного легирования и обработки заготовок впервые в мировой практике получены кварцевые световоды с апертурой 0,4 при диаметре жилы 120 мкм и температурном диапазоне –60 ÷ +150° С.

В 1981 г. разработан метод контроля неконцентричности и изменений толщины полимерных покрытий вдоль кварцевого волокна в процессе вытяжки, а также метод неразрушающего контроля показателей преломления и диаметров оболочек в кварцевых заготовках.

В результате теоретического анализа многослойных структур предложены новые методы увеличения апертуры и надежности оптических волокон (нанесение наружного металлического покрытия, выбор концентрации легирующих добавок по сечению волокна и величины вытягивающего усилия при производстве волокна и др.).

Разработаны технология изготовления одномодовых световодов с потерями ~ 5 дБ/км на длине волны 0,76 мкм, сохраняющих поляризацию волны за счет создания фигурной светоотражающей оболочки, и методика лазерной сварки одномодовых оптических волокон с потерями на одно соединение не хуже 0,6 дБ (на $\lambda = 0,63$ мкм), а также ряд способов контроля параметров световодов.

В 1982 г. разработана методика вытяжки цилиндрических стержней из сверхчистого силикатного стекла с поверхности расплава и получены световоды типа стекло–полимер с потерями 50 дБ/км при апертуре 0,56. Разработана также лабораторная технология градиентных волоконных световодов с потерями 3–50 дБ/км и полосой 400–500 МГц/км в диапазоне волн 0,85–1,3 мкм.

В этом же году разработан кварцевый световод, позволяющий передавать оптическую мощность порядка 100 Вт по одиночному световоду, предназначенный для хирургических воздействий в медицинской практике.

В 1983 г. проводилось дальнейшее совершенствование технологии вытяжки световодов и изготовления кабелей, пригодных для широкого практического применения, а также были выполнены исследовательские работы по созданию метрики световодного производства и световодных датчиков различных физических величин. Большое внимание было обращено также на создание световодных систем связи.

II. Исследования в области статистической радиофизики

Исследования естественного электромагнитного поля Земли в диапазоне ОНЧ. В 1979–1983 гг. продолжались исследования в области накопления статистических данных о грозовых помехах и методах селекции сигналов в условиях наличия таких помех. В частности, получены следующие научные результаты.

Установлена практически одинаковая частотная зависимость спектральной плотности энергии естественных шумовых флуктуаций электромагнитного поля Земли на частотах от долей герца до нескольких килогерц. Спектральная плотность оказалась в среднем величиной, обратно пропорциональной частоте в степени 1,6.

Теоретически решена задача о связи грозовой активности с параметрами атмосферных ОНЧ-радиопомех в точке их приема, что дает возможность прогнозировать характеристики этих помех для любой области земной поверхности в любое время. Полученная территориально-временная модель радиопомех охватывает диапазон частот от 0,03 до 30 кГц и включает физическое обоснование, математическое описание и алгоритмическое оформление процедур расчета плотности спектра вертикальной составляющей поля помех в любой произвольной области земного шара в любой сезон в течение суточного цикла с разрешающим временем 1 ч при заданных вероятностных показателях. Контрольные эксперименты подтвердили справедливость теории.

Развита теория подавления атмосферных помех на случай многопунктового приема и показано, что из-за отличия пространственной структуры полей помех и сигналов при двух- и трехпунктовых приемах по сравнению с однопунктовым достигается увеличение отношения сигнала к помехе по энергии на 1–3 порядка.

На основании анализа экспериментально полученных интервалов времени между соседними импульсами помех, исследованных на территории СССР и некоторых других территориях Земли, установлен единый характер временной структуры поля помех и разработано его

аналитическое описание, применимое для инженерных расчетов влияния помех на прием полезных сигналов.

Исследования СВЧ-излучения земной поверхности. Данное направление исследований включало изучение земных покровов и акваторий аппаратурой, устанавливавшейся как на ИСЗ, так и на самолетах. В частности, со спутника «Космос-1076» были проведены измерения радиотеплового излучения Земли на длинах волн 0,8; 1,35; 3,2 и 8 см и получены вдоль его орбиты значения температуры поверхности океана, полной массы водяного пара, водозапаса облаков и др.

Параметры атмосферы и поверхности океана были уточнены в ходе эксперимента по радиофизическому зондированию океана со спутника «Космос-1151», на котором была установлена радиометрическая аппаратура, сочетающая измерения как спектральные в диапазоне 0,8–8 см, так и поляризационные в диапазоне 3,2 см. Проведенная автоматизация обработки данных эксперимента позволила в ходе дистанционных измерений непосредственно получать изучаемые параметры и сравнивать их с данными корабельных измерений, гидрологических картами и картами нефанализа. В данном случае было показано хорошее согласие данных, получаемых при всех сопоставлениях. На основе полученных в этих экспериментах результатов создан банк данных космической радиометрической информации, позволяющий быстро получать значения интенсивности уходящего СВЧ-излучения Земли для заданных участков траекторий полета спутника.

В работах ИРЭ за указанный период был обобщен многолетний опыт (советский и зарубежный) по использованию дистанционных радиофизических методов для исследования окружающей среды с космических аппаратов. На основании этого обобщения определен круг народнохозяйственных и научных задач, которые целесообразно решать с помощью этих методов, а также определен состав аппаратуры и методики измерений как для многоцелевых, так и для специализированных космических комплексов.

В 1979–1983 гг. получили дальнейшее развитие самолетные радиометрические и радиолокационные исследования покровов Земли. Так, на основе результатов самолетных экспериментов 1978–1979 гг. с помощью радиолокационной станции бокового обзора с синтезированной апертурой исследовано качественно и количественно явление расфокусировки изображения морских волн в зависимости от фазовой скорости морских волн и направления их распространения.

Развитие исследований по дистанционной СВЧ-радиометрии происходило по следующим направлениям.

А. Создание научных и практических основ применения данного метода для определения влажности почв в интересах сельскохозяйственного производства и эффективного использования систем мелиорации. В результате исследований были созданы образцы влагомеров, позволяющие производить экспрессные измерения влажности в диапазоне содержания воды в почве от 0 до 1 г/см³ с относительной

погрешностью $\sim 4\%$ и производительностью $\sim 1000\text{--}1500$ га/ч. Авторы этой работы удостоены в 1983 г. Государственной премии.

Б. Получение взаимосвязи характеристик поля СВЧ-излучения с уровнем грунтовых вод. Исследованиями установлена эта взаимосвязь в интервале от 0 до 3 м в различных почвенно-климатических зонах СССР (от аридных зон Туркмении до гумидных районов Прибалтики). В прикладном плане ИРЭ создал аттестованную радиометрическую аппаратуру для определения уровня залегания грунтовых вод с точностью 50–70 см.

В. Изучение морской поверхности и ледовых покровов. Исследования в этом направлении позволили, в частности, установить перспективность совместного использования средств активного и пассивного зондирования геофизических сред, в том числе для определения возрастных характеристик льда и стадии развития морского волнения.

Г. Изучение радиоконтрастов различных покровов для целей навигации. С помощью летающей на самолете ИЛ-18 лаборатории и наземных измерительных комплексов в диапазоне 0,8–27 см исследованы радиоконтрасты различных покровов и металлических поверхностей относительно растительного покрова (лес, луг) при различных погодных условиях при наблюдении в надир. При этом установлено, например, что контрасты металлических и водных поверхностей уменьшаются в случае дождя и полностью исчезают при его интенсивности 25–30 мм/ч.

Исследование стохастических процессов в радиофизических системах. В ИРЭ АН СССР обнаружено и исследовано явление стохастизации колебаний в автогенераторах с запаздыванием, возникающее не за счет воздействия начальных флуктуации, а за счет развития нелинейной стохастической неустойчивости. На основе этого явления предложены и исследованы электронно-волновые и радиотехнические модели генераторов с управляемой шириной спектра и реализованы шумоподобные сигналы, характеризующиеся быстрым спаданием автокорреляционных функций и образованием сплошного и достаточно равномерного энергетического спектра.

III. Радиоастрономия и исследования космического пространства

В 1979–1983 гг. в ИРЭ были продолжены радиофизические исследования физических параметров планет и межпланетной среды с помощью космических аппаратов «Венера-11, -12» и радиолокации планет, а также завершалась обработка данных, полученных с помощью космических аппаратов «Венера-9, -10» и более ранних космических экспериментов.

В 1983 г. был также начат уникальный эксперимент по исследованию физических условий на поверхности Венеры с помощью космических аппаратов «Венера-15, -16».

Наиболее важным результатом этих исследований явилось завершение работ по созданию единой релятивистской теории движения внутренних планет Солнечной системы, выполненных ИРЭ совместно с ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР, ИТА АН СССР и ГАО АН СССР. Новая теория дает возможность прогнозировать взаимное расположение Солнца и планет Меркурий, Венера, Земля, Марс с точностью, лучшей 10–15 км, что на два порядка точнее прогноза по классическим теориям. Создание новой высокоточной теории движения внутренних планет является значительным фундаментальным вкладом в изучение динамики Солнечной системы и имеет важное прикладное значение в космонавтике для баллистического обеспечения полетов межпланетных станций. Цикл работ в этом направлении удостоен Государственной премии СССР за 1982 г.

Исследования Венеры с помощью космических аппаратов «Венера-15, -16» позволили получить радиолокационные изображения рельефа и параметры физического состояния большого участка поверхности планеты.

Из других результатов исследований космического пространства наиболее значимыми являются следующие.

Изучение солнечной плазмы. Экспериментально определены значения скорости солнечного ветра в широком диапазоне радиальных расстояний (2–100 радиусов Солнца): при удалении на 2 радиуса Солнца скорость составляет 30 км/с, на 7 радиусов — 60 км/с, на 20 радиусов — 300 км/с и при удалении до 50–100 радиусов Солнца скорость ветра имеет величину 400–500 км/с. Эти данные подтвердили современные теоретические представления в этом вопросе.

Экспериментально установлено регулярное смещение частоты дециметровых радиоволн при прохождении их через корону Солнца. Этот эффект объяснен движением лучевой линии вдоль градиента электронной концентрации и характеризуется тем, что на участке сближения лучевой линии с Солнцем наблюдается увеличение частоты радиосигналов на величину около 10 Гц, а на участке выхода из-за Солнца происходит соответствующее уменьшение частоты. Изучение этого явления позволило объяснить регулярные ошибки баллистических данных аппаратов «Венера». На основе анализа частотного сдвига развита новая методика определения электронной концентрации и определены ее значения в короне Солнца. В частности, при гелиоцентрических расстояниях 2,3 и 3,3 радиуса Солнца она составляет $2 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$ и $4 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$.

Установлено, что спектральная плотность вариаций интегральной электронной концентрации в диапазоне 10^{-2} –1 Гц увеличивается с приближением к Солнцу. При этом наблюдается уменьшение средне-

го значения спектрального индекса пространственного спектра флуктуации электронной концентрации.

Определены размеры самых малых неоднородностей, которые присутствуют в спектре турбулентности, они увеличиваются с удалением от Солнца из-за затухания мелкомасштабных вихрей; эти неоднородности на расстояниях от Солнца ~ 4 млн км имеют размеры ~ 2 км, а на расстояниях свыше 14 млн км — более 15 км.

Изучение внутренних планет Солнечной системы. Проведены радиолокационные исследования планет Меркурия, Марса и Венеры с помощью усовершенствованного планетного радиолокатора (с антенной $\varnothing 70$ м), в ходе которых сделано следующее:

— выполнены высокоточные измерения расстояния и скорости движения Меркурия в интервале дальности 100–140 млн км. расстояние измерялось с точностью до 1 км, скорость — до 5 см/с. Исследованиями обнаружено, что отклонения измеренных расстояний от их значений, вычисленных по классической теории движения Меркурия, составили 120–420 км;

— проведены измерения расстояний до Марса с точностью 0,6–1,5 км в интервале дальности 100–135 млн км вдоль всей его 21 параллели северной широты. В результате измерений впервые радиолокационным способом получены профили высот поверхности Марса по северному склону горы Олимп и измерена ее максимальная высота, равная $17,5 \pm 1,5$ км;

— при радиолокации Венеры на дальностях 96–161 млн. км измерен профиль высот в экваториальной (ранее не исследовавшейся) области поверхности Венеры в интервале долгот 85–225° на трассе протяженностью около 14 тыс. км, проходящей через две горные области, максимальная высота первой на долоте 90° составила около 4 км, второй — долоте 200° — около 2,5 км.

Исследованиями с помощью космических аппаратов, запускавшихся к планете Венера (в том числе проведенной обработкой результатов, полученных при ранее проведенном запуске аппаратов «Венера-9, -10») осуществлено следующее:

— получено распределение отражательной способности трех ранее не исследованных районов планеты (от $-29,5$ до $-28,0^\circ$ по широте и от 155 до 165° по долоте; от $-28,5$ до $-26,5^\circ$ по широте и от 165 до 174° по долоте, а также от $-24,5$ до -22° по широте и от 220 до 235° по долоте по планетоцентрической системе координат). Полученные данные свидетельствуют о равнинном характере рельефа этих районов и только в районе вдоль широты $-28,6^\circ$ в интервале долгот от 157 до 164° в полосе 30–50 км наблюдаются перепады высот, превышающие 2 км;

— на основе изучения интенсивности частотных и фазовых флуктуации дециметровых радиоволн при распространении в атмосфере Венеры получен ряд данных, характеризующих физическое состояние

атмосферы Венеры. В частности, определен внешний масштаб турбулентностей атмосферы, составляющий 4–6 км, и подтверждено то, что верхняя область повышенной турбулентности атмосферы занимает высоты 65–70 км. По полученным экспериментальным данным разработана модель «радиоатмосферы» Венеры, описывающая зависимость коэффициента преломления радиоволн в интервале высот 0–90 км над поверхностью планеты. Модель с высокой точностью дает сведения о коэффициенте преломления для ночной атмосферы Венеры. Для интервала высот 0–50 км она справедлива и для дневной атмосферы планеты;

— показано, на основе изучения высотных профилей вертикального градиента электронной концентрации в ионосфере Венеры (dN_e/dh), что этот градиент достигает в дневной ионосфере планеты наибольшего значения в области, которая находится ниже главного максимума электронной концентрации на высоте 130–137 км и изменяется в пределах $2,2 \cdot 10^4$ – $3,2 \cdot 10^4$ см⁻³·км⁻¹ в зависимости от зенитного угла Солнца. Двухчастотное радиопросвечивание ионосферы Венеры позволило построить модель образования дневной ионосферы этой планеты, учитывающей фотохимические и диффузионные процессы и объясняющей основные особенности высотных профилей электронной концентрации от нижней границы ионосферы (~ 120 км) до ионопаузы, а именно: слабую зависимость высот главного и нижнего максимумов ионизации от условий освещенности, увеличение концентрации электронов с приближением к экватору, появление верхнего максимума ионизации, быстрый спад электронной концентрации в области диффузионного равновесия при малых зенитных углах и наличие протяженной области с почти постоянной концентрацией электронов при больших зенитных углах Солнца.

IV. Физическая электроника

В 1979–1983 гг. исследования по этой проблеме были сосредоточены в основном в областях эмиссионной, сверхпроводниковой и СВЧ-электроники.

Остановимся на важнейших результатах этих исследований.

Эмиссионная электроника. Наибольшее развитие в этой области получили исследования, направленные на создание эмиттеров с отрицательным электронным средством (ОЭС). В частности, в ИРЭ была разработана методика изготовления эффективных фотокатодов с ОЭС на основе полупроводниковых твердых растворов InGaAsP с квантовым выходом до 4% на длине волны 1,06 мкм. Исследования показали, что оптимальным для названного фотокатода является твердый раствор $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$, в котором $x = 0,09 - 0,11$; $y = 0,24 - 0,31$; запрещенная зона в такой системе равна 1,15–1,16 эВ. В то же время на квантовый выход таких фотокатодов существенно влияют рекомбинационные процессы. Поэтому для создания эффективных фотокатодов

необходимо использовать совершенные эпитаксиальные пленки, обладающие малой скоростью поверхностной рекомбинации. Обнаружено, что кислород в активирующем покрытии Cs—O на поверхности таких фотокатодов находится в двух различных химических состояниях. Часть кислорода связана с поверхностью полупроводника, а часть с цезием. В процессе деградации фотокатодов часть кислорода, связанного с цезием, переходит в другое химическое состояние, соответствующее связи кислорода с полупроводником.

Ряд новых результатов получен в области создания более эффективных эмиттеров электронов.

Разработан композиционный катодный узел, состоящий из термоэлектронного катода (оксидного) и прострельного эмиттера из пористого слоя MgO, обеспечивающего усиление тока термоэлектронной эмиссии с оксидного катода благодаря явлению прострельной вторичной электронной эмиссии, усиленной полем. Такой катод позволяет получать ток, превосходящий ток с обычного оксидного катода в 10–15 раз в импульсном режиме и в 3–5 раз в статическом режиме. Тем самым композиционный катодный узел позволяет получать электронный ток той же величины, что и с обычного оксидного катода при значительно более низких температурах (на 100–150° ниже обычных).

Создан ненакаливаемый катод на основе алюмосиликатных соединений щелочных металлов (цезий и др.). Такой катод обеспечивает импульсный отбор электронного тока плотностью в десятки и сотни миллиампер с 1 см² поверхности (при абсолютном значении тока в несколько миллиампер) при комнатной температуре. Напряженность электрического поля, требуемая для эмиссии, составляет 10⁵–10⁴ В/см. Такие катоды обладают сроком службы не менее 100 ч и обладают большими преимуществами при использовании в лампах-вспышках для фотосъемки.

Показана возможность создания эмиттеров прострельного типа из окиси магния с усиленной полем вторичной электронной эмиссией при коэффициенте вторичной эмиссии 8–10. Этот коэффициент практически не зависит от тока до плотностей тока первичного луча ~ 10 мА/см² при длительности импульса в десятки микросекунд.

При длительности импульса в несколько наносекунд были получены выходные токи порядка 1 А/см² при коэффициенте вторичной эмиссии ~ 6. Этот результат открывает возможность использования эмиттеров такого типа в новых гибридных акустоэлектронно-лучевых приборах, предназначенных для обработки и запоминания радиосигналов.

Сверхпроводниковая электроника. В истекшем пятилетии завершился цикл исследований нестационарных и неравновесных явлений в сверхпроводниках. В результате исследований показано:

— возникновение эффективных нелинейных взаимодействий СВЧ-колебаний в широких сверхпроводящих пленках с существенно неравномерным распределением плотности тока по сечению обусловлено образованием и движением в них вихревой структуры;

— явление стимулирования сверхпроводимости электромагнитным излучением вызывается неравновесным распределением квазичастиц по энергиям;

— в неоднородных сверхпроводящих системах — на границах сверхпроводник–нормальный металл, электрическое поле проникает в сверхпроводник на макроскопические расстояния; этот эффект вместе с эффектом квантово-механического (андреевского) отражения определяет вклад сверхпроводника в полное сопротивление системы сверхпроводник–нормальный металл.

В выполненном цикле работ исследован нестационарный эффект Джозефсона в слабосвязанных сверхпроводниках и действие на них электромагнитных излучений в диапазоне от миллиметровых волн до $\lambda \sim 10$ мкм.

На основе выполненных исследований созданы высокочувствительные широкополосные детекторные устройства миллиметрового и субмиллиметрового излучений с предельной чувствительностью $1 \cdot 10^{-14}$ Вт/Гц^{1/2} и флуктуационной температурной чувствительностью не хуже 0,01 К/Гц^{1/2}. Кроме того, был создан супергетеродинный приемник на эффекте Джозефсона с полосой 200 МГц на длине волны 2 мм, обладающий флуктуационной чувствительностью 0,12 К.

В результате исследования сверхпроводниковых переходов в качестве активных элементов СВЧ-устройств были обнаружены и объяснены особенности преобразования частоты миллиметрового диапазона в СВЧ-диапазоны в джозефсоновских переходах, а также построена теория взаимной синхронизации в многоконтактных джозефсоновских структурах. На основе этих результатов построена обобщенная модель джозефсоновского преобразования частоты для произвольного соотношения частот сигнала и гетеродина, а также получены оценки оптимальных параметров СВЧ приемных устройств, состоящих из цепочки последовательно включенных джозефсоновских переходов.

В последнее время исследования в данном направлении показали, что в джозефсоновских переходах с локальными неоднородностями существуют устойчивые локализованные состояния солитонов. Изменением магнитного внешнего поля можно управлять этими состояниями, скачком изменяя энергию перехода. Подобные переходы можно использовать в качестве новых быстродействующих элементов для переключения и запоминания информации с малой потребляемой энергией.

СВЧ-электроника. В 1979–1983 гг. исследования в данном направлении велись по вопросам релятивистской электроники, использованию центробежно-электростатической фокусировки (ЦЭФ) электронов в управляющих сильноточных системах, а также в области воздействия

СВЧ-излучений на различные объекты. Основными результатами этих исследований являются следующие.

В области релятивистской электроники:

— совместно с Минским РТИ предложены и проанализированы новые высокоэффективные механизмы взаимодействия релятивистских электронных потоков с электромагнитными полями СВЧ. Машинный эксперимент показал возможность получения на таких устройствах КПД $\sim 90\%$. Таким же высоким КПД должен обладать предложенный и исследованный новый тип прибора на релятивистских электронах — гирокон с магнитным полем, модулятором и отбирателем мощности на вращающихся полях типа E_{110} . В отличие от классических гирокон в предложенном приборе нет критической зависимости электрических параметров от напряженности магнитного поля и формы электронного потока, что значительно облегчает задачу создания приборов на более коротких длинах волн;

— совместно с МГУ им. М.В. Ломоносова и Институтом сильноточной электроники СО АН СССР показана возможность создания синхронных и синхротронных генераторов с выводом энергии из квазиоптического резонатора в виде пучка электромагнитных волн с узкой диаграммой направленности, а также осуществлена экспериментальная реализация многоволнового генератора, позволившая получить значение мощности когерентного излучения порядка нескольких гектоватт в 3-сантиметровом диапазоне длин волн с КПД около 20%.

В области использования ЦЭФ проведена оптимизация комплекса параметров электронно-лучевых коммутирующих приборов, в которых применена ЦЭФ, сильноточность, высоковольтность, управляемость, равномерность токоотбора с катода и т. д. Это открывает возможность достигать в таких приборах величины коммутируемого напряжения 750 кВ при сохранении величины рабочего тока и величин управляющих напряжений, составляющих несколько процентов от рабочего. Работы по дальнейшему совершенствованию таких приборов продолжают совместно с промышленными организациями.

В области воздействия СВЧ-излучений на различные среды:

— выявлены основные нелинейные эффекты воздействия СВЧ-волн на плазму, а также условия и результаты их самовоздействия (просветление плазмы, самофокусировка, нелинейная рефракция СВЧ-волн). При этом экспериментально показана возможность возникновения СВЧ-разряда в поле пучка микроволн при напряженностях поля меньше пробойных при наличии предварительной ионизации газовой среды;

— получен ряд новых результатов при исследовании воздействия СВЧ-излучений на биологические объекты. В частности, впервые обнаружен нетепловой эффект стимуляции ионного транспорта и транспорта воды в биологических мембранах при воздействии одиночными СВЧ-импульсами в сантиметровом диапазоне длин волн с пиковой мощностью 30 МВт и длительностью импульса ~ 15 нс (при таких значениях мощности и длительности импульса нагрев облучаемых образцов

в среднем не превышает $0,01^\circ \text{C}$). В экспериментах было обнаружено также изменение ионной проницаемости клеточных и искусственных биологических мембран под действием непрерывного миллиметрового излучения нетепловой интенсивности ($\sim 1 \text{ мВт/см}^2$). Таким образом, можно утверждать, что обнаруженный эффект и проведенные исследования открывают новые возможности управления механизмами жизнедеятельности клеток и биологических внутриклеточных структур;

— теоретически показано, что в широком диапазоне частот (от субмиллиметровых до сантиметровых волн) поглощение излучения полярными жидкостями обусловлено механизмом квазирезонансного взаимодействия либрации молекул с полем излучения. Развитая теория позволяет объяснить особенности частотных и температурных зависимостей поглощения излучения, а также уточнить молекулярные модели конденсированных полярных сред.

V. Физика твердого тела

В 1979–1983 гг. исследовательские работы ИРЭ по физике твердого тела развивались в основном по направлениям:

- физика полупроводников и диэлектриков,
- акустоэлектроника и акустооптика,
- физика магнитных явлений,
- кристаллофизика.

Наиболее значимыми результатами являются следующие.

Физика полупроводников и диэлектриков. В 1979–1983 гг. были получены новые результаты в области исследования электронных и фотоэлектрических явлений в полупроводниках. В частности, в области исследования электронных явлений выявлен ряд новых эффектов и закономерностей:

— обнаружен и экспериментально исследован новый тип электрической неустойчивости в биполярной плазме антимида индия при гелиевых температурах, приводящий к возбуждению колебаний тока при полях порядка 1 В/см и частотах порядка обратного времени релаксации энергии электронов (до 1 ГГц);

— выяснены природа и особенности ранее обнаруженного явления двухчастотной генерации в образцах арсенида галлия с движущимися доменами сильного поля. Явление заключается в генерации (помимо пролетной частоты) колебаний с частотой, существенно выше пролетной (миллиметрового диапазона), вследствие наличия в образце с движущимся доменом высокочастотной отрицательной проводимости;

— в размерно-квантованных пленках полуметаллов и вырожденных полупроводников методами туннельной спектроскопии и магнитооптики при квантуемых магнитных полях определены площади сечений изоэнергетических поверхностей, в том числе далеких от поверхности Ферми. На основе исследований предложены новые электронные при-

боры — гетероструктуры на основе одного материала, перестраиваемые приемники далекого ИК- и субмиллиметрового диапазонов;

— теоретически предсказаны новые высокочастотные эффекты в полупроводниках при резко анизотропной функции распределения электронов: геликоны и их неустойчивость, поглощение электромагнитного излучения при различном расположении векторов высокочастотного поля, скорости дрейфа электронов и направления распространения волны, неустойчивость иглообразного распределения электронов в поперечном магнитном поле;

— на основе машинных экспериментов обнаружены неизвестные ранее типы периодических и непериодических устойчивых расслоений автоволновых сред, которые могут быть использованы для записи картинной информации с ее одновременной частичной обработкой. Из ряда предложенных моделей твердотельных автоволновых сред впервые экспериментально реализована двумерная распределенная тепловая автоволновая среда, позволяющая визуализировать и изучать распространение и взаимодействие нелинейных триггерных волн. В исследовании автоволновых сред обнаружены термооптические волны переклочки в полистабильной распределенной автоволновой среде в структурах типа нелинейного интерферометра Фабри–Перо; машинным экспериментом обнаружены новые механизмы самоорганизации автоволновых сред — самодостройка структур по фрагментам в исходно-изотропной устойчивой однородной среде и в анизотропной колебательной среде; выявлена способность автоволновых сред выделять пространственные сигналы на фоне интенсивных динамических шумов;

— разработан новый метод исследований пограничных состояний в гетеропереходах, основанный на заряде исследуемой структуры при заданном напряжении и последующем измерении стекающего заряда, в частности, в условиях подсветки. Метод существенно расширяет возможности исследования гетеропереходов, позволяя измерять их зарядовые характеристики с собственной постоянной времени больше или порядка 10^{-4} с;

— теоретически установлено, что в квазиодномерных кристаллах с соизмеримой волной зарядовой плотности должен наблюдаться эффект, аналогичный нестационарному эффекту Джозефсона. Этот эффект может наблюдаться не только при низких температурах, так как не связан со сверхпроводимостью. Экспериментально исследованы электрофизические свойства квазиодномерных кристаллов TaS_3 в области температур 4,2–300 К и электрических полей до 500 В/см, а также их частотная зависимость. Установлено существование температурных областей электропроводности с различными энергиями активации. Получены вольт-амперные характеристики образцов TaS_3 и обнаружено существенное увеличение электропроводности при достижении порогового значения электрического поля. Температурная зависимость порогового поля определена в пределах 4,2–300 К. Показано, что при низких температурах в данном материале преобладает прыжковая

проводимость с переменной длиной прыжков. Найдено, что величина диэлектрической постоянной достигает гигантских значений — 10^7 . Получено спектральное распределение отклика орторомбического TaS_3 и показано существование края фундаментального поглощения при энергиях, соответствующих пайерлсовской щели, а также узкой линии поглощения в центре щели. Наблюдаемые эффекты объясняются возникновением в TaS_3 при понижении температуры волны зарядовой плотности, неподвижной в слабом электрическом поле и движущейся в сильном, а также нелинейными возбуждениями в ней — солитонами. Теоретически предсказано и экспериментально обнаружено, что, вопреки распространенному представлению, движение волны зарядовой плотности в квазиодномерных материалах дает вклад в холловскую ЭДС. На основании проведенных исследований предложен простой болометрический приемник излучения с высокой чувствительностью (1000 В/Вт) и малыми размерами;

— обнаружена аномально высокая тензочувствительность МДП-структур с туннельно-тонким диэлектриком, на два порядка превышающая тензочувствительность диодов Шоттки и на три-четыре порядка тензочувствительность $p-n$ -переходов. Эффект объясняется характерным для этой структуры усилением потока основных носителей за счет накопления неосновных носителей тока (дырок) у границы раздела тонкий диэлектрик–полупроводник;

— предложена и реализована оригинальная система полупроводниковой энергонезависимой памяти как однократного (ППЗУ), так и многократного действия (РПЗУ), превосходящие по своим параметрам (напряжения питания, надежность хранения, время считывания и др.) существующие системы памяти;

— предложена эффективная архитектура для реализации поисковых алгоритмов (предназначенных для решения неформализуемых задач) на основе быстродействующей оптоэлектронной элементной базы.

Кроме того, на основании выполненных в ИРЭ исследований в 1979–1983 гг. был разработан ряд полупроводниковых приборов и измерительных методов, имеющих практическую значимость.

Предложено использовать для генерации СВЧ-колебаний распределенные полупроводниковые структуры, являющиеся одновременно элементом с отрицательной дифференциальной проводимостью и резонатором. Экспериментально реализовано самовозбуждение кольцевых резонансных структур из арсенида галлия на частоте 54 ГГц с выходной мощностью порядка 1 мВт.

Создан полупроводниковый малогабаритный источник излучения 2-миллиметрового диапазона с мощностью на выходе порядка 150 мкВт, включающий в себя в виде единой конструкции генератор накачки 4-миллиметрового диапазона на диоде Ганна и умножитель частоты на диоде с барьером Шоттки.

Разработаны конструкции и созданы образцы детекторов для диапазона длин волны 0,4–2 мм на диодах с барьером Шоттки из

арсенида галлия. Вольт-ваттная чувствительность детекторов в 2-миллиметровом диапазоне не хуже 103 В/Вт при предельной чувствительности $5 \cdot 10^{-11}$ Вт/Гц^{1/2}.

Предложена новая конструкция и методика изготовления диодов Ганна в виде сотовых структур и созданы образцы структур с диаметрами активного элемента 7 и 20 мкм. Показана возможность генерации с их помощью излучения в 4-миллиметровом диапазоне длин волн, а также детектирования и преобразования частоты в 4- и 2-миллиметровом диапазонах волн.

Установлена возможность эффективного применения в генераторах миллиметрового диапазона волн (4–8 мм) высокодобротного квазиоптического резонатора в качестве опорного для улучшения частотной стабильности и сужения спектра автоколебаний на диоде Ганна в резонансно-пролетных и гармонических режимах работы диода.

Разработан метод и аппаратура для определения пространственного распределения примесей в кремнии, основанные на изучении спектров поглощения экситон-примесных комплексов в магнитном поле.

Разработан новый автоматический эллипсомер со спектральным диапазоном 0,63–10,6 мкм, дающий возможность проведения измерений на микроучастках образцов до 20×20 мкм²; по своим параметрам данный эллипсомер превосходит зарубежные аналоги.

Ряд дополнительных данных о результатах выполненных исследований в этом направлении приводится в специальной статье сборника.

Исследования в области фотоэлектрических явлений привели к следующим основным результатам.

Установлено, что инерционность нестационарной примесной фотопроводимости высокоомных компенсированных полупроводников может определяться не временем жизни носителей заряда, а инерционностью перераспределения объемного заряда, связанного на примесях, т.е. временем порядка обратной частоты волн перезарядки ловушек. Это время на много порядков может превышать время жизни и существенно ограничивать быстродействие примесных фотоспротивлений, изготовленных из компенсированных полупроводников.

Обнаружена и исследована примесная фотопроводимость германия и кремния при энергиях фотонов, значительно меньших энергии ионизации глубоких примесных центров. Эффект объясняется фотоионизацией глубоких примесных центров при неравновесной конфигурации окружающих ядер решетки. Количественное исследование эффекта открывает возможность определения параметров глубоких примесных центров.

Обнаружен и исследован примесный фотоэлектрический эффект, заключающийся в увеличении диэлектрической проницаемости полупроводника при оптическом заселении возбужденных состояний примесей. На примере атомов галлия в германии определены поляризуемости и времена жизни возбужденных состояний.

Теоретически показано, что в полупроводниках при низкой температуре происходит фотополевая ионизация примесных центров, заключающаяся в том, что оптически возбужденный примесный центр ионизируется путем туннельного прохождения носителя заряда через кулоновский барьер под действием наложенного на кристалл однородного электрического поля. Фотополевая ионизация становится заметной при достаточно низких температурах, когда фототермическая ионизация примесей ненаблюдаема. В многодолинных полупроводниках фотополевая ионизация сильно зависит от ориентации электрического поля в кристалле и максимальна в направлении самой легкой эффективной массы (поперечной).

Теоретически предсказан новый эффект — зависимость вида оптического и фотоэлектрического спектров мелкой водородоподобной донорной примеси в полупроводнике с изотропной эффективной массой от ориентации внешнего магнитного поля относительно кристаллографических осей полупроводника. Наблюдение данного эффекта позволяет определить, является ли донор примесью замещения или примесным комплексом с более низкой симметрией.

Созданы двойные гетероструктуры InP/InGaAsP, излучающие на длине волны $\lambda = 1,5$ мкм, и исследованы их оптические и фотоэлектрические свойства. На основе этих структур созданы светодиоды для ВОЛС мощностью 3 мВт с выводом излучения через окно в подложке.

На основе кристаллов ниобата бария-стронция созданы лабораторные макеты низковольтных электрооптических коммутаторов многомодовых световодов с временем переключения менее 10^{-7} с, потерями излучения при переключении из одного световода в другой менее 10%, управляющим напряжением 35 В.

Обнаружена зависимость формы спектра фото-ЭДС гетероструктуры CdSe–CdS в области поглощения CdSe от напряжения падения света.

Акустоэлектроника и акустооптика. В 1979–1983 гг. получили дальнейшее развитие исследования ИРЭ в области акустоэлектроники и акустооптики. В частности, были получены следующие наиболее значимые результаты.

Разработана методика оптимального синтеза полосовых фильтров на поверхностных акустических волнах (ПАВ) и создан ряд усовершенствованных конструкций фильтров с емкостным взвешиванием электродов. В частности, создан фильтр промежуточной частоты для телевизионных приемников цветного изображения I класса со стабильной воспроизводимостью электрических характеристик от образца к образцу, удовлетворяющий всем техническим требованиям международной системы СЕКАМ.

Предложен и исследован новый метод подавления ложных сигналов в акустических линиях задержки на основе введения рассеяния волны на статистически неровных (шероховатых) торцах звукопровода. В диа-

пазоне частот до 10 ГГц получено ослабление ложного сигнала 20 дБ, что позволяет конструировать акустические линии задержки на малые, порядка 0,5 мкс, длительности.

На основе пленок ZnO и системы встречно-штыревых электродов созданы эффективные преобразователи для возбуждения поверхностных акустических волн в непьезоэлектрических кристаллах. Минимальные потери преобразования при возбуждении ПАВ в плавленом кварце ~ 7 дБ на частотах до 200 МГц.

Впервые получен эффект многопролетной генерации акустических волн в переменном электрическом и постоянном магнитном поле за счет холловского тока в n - $ZnSb$ при 77 К на частотах до 2,8 ГГц.

Предложен новый эффективный материал для звукопроводов акустических линий задержки СВЧ-диапазона волн на основе иттрий-алюминиевого граната, активированного редкоземельным элементом лютецием. В этом материале величина поглощения в два раза меньше, чем в кристаллах рубина.

Исследованиями в области акустооптики предсказана возможность существенно нелинейной модуляции диэлектрической проницаемости кристалла звуком и другие акустооптические явления. Показано, что звук может быть усилен светом в процессе акустооптического взаимодействия.

Обнаружен и исследован новый тип коллинеарного взаимодействия света с поверхностной акустической волной в планарных диффузионных световодах из ниобата лития ($LiNbO_3$), сопровождающийся преобразованием волноводной световой моды TE_0 в объемную волну. Применение данного акустооптического взаимодействия позволяет увеличить динамический диапазон планарных акустооптических устройств обработки информации на 15–20 дБ.

Обнаружен и исследован эффект преобразования оптических мод планарного волновода в объемные световые волны в кристалле с поворотом плоскости поляризации на 90° , возникающий при коллинеарном взаимодействии оптических мод с поверхностными акустическими волнами. Этот эффект перспективен для создания микроминиатюрных планарных акустооптических спектроанализаторов радиосигналов с частотами до 1 ГГц.

Физика магнитных явлений. В данном направлении в 1979–1983 гг. получили значительное развитие исследования свойств магнитостатических волн при их распространении в различных средах, а также разработки и исследования магнитных сред, необходимых для регистрации излучений и для других видов обработки информации. В частности, были получены следующие результаты.

Теоретически предсказано и экспериментально обнаружено существование полосовой доменной структуры в ферромагнетиках в сильных (порядка 110 кЭ) магнитных полях.

Изучено влияние слоистой структуры магнитных эпитаксиальных пленок на свойства доменов; в слоистых пленках ферритов-гранатов впервые обнаружены внутриобъемные домены, обладающие скоростью движения свыше 100 м/с.

Теоретически предсказаны и экспериментально наблюдаются гигантские (50–60 дБ) осцилляции в частотной характеристике прохождения квазиповерхностной спиновой волны через тонкую пленку железоиттриевого граната, что открывает возможность создания на новом принципе заграждающих и полосовых фильтров в диапазоне 1–10 ГГц.

Предложен метод оценки влияния различных механизмов, определяющих температурные изменения преломления света в магнитных диэлектриках; изучено преломление, двупреломление и фотоупругий эффект в кубических кристаллах RbMnF_3 , KNiF_3 , KMnF_3 и в одноосных кристаллах фторидов марганца, кобальта и магния; выделены термооптический, пьезооптический, магнитоотрицательный, термомагнитооптический и чисто магнитооптические вклады в температурные изменения преломления света. Теоретически показано, что из-за магнитоупругого взаимодействия уединенная волна типа движущихся солитона или доменной границы может существовать при скоростях значительно превышающих предельную скорость Уокера.

Установлено, что светочувствительность предложенной в ИРЭ гетерогенной среды для записи изображений существенно зависит от величины частиц наполнителя. Показано, что воздействие на эти частицы поверхностных сил (механических или гидродинамических) вместо объемных позволяет увеличить светочувствительность гетерогенной среды на 2–3 порядка.

Выявлены особенности влияния неоднородного обмена на распространение поверхностных и объемных магнитостатических волн в тонких эпитаксиальных пленках железоиттриевого граната. При импульсном распространении обнаружены осцилляции интенсивности и времени задержки импульсов, что может найти практическое применение в технике СВЧ.

Экспериментально обнаружена сильная реакция преобразователя поверхностных магнитостатических волн, избирательного по волновому числу, на характеристики перестраиваемых СВЧ-фильтров на магнитных пленках; показано, что при возбуждении поверхностных магнитостатических волн на границе пленка–подложка, можно создать фильтр с гладкой амплитудно-частотной характеристикой и полосой пропускания 25–30 МГц на частотах 2–5 ГГц.

Предложен и реализован интерферометрический метод определения закона дисперсии и затухания магнитостатических волн вплоть до весьма малых длин волн (5 мкм). Применение этого метода к пленкам железоиттриевого граната впервые позволило исследовать зависимость параметров обменных щелей в спектре от кристаллографической ориентации и толщины пленки.

Разработана магнитооптическая методика считывания информации с поврежденного магнитного носителя, не восстанавливаемой ранее существовавшими способами, что, в частности, позволяет более точно анализировать причины авиационных происшествий.

Кристаллофизика и создание материалов для твердотельной электроники. В 1979–1983 гг. в этом направлении проводились обширные работы, направленные на обеспечение кристаллами и пленками выполнявшихся в ИРЭ НИР. Из результатов этих работ следует отметить следующее.

Разработана лабораторная технология получения методом молекулярной эпитаксии нелегированных и легированных оловом пленок арсенида галлия толщиной 0,15–0,5 мкм с концентрацией электронов до 10^{-17} см⁻³.

Разработана технология получения высококачественных пьезоэлектрических пленок окиси цинка, пригодных для создания эффективных устройств на объемных и поверхностных акустических волнах.

Разработан ряд рентгенографических методик для анализа реальной структуры подложек полупроводников $A^{III}B^V$ и двойных гетероструктур на основе их твердых растворов, а также метод выращивания малодислокационных двойных гетероструктур (AlGaAs–CaAs).

Разработана лабораторная технология получения эпитаксиальных слоев фосфида индия с концентрацией электронов $8 \cdot 10^{15}$ см⁻³ и подвижностью: при комнатной температуре $4 \cdot 10^3$ см²/(В·с) и при температуре жидкого азота — до $2,6 \cdot 10^4$ см²/(В·с).

Разработана методика получения оптически прозрачных проводящих пленок $In_2O_3-SnO_2$ с коэффициентом пропускания света $\sim 90\%$ и поверхностным сопротивлением 2,5 кОм/см².

Разработана лабораторная технология получения сложных гетероструктур GaAs–Ga_{1-x}Al_xAs — GaAs–Ga_{1-x}, позволяющая получать однородные по поверхности гетероструктуры с широким изменением твердого раствора Ga_{1-x}Al_xAs и резкими границами гетеропереходов.

Аналогичные достижения получены и по разработке других материалов твердотельной электроники.

Ряд результатов по физике твердого тела был получен и в таких областях, как радиоспектроскопия конденсированных сред и материалы для квантовой электроники. Так, например, радиоспектроскопия конденсированных сред обогатилась новым (модуляционным) методом исследования ядерного магнитного резонанса в твердом теле, обеспечивающим тысячекратное уменьшение ширины линии. Это открывает новые возможности исследования структуры и внутренней динамики твердых тел. В области создания новых лазерных материалов заслуживает быть отмеченной разработка нового состава хром-иттербий-эрбиевого стекла, позволяющего в лабораторных условиях получить в импульсно-периодическом режиме мощность более 2 Вт при КПД более 1% (при ламповой накачке).

VI. Автоматизация научных исследований

В 1979–1983 гг. в ИРЭ продолжались разработка и внедрение систем автоматизации экспериментов, технологических процессов и других задач применительно к потребностям Академии наук СССР и ИРЭ АН СССР. В частности:

— совместно с Институтом электронных управляющих машин завершена разработка и внедрены в производство измерительно-вычислительные комплексы ИВК-2, ИВК-3 и ИВК-20;

— разработана методика, создан и применен на практике комплекс аппаратных и программных средств, обеспечивающих построение систем автоматизации экспедиционных радиофизических экспериментов;

— разработан и внедрен в опытное производство специализированный Фурье-процессор для обработки сигналов в полосе частот до 500 кГц в реальном масштабе времени;

— завершена разработка и осуществлен ввод в эксплуатацию многофункционального многомашинного иерархического измерительно-вычислительного комплекса для автоматизации научных исследований института на базе отечественной серийной программно-совместимой вычислительной техники (ЭВМ М-4030; СМ-3, -4; «Электроника-60») и аппаратуры сопряжения в стандарте КАМАК.

Данные, приведенные в настоящей статье, не исчерпывают результатов научных исследований, полученных ИРЭ в 1979–1983 гг. Это объясняется незавершенностью ряда исследовательских работ или недостаточной их проверкой при использовании в народном хозяйстве страны. Эти результаты будут отражены в последующих выпусках трудов института.

СИГНАЛЫ С МИНИМАЛЬНОЙ ЭНЕРГИЕЙ ВРЕДНОГО СПЕКТРА

В. А. Котельников

Радиотехника и электроника, 1996, т. 41, № 7, с. 773–780

Рассматриваются сигналы, имеющие минимальную энергию составляющих спектра вне заданной полосы частот.

Постановка задачи

Сигнал может начаться лишь после момента времени a , когда было принято решение о его посылке. Поэтому функция времени $f(t) = f$, выражающая сигнал, должна удовлетворять условию

$$f = 0 \text{ при } t < a. \quad (1)$$

Такая функция, как известно, имеет всегда спектр, простирающийся до бесконечности [1].

Представляет интерес выяснить: какова должна быть f , удовлетворяющая условию (1), чтобы энергия составляющих ее спектра за пределами некоторой полосы частот была бы минимальной, и каков этот минимум. Эта энергия может создавать помехи для сигналов в соседних областях спектра. Ее мы будем называть *вредной* и обозначать $W_{\text{в}}$.

Мы будем рассматривать случай, когда вредной энергией считается энергия спектра за пределами полосы $-\Omega, \Omega$. Ряд других случаев может быть сведен к нему, если использовать свойства модулированных колебаний. Угловую частоту Ω мы будем называть *границной частотой*.

При приеме сигнала не всегда можно использовать всю его энергию, так как не всегда можно ждать, когда сигнал полностью затухнет. Поэтому введем понятие *энергия полезного участка сигнала*. Она будет равна

$$W_{\text{п}} = \int_a^b f^2 dt,$$

где b — момент времени, когда кончается регистрация сигнала для принятия решения о нем.

И, наконец, введем понятие *энергия «хвоста» сигнала*:

$$W_x = \int_b^{\infty} f^2 dt.$$

В этой работе мы будем искать f , удовлетворяющую условию (1), для которой при заданном

$$H_x = \frac{W_x}{W_n} \quad (2)$$

величина

$$H_b = \frac{W_b}{W_n} \quad (3)$$

минимальна.

Такую функцию назовем *оптимальным сигналом*.

Решение

Для решения этой задачи введем вспомогательную величину

$$H_R = H_b + RH_x, \quad (4)$$

где R — некоторая постоянная, и будем искать такую функцию f , которая обеспечит минимальное возможное значение H_R . Эту функцию мы обозначим \tilde{f} и соответствующие ей величины H_R , H_b , H_x через \tilde{H}_R , \tilde{H}_b , \tilde{H}_x .

Очевидно справедливо неравенство

$$H_b + RH_x \geq \tilde{H}_b + R\tilde{H}_x, \quad (5)$$

поскольку \tilde{H}_R — минимально возможное значение H_R .

Если брать не любые функции f , а лишь те, для которых $H_x = \tilde{H}_x$, то для них на основании (5) будет $H_b \geq \tilde{H}_b$.

Таким образом, \tilde{H}_b будет минимально возможным значением H_b при условии, что f таково, что $H_x = \tilde{H}_x$. Отсюда следует, что f , обеспечивающее минимально возможное значение H_R , будет оптимальным сигналом при условии, что $H_x = \tilde{H}_x$. Задаваясь различными значениями R , мы получим серию функций f , \tilde{H}_R , \tilde{H}_x , \tilde{H}_b и зависимость между ними.

Введем понятие *низкочастотная часть функции f* и обозначим ее, добавив индекс n . Будем считать

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} G(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (6)$$

где

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f e^{-i\omega t} dt$$

— спектр функции f .

Отметим, что f_{H} как функция с ограниченным спектром всегда простирается от $-\infty$ до $+\infty$ и если не равна нулю при всех t , может равняться нулю только в отдельных точках [1].

Очевидно

$$W_{\text{B}} = \int_a^{\infty} f^2 dt - \int_{-\infty}^{\infty} f_{\text{H}}^2 dt. \quad (7)$$

В соответствии с этим и выражениями (2)–(4) будем иметь

$$H_R = \frac{\int_a^{\infty} f^2 dt - \int_{-\infty}^{\infty} f_{\text{H}}^2 dt + R \int_b^{\infty} f^2 dt}{\int_a^b f^2 dt}. \quad (8)$$

Возьмем $f = \tilde{f} + \mu\varphi$, где μ — некоторая постоянная, φ — произвольная функция времени, удовлетворяющая условию (1). Получим

$$H_R = \left(\int_a^{\infty} (\tilde{f} + \mu\varphi)^2 dt - \int_{-\infty}^{\infty} (\tilde{f}_{\text{H}} + \mu\varphi)^2 dt + \right. \\ \left. + R \int_b^{\infty} (\tilde{f} + \mu\varphi)^2 dt \right) / \left(\int_a^b (\tilde{f} + \mu\varphi)^2 dt \right). \quad (9)$$

Раскрывая это выражение и пренебрегая членами, содержащими μ во второй и более высоких степенях, получим

$$H_R = \frac{A}{B} \left[1 + \frac{2\mu}{A} \left(\int_a^{\infty} \tilde{f}\varphi dt - \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{\text{H}}\varphi_{\text{H}} dt + R \int_b^{\infty} \tilde{f}\varphi dt - \frac{A}{B} \int_a^b \tilde{f}\varphi dt \right) \right].$$

Здесь A и B — значения числителя и знаменателя выражения (9) при $\mu = 0$.

Преобразуем второй интеграл. В соответствии с теоремой Парсеваля, по которой для действительных функций $f(t)$ и $g(t)$ справедливо выражение

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\varphi(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_f(\omega)G_{\varphi}^*(\omega)d\omega,$$

где

$$G_f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt,$$

$$G_\varphi^*(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t)e^{i\omega t} dt,$$

и принимая во внимание, что f_n имеет спектр в пределах $-\Omega$, Ω и что при $t < a$, по условию, $\varphi = 0$ получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_n \varphi_n dt = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_n \varphi dt = \int_a^{\infty} \tilde{f}_n \varphi dt.$$

Разбивая интервал интегрирования на участки, komponуя их и учитывая, что $A/B = \tilde{H}_R$, получим

$$H_R = \tilde{H}_R \left\{ 1 + \frac{2\mu}{A} \left[\int_a^b (\tilde{f} - \tilde{f}_n - \tilde{H}_R \tilde{f}) \varphi dt + \int_b^{\infty} (\tilde{f} - \tilde{f}_n + R\tilde{f}) \varphi dt \right] \right\}. \quad (10)$$

Если скобки под интегралами не равны нулю на участках интегрирования, то всегда можно выбрать φ так, что будет $H_R < \tilde{H}_R$, а это противоречит условию, что \tilde{H}_R минимально возможное значение H_R . Таким образом, должно быть

- 1) $\tilde{f} = 0$ на участке $-\infty, a$; по условию (1);
- 2) $\tilde{f} = \frac{1}{1 - \tilde{H}_R} \tilde{f}_n$ на участке a, b ;
- 3) $\tilde{f} = \frac{1}{1 + R} \tilde{f}_n$ на участке b, ∞ .

Величину \tilde{H}_R можно найти, если воспользоваться уравнением (8), выразив в нем \tilde{f} через \tilde{f}_n с помощью уравнений (11). Получим

$$V = \frac{\tilde{H}_R}{1 - \tilde{H}_R} = \frac{\int_{-\infty}^a \tilde{f}_n^2 dt + \frac{R}{1+R} \int_b^{\infty} \tilde{f}_n^2 dt}{\int_a^b \tilde{f}_n^2 dt} = \frac{I_a + \frac{R}{1+R}(I_\infty - I_b)}{I_b - I_a} \quad (12)$$

и

$$\tilde{H}_R = \frac{V}{1+V}, \quad (13)$$

где

$$I_p = \int_{-\infty}^p \tilde{f}_n^2 dt, \quad p = a, b, \infty. \quad (14)$$

Функция \tilde{f}_n имеет спектр в пределах $-\Omega$, Ω и поэтому, как можно показать, может быть представлена рядом

$$\tilde{f}_n = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \frac{\sin(\Omega t - n\theta)}{\Omega t - n\theta}, \quad (15)$$

где

$$\theta \leq \pi.$$

Обычно принимают $\theta = \pi$, но в данном случае оказалось, что ряд лучше сходится при $\theta = 2/3\pi$. Это значение θ и было принято.

Для того чтобы \tilde{f} соответствовало оптимальному сигналу, выполнение условий, выраженных формулами (11) и (12), необходимо, но недостаточно. Эти условия будут выполняться также для f , соответствующих максимуму и другим экстремумам H_R . Чтобы получить оптимальный сигнал надо выбрать \tilde{f}_n таким, чтобы величина \tilde{H}_R , выражаемая формулами (12) и (13), была минимальной, а затем определить \tilde{f} с помощью уравнений (11). При этом должно быть выполнено условие, что \tilde{f}_n является низкочастотной частью f . Но, как можно показать, это условие всегда будет выполняться, если \tilde{f}_n представлено рядом (15) и f определено с помощью уравнений (11) и (12).

Таким образом, оптимальный сигнал \tilde{f} должен выражаться уравнениями (11), где \tilde{f}_n определяется уравнением (15), в котором x_n соответствует минимуму величины V или, как это следует из (13), минимуму \tilde{H}_R .

Перейдем к отысканию x_k , обеспечивающих минимум V , для чего подставим в (14) выражение (15). Получим

$$\begin{aligned} I_p &= \int_{-\infty}^p \tilde{f}_n^2 dt = \int_{-\infty}^p \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} x_n \frac{\sin(\Omega t - k\theta)}{\Omega t - k\theta} \right]^2 dt = \\ &= \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_p(l, m) x_l x_m, \quad (16) \end{aligned}$$

здесь

$$C_p(l, m) = \int_{-\infty}^p \frac{\sin(\Omega t - l\theta)}{\Omega t - l\theta} \frac{\sin(\Omega t - m\theta)}{\Omega t - m\theta} dt.$$

Проведя интегрирование, получаем

$$C_p(l, m) = \frac{1}{\Omega} \frac{\cos[(l-m)\theta]}{2(l-m)\theta} [\text{Cin}(2\Omega p - 2l\theta) - \text{Cin}(2\Omega p - 2m\theta)] + \\ + \frac{1}{\Omega} \frac{\sin[(l-m)\theta]}{2(l-m)\theta} [\text{Si}(2\Omega p - 2l\theta) + \text{Si}(2\Omega p - 2m\theta) + \pi]$$

при $l \neq m$ и

$$C_p(m, m) = \frac{1}{\Omega} \left[\frac{\cos(2\Omega p - 2m\theta) - 1}{2\Omega p - 2m\theta} + \text{Si}(2\Omega p - 2m\theta) + \frac{\pi}{2} \right], \\ C_\infty(l, m) = \frac{\pi}{\Omega} \frac{\sin[(l-m)\theta]}{(l-m)\theta}$$

и

$$C_\infty(m, m) = \frac{\pi}{\Omega}.$$

Мы использовали общепринятые обозначения

$$\text{Cin}(z) = \int_0^z \frac{1 - \cos(y)}{y} dy, \quad \text{Si}(z) = \int_0^z \frac{\sin(y)}{y} dy.$$

Для этих функций имеются таблицы и приближенные формулы [2].

Подставляя значение I_p из (16) в (12), получим

$$V = \frac{\sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A(l, m) x_l x_m}{\sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} B(l, m) x_l x_m},$$

$$A(l, m) = C_a(l, m) + \frac{R}{1+R} [C_\infty(l, m) - C_b(l, m)],$$

$$B(l, m) = C_b(l, m) - C_a(l, m).$$

Метод отыскания x_n , обеспечивающих минимум V , изложен в приложении. \tilde{H}_R находится из выражения (13).

\tilde{H}_x можно отыскать, подставляя в уравнение (2) значение \tilde{f} из (11), учитывая (14), получим

$$\hat{H}_x = \frac{1}{(1+R)^2} (I_\infty - I_b) \cdot \frac{1}{(1 - \tilde{H}_R)^2} (I_b - I_a).$$

Далее, на основании (3), (7), (11) и (14)

$$\tilde{H}_b = \frac{1}{(1 - \tilde{H}_R)^2} (I_b - I_a) + \frac{1}{(1+R)^2} (I_\infty - I_b) - I_\infty \cdot \frac{1}{(1 - \tilde{H}_R)^2} (I_b - I_a).$$

Величины \tilde{H}_R , \tilde{H}_x и \tilde{H}_b будут зависеть от R , Ωa и Ωb . Но так как очевидно, что выбор начала отсчета времени не должен влиять на них, то они будут зависеть только от R и $\Omega b - \Omega a = \frac{2\pi}{T_r}(b - a) = 2\pi\alpha$, где T_r — период граничной частоты, $\alpha = \frac{b - a}{T_r}$.

Расчеты

Прямых формул, выражающих зависимость \tilde{H}_R , \tilde{H}_x и \tilde{H}_b от R и α с помощью известных функций, получить не удалось, поэтому были проведены конкретные расчеты для

$R = \infty; 5; 2; 1; 0,5; 0,2; 0,1; 0,05$ и $\alpha = 0,125; 0,25; 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5$.

При этом были получены следующие результаты.

Таблица 1. Параметры сигналов при $a = -0,125T_r$, $b = 0,125T_r$, $\alpha = 0,25$

R	H_R	H_x	H_b	X_{-1}	X_0	X_1
∞	0,5322	0	0,5322	0,0322	1	0,0322
5	0,5098	0,0041	0,4894	0,0079	1	0,0628
2	0,4830	0,0197	0,4434	-0,0148	1	0,1094
1	0,4496	0,0569	0,3927	0,0336	1	0,1871
0,5	0,4045	0,1452	0,3319	-0,0428	1	0,3370
0,2	0,3312	0,4271	0,2458	0,0188	1	0,7293
0,1	0,2718	0,8375	0,1880	0,0366	1	1,2251
0,05	0,2182	1,3818	0,1491	0,1184	1	1,8622

Таблица 2. Параметры сигналов при $a = -0,25T_r$, $b = 0,25T_r$, $\alpha = 0,5$

R	H_R	H_x	H_b	X_{-1}	X_0	X_1
∞	0,2167	0	0,2167	0,1310	1	0,1310
5	0,2017	0,0026	0,1885	0,1110	1	0,1561
2	0,1848	0,0121	0,1606	0,0924	1	0,1942
1	0,1649	0,0328	0,1322	0,0771	1	0,2571
0,5	0,1400	0,0770	0,1015	0,0699	1	0,3765
0,2	0,1036	0,1986	0,0639	0,0896	1	0,6737
0,1	0,0775	0,3477	0,0427	0,1312	1	1,0169
0,05	0,0563	0,5148	0,0306	0,1867	1	1,4091

Таблица 3. Параметры сигналов при $a = -0,5T_r$, $b = 0,5T_r$, $\alpha = 1$

R	H_R	H_x	H_b	X_{-1}	X_0	X_1
∞	0,0190	0	0,0190	0,5170	1	0,5170
5	0,0173	0,0003	0,0159	0,5014	1	0,5353
2	0,0156	0,0013	0,0130	0,4800	1	0,5619
1	0,0135	0,0033	0,0103	0,4713	1	0,6030
0,5	0,0111	0,0072	0,0075	0,4590	1	0,6735
0,2	0,0079	0,0163	0,0046	0,4545	1	0,8182
0,1	0,0059	0,0254	0,0033	0,4597	1	0,9475
0,05	0,0044	0,0339	0,0027	0,4686	1	1,0623

1. При $R = \infty$ в соответствии с (11) $f = 0$ при $t < a$ и $t < b$, т.е. весь оптимальный сигнал сосредоточен на участке a, b . В этом случае $\tilde{H}_x = 0$, $\tilde{H}_b = \tilde{H}_R = H_0$ и \tilde{f} оказывается симметричной.

Зависимость H_0 от α для этого случая приведена на рис. 1. При $\alpha \rightarrow 0$, $H_0 \rightarrow 1$. Это следует и из общих соображений. При $\alpha = 0.25$ примерно 50% энергии сигнала уходит за пределы граничной частоты, при $\alpha = 0.5$ — около 20%, при $\alpha = 1$ — около 2%, при 1.5 — около 0.1%, при 2 — около 1/200%. Дальше H_0 уменьшается быстрее чем в 400 раз при увеличении α на единицу. При не оптимальном сигнале за граничную частоту будет уходить больше энергии. Случай с $\tilde{H}_x = 0$ был уже рассмотрен с помощью мало распространённых удлинённых волновых функций в работе [3] и там же приведены значения H_0 для $\alpha = \frac{1}{4\pi}$; $\frac{1}{2\pi}$; $\frac{1}{\pi}$; $\frac{2}{\pi}$. Они согласуются с рис. 1. Приблизительно \tilde{f} для этого случая может быть представлена с помощью так называемого «окна Кайзера» [4].

2. При R конечном сигнал не кончается в момент b , $\tilde{H}_x \neq 0$ и величина \tilde{H}_b уменьшается с увеличением \tilde{H}_x . Результаты расчета приведены на рис. 2. В этом случае оказалось удобным по оси абсцисс откладывать величину \tilde{H}_x/H_0 , а по оси ординат \tilde{H}_b/H_0 . На рисунке приводятся кривые для значений $\alpha = 0.25$; 0.5; 1. Для значений $\alpha = 1.5$ и 2, чтобы не усложнять рисунок, приводятся отдельные точки.

Как видно из рис. 2, наличие даже небольшого «хвоста» может существенно уменьшить \tilde{H}_b . Так, при $\alpha = 1$ и $\tilde{H}_x = 0.04$, а также при $\alpha = 2$ и $\tilde{H}_x = 10^{-4}$ величина \tilde{H}_b составляет примерно 1/8 от H_0 .

Может показаться, что пропуская оптимальный сигнал через фильтр, обладающий затуханием на частотах, больших чем Ω , мы уменьшим H_b и получим сигнал лучше чем оптимальный. Это не так. При таком фильтре должно возрасти H_x , и H_b не будет меньше, чем у оптимального сигнала при этом новом \tilde{H}_x .

Таблица 4. Параметры сигналов при $a = -0,75T_r$, $b = 0,75T_r$, $\alpha = 1,5$

R	H_R	H_x	H_b	X_{-2}	X_{-1}	X_0	X_1	X_2
∞	1109×10^{-6}	0	1109×10^{-6}	0,1219	0,7131	1	0,7131	0,1219
5	1101×10^{-6}	17×10^{-6}	928×10^{-6}	0,1182	0,7025	1	0,7253	0,1255
2	905×10^{-6}	75×10^{-6}	755×10^{-6}	0,1137	0,6913	1	0,7420	0,1298
1	784×10^{-6}	195×10^{-6}	588×10^{-6}	0,1076	0,6796	1	0,7666	0,1355
0,5	641×10^{-6}	427×10^{-6}	427×10^{-6}	0,0988	0,6675	1	0,8059	0,1440
0,2	453×10^{-6}	939×10^{-6}	265×10^{-6}	0,0839	0,6540	1	0,8777	0,1613
0,1	337×10^{-6}	1468×10^{-6}	190×10^{-6}	0,0728	0,6436	1	0,9342	0,1824
0,05	249×10^{-6}	2163×10^{-6}	141×10^{-6}	0,0638	0,6274	1	0,9800	0,2163

При расчетах в ряде (15) бралось до 9 членов — большего количества брать было нецелесообразно, так как это приводило лишь к незначительному уменьшению \tilde{H}_b , меньшему, чем точность расчета. Чтобы получить сигнал, у которого \tilde{H}_b всего лишь на несколько процентов больше чем у оптимального, оказалось достаточно при $\alpha \leq 1$ трех членов ряда (15), для $\alpha = 1,5$ — пяти и для $\alpha = 2$ — семи членов. Эта зависимость станет понятной, если учесть, что при выбранном у нас $\theta = (2/3)\pi$ члены ряда (15) сдвинуты друг относительно друга на $T_r/3$.

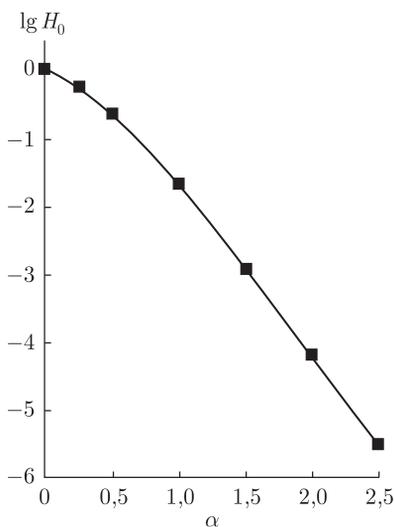


Рис. 1

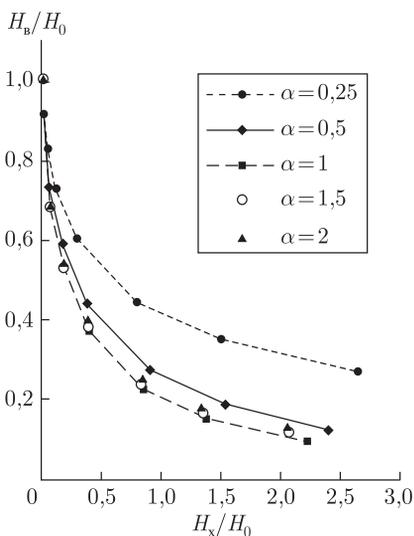


Рис. 2

Таблица 5. Параметры сигналов при $a = -T_r$, $b = T_r$, $\alpha = 2$

R	H_R	H_x	H_B	X_{-3}	X_{-2}	X_{-1}	X_0	X_1	X_2	X_3
∞	57×10^{-6}	0	57×10^{-6}	0,0141	0,2550	0,7242	1	0,7242	0,2550	0,0141
5	52×10^{-6}	1×10^{-6}	48×10^{-6}	0,0139	0,2501	0,7195	1	0,7330	0,2596	0,0151
2	47×10^{-6}	4×10^{-6}	39×10^{-6}	0,0132	0,2429	0,7110	1	0,7445	0,2668	0,0164
1	41×10^{-6}	10×10^{-6}	31×10^{-6}	0,0125	0,2344	0,7017	1	0,7597	0,2758	0,0181
0,5	33×10^{-6}	22×10^{-6}	23×10^{-6}	0,0120	0,2228	0,6908	1	0,7826	0,2889	0,0207
0,2	24×10^{-6}	48×10^{-6}	14×10^{-6}	0,0115	0,2024	0,6720	1	0,8251	0,3157	0,0254
0,1	17×10^{-6}	74×10^{-6}	10×10^{-6}	0,0111	0,1890	0,6562	1	0,8536	0,3400	0,0280
0,05	13×10^{-6}	114×10^{-6}	7×10^{-6}	0,0099	0,1749	0,6302	1	0,8798	0,3760	0,0293

В таблицах 1–5 приведены параметры сигналов, близких к оптимальному. Эти параметры были получены методом, изложенным в приложении. Как можно показать, полученные при этом значения H_B несколько превосходят истинные величины, однако они отличаются от \tilde{H}_B всего на несколько процентов.

На рис. 3 приведен пример оптимального сигнала для параметров $\alpha = 0,5$, $R = \infty$. Для него $H_x = 0$, $H_B = 0,2167$. На рис. 4 пример оптимального сигнала для $\alpha = 0,5$, $R = 0,5$. Для него $H_x = 0,0770$, $H_B = 0,1015$.

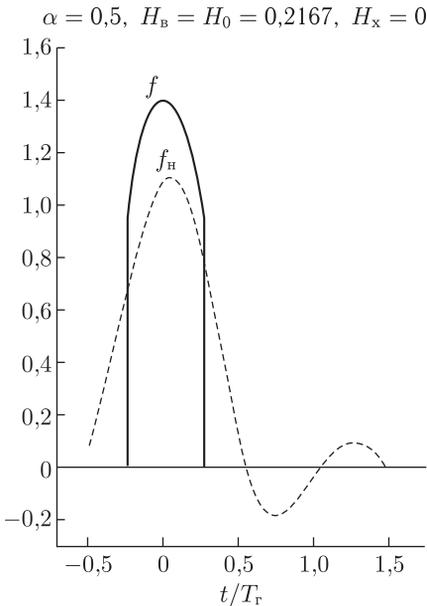


Рис. 3

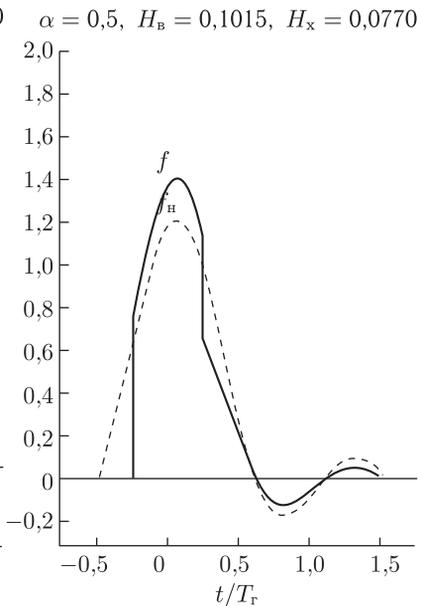


Рис. 4

Полученные результаты можно использовать для выяснения, насколько сигналы в конкретных системах близки к оптимальным и насколько в них теоретически можно уменьшить энергию вредного спектра.

Приложение

Найдем минимум выражения

$$V = \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{nm} x_n x_m}{\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{nm} x_n x_m} \quad (\text{П.1})$$

методом последовательных приближений. Будем менять только x_i , оставляя остальные x_k постоянными. Выражение (П.1) может быть записано в виде

$$V = \frac{a_2 + 2a_1 x_i + a_0 x_i^2}{b_2 + 2b_1 x_i + b_0 x_i^2},$$

где

$$\begin{aligned} a_2 &= \sum_{n \neq i} \sum_{m \neq i} A_{nm} x_n x_m; & a_1 &= \sum_{n \neq i} A_{ni} x_n; & a_0 &= A_{ii}; \\ b_2 &= \sum_{n \neq i} \sum_{m \neq i} B_{nm} x_n x_m; & b_1 &= \sum_{m \neq i} B_{ni} x_n; & b_0 &= B_{ii}. \end{aligned}$$

Здесь $\sum_{n \neq i}$ обозначает суммирование по всем n , кроме $n = i$. Аналогично $\sum_{m \neq i}$. Таким образом, слагаемые с $n = i$ и $m = i$ при суммировании пропускаются и поэтому величины a_2 , a_1 , a_0 , b_2 , b_1 , b_0 не меняются при изменении x_i .

Приравняв нулю производную V по x_i , находим значения x_i , дающие минимум V при изменении x_i и постоянных x_k при $k \neq i$. Нахождение x_i сводится при этом, как легко показать, к решению квадратного уравнения.

На основании сказанного, отыскание x_i , соответствующих минимуму V , и величины этого минимума сводилось к тому, что находились описанным методом по очереди x_i , дающие минимум V . При этом V каждый раз уменьшалось. Процедура проводилась до тех пор, пока x_i и V не перестали меняться. Очевидно, полученное значение V является минимальным, а значения x_i — соответствующими этому минимуму.

Порядок выбора i был следующий. Бралось $a = -b$, $x_0 = 1$, остальные $x_i = 0$. Затем брались i в следующем порядке: $i = 1, -1, 1, -1, 1, \dots$, пока V перестало уменьшаться. После этого брались $i = 2, -2, 1, -1, 2, -2, 1, -1, 2, \dots$ до тех пор, пока V снова не перестало уменьшаться. Затем брались $i = 3, -3, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 1, \dots$ т. д. Эта

процедура продолжалась до тех пор, пока увеличение i уменьшало V . Полученное значение V является минимально возможным.

Следует отметить, что порядок выбора i не влияет на конечный результат.

Если бы выражение (П.1) могло иметь несколько минимумов с различными значениями, то мы могли бы при принятой процедуре прийти не к наименьшему минимуму. Однако в случае, когда знаменатель выражения (П.1) при любых, не равных одновременно нулю, x_n положителен, что у нас имеет место, то, как можно показать, все минимальные значения выражения (П.1) должны равняться между собой.

Список литературы

1. *Возенкрафт Дж., Джекобс И.* Теоретические основы техники связи. М.: Мир, 1969.
2. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979.
3. *Landau H. J., Pollac H. O.* // The Bell System Technical Journal. 1961. V. 40. № 1.
4. *Голд В., Райзер Н.* Цифровая обработка сигналов. М.: Сов. радио, 1973.

*Поступила
в редакцию 30.01.96 г.*

ИМПУЛЬСЫ С НАИМЕНЬШЕЙ ЭНЕРГИЕЙ В СПЕКТРЕ ЗА ПРЕДЕЛАМИ ЗАДАННОЙ ПОЛОСЫ

В. А. Котельников

Радиотехника и электроника, 1997, т. 42, № 4, с. 436–441

Рассмотрены импульсы, имеющие в спектре за пределами заданной полосы частот теоретически возможную наименьшую энергию. Даны методы расчета формы таких импульсов и их параметров. Полученные результаты позволяют оценить, насколько импульсы в конкретных системах близки к оптимальным и есть ли возможность существенно уменьшить энергию их спектра за пределами заданной полосы.

1. Постановка задачи

Рассмотрим импульсы, имеющие вид, изображенный на рис. 1 и состоящие из *полезной* части на участке a, b , используемой для анализа сигнала при приеме, и «хвостов» a', a и b, b' . Если эти хвосты достаточно малы, то на них могут быть наложены другие импульсы без сильного искажения. Таким образом, они не будут отнимать на себя время, но могут иногда, как будет показано ниже, существенно улучшить спектр.

Для упрощения импульсы будем рассматривать без высокочастотного заполнения, к нему можно перейти, пользуясь свойствами модулированных колебаний.

Введем ряд обозначений. *Энергию полезного участка* импульса обозначим через

$$W_{\text{п}} = \int_a^b f^2 dt \quad (1)$$

и *энергию хвостов* импульса — через

$$W_{\text{х}} = \int_{a'}^a f^2 dt + \int_b^{b'} f^2 dt. \quad (2)$$

Здесь через f обозначена функция времени t , изображающая импульс.

В рассматриваемом случае

$$f = 0 \text{ при } t < a' \text{ и } t > b'. \quad (3)$$

Как известно [1], такой импульс имеет спектр, простирающийся до бесконечности, если значения a' и b' конечны.

Энергию спектра импульса за пределами заданной полосы $(-\Omega, \Omega)$ будем обозначать $W_{\text{в}}$ и называть *вредной*, поскольку она может вызывать помехи, тут $\Omega = 2\pi/T$ — угловая *граничная частота*, T — *период граничной частоты*.

В данной работе рассмотрен метод отыскания импульса, у которого при заданной частоте Ω , продолжительности хвостов и полезного участка, а также отношении

$$h_x = W_x/W_{\text{п}} \quad (4)$$

величина

$$h_{\text{в}} = W_{\text{в}}/W_{\text{п}} \quad (5)$$

будет наименьшей. Такой импульс будем называть *оптимальным* для данного h_x .

2. Теория

В дальнейшем будем считать, что величины a' , a , b , b' и Ω заданы. Обозначим

$$h_R = h_{\text{в}} + R h_x, \quad (6)$$

где $R \geq 0$ — некоторый параметр.

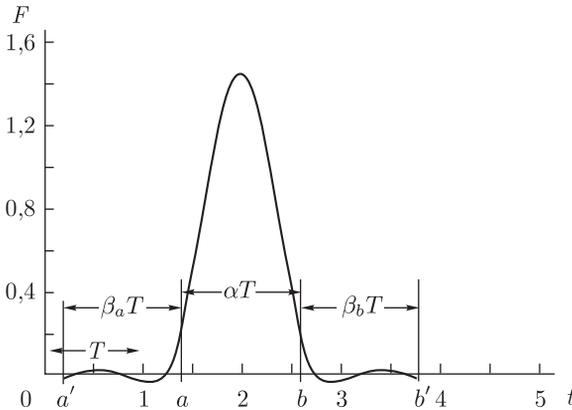


Рис. 1. Оптимальный импульс с параметрами $\alpha = \beta_a = \beta_b = 1,2$. Полезный участок a, b , хвосты $a', a; b, b'$; $T = 2\pi/\Omega$ — период граничной частоты,

$$H_x = 2,775 \times 10^{-3}, H_{\text{в}} = 1,231 \times 10^{-3}$$

Как легко показать, всегда $h_R \geq 0$, поэтому параметр h_R должен иметь наименьшее значение. Пусть это значение при заданном R получается при $f = F$ и равно H_R . Значения h_b, h_x при этом обозначим через H_b, H_x .

Поскольку по условию

$$h_b + Rh_x = h_R \geq H_R = H_b + RH_x,$$

очевидно, что при f , для которых $h_x = H_x$, всегда $h_b \geq H_b$, причем равенство справедливо при $f = F$. Таким образом H_b является наименьшей величиной h_b при $h_x = H_x$. Это доказывает следующую лемму.

Лемма. *Функция $f = F$, отвечающая наименьшему значению h_R при заданном R , соответствует оптимальному импульсу для H_x .*

Аналогично можно доказать, что при оптимальном импульсе и выборе такого значения f , при котором $h_b = H_b$, наименьшее значение $h_x = H_x$.

Докажем следующую теорему.

Теорема. *Импульс на рис. 1 будет оптимальным, если соответствующая ему функция $f = F$ удовлетворяет следующим условиям: на участках $(-\infty, a')$, (b', ∞) $F = 0$ по условию (3), на участках (a', a) , (b, b')*

$$F = \frac{1}{1+R} F_n, \tag{7}$$

на участке (a, b)

$$F = (1+V)F_n, \tag{8}$$

F_n — функция, спектр которой лежит в пределах $(-\Omega, \Omega)$, обеспечивающая при заданном R наименьшую величину выражения

$$V = \frac{\int_{-\infty}^{a'} F_n^2 dt + \frac{R}{1+R} \left(\int_{a'}^a F_n^2 dt + \int_b^{b'} F_n^2 dt \right) + \int_{b'}^{\infty} F_n^2 dt}{\int_a^b F_n^2 dt}. \tag{9}$$

Доказательство. В соответствии с леммой для доказательства теоремы необходимо найти условия для функции f , при которой h_R имеет наименьшую величину.

Введем понятие *низкочастотной части функции f* и будем понимать под ней

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} G(\omega) \exp(i\omega t) dt,$$

где

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f \exp(-i\omega t) dt$$

— спектр функции f . Таким образом, f_n получаем из f путем отбрасывания составляющих с частотами по модулю, большими, чем Ω . Функция f_n всегда непрерывна и простирается от $-\infty$ до ∞ .

Очевидно, что

$$W_b = \int_{a'}^{b'} f^2 dt - \int_{-\infty}^{\infty} f_n^2 dt. \quad (10)$$

Теперь в соответствии с (1), (2), (4)–(6), (10), можно записать

$$h_R = \frac{\int_{a'}^{b'} f^2 dt - \int_{-\infty}^{\infty} f_n^2 dt + R \left(\int_{a'}^a f^2 dt + \int_b^{b'} f^2 dt \right)}{\int_a^b f^2 dt}. \quad (11)$$

Подставим в это выражение

$$f = F + \mu\varphi \quad \text{и} \quad f_n = F_n + \mu\varphi_n, \quad (12)$$

где $\mu > 0$ — малая постоянная, φ — произвольная функция, удовлетворяющая условию

$$\varphi = 0 \quad \text{при} \quad t < a' \quad \text{и} \quad t > b', \quad (13)$$

φ_n, F_n, f_n — низкочастотные части φ, F, f .

Разлагая полученное выражение по степеням μ и отбрасывая члены, содержащие μ во второй и более высоких степенях, получим

$$h_R = \frac{A}{B} \left[1 + \frac{2\mu}{A} \left(\int_{a'}^{b'} F\varphi dt - \int_{-\infty}^{\infty} F_n\varphi_n dt + R \int_{a'}^a F\varphi dt + R \int_b^{b'} F\varphi dt - \frac{A}{B} \int_a^b F\varphi dt \right) \right], \quad (14)$$

где A — числитель выражения (11) при $f = F$; B — знаменатель.

Для того чтобы избавиться от φ_n , преобразуем второй интеграл в (14). В соответствии с теоремой Парсевала (см. приложение 1), принимая во внимание, что F_n имеет спектр в пределах $(-\Omega, \Omega)$ и

функция φ удовлетворяет условию (13), получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_{\text{н}} \varphi_{\text{н}} dt = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\text{н}} \varphi dt = \int_{a'}^{b'} F_{\text{н}} \varphi dt.$$

Далее, разбивая интервалы интегрирования на участки (a', a) , (a, b) , (b, b') , компоуя их и учитывая, что $A/B = H_R$, находим

$$h_R = H_R \left\{ 1 + \frac{2\mu}{A} \left[\int_{a'}^a (F - F_{\text{н}} + RF) \varphi dt + \int_a^b (F - F_{\text{н}} - H_R F) \varphi dt + \int_b^{b'} (F - F_{\text{н}} + RF) \varphi dt \right] \right\}.$$

Если здесь выражения в скобках под интегралами не равны нулю на участках интегрирования, то всегда можно выбрать такое значение φ , что интегралы будут отрицательными и $h_R < H_R$, а это противоречит условию: $H_R \leq h_R$. Таким образом, F должно удовлетворять следующим условиям:

$$\text{на участках } (a', a), (b, b') \quad F = \frac{1}{1+R} F_{\text{н}}, \quad (15)$$

$$\text{на участке } (a, b) \quad F = \frac{1}{1-H_R} F_{\text{н}}. \quad (16)$$

Отметим, что условия (15) и (16) будут справедливы не только при минимуме h_R , но и при максимуме и других экстремумах этой величины.

Значения H_R можно найти, подставив F и $F_{\text{н}}$ в (11) вместо f и $f_{\text{н}}$ и далее, заменив F при помощи (15) и (16). При этом получим

$$\frac{H_R}{1-H_R} = \frac{\int_{-\infty}^{a'} F_{\text{н}}^2 dt + \frac{R}{1+R} \left(\int_{a'}^a F_{\text{н}}^2 dt + \int_b^{b'} F_{\text{н}}^2 dt \right) + \int_{b'}^{\infty} F_{\text{н}}^2 dt}{\int_a^b F_{\text{н}}^2 dt} = V. \quad (17)$$

Отсюда

$$H_R = \frac{V}{1+V}. \quad (18)$$

Равенства (16) и (18) доказывают справедливость условия (8) теоремы, равенство (15), правильность (7).

Для того чтобы функция F соответствовала оптимальному импульсу согласно лемме, значение H_R должно быть наименьшим. Поэтому,

учитывая (18), функцию F необходимо выбирать так, чтобы значение V было минимальным.

При доказательстве принимали, что $F_{\text{н}}$ является низкочастотной частью F . Это будет так, если $F - F_{\text{н}}$ не содержит составляющих в полосе $(-\Omega, \Omega)$. Поэтому в соответствии с теоремой Парсеваля

$$\int_{-\infty}^{\infty} (F - F_{\text{н}}) \frac{\sin(\Omega t - k\theta)}{\Omega t - k\theta} dt = 0 \quad (19)$$

при любых постоянных k и θ , поскольку $\frac{\sin(\Omega t - k\theta)}{\Omega t - k\theta}$ имеет составляющие только в этой полосе.

Покажем справедливость равенства (19) при соблюдении условий (7)–(9). Функция $F_{\text{н}}$, как имеющая спектр в пределах $(-\Omega, \Omega)$, всегда может быть представлена рядом

$$F_{\text{н}} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \frac{\sin(\Omega t - k\theta)}{\Omega t - k\theta}, \quad (20)$$

где k — целое число, $\theta \leq \pi$ — постоянная величина. Поэтому

$$\frac{\partial F_{\text{н}}}{\partial x_k} = \frac{\sin(\Omega t - k\theta)}{\Omega t - k\theta}$$

и, следовательно, равенство (19) можно переписать так:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (F - F_{\text{н}}) \frac{\partial F_{\text{н}}}{\partial x_k} dt = 0.$$

Выражая при этом F через $F_{\text{н}}$ при помощи (7) и (8) и принимая во внимание

$$\int F_{\text{н}} \frac{\partial F_{\text{н}}}{\partial x_k} dt = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_k} \int F_{\text{н}}^2 dt,$$

а также учитывая, что величина V соответствует экстремуму и поэтому может быть принята как постоянная, получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} (F - F_{\text{н}}) \frac{\partial F_{\text{н}}}{\partial x_k} dt = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[- \int_{-\infty}^{a'} F_{\text{н}}^2 dt - \right. \\ \left. - \frac{R}{1+R} \left(\int_{a'}^a F_{\text{н}}^2 dt + \int_b^{b'} F_{\text{н}}^2 dt \right) - \int_{b'}^{\infty} F_{\text{н}}^2 dt + V \int_a^b F_{\text{н}}^2 dt \right]. \quad (21)$$

Сравнивая (21) с (9), видим, что сумма первых трех слагаемых в квадратных скобках равна $-V \int_a^b F_H^2 dt$. Отсюда следует, что правая часть (21) равна нулю. Это доказывает равенство (19) и то, что любая функция F_H , выражаемая рядом (20), при соблюдении условий (7)–(9) будет низкочастотной частью F .

Таким образом, все положения теоремы доказаны.

Перейдем к отысканию значения F_H , при котором будет обеспечено наименьшее значение выражения (10) для V . Для этого раскроем интегралы, входящие в это выражение. Возьмем интеграл

$$\int_u^{u'} f_H^2 dt = \int_u^{u'} \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \frac{\sin(\Omega t - k\theta)}{\Omega t - k\theta} \right)^2 dt = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [E_{l,m}(u') - E_{l,m}(u)] x_l x_m, \quad (22)$$

где

$$E_{l,m}(u) = \int_{-\infty}^u \frac{\sin(\Omega t - l\theta) \sin(\Omega t - m\theta)}{(\Omega t - l\theta)(\Omega t - m\theta)} dt.$$

Проведя интегрирование, при $l \neq m$ получим

$$E_{l,m}(u) = \frac{\cos[(l-m)\theta]}{2\Omega(l-m)\theta} [\text{Cin}(2\Omega u - 2l\theta) - \text{Cin}(2\Omega u - 2m\theta)] + \frac{\sin[(l-m)\theta]}{2\Omega(l-m)\theta} [\text{Si}(2\Omega u - 2l\theta) + \text{Si}(2\Omega u - 2m\theta) + \pi] \quad (23)$$

и

$$E_{m,m}(u) = \frac{1}{\Omega} \left[\frac{\cos(2\Omega u - 2m\theta) - 1}{2\Omega u - 2m\theta} + \text{Si}(2\Omega u - 2m\theta) + \frac{\pi}{2} \right].$$

Переходя к пределу, для $u = \infty$ при $l \neq m$ получим

$$E_{l,m}(\infty) = \frac{\pi \sin[(l-m)\theta]}{\Omega(l-m)\theta}$$

и

$$E_{m,m}(\infty) = \pi/\Omega.$$

Здесь использованы общепринятые обозначения:

$$\text{Cin}(z) = \int_0^z \frac{1 - \cos y}{y} dy, \quad \text{Si}(z) = \int_0^z \frac{\sin y}{y} dy.$$

Для этих функций имеются формулы и таблицы [2], они легко вычисляются при помощи ЭВМ.

Подставляя значения интегралов в выражение (9) для V и учитывая (22), получим

$$V = \frac{\sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{l,m} x_l x_m}{\sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{l,m} x_l x_m}, \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} A_{l,m} = & E_{l,m}(a') + \frac{R}{1+R} [E_{l,m}(a) - E_{l,m}(a') + E_{l,m}(b') - E_{l,m}(b)] + \\ & + E_{l,m}(\infty) - E_{l,m}(b') = \frac{1}{1+R} [E_{l,m}(a') - E_{l,m}(b')] + \\ & + \frac{R}{1+R} [E_{l,m}(a) - E_{l,m}(b)] + E_{l,m}(\infty), \end{aligned} \quad (25)$$

и

$$B_{l,m} = E_{l,m}(b) - E_{l,m}(a). \quad (26)$$

Задавая Ω , a' , a , b , b' и различными R , можно отыскать при помощи (24) значения x_k , дающие наименьшее V . По этим x_k при помощи (4) и (5) можно получить значения H_x , H_b и определить зависимость между ними.

Выражение для наименьшего V и других параметров оптимальных импульсов получить в общем виде через известные функции не удалось. Поэтому x_k рассчитывали по методу, аналогичному описанному в Приложении [3].

3. Результаты расчетов

Как видно из (23) и (24), x_k и, следовательно, f , V , H_x , H_b будут зависеть от R , а также от $\Omega a'$, Ωa , Ωb , $\Omega b'$. При учете, что они не должны зависеть от выбора начала отсчета времени, указанные величины будут определяться разностями

$$\begin{aligned} \Omega a - \Omega a' &= \frac{2\pi}{T}(a - a') = 2\pi\beta_a, \\ \Omega b - \Omega a &= \frac{2\pi}{T}(b - a) = 2\pi\alpha, \\ \Omega b' - \Omega b &= \frac{2\pi}{T}(b' - b) = 2\pi\beta_b. \end{aligned}$$

Здесь

$$\beta_a = \frac{a - a'}{T}, \quad \alpha = \frac{b - a}{T}, \quad \beta_b = \frac{b' - b}{T}.$$

Результаты численных расчетов приведены на рис. 2, а, б соответственно для $\beta_b = \infty$ и $\beta_b = \beta_a$. На рисунках по осям отложены десятичные логарифмы H_x и H_b . Таким образом, одно деление соответствует 10 дБ.

Кривые зависимостей для различных α представлены в виде отдельных пучков. Чем больше значение α , тем ниже проходит пучок. Каждый пучок состоит из кривых для различных β_a . При более длинном переднем хвосте и большем β_a кривые проходят ниже.

Когда $H_x \rightarrow 0$, кривые асимптотически приближаются к значению $H_b = H_0$, которое соответствует $H_x = 0$ при данном α , т. е. к случаю, когда нет хвостов. Зависимость $\lg H_0$ от α приведена на рис. 3. Этот случай, как видно из (7), соответствует $R = \infty$.

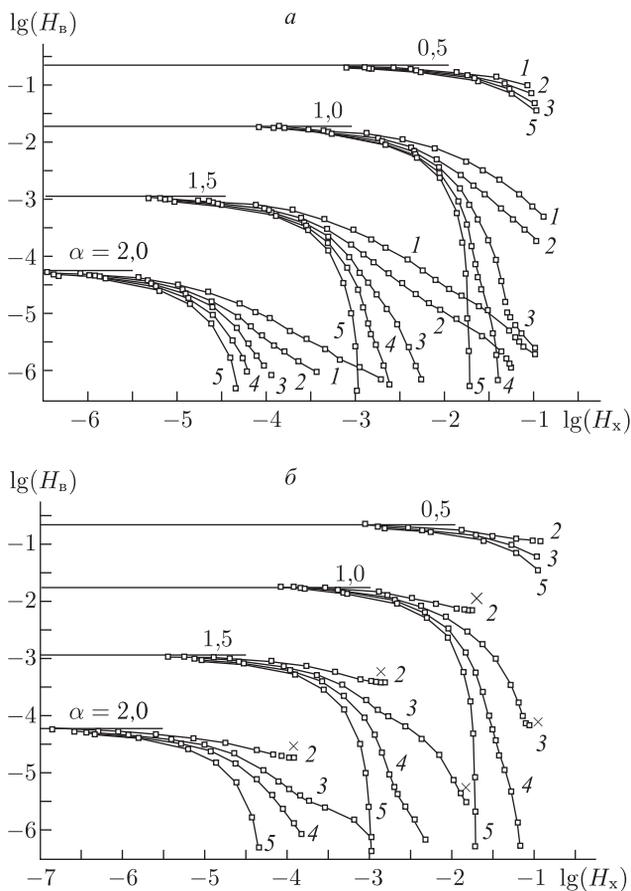


Рис. 2. Зависимость $\lg H_b$ от $\lg H_x$ при $\beta_b = \infty$ (а) и $\beta_b = \beta_a$ (б). $\beta_a = 0; 0.1; 0.5; 2; \infty$

При уменьшении R и сохранении других параметров постоянными величина H_b уменьшается, а H_x увеличивается. Расчеты проводили для значений $R = \infty; 10; 5; 2; 1; 0.5; 0.2; \dots$ и до тех пор, пока результаты не выходили за пределы рисунка или до $R = 0$. Последние случаи отмечены знаком \times . Значения $R < 0$ не имеют смысла, при них H_b увеличивается с ростом H_x .

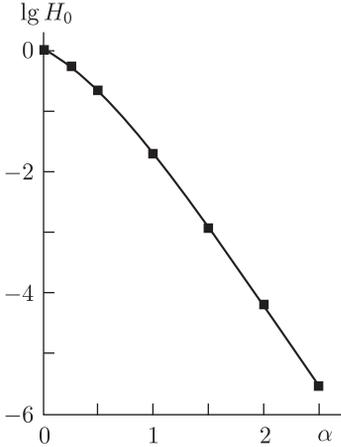


Рис. 3. Зависимость $\lg H_0$ от α , где $H_0 = H_b$ при $\beta_a = \beta_b = 0$

На рис. 2 приведены также кривые для $\beta_a = \beta_b = \infty$. Такой случай практически не осуществим, так как импульс при этом надо начинать в $-\infty$. Однако его можно рассматривать как предельный: он дает наименьшее значение H_b при заданных α и H_x . Зависимость H_b от H_x для этого случая может быть выражена, как показано в приложении 2, формулой

$$H_b \left[\sqrt{H_0} - \sqrt{(1 - H_0)H_x} \right]^2, \quad (27)$$

где H_0 — значение H_b при заданном α и $\beta_a = \beta_b = 0$.

Как видно из формулы (27), при

$$H_x = \frac{H_0}{1 - H_0}$$

значение H_b становится равным нулю. В этом случае $R = V = 0$ (см. приложение 2) и F в соответствии с (7) и (8) становится равным F_n на всем участке t от $-\infty$ до ∞ .

Расчеты показали, что при параметрах рис. 2 в полосе частот $(\Omega, 2\Omega)$, т. е. в соседнем канале, лежит примерно $3/4$ энергии всего вредного спектра. При малых H_b эта доля еще больше увеличивается.

На рис. 1 приведен пример оптимального импульса при $\alpha = \beta_a = \beta_b = 1, 2$, а на рис. 4 — его спектр.

Расчеты проводили при числе членов в (20), равном 9. Увеличение числа членов при $\alpha \leq 2$ на результат практически не сказывалось. За нулевой отсчет времени выбрана середина полезного участка. Для улучшения сходимости принимали $\theta = 2\pi/3$.

Ранее были рассмотрены отдельные частные случаи импульсов. Случаи $\beta_a = \beta_b = 0$ и $\beta_a = 0, \beta_b = \infty$ описаны в [3], случаи $\beta_a = \beta_b = 0$ и $\beta_a = \beta_b = \infty$ в [4].

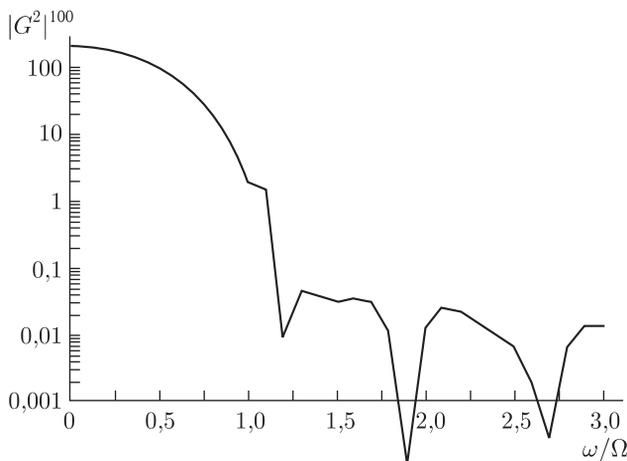


Рис. 4. Спектр оптимального импульса с параметрами $\alpha = \beta_a = \beta_b = 1, 2$

Приложение 1

По теореме Парсевалья

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)f_2^*(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g_1(\omega)g_2^*(\omega)d\omega,$$

где

$$g_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) \exp(-i\omega t)dt,$$

$$g_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(t) \exp(-i\omega t)dt.$$

Значком * отмечена комплексно-сопряженная величина.

Теорема легко доказывается для периодических функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ с последующим переходом к бесконечному периоду.

Приложение 2

Выведем зависимость H_b от H_x для частного случая $a' = -\infty, b' = \infty$, т. е. для случая, когда оба хвоста уходят в бесконечность.

На основании (1), (2), (4), (5), (9), (10) для этого случая имеем

$$H_B = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} F^2 dt - \int_{-\infty}^{\infty} F_H^2 dt}{\int_a^b F^2 dt}, \quad H_x = \frac{\int_{-\infty}^a F^2 dt + \int_b^{\infty} F^2 dt}{\int_a^b F^2 dt},$$

$$V = \frac{\frac{R}{1+R} \left(\int_{-\infty}^a F_H^2 dt + \int_b^{\infty} F_H^2 dt \right)}{\int_a^b F_H^2 dt}.$$

Выражая F через F_H при помощи уравнений (7), (8) и вводя параметр

$$e = \frac{\int_{-\infty}^a F_H^2 dt + \int_b^{\infty} F_H^2 dt}{\int_a^b F_H^2 dt}$$

получим

$$H_B = \frac{1}{(1+R)^2} - 1 + \frac{(1+V)^2 - 1}{(1+V)^2} e, \quad (\text{П.1})$$

$$H_x = \frac{e}{(1+R)^2(1+V)^2}, \quad (\text{П.2})$$

$$V = \frac{R}{1+R} e. \quad (\text{П.3})$$

Исключим из этих уравнений V и R . При этом из (П.3) получаем

$$R = \frac{V}{e - V}.$$

Подставляя в (П.2) полученное выражение, имеем

$$H_x = \frac{(e - V)^2}{e(1 + V)^2}.$$

Решая это уравнение, получим

$$V = \frac{e \mp \sqrt{eH_x}}{1 \pm \sqrt{eH_x}}, \quad 1 + V = \frac{1 + e}{1 \pm \sqrt{eH_x}}, \quad 1 + R = \frac{e(1 \pm \sqrt{eH_x})}{(e + 1)\sqrt{eH_x}}. \quad (\text{П.4})$$

Подставляя эти значения в (П.1), имеем

$$H_B = \frac{e}{1+e} + \frac{H_x}{1+e} \mp 2\sqrt{\frac{e}{1+e} \frac{H_x}{1+e}} = \left(\sqrt{\frac{e}{1+e}} - \sqrt{\frac{H_x}{1+e}} \right)^2. \quad (\text{П.5})$$

Здесь взят верхний знак, так как нам нужно меньшее значение.

При $H_x = 0$ получим $H_B = H_0 = \frac{e}{1+e}$. Таким образом, имеем

$$H_B = \left(\sqrt{H_0} - \sqrt{(1-H_0)H_x} \right)^2.$$

Очевидно, что если $H_x = \frac{H_0}{1-H_0} = e$, то $H_B = 0$. Это соответствует случаю, когда согласно (П.4) выбирая верхний знак, имеем $R = V = 0$ и, следовательно, в соответствии с (7) и (8) $F = F_H$ для всех t .

Список литературы

1. Розенкрофт Д. Ж., Джекобс И. Теоретические основы техники связи. — М.: Мир, 1969.
2. Справочник по специальным функциям / Под ред. Абрамовича М. и Стиган И. М.: Наука, 1979.
3. Котельников В. А. // РЭ. 1996. Т. 41. № 7, с. 773.
4. Landau H. J., Pollak H. O. // Bell System Techn. J. 1961. V. 40. № 1. P. 65.

Поступила
в редакцию 28.10.96 г.

Часть II

ТЕОРИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ

Предисловие ко второму изданию

Перед вами, дорогие читатели, книга необычного происхождения, редкой судьбы и особой значимости. Ее автор — выдающийся ученый современности академик Владимир Александрович Котельников. Написанная более 50 лет назад и впервые изданная в 1956 г., прочитанная поколениями радистов, процитированная в ссылках к тысячам научных публикаций, — она даже для опытных специалистов содержит ряд идей, достойных дальнейшей разработки. Но главное в другом: это школа логического мышления в науке. И в этом ее непреходящая ценность, особенно для начинающих исследователей.

Теория потенциальной помехоустойчивости (ТПП) — это докторская диссертация В. А. Котельникова, завершенная в 1946 г. и защищенная в январе 1947 г. Один из авторов этих строк присутствовал на том заседании, будучи студентом 5 курса радиотехнического факультета, и...ничего не понял. Это не удивительно, как не очень удивительно и то, что никто в то время не понял *что* именно произошло. Многие чувствовали, что это значительно; что автор вычислил помехоустойчивость каких-то идеальных приемников; показал, что известные способы приема далеки от идеальных. Но что при этом делать — было не совсем ясно. А главное — было не очень понятно, как он это сделал? Ведь никаких схем приемников не было!

Диссертация изобиловала новыми понятиями и операциями, многомерными пространствами и очень четкими результатами расчетов, ибо весь анализ был доведен до инженерных формул и даже численных графиков, которыми мы пользуемся и сегодня.

Диссертацию приняли и одобрили. Она была опубликована в виде сокращенной монографии лишь через 10 лет в 1956 г. (правда, фрагменты появлялись и раньше). В редакторской аннотации было сказано, что «изложенный в ней материал может быть использован при анализе методов модуляции и радиоприема», что было, как мы теперь понимаем, очень далеким приближением к истине.

Затем произошел обвал. В течение десятилетий почти не было публикации по радиоприему сигналов, в которых отсутствовала бы ссылка на «теорию Котельникова». Такая ссылка стала признаком «высокого научного уровня» публикации. При этом иногда можно было прочесть о «теореме Котельникова», которая доказана в его теории потенциальной помехоустойчивости, хотя эта теорема не имеет прямого отношения к этой теории и в ней даже не упоминается.

Потом появились сходные публикации на Западе, особенно в США (где книга была переведена)¹⁾. Возникла великая идея корреляции как основного средства борьбы с помехами при выделении сообщений. Инженеры постепенно поняли, что «многомерные пространства», апостериорные вероятности и правдоподобия — это не просто абстрактные понятия, они воплощаются в реальных технических устройствах.

Далее количество ссылок на теорию постепенно затухало, хотя не прекращаются они и по сей день.

Молодые поколения исследователей часто только слышали о наличии книги, но никогда даже не держали ее в руках. Откуда же, если 50 лет назад было издано лишь 5000 экземпляров на фоне многотысячных тиражей других изданий? Последующее учебное изложение теории «замутило» ее исходную чистоту, исследовательский аппарат скрыт «наглядностью» геометрического толкования, а намеченные в теории идеи остались незамеченными.

Как объяснить эту необычную судьбу? Необходимо вспомнить, что ТПП появилась для научной общественности буквально на пустом месте. Она не была подготовлена предварительными авторскими публикациями, постепенно «подводящими» к цели. Автору ссылаться было не на кого. Поэтому в книге читатель не найдет библиографического списка.

Строгие критики отметят, что утверждение о «пустом месте» несомненно преувеличено. Конечно, уже к 30-м годам теория вероятностей и теория случайных процессов были хорошо разработаны и представлены в трудах Э. Бореля, А. А. Маркова, А. Н. Колмогорова и других ученых. Уже существовали теории оценки параметров Р. Фишера и Г. Крамера и теория проверки гипотез Дж. Неймана и Е. Пирсона. К началу 40-х годов знали теорию статистических решений А. Вальда.

Однако тогда эти работы не были широко известны среди специалистов в области передачи сигналов и носили отвлеченный математический характер. Даже простой перенос этих теорий на радиотехнические задачи был бы подвигом.

Предлагаемая читателям книга все объяснит специалистам. Однако для тех, кто не работает в области статистических подходов, следует пояснить, что в основе ТПП лежат два «кита»: теория Байеса о связи вероятностей причин и следствий, и разложение колебаний (сигналов, помех и их сумм) в ортогональные ряды. Появляющиеся при этом коэффициенты разложения и образуют «наглядные» многомерные пространства, в которых разыгрываются статистические события. Для тех, кто привык к чтению современных публикаций по оптимальному приему, следует обратить внимание на то, что В. А. Котельников применяет

¹⁾ Kotelnikov V. A. The theory of optimum noise immunity. — New York, Toronto, London: Me Graw Hill book Co., 1959. — 140 p.

Небезынтересно отметить, что ее название переведено как «Optimum noise immunity», в то время как верный перевод был бы «Maximum noise immunity».

«тривиальное» разложение в ряды Фурье по системе тригонометрических функций. Он не использует, как было уже сказано, разложение в физически более наглядный «ряд Котельникова». Это, по-видимому, диктовалось распространенным в те годы «спектральным подходом».

Не встретит читатель в книге и «теорему Байеса». Она появляется в работе просто как соотношение из теории вероятностей в виде формулы (3.6), которое предполагается известным читателям. Не употребляется и термин «апостериорная вероятность». Вместо него предлагается максимизировать выражение (3.8). Вся «история» начинается дальше.

Выше мы утверждали, что книга «Теория потенциальной помехоустойчивости» является школой научного мышления. Это система знаний, обладающая свойствами, которые в англоязычной литературе называют термином *selfcontaining*. Она начиналась с четкого описания («математического моделирования» в модной ныне терминологии) всех «действующих лиц» задачи: сообщений, сигналов и помех. Далее следует гл. 2 со скромным названием «Вспомогательный математический материал». Это явно несправедливо. Фактически это изящное и четкое представление всех понятий и операций, которыми будет пользоваться автор. Она завершается параграфом, который станет лейтмотивом изложения: «Геометрическое толкование полученных соотношений». Мы не установили, использовалось ли такое толкование где-либо раньше. Но в радиотехнике это было несомненно педагогическое и методическое открытие, которое прочно вошло во все последующие книги и учебники. Создавая удивительную наглядность результатов (если можно говорить о наглядности многомерного пространства), оно способствует более легкому пониманию и особенно запоминанию отнюдь не тривиальных результатов. Небезынтересно отметить, что автор пользовался геометрическими образами не для доказательства утверждений, а только для иллюстрации. Позднее это хорошее правило было отчасти забыто, и авторы начали доказывать геометрией (не учитывая, что «гео» — только трехмерная), что иногда приводило к курьезным результатам.

Читатели отметят универсальный охват ситуаций, рассмотренных в книге. В первых трех ее частях рассматриваются решения всех основных задач современной статистической радиотехники: передачи дискретных сообщений (задача распознавания), оценки параметров (автор называет ее «передача отдельных значений параметров») и фильтрации (автор называет ее «передача колебаний» — в смысле непрерывных сообщений). При этом поучительно заметить элементы нелогичности в существовавшем тогда мышлении. Так, все виды модуляции автор делит на прямые и интегральные. При этом в первую группу попадают амплитудная и, например, фазовая модуляция, во вторую входит частотная. Ныне модуляции классифицируют на линейные и нелинейные. При этом фазовая модуляция перейдет из класса прямых в класс нелинейных, что конечно логично с точки зрения оптимального приема.

Удивительной для читателей младшего поколения особенностью изложения является отсутствие в книге каких-либо структурных схем. Создается впечатление парадоксальной ситуации: определены правила, по которым действует идеальный приемник, выведены формулы для расчета показателей качества (вероятностей, дисперсий), построены численные графики, но где же сам приемник — остается неясным. Не следует считать, что это впечатление — результат вашей несообразительности. Современники ТПП испытывали то же чувство. Все дело (и необычность ТПП) в том, что автор не ставил задачи отыскания структур, реализующих идеальный приемник. Что это — оригинальность или «неумение»? Автор в шутку отвечал так: «Зачем же делать все? Надо оставить работу и для других». Действительно эти структуры были найдены, и ныне мы знаем большое разнообразие корреляционных устройств или устройств на согласованных или оптимальных фильтрах.

Итак, это старая, но вечно новая книга. Это школа мышления, позволяющая найти необычные подходы к решению задач, школа не просто знания, но понимания сложных явлений, школа умения изложить и пояснить новые результаты. Некоторые из разбросанных в ней «намёков» ждут своей разработки. Автор нашел симплексные сигналы, но не указал на другие возможности. Он детально проанализировал ситуации при флуктуационных гауссовых помехах, но не рассмотрел иные допустимые случаи. Он пренебрег искажениями, вносимыми в сигналы линиями передачи.

Многое из отмеченного рассмотрено следующими поколениями исследователей, в том числе учениками В. А. Котельникова.

Однако разве наука перестала быть неисчерпаемой?

Г. С. Ланцберг
Л. И. Филиппов

Предисловие к английскому переводу

THE THEORY OF OPTIMUM NOISE IMMUNITY ¹⁾

Paul E. Green, Jr. M. I. T. Lincoln Lab., USA

In 1947 V. A. Kotel'nikov, a communications engineer already well known for his work on sampling theorems for band-limited functions, published a doctoral dissertation that has proved to be one of the most important Soviet contributions to the statistical communications art. Because this work was virtually unknown outside the U.S.S.R. until quite recently, few Western scientists were aware that Dr. Kotel'nikov had developed a statistical analysis of communication problems (using what we now call decision theory techniques), which anticipated by several years much of the work by Western communication experts.

This book is a verbatim translation of THE THEORY OF POTENTIAL NOISE IMMUNITY, published in Moscow in 1956, and is essentially identical with the 1947 dissertation. Kotel'nikov's paper extensively analyzes the effects of additive gaussian noise on communication systems and determines what can be done at the receiving end to minimize them.

The author's approach is always that of a practical engineer. He invokes only the most elementary notions of probability theory; the steps in his analysis are easy to follow; and his primary intention is to establish the behavior of communications systems at a level that is of practical use to the engineer. The development is also notable for its lack of dependence on advanced mathematics. The reader who is passingly familiar with Fourier series, discrete and continuous probabilities and probability densities (simple, joint, and conditional), and the notion of statistical independence will have no trouble with the material.

Dr. Kotel'nikov made extensive use of geometric models of the signalling and detection process as operations on vectors in multi-dimensional space, an artifice that Shannon introduced later. The reader will find these geometric interpretations very helpful. The subject matter of almost every chapter is reviewed in terms of the geometric model at the end of the chapter.

When Dr. Kotel'nikov's paper first received limited circulation in Russia, the approach was startlingly new. Since that time, most of the major concepts in his work have been obtained independently in the West, although many of his results have yet to be worked out. Much of the

¹⁾ Из предисловия к английскому переводу книги McGraw-Hill, N.-Y., Toronto, London, 1959.

material has appeared in the professional literature, but has not previously been published in book form.

Both as an historical document and as a reference work, THE THEORY OF OPTIMUM NOISE IMMUNITY should prove extremely helpful to students and research workers involved in communication theory or the mathematical analysis of communication systems.

Vladimir Aleksandrovich Kotelnikov was born in 1908 in Kazan' and received his education in electrical engineering at the Molotov Power Engineering Institute in Moscow. He has been on the research and teaching staff of that institution since his graduation in 1931, and since 1947 has headed the Chair of Radio Engineering.

He has received two Stalin prizes and in 1953 was elected Academician, the highest rank in the U.S.S.R. Academy of Sciences. He is one of the three or four Soviet electronics engineers ever to have received this honor. He is a member of the Presidium of the Popov Society, the radio engineering and electronics professional society of the Soviet Union. Since 1954 Academician Kotel'nikov has been Director of the Institute of Radio Engineering and Electronics, a large research center of the Academy of Sciences.

Author's preface

This book is the author's doctoral dissertation, presented in January, 1947, before the academic council of the Molotov Energy Institute in Moscow. Despite the fact that many works devoted to noise immunity have appeared in the time that has elapsed since the writing of this dissertation, not all of the topics considered in it have as yet appeared in print. Considering the great interest shown in these matters, and also the number of references made to this work in the literature, the author has deemed it appropriate to publish it, without introducing any supplementary material. However, in preparing the manuscript for publication, it was somewhat condensed, at the expense of material of secondary interest. Moreover, Chapter 2, which contains auxiliary mathematical material, has been revised somewhat, to make it easier reading, and some of the material has been relegated to the appendices.

Explanatory note

The study of probability theory and its applications has had a long and illustrious history in Russia, beginning in the earliest days of the 18th century, and continuing in an unbroken line down to the present generation. In our time we have seen a realization that in many aspects of science, technology, and human behavior the element of randomness is so fundamental that often one can hardly define a meaningful problem, much less solve it, without using probability theory. During the rapid technological developments of the World War II period, the communication and detection arts underwent such a realization, and as would be expected,

statistical communication theory (or information theory) has occupied some of the best minds among mathematicians and engineers in the Soviet Union just as it has elsewhere.

One of the most important Soviet contributions, and one that was until recently virtually unknown outside the U.S.S.R., was the 1947 doctoral dissertation of V. A. Kotel'nikov, at that time a 40-year-old communications engineer, who had already in his younger days (1933) become well known for his work on sampling theorems for band-limited functions. Kotel'nikov's dissertation constituted an extensive analysis of the effects of additive gaussian noise on communication systems, and of what could be done at the receiver to minimize them. Unlike Shannon's information theory, he did not go extensively into the implications of a freedom to choose complicated transmitter signals.

Many Soviet contributions to the statistical communication art are fairly well known to us. Every student of these matters knows the names Khinchin and Kolmogorov as partners with Western mathematicians (notably Norbert Wiener) in the early development of spectral and filtering theories for random functions. Yet few of us have been aware that there existed in 1947 in this dissertation a statistical analysis of communication problems using what we now call decision theory techniques and anticipating by several years much of the work of Woodward, Davies, Siegert and others, with which we are more conversant.

This book is a verbatim translation of «The Theory of Potential Noise Immunity», published by the State Power Engineering Press in 1956. As the Author's Preface has just indicated, it is essentially identical to the 1947 dissertation. In preparing this English edition, no technical editing has been done other than the correction of misprints. The present volume thus retains the exact flavor of the original, allowing one to see from hindsight which of Kotel'nikov's many highly original ideas have been developed further and which have not.

By no means all of Kotel'nikov's results have since been obtained independently by others, and thus the volume should be of much more than just historical interest.

Perhaps the reader will be aided by the following few comments which should make the unfamiliar terminology a little easier to follow, and should clarify the relationship between this and other works in the communication theory field.

First of all there is the question of just what is meant by «noise immunity». As used here, it is a generic term with a different meaning for different situations. For Part II, the case in which communication takes place by transmitting one out of a finite number of possible signals the term refers to probability of no error. (Part II discusses what we would now call the «multiple-alternative decision» problem.) Part III treats the situation in which a continuum of transmitted signals is assumed (a parameter λ ranging over some interval taking the place of the previous discrete index of the possible signals); i. e., the problem of «parameter

estimation». Here a greater noise immunity refers to a decrease in mean square value of the error between the value of λ indicated by the receiver and that actually transmitted. And then when the author treats in Part IV the case of signalling using waveforms (the parameter now being replaced by a function of time in some time interval) an increased noise immunity refers to a decrease in the average noise power that additively corrupts the receiver output. In other words, the author is dealing with the mean-square error between the modulating signal entering the transmitter, and that reproduced by the receiver. Note that the author never says that noise immunity «is» one of these three things, but rather «is characterized by» one of them. This usage persists in the large number of Soviet papers that have continued Kotel'nikov's work.

The development presented here is notable in its absence of any dependence on an advanced mathematical background. The reader possessing a passing familiarity with Fourier series, discrete and continuous probabilities and probability densities (simple, joint, and conditional) and the notion of statistical independence will have no trouble. At several points some known results of probability theory are invoked without reference or proof. (One that the beginning reader might not be familiar with is the Central Limit Theorem, Equation 2.33.) However, these instances are rare; by and large the treatment is completely self-sufficient.

Kotel'nikov made extensive use of geometric models of the signalling and detection processes as operations on vectors in multi-dimensional space, an artifice that Shannon introduced later. The reader will find these geometric interpretations very helpful. The material of each chapter is reviewed in terms of the geometric model at the end of the chapter.

Paul E. Green, Jr. M. I. T. Lincoln Laboratory

Предисловие к первому изданию

Данная работа является докторской диссертацией автора, рассмотренной на ученом совете Московского энергетического института имени В. М. Молотова в январе 1947 г.

Несмотря на то, что за время, прошедшее с момента написания этой диссертации, появилось много работ, посвященных помехоустойчивости, еще не все вопросы, затронутые в ней, в настоящее время получили освещение в печати. Учитывая большой интерес, проявляемый к этим вопросам, а также ряд упоминаний, появившихся в печати о данной работе, автор счел целесообразным опубликовать ее, не внося каких-либо дополнений. При подготовке рукописи к печати она была лишь несколько сокращена за счет второстепенного материала. Кроме того, несколько переработана гл. 2, содержащая вспомогательный математический материал, чтобы облегчить его чтение, а часть материала была вынесена в приложения.

Автор

ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

Глава I

ВВЕДЕНИЕ

1.1. Методы борьбы с помехами

Обычно на радиоприемники, кроме колебаний от принимаемого радиопередатчика (сигналов), воздействуют еще колебания от самых разнообразных источников (помехи). Помехи, накладываясь на сигналы, искажают их, что вызывает при телеграфном приеме ошибки, при телефонном — шумы и трески и т. д. При слишком слабых по сравнению с помехами сигналах прием становится невозможным.

Используются следующие способы борьбы с помехами:

1. Уменьшение силы помех путем воздействия на их источники.
2. Увеличение отношения силы сигналов к силе помех путем увеличения мощности передатчиков и применения направленных антенн.
3. Усовершенствование приемников.
4. Изменение формы сигналов при сохранении их мощности с целью облегчить борьбу с помехами в приемнике.

Первые два метода в данной работе не рассматриваются. Она посвящена двум последним методам. Цель ее — выявить, можно ли путем усовершенствования приемников при существующих видах сигналов понизить влияние помех? Что может дать в борьбе с помехами изменение формы сигналов? Какие формы сигналов для этого оптимальны?

1.2. Классификация помех

Помехи радиоприему можно разбить на следующие группы:

А. С и н у с о и д а л ь н ы е п о м е х и в виде одного или конечного, обычно небольшого, числа синусоидальных колебаний. К таким помехам обычно сводятся помехи от паразитного излучения радиостанций или от радиостанций, работающих на близких к принимаемой частотах.

В. И м п у л ь с н ы е п о м е х и в виде одиночных импульсов, следующих один за другим через такие большие промежутки времени, что нестационарные явления в радиоприемнике от одного импульса успевают практически затухнуть к моменту прихода следующего импульса. К таким помехам следует отнести некоторые виды атмосферных помех и помех от электрических приборов.

С. Нормально флюктуационные²⁾ или, как их иногда называют, гладкие помехи, состоящие также из отдельных импульсов, но возникающих один за другим настолько часто через случайные промежутки времени, что нестационарные явления в приемнике от отдельных импульсов накладываются друг на друга в таком числе, что к ним можно применить законы больших чисел теории вероятностей. К таким помехам относятся ламповые шумы, шум от теплового движения электронов в контурах, некоторые виды атмосферных помех и помех от электрических приборов. На сверхвысоких частотах почти исключительно встречаются помехи этого вида.

Д. Импульсные помехи промежуточного типа, когда нестационарные явления в радиоприемнике от отдельных импульсов хотя и накладываются друг на друга, но не в таком большом количестве, чтобы к ним можно было применять с достаточной точностью законы больших чисел. Этот случай помех является промежуточным между случаями В и С.

Методика исследования воздействия синусоидальных и импульсных помех на радиоприемники в настоящее время довольно хорошо разработана.

При импульсных помехах промежуточного типа, когда нестационарные явления от отдельных импульсов начинают накладываться друг на друга, исследования очень сильно затрудняются. Кроме того, в этом случае необходимо знать не только форму отдельных импульсов, но и вероятности сочетания импульсов различных форм, расположенных так или иначе повремени. В большинстве случаев этих данных о помехах мы не имеем, и их получить бывает довольно трудно.

По этим причинам, а также потому, что помехи группы С часто встречаются, мы в дальнейшем будем рассматривать помехи только этой группы и часто называть нормально флюктуационные помехи просто помехами.

1.3. Сообщения и сигналы

Под сообщением мы будем подразумевать то, что должно быть передано.

Сообщения, которыми мы будем заниматься, можно разбить на три группы:

А. Дискретные сообщения.

В. Сообщения в виде отдельных величин (параметров), могущих принимать любые значения в некоторых пределах.

С. Сообщения в виде колебаний, которые могут иметь бесчисленное количество различных форм, непрерывно меняясь.

²⁾ Слово «нормально» нами вставлено, чтобы оттенить то обстоятельство, что мы имеем тут дело с одной из разновидностей возможных флюктуационных колебаний.

К группе дискретных сообщений относятся сообщения, которые передаются в телеграфии. В этом случае они состоят из отдельных букв, цифр, знаков, которые могут принимать конечное число дискретных значений. К таким сообщениям будут относиться также в ряде случаев и сообщения, передаваемые при телеуправлении.

В случае передачи отдельных замеров при помощи телеметрии сообщениями являются величины некоторых параметров, например, температуры, давления и т. п., измеренных через заданные отрезки времени. Эти величины обычно могут принимать любые значения в некоторых пределах. Таким образом, в этом случае нельзя ограничиться конечным числом возможных дискретных сообщений. Такие сообщения будут относиться к группе В.

В случае телефонии сообщениями будут являться звуковые колебания или электрические колебания, поступающие с микрофона, которые могут принимать бесчисленное множество различных форм. Эти сообщения будут относиться к группе С.

В телевидении в качестве сообщения можно принять колебание, поступающее на радиопередатчик. Это сообщение также будет относиться к последней группе.

Мы будем считать, что на вход приемника действует некоторое колебание напряжения, вызванное работой передатчика. Это колебание напряжения мы назвали *сигналом*. Очевидно, каждому возможному значению передаваемого сообщения будет соответствовать свой сигнал. Приемник по этому колебанию напряжения — сигналу должен воспроизводить сообщение, которому этот сигнал соответствует.

1.4. Содержание данной работы

В этой работе мы рассматриваем влияние нормальных флюктуационных помех на передачу сообщений.

Задача, которую мы себе ставим, будет заключаться в следующем.

Будем считать, что, когда на сигнал не накладывается колебание помехи, приемник точно воспроизведет передававшееся сообщение. Если на сигнал наложится помеха, то на вход приемника будет действовать суммарное напряжение, равное напряжению сигнала плюс напряжение от помехи. В этом случае приемник в зависимости от суммарного колебания воспроизведет то или иное сообщение, которое в данном случае может оказаться отличным от передававшегося.

Очевидно, каждому суммарному напряжению, воздействию на приемник, будет соответствовать определенное сообщение, которое при этом будет воспроизводиться.

У различных приемников это соответствие может быть различным. В зависимости от этого соответствия приемник при данном виде передачи будет в большей или меньшей степени подвержен влиянию помех. Мы найдем, каково должно быть это соответствие, чтобы искажения

сообщений были наименьшими. Приемник, в котором осуществляется это наилучшее соответствие, мы будем называть *идеальным*.

Далее мы определим искажения сообщений вследствие наложения помехи на сигналы при приеме на идеальный приемник.

Полученные при этом искажения будут *минимально возможными* в данных условиях.

При реальных приемниках и тех же условиях искажения не могут быть меньше.

Помехоустойчивость, которая будет характеризоваться этими минимально возможными искажениями, мы назовем *потенциальной помехоустойчивостью*. Эта помехоустойчивость может быть получена и при реальном приемнике, если он близок к идеальному, но она не может быть превзойдена.

Сравнивая потенциальную помехоустойчивость с помехоустойчивостью, которую могут обеспечить данные реальные приемники, можно судить, насколько последние будут близки к совершенству, насколько еще можно путем их улучшения поднять помехоустойчивость, т. е. насколько целесообразно работать над дальнейшим повышением помехоустойчивости при заданном способе передачи.

Знание потенциальной помехоустойчивости позволяет легко обнулировать и отбрасывать те методы передачи, в которых эта помехоустойчивость получается низкой по сравнению с другими методами. Это можно сделать, совсем не затрагивая методы приема, поскольку реальные приемники не могут обеспечить большую помехоустойчивость, чем потенциальная.

Сравнивая потенциальную помехоустойчивость при различных способах передачи, можно, как мы увидим из дальнейшего, легко выяснить, от каких основных факторов она зависит, и наметить пути, идя по которым ее можно повысить.

Эти положения иллюстрируются в работе целым рядом примеров, имеющих практический интерес. Однако рассмотренные примеры далеко не исчерпывают все возможные случаи применения развитых в работе методов исследования помехоустойчивости.

В этой работе все вопросы рассматриваются для большей наглядности применительно к радиоприему, однако все сказанное прямо применимо и к другим областям, как, например, к проводной связи, акустической и гидроакустической сигнализации и т. п.

Для наглядности и определенности в этой работе рассматриваются также колебания сигнала и помехи как колебания электрического напряжения. Однако ничего не изменится, если вместо этого рассматривать колебания электрического тока, акустического давления или какой-либо другой величины, характеризующей воздействующее на приемник колебание.

В данной работе не учитываются нерегулярные искажения сигналов, которые могут сильно сказываться на работе радиоприемников и их помехоустойчивости. К таким искажениям можно отнести явления

замирания, явления эхо и т. п. Не надо также забывать, что в этой работе в дальнейшем под словом помехи для краткости подразумеваются нормально флуктуационные помехи и именно они только и рассматриваются.

Глава 2

ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

2.1. Некоторые определения

Введем некоторые определения, упрощающие дальнейшее изложение.

Примем, что все рассматриваемые нами колебания лежат в интервале $-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2}$, что, очевидно, всегда можно сделать, взяв T достаточно большим.

Среднее значение некоторого колебания $A(t)$ за интервал T будем обозначать:

$$\overline{A(t)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} A(t) dt. \quad (2.1)$$

Скалярным произведением двух функций $A(t)$ и $B(t)$ будем называть среднее значение их произведения за интервал $-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2}$. Таким образом, скалярное произведение будет равно:

$$\overline{A(t)B(t)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} A(t)B(t) dt. \quad (2.2)$$

Из определения ясно, что

$$\overline{A(t)B(t)} = \overline{B(t)A(t)}. \quad (2.3)$$

Далее

$$\overline{A(t)[B(t) + C(t)]} = \overline{A(t)B(t)} + \overline{A(t)C(t)} \quad (2.4)$$

и

$$\overline{[aA(t)][bB(t)]} = ab\overline{A(t)B(t)}, \quad (2.5)$$

где a и b — некоторые постоянные.

Таким образом, скалярное произведение функций обладает теми же свойствами, что и скалярное произведение векторов. Вместо скаляров тут фигурируют постоянные величины, вместо векторов — функции.

Обозначим:

$$\overline{A^2(t)} = \overline{A(t)A(t)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} A^2(t) dt. \quad (2.6)$$

В дальнейшем часто будет встречаться выражение

$$T \overline{A^2(t)} = \int_{-T/2}^{+T/2} A^2(t) dt. \quad (2.7)$$

Эту величину мы назовем удельной энергией колебания $A(t)$. Она будет равна энергии, которая выделится на сопротивлении в 1 ом при воздействии на него напряжения $A(t)$ вольт.

Величину

$$\sqrt{\overline{A^2(t)}} \quad (2.8)$$

мы будем называть эффективным значением колебания $A(t)$.

Функцию, эффективное значение которой равно единице, будем называть единичной.

Если две функции отличаются только постоянным множителем, то их будем называть совпадающими по направлению.

Единичная функция, совпадающая по направлению с данной функцией $A(t)$, очевидно, будет равна:

$$\frac{A(t)}{\sqrt{\overline{A^2(t)}}}. \quad (2.9)$$

Будем говорить, что функции $A_1(t)$, $A_2(t)$, ..., $A_n(t)$ ортогональны между собой, если

$$\overline{A_i(t)A_l(t)} = 0 \quad (2.10)$$

для всех $i = 1, 2, \dots, n$ и $l = 1, 2, \dots, n$, кроме $i = l$.

2.2. Линейное выражение функций при помощи единичных ортогональных функций

Если система функций

$$C_1(t), C_2(t), \dots, C_n(t) \quad (2.11)$$

удовлетворяет уравнениям

$$\overline{C_k^2(t)} = 1, \quad (2.12)$$

$$\overline{C_k(t)C_l(t)} = 0, \quad (2.13)$$

где $k = 1, 2, \dots, n$, $l = 1, 2, \dots, n$ и $k \neq l$, то мы ее будем называть системой единичных ортогональных функций.

Примером такой системы функций является система:

$$\left. \begin{aligned} I_0(t) &= 1, \\ I_1(t) &= \sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{T} t, \\ I_2(t) &= \sqrt{2} \cos \frac{2\pi}{T} t, \\ I_3(t) &= \sqrt{2} \sin 2 \frac{2\pi}{T} t, \\ I_4(t) &= \sqrt{2} \cos 2 \frac{2\pi}{T} t, \\ &\dots\dots \\ I_{2m-1}(t) &= \sqrt{2} \sin m \frac{2\pi}{T} t, \\ I_{2m}(t) &= \sqrt{2} \cos m \frac{2\pi}{T} t, \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

поскольку для нее справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \overline{I_k^2(t)} &= 1, \\ \overline{I_k(t)I_l(t)} &= 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

при $k \neq l$.

Мы будем говорить, что некоторую функцию $A(t)$ можно линейно выразить через систему функций

$$C_1(t), C_2(t), \dots, C_n(t), \quad (2.16)$$

если можно записать:

$$A(t) = \sum_{k=1}^n a_k C_k(t), \quad (2.17)$$

при этом некоторые a_k могут равняться нулю.

Примем, что функции (2.16) являются единичными и ортогональными, тогда, умножая обе части равенства (2.17) скалярно на $C_l(t)$, получим после раскрытия скобок с учетом уравнений (2.12) и (2.13):

$$\overline{A(t)C_l(t)} = a_l. \quad (2.18)$$

Коэффициенты a_k назовем *координатами* функции $A(t)$ в системе (2.16). Очевидно, функция $A(t)$ полностью характеризуется n координатами a_1, \dots, a_n , если система (2.16) задана.

В частном случае, если в качестве системы единичных ортогональных функций взять систему (2.14), получим:

$$A(t) = \sum_{l=0}^{\infty} a_l I_l(t), \quad (2.19)$$

где

$$a_l = \overline{A(t)I_l(t)}. \quad (2.20)$$

Ряд (2.19) является обычным разложением функции $A(t)$ в ряд Фурье на участке $-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2}$. При этом амплитуда косинуса на частоте $\frac{m}{T}$ в соответствии с (2.14) будет $\sqrt{2}a_{2m}$ и амплитуда синуса $\sqrt{2}a_{2m-1}$.

Если колебание $A(t)$ является сигналом, то в сумме (2.19) обычно можно брать лишь конечное число членов, скажем, с номерами от l_1 до l_2 , так как составляющие сигнала за пределами некоторого диапазона частот, как правило, бывают настолько малыми, что они перекрываются составляющими других сигналов, передаваемых на соседних частотах, и помехами.

В этом случае

$$A(t) = \sum_{l=l_1}^{l_2} a_l I_l(t). \quad (2.21)$$

Пусть a_1, \dots, a_n — координаты функции $A(t)$ в системе (2.16), а b_1, \dots, b_n — координаты функции $B(t)$ в той же системе. Тогда

$$\overline{A(t)B(t)} = \overline{\left[\sum_{k=1}^n a_k C_k(t) \right] \left[\sum_{k=1}^n b_k C_k(t) \right]} = \sum_{k=1}^n a_k b_k, \quad (2.22)$$

как это нетрудно получить, раскрыв скобки и используя уравнения (2.12) и (2.13).

Отсюда как частный случай получим:

$$\overline{A^2(t)} = \overline{A(t)A(t)} = \sum_{k=1}^n a_k^2. \quad (2.23)$$

Если $C(t)$ — некоторая единичная функция с координатами c_1, \dots, c_n , то

$$\sum_{k=1}^n c_k^2 = 1. \quad (2.24)$$

Затем, если функции $A(t)$ и $B(t)$ ортогональны, то в соответствии с формулой (2.22) и условием ортогональности (2.10) получим:

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k = \overline{A(t)B(t)} = 0. \quad (2.25)$$

Выражения (2.22), (2.23) и (2.25) аналогичны соответствующим выражениям векторного исчисления. Наконец, докажем, что если две

функции

$$A(t) = \sum_{k=0}^n a_k I_k(t),$$

$$B(t) = \sum_{k=0}^n b_k I_k(t)$$

не имеет составляющих с одинаковыми частотами, т. е. для всех индексов $k \neq 0$, всегда хотя бы одна из величин a_k или b_k равна нулю, то

$$\overline{A(t)B(t)} = \overline{A(t)} \overline{B(t)}. \quad (2.26)$$

Действительно, при этих условиях

$$\overline{A(t)B(t)} = a_0 b_0$$

и далее всегда

$$\overline{A(t)} = a_0,$$

$$\overline{B(t)} = b_0,$$

откуда непосредственно следует формула (2.26).

2.3. Нормально флюктуационное колебание

Мы будем рассматривать помехи, состоящие из большого количества коротких импульсов, хаотически расположенных по времени. Колебание такой помехи мы будем называть нормально флюктуационным. Таким колебанием является тепловой шум в проводках, дробовой эффект в электронных лампах, а также в ряде случаев атмосферные и промышленные помехи. Это колебание может быть представлено выражением

$$W(t) = \sum_{k=1}^n F_k(t - t_k), \quad (2.27)$$

где $F_k(t - t_k)$ — k -тый импульс помехи, попавший на участок $-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2}$.

Будем считать, что импульсы короткие и начинаются в моменты времени t_k . Таким образом,

$$F_k(t - t_k) = 0 \quad \text{при} \quad t < t_k \text{ и } t > t_k + \delta. \quad (2.28)$$

Отметим, что тут импульсы нумеруются индексами k не в порядке их следования по времени, а, скажем, в порядке убывания их амплитуды.

Пусть вероятность того, что t_k попадает на участок длительностью dt , не будет зависеть от положения этого участка в интервале $-T/2, +T/2$, от других импульсов и будет равна dt/T .

Пусть далее $\overline{A(t)} = 0$. Найдем:

$$\overline{W(t)A(t)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \sum_{k=1}^n F_k(t - t_k) A(t) dt = \sum_{k=1}^n \xi_k, \quad (2.29)$$

где

$$\xi_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} F_k(t - t_k) A(t) dt. \quad (2.30)$$

Считая, что δ настолько мала, что за время δ $A(t)$ меняется мало, получим:

$$\xi_k = \frac{A(t_k)}{T} \int_{t_k}^{t_k + \delta} F_k(t - t_k) dt = \frac{A(t_k)}{T} q_k, \quad (2.31)$$

где

$$q_k = \int_0^{\delta} F_k(t) dt \quad (2.32)$$

— площадь k -того импульса.

Слагаемые ξ_k являются независимыми друг от друга случайными величинами. При увеличении числа этих слагаемых, если они ограничены и сумма их дисперсий неограниченно возрастает, на основании теории вероятностей получим:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n \xi_k - \sum_{k=1}^n E\xi_k}{\sqrt{\sum_{k=1}^n D\xi_k}} = \theta_A, \quad (2.33)$$

где

$E\xi_k$ — среднее значение;

$D\xi_k = E(\xi_k - E\xi_k)^2$ — дисперсия величины ξ_k ;

θ_A — случайная величина с законом распределения

$$P(x < \theta_A < x + dx) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad (2.34)$$

Случайные величины с законом распределения (2.34) будем в дальнейшем называть нормальными случайными величинами.

Исходя из (2.33), при достаточно большом n можно считать:

$$\overline{W(t)A(t)} = \sum_{k=1}^n \xi_k = \theta_A \sqrt{\sum_{k=1}^n D\xi_k + \sum_{k=1}^n E\xi_k}. \quad (2.35)$$

Далее из (2.31)

$$E\xi_k = \int_{-T/2}^{+T/2} \frac{q_k}{T} A(t_k) \frac{dt_k}{T} = q_k \frac{\overline{A(t)}}{T} = 0, \quad (2.36)$$

так как по условию $\overline{A(t)} = 0$,

$$D\xi_k = E(\xi_k - E\xi_k)^2 = \int_{-T/2}^{+T/2} \frac{q_k^2}{T^2} A^2(t_k) \frac{dt_k}{T} = \frac{q_k^2}{T^2} \overline{A^2(t)}, \quad (2.37)$$

откуда

$$\overline{W(t)A(t)} = \frac{1}{T} \sqrt{A^2(t) \sum_{k=1}^n q_k^2 \cdot \theta_A} \quad (2.38)$$

Назовем величину

$$\sigma = \sqrt{\frac{2 \sum_{k=1}^n q_k^2}{T}} \quad (2.39)$$

интенсивностью колебания $W(t)$, тогда

$$\overline{W(t)A(t)} = \frac{\sigma}{\sqrt{2T}} \sqrt{A^2(t)} \cdot \theta_A. \quad (2.40)$$

Отметим, что, поскольку сумма должна меняться пропорционально T , величина σ не будет зависеть от T .

Найдем еще

$$\overline{W(t)B(t)},$$

считая, что

$$\overline{B(t)} = 0 \text{ и } \overline{A(t)B(t)} = 0. \quad (2.41)$$

Аналогично сказанному выше получим:

$$\overline{W(t)B(t)} = \sum_{k=1}^n \chi_k, \quad (2.42)$$

где

$$\chi_k = \frac{B(t_k)}{T} q_k \quad (2.43)$$

и

$$\overline{W(t)B(t)} = \frac{\sigma}{\sqrt{2T}} \sqrt{B^2(t)} \cdot \theta_B, \quad (2.44)$$

где θ_B — нормальная случайная величина, удовлетворяющая, как и θ_A , уравнению (2.34). Как доказывается в теории вероятностей, $\sum_{k=1}^n \xi_k$ и $\sum_{k=1}^n \chi_k$ при $n \rightarrow \infty$ будут взаимно независимыми случайными величинами, если

$$E\xi_k\chi_k = 0. \quad (2.45)$$

У нас

$$\begin{aligned} E\xi_k\chi_k &= \int_{-T/2}^{+T/2} \frac{q_k^2}{T^2} A(t_k)B(t_k) \frac{dt_k}{T} = \\ &= \frac{q_k^2}{T^2} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} A(t_k)B(t_k) dt_k = \frac{q_k^2}{T^2} \overline{A(t)B(t)} = 0. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Отсюда следует, что величины θ_A и θ_B будут взаимно независимыми.

Отметим, что это положение и выражения (2.40) и (2.44) будут справедливы и при условии, что $\overline{B(t)} \neq 0$ и $\overline{A(t)} \neq 0$, если вычесть из колебания $W(t)$ его среднее значение и считать T достаточно большим. Это обстоятельство доказываться тут не будет, так как для дальнейшего изложения оно не потребуется.

Мы назвали случайную величину θ нормальной случайной величиной, если вероятность того, что она лежит в интервале $(x, x + \delta)$ будет (2.34).

Из этого определения следует, что вероятность того, что $\theta > x$ будет:

$$P(\theta > x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-x} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = V(x). \quad (2.47)$$

Значение этого интеграла может быть найдено из таблиц. Функцию $V(x)$ мы ввели, так как она в дальнейшем будет очень часто встречаться. Графически она представлена на фиг. 2.1.

Вероятность того, что $\theta < x$ будет равна

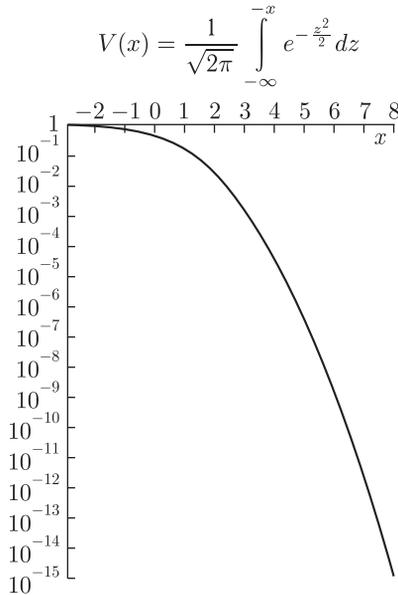
$$P(\theta < x) = 1 - V(x) = V(-x). \quad (2.48)$$

Среднее значение θ будет:

$$E\theta = 0. \quad (2.49)$$

Среднее значение θ^2

$$D\theta = E\theta^2 = 1. \quad (2.50)$$



Фиг. 2.1

2.4. Выражение нормально флуктуационного колебания рядом Фурье

Нормально флуктуационное колебание, введенное в §2.3, может быть представлено рядом Фурье (если отбросить постоянную составляющую)

$$W(t) = \sum_{l=0}^{\infty} w_l I_l(t), \quad (2.51)$$

где

$$w_l = \overline{W(t)I_l(t)}. \quad (2.52)$$

Если $l > 0$, но не настолько велико, чтобы период гармоник стал соизмерим с длительностью импульсов помехи, то согласно (2.40)

$$w_l = \frac{\sigma}{\sqrt{2T}} \theta_l. \quad (2.53)$$

Таким образом, если выделить из помехи составляющую с частотами от $f_\mu = \frac{\mu}{T}$ до $f_\nu = \frac{\nu}{T}$, причем $\mu \geq 1$, а ν не слишком велико, то эта составляющая будет:

$$W_{\mu\nu}(t) = \sum_{l=l_1}^{l_2} \frac{\sigma}{\sqrt{2T}} I_l(t) \theta_l = \frac{\sigma}{\sqrt{2T}} \sum_{l=2\mu-1}^{2\nu} I_l(t) \theta_l =$$

$$= \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \sum_{l=\mu}^{l_2} \left(\theta_{2l-1} \sin l \frac{2\pi}{T} t + \theta_{2l} \cos l \frac{2\pi}{T} t \right), \quad (2.54)$$

где

$$l_1 = 2\mu - 1, \quad l_2 = 2\nu.$$

Входящие в это выражение θ_l постоянны на участке $-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2}$, но они, как случайные величины, будут меняться от опыта к опыту.

Следует еще иметь в виду, что в соответствии с § 2.3 все θ_l взаимно независимы, поскольку все $I_l(t)$ взаимно ортогональны.

Колебание $W_{\mu,\nu}(t)$ будем называть нормально флуктуационным колебанием с постоянной интенсивностью и частотами от $\frac{\mu}{T}$ до $\frac{\nu}{T}$.

Средний квадрат этого колебания за время T будет в соответствии с (2.23) и (2.54)

$$\overline{W_{\mu,\nu}^2(t)} = \frac{\sigma^2}{2T} \sum_{l=2\mu-1}^{2\nu} \theta_l^2. \quad (2.55)$$

Или, беря среднее значение по ряду опытов, получим для квадрата эффективного значения выражение

$$H^2 = E \overline{W_{\mu,\nu}^2(t)} = \frac{\sigma^2}{2T} \sum_{l=2\mu-1}^{2\nu} E \theta_l^2, \quad (2.56)$$

и так как $E \theta_l^2 = 1$, то

$$H_2 = E \overline{W_{\mu,\nu}^2(t)} = \frac{\sigma^2}{2T} (2\nu - 2\mu) = \sigma^2 (f_\nu - f_\mu), \quad (2.57)$$

откуда

$$\sigma = \sqrt{\frac{E \overline{W_{\mu,\nu}^2(t)}}{f_\nu - f_\mu}} = \frac{H}{\sqrt{f_\nu - f_\mu}}. \quad (2.58)$$

Таким образом, σ есть эффективное значение колебания $W_{\mu,\nu}(t)$, приходящееся на 1 гц.

Докажем, что если некоторые колебания $A(t)$ и $B(t)$ удовлетворяют условию

$$\overline{A(t)} = 0, \quad \overline{B(t)} = 0, \quad \overline{A(t)B(t)} = 0 \quad (2.59)$$

и могут быть представлены рядами Фурье, не содержащими слагаемых с частотами меньше $f_\mu = \frac{\mu}{T}$ и больше $f_\nu = \frac{\nu}{T}$, то

$$\overline{W_{\mu,\nu}(t)A(t)} = \frac{\sigma}{\sqrt{2T}} \sqrt{\overline{A^2(t)}} \cdot \theta_A, \quad (2.60)$$

$$\overline{W_{\mu,\nu}(t)B(t)} = \frac{\sigma}{\sqrt{2T}} \sqrt{\overline{B^2(t)}} \cdot \theta_B, \quad (2.61)$$

где θ_A и θ_B — нормальные взаимно независимые случайные величины.

Действительно, колебание (2.51) может быть записано так:

$$W(t) = W'(t) + W_{\mu,\nu}(t) + W''(t), \quad (2.62)$$

где

$$W'(t) = \sum_{l=1}^{2\mu-2} w_l I_l(t), \quad (2.63)$$

$$W''(t) = \sum_{l=2\nu+1}^{\infty} w_l I_l(t), \quad (2.64)$$

Тогда по условию $W'(t)$ и $W''(t)$ не будут иметь составляющих с частотами, совпадающими с частотами слагаемых колебаний $A(t)$ и $B(t)$. Поэтому

$$\left. \begin{aligned} \overline{W'(t)A(t)} &= 0, & \overline{W''(t)A(t)} &= 0, \\ \overline{W'(t)B(t)} &= 0, & \overline{W''(t)B(t)} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2.65)$$

откуда, умножая скалярно обе части уравнения (2.62) на $A(t)$ и $B(t)$, на основании формул (2.40) и (2.44) получим выражения (2.60) и (2.61).

Для упрощения мы будем рассматривать часто случайную функцию

$$\Theta(t) = \sum_{l=2\mu-1}^{2\nu} \theta_l I_l(t) = \sum_{l=1}^n \theta'_l I'_l(t), \quad (2.66)$$

которая отличается от колебания $W_{\mu,\nu}(t)$ постоянным множителем $\frac{\sigma}{\sqrt{2T}}$.

Тут обозначено

$$\left. \begin{aligned} \theta'_l &= \theta_{l+2\mu-2}, & I'_l(t) &= I_{l+2\mu-2}(t), \\ n &= 2\nu - (2\mu - 2). \end{aligned} \right\} \quad (2.67)$$

В соответствии с (2.60)

$$\overline{\Theta(t)A(t)} = \sqrt{A^2(t)} \cdot \theta_A, \quad (2.68)$$

поскольку $W_{\mu,\nu}(t)$ равна $\Theta(t)$, если $\frac{\sigma}{\sqrt{2T}} = 1$.

2.5. Линейные функции независимых нормальных случайных величин

Найдем линейную функцию

$$\sum_{l=1}^n a_l \theta_l \quad (2.69)$$

от независимых нормальных случайных величин θ_l , где a_l — любые постоянные.

Положим

$$A(t) = \sum_{l=1}^n a_l I_l(t), \quad (2.70)$$

$$\Theta(t) = \sum_{l=1}^n \theta_l I_l(t). \quad (2.71)$$

Тогда в соответствии с (2.22)

$$\overline{A(t)\Theta(t)} = \sum_{l=1}^n a_l \theta_l. \quad (2.72)$$

С другой стороны, на основании (2.68) и (2.23)

$$\overline{A(t)\Theta(t)} = \sqrt{\overline{A^2(t)}} \cdot \theta_A = \sqrt{\sum_{l=1}^n a_l^2} \cdot \theta_A, \quad (2.73)$$

откуда

$$\sum_{l=1}^n a_l \theta_l = \sqrt{\sum_{l=1}^n a_l^2} \cdot \theta_A. \quad (2.74)$$

Аналогично

$$\sum_{l=1}^n b_l \theta_l = \sqrt{\sum_{l=1}^n b_l^2} \cdot \theta_B, \quad (2.75)$$

причем, если

$$\sum_{l=1}^n a_l b_l = 0, \quad (2.76)$$

то θ_A и θ_B будут независимыми нормальными случайными величинами.

Действительно, полагая

$$B(t) = \sum_{l=1}^n b_l I_l(t), \quad (2.77)$$

получим аналогично предыдущему

$$\overline{B(t)\Theta(t)} = \sum_{l=1}^n b_l \theta_l = \sqrt{\sum_{l=1}^n b_l^2} \cdot \theta_B,$$

причем в соответствии с (2.76) и (2.22) $\overline{A(t)B(t)} = 0$, и поэтому на основании (2.60) и (2.61) θ_A и θ_B будут независимы.

2.6. Вероятность попадания нормально флюктуационного колебания в данную область

Мы будем говорить, что функция лежит в некоторой области, если ее координаты удовлетворяют условиям, определяющим эту область.

Найдем вероятность того, что функция (2.66) будет лежать в элементарной области, определяемой условиями:

$$\begin{aligned} y_1 < \theta'_1 < y_1 + dy_1, \\ \dots\dots\dots \\ y_n < \theta'_n < y_n + dy_n. \end{aligned} \quad (2.78)$$

Поскольку θ'_i , входящие в эти неравенства, являются независимыми нормальными случайными величинами, которые удовлетворяют соотношениям (2.34), то вероятность того, что все неравенства (2.78) одновременно удовлетворятся, будет равна:

$$\begin{aligned} P(2.78) &= \frac{dy_1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y_1^2}{2}} \frac{dy_2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y_2^2}{2}} \dots \frac{dy_n}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y_n^2}{2}} = \\ &= \frac{dy_1 dy_2 \dots dy_n}{(2\pi)^{n/2}} e^{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^2}. \end{aligned} \quad (2.79)$$

Вероятность того, что функция $\Theta(t)$ будет лежать в некоторой области, скажем области R , которую можно разбить на элементарные области вида (2.78), очевидно, будет равна сумме вероятностей того, что эта функция попадет в одну из элементарных областей, на которые область R разбита. Так как элементарные области бесконечно малы, то эта сумма сведется к интегралу:

$$P[\Theta(t) \in R] = \int \int \dots \int_{\text{по } R} \frac{dy_1 dy_2 \dots dy_n}{(2\pi)^{n/2}} e^{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^2}, \quad (2.80)$$

который берется по значениям y_1, \dots, y_n , удовлетворяющим области R .

В случае, если область R настолько мала, что $\sum_{i=1}^n y_i^2$ при интегрировании по этой области может быть принята постоянной, то показательную функцию можно вынести за знак интеграла, и мы получим:

$$P[\Theta(t) \in R] = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} e^{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^2} \Delta V, \quad (2.81)$$

где обозначено:

$$\Delta V = \int \int \dots \int_{\text{по } R} dy_1 dy_2 \dots dy_n. \quad (2.82)$$

Величину ΔV , используя терминологию трехмерного пространства, мы будем называть объемом области R .

Если некоторая функция

$$Y(t) = \sum_{i=1}^n y_i I_i(t) \quad (2.83)$$

лежит в области R , то в формулу (2.81) могут быть подставлены координаты этой функции. Согласно формуле (2.23) имеем:

$$\overline{Y^2(t)} = \sum_{i=1}^n y_i^2, \quad (2.84)$$

поэтому

$$P[\Theta(t) \in R] = \frac{\Delta V}{(2\pi)^{n/2}} e^{-\frac{1}{2}\overline{Y^2(t)}}. \quad (2.85)$$

Из этой формулы можно сделать следующий вывод.

Вероятность того, что случайная функция $\Theta(t)$, определяемая формулой (2.66), окажется лежащей в некоторой малой области, в которой лежит и функция $Y(t)$, будет пропорциональна объему этой области и будет зависеть еще только от эффективного значения функции $Y(t)$, убывая с увеличением этого значения.

Под малой областью мы тут понимаем такую область, для которой эффективные значения всех лежащих в ней функций могут при взятии интеграла (2.80) считаться одинаковыми.

2.7. Геометрическое толкование полученных соотношений

Полученные в этой главе соотношения, а также соотношения, которые мы получим в дальнейшем, допускают толкование при помощи геометрии многомерного пространства.

Хотя непосредственно образы многомерного пространства не очень наглядны, но все же такое толкование дает ряд удобств, в особенности для тех, кто имеет склонность к геометрическому мышлению.

Дело в том, что соотношения, справедливые для любого многомерного пространства, справедливы и для частных случаев — пространств трехмерного и двумерного. Это позволяет предугадывать и проверять общие свойства пространств со многими измерениями на наглядных образах обычной геометрии.

Кроме того, применение терминологии и образов, взятых из геометрий трехмерного пространства, позволяет легче запоминать полученные соотношения.

Мы условились, что будем рассматривать функции в интервале T и с частотами, лежащими в некоторых пределах. В этом случае рассматриваемые функции могут быть представлены в виде:

$$A(t) = \sum_{l=2\mu-1}^{2\nu} a_l I_l(t),$$

где $I_l(t)$ — вполне определенные функции, даваемые равенствами (2.14).

Таким образом, любая рассматриваемая функция будет полностью определяться $n = 2\nu - 2\mu$ величинами a_l .

Мы можем эту функцию условно представлять некоторым радиусом-вектором n -мерного пространства, конец которого имеет координаты $a_{2\mu-1}, a_{2\mu}, \dots, a_{2\nu}$, или точкой конца этого вектора. Такой вектор мы будем называть вектором, соответствующим функции $A(t)$ или кратко вектором функции $A(t)$. В случае $n = 2$ такое представление особо наглядно.

Функция $I_l(t)$ будет иметь все координаты, равные нулю, кроме координаты с номером l , которая будет равна единице. Таким образом, радиус-вектор, соответствующий функции $I_l(t)$, будет лежать на оси с номером l и иметь длину, равную единице.

Нетрудно видеть, что вектор суммы нескольких функций будет равен сумме векторов слагаемых функций. Вектор разности функций — разности векторов этих функций.

При принятых в § 2.1 определениях скалярное произведение функций равно скалярному произведению соответствующих им векторов, как это следует из формулы (2.22).

Таким образом, сложение, вычитание и скалярное умножение функций можно заменить сложением, вычитанием и скалярным умножением их векторов.

Далее ортогональным функциям будут соответствовать ортогональные векторы. Функциям, совпадающим по направлению, — векторы, совпадающие по направлению.

Величина эффективного значения функции, квадрат которого дается выражением (2.23), равна длине вектора, соответствующего этой функции. В соответствии с этим квадрат расстояния между точками, соответствующими функциям $A(t)$ и $B(t)$ будет равен:

$$\overline{[A(t) - B(t)]^2}.$$

Единичной функции соответствует единичный вектор.

Системе единичных ортогональных функций соответствует система единичных ортогональных векторов.

Введенное в § 2.6 формулой (2.82) понятие объема области соответствует объему в пространстве, в котором мы строим векторы.

Случайной функции $\Theta(t)$, определенной уравнением (2.66), соответствует случайный радиус-вектор. Вероятность того, что конец этого вектора попадет в тот или иной малый объем ΔV , определяется формулой (2.85). Как видно из этой формулы, эта вероятность пропорциональна объему ΔV и зависит еще от расстояния этого объема от начала координат. Это расстояние равно величине $\sqrt{Y^2(t)}$.

Из формулы (2.68) следует, что проекция вектора, соответствующего $\Theta(t)$, на любое направление, равная скалярному произведению

единичного вектора, совпадающего с данным направлением, на вектор, соответствующий $\Theta(t)$, всегда равна нормальной случайной величине. Проекции вектора, соответствующего $\Theta(t)$, на ортогональные направления будут независимые между собой нормальные случайные величины.

Все, что говорилось здесь о векторе, соответствующем случайному колебанию $\Theta(t)$, может быть перенесено на вектор, соответствующий колебанию помехи $W_{\mu,\nu}(t)$, поскольку эти колебания отличаются лишь постоянным множителем.

II

ПЕРЕДАЧА ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ

Глава 3

ИДЕАЛЬНЫЙ ПРИЕМНИК ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

3.1. Дискретные сообщения и сигналы

В этой части мы будем рассматривать передачу дискретных сообщений, т. е. сообщений, могущих иметь конечное число вполне определенных вариантов, и влияние на такую передачу помех.

Как уже говорилось, к передачам с дискретными сообщениями относятся: телеграфия, телеуправление, если в нем предусматривается конечное число определенных команд, сигнализация и т. п.

Уточним на примере телеграфии, что мы будем понимать под сообщением.

Как уже говорилось, под сообщением вообще мы будем подразумевать то, что должно быть передано. Так, сообщением мы можем назвать целую телеграмму, отдельные слова, входящие в нее, отдельные знаки, из которых слова составлены. Сообщением можно назвать и напряжение, соответствующее передаваемому слову или знаку, которое создается передающим телеграфным аппаратом и которое должно быть передано на приемный телеграфный аппарат. Обычно это напряжение состоит из отдельных элементарных посылок, следующих друг за другом. Например, при использовании телеграфного пятизначного кода напряжение, соответствующее одному знаку, будет состоять из пяти посылок. Каждую такую посылку мы можем также рассматривать как сообщение.

Таким образом, под сообщением можно подразумевать как текст телеграммы и составляющие его элементы, так и напряжение, поступающее с передающего телеграфного аппарата, и его элементы. Сообщение может быть сложным и состоять из ряда следующих друг за другом более простых сообщений.

Для упрощения мы будем предполагать, что в случае, когда телеграфный аппарат ничего не передает, передается сообщение о том, что приемный телеграфный аппарат ничего не должен печатать.

Приемник должен воспроизводить переданное сообщение. Поэтому в случае, когда мы будем принимать за сообщение отдельные знаки, слова или телеграммы, печатающий телеграфный аппарат должен включаться как составная часть в приемник.

Пусть в рассматриваемой системе предусматривается передача сообщений, могущих принимать m значений.

Будем считать, что каждому значению сообщения будет соответствовать определенный сигнал, т. е. колебание, которое будет воздействовать на приемник при передаче этого сообщения в отсутствие помех.

Обозначим эти m значений сигнала через

$$A_1(t), A_2(t), \dots, A_m(t). \quad (3.1)$$

В частном случае один из этих сигналов может равняться нулю.

Мы можем эти сигналы при помощи формулы (2.21) представить так:

$$A_k(t) = \sum_{l=l_1}^{l_2} a_{kl} I_l(t). \quad (3.2)$$

Пусть на это колебание сигнала накладывается помеха. Будем считать, что для всех частот, входящих в сумму, интенсивность этой помехи будет одинаковой и равной σ . В этом случае суммарное колебание, воздействующее на приемник при передаче сигнала $A_k(t)$, будет равно:

$$X(t) = \sum_{l=l_1}^{l_2} x_l I_l(t) = W_{\mu, \nu}(t) + A_k(t), \quad (3.3)$$

где $W_{\mu, \nu}(t)$ — колебание помехи, которое будет определяться формулой (2.54).

В этом выражении мы производим суммирование по всем частотам, на которые может реагировать приемник. Исходя из формул (3.2), (3.3) и (2.54), мы получим:

$$x_l = \frac{\sigma}{\sqrt{2T}} \theta_l + a_{kl}. \quad (3.4)$$

Воздействующее на приемник колебание $X(t)$ будет полностью характеризоваться координатами $x_{l_1}, x_{l_1+1}, \dots, x_{l_2}$.

3.2. Идеальный приемник

Мы будем считать, что в зависимости от воздействующего на приемник суммарного колебания $X(t)$ он обязательно воспроизведет одно из возможных значений сообщения.

Очевидно, для каждого приемника из всех возможных значений $X(t)$, т. е. из всех возможных значений совокупности $x_{l_1}, x_{l_1+1}, \dots, x_{l_2}$, можно выделить область таких значений, при которых приемником будет воспроизводиться сообщение, соответствующее сигналу $A_1(t)$. Эту область назовем областью сигнала $A_1(t)$. Точно так же можно выделить область таких значений, при которых будет воспроизводиться сообщение, соответствующее сигналу $A_2(t)$. Назовем эту область областью сигнала $A_2(t)$ и т. д.

Очевидно также, что в нашем случае всю область возможных значений $X(t)$ можно разбить таким образом на m не перекрывающихся друг друга областей.

Пусть посылался сигнал $A_k(t)$. В этом случае приходящее на приемник колебание $X(t)$ при наличии помехи будет характеризоваться координатами (3.4), которые могут принять, вообще говоря, любые значения, поскольку θ_l взаимно независимые случайные нормальные величины. Таким образом, с некоторой вероятностью колебание $X(t)$ может попасть в любую область. Допустим, что оно попало в область $A_i(t)$, причем $i \neq k$. В этом случае приемник воспроизведет ошибочно сообщение, соответствующее сигналу $A_i(t)$, вместо сообщения, соответствовавшего сигналу $A_k(t)$.

Очевидно, в зависимости от конфигурации областей, которая определяется приемным устройством, будет получаться больше или меньше правильно воспроизведенных сообщений. Мы поставим перед собой задачу при заданных сигналах (3.1) выбрать области значений колебания $X(t)$ так, чтобы число неправильно воспроизведенных сообщений было минимально, или, что то же самое, чтобы вероятность правильного воспроизведения сообщения была максимальной. Приемник, характеризуемый такими областями и дающий вследствие этого минимальное число неправильно воспроизведенных сообщений при наложении помехи, мы будем называть *идеальным*.

Для определения конфигурации областей, характеризующих идеальный приемник, введем следующие обозначения:

$P(A_k)$ — вероятность а priori того, что будет послан сигнал A_k ;

$P_{A_k}(X)$ — условная вероятность прихода колебания $X(t)$ с координатами

$$\begin{aligned} y_{l_1} < x_{l_1} < y_{l_1} + dy_{l_1}, \\ \dots \\ y_{l_2} < x_{l_2} < y_{l_2} + dy_{l_2}, \end{aligned} \tag{3.5}$$

если известно, что был послан сигнал $A_k(t)$;

$P_X(A_k)$ — условная вероятность того, что был послан сигнал $A_k(t)$, если пришедшее колебание известно и равно $X(t)$, т. е. соответствует неравенствам (3.5);

$P(X) = \sum_{k=1}^m P(A_k)P_{A_k}(X)$ — вероятность, что пришедшее колебание будет $X(t)$.

При этих обозначениях вероятность, что одновременно будет послан сигнал $A_k(t)$ и придет колебание $X(t)$, будет:

$$P(A_k)P_{A_k}(X) = P(X)P_X(A_k), \tag{3.6}$$

откуда

$$P_X(A_k) = \frac{P(A_k)P_{A_k}(X)}{P(X)} = \frac{P(A_k)P_{A_k}(X)}{\sum_{l=1}^m P(A_l)P_{A_l}(X)}. \tag{3.7}$$

Если при приходе колебания $X(t)$ приемник будет воспроизводить сообщение, соответствующее сигналу $A_k(t)$, то вероятность правиль-

ного воспроизведения при приходе этого колебания будет, очевидно, равна $P_X(A_k)$.

Аналогично, если при приходе колебания $X(t)$ приемник будет воспроизводить сообщение, соответствующее колебанию $A_l(t)$, то вероятность правильного воспроизведения будет $P_X(A_l)$.

Таким образом, для получения при приходе колебания $X(t)$ максимальной вероятности правильного воспроизведения сигнала надо, чтобы приемник при этом воспроизводил сообщения, соответствующие тому сигналу, для которого величина $P_X(A_k)$ будет наибольшей, или, другими словами, для этого надо приемник построить так, чтобы колебание $X(t)$ относилось к области того сигнала $A_k(t)$, для которого $P_X(A_k)$ максимально. Этот приемник будет обеспечивать максимальную вероятность правильного воспроизведения сообщений. Любой другой приемник не сможет увеличить эту вероятность.

В соответствии с (3.7) идеальный приемник при приходе колебания $X(t)$ должен воспроизводить сообщение, соответствующее тому сигналу $A_k(t)$, который даст максимальную величину выражения

$$P(A_k)P_{A_k}(X). \quad (3.8)$$

В этом выражении величина $P(A_k)$ должна быть задана — она определяется характером передаваемых сообщений. Величина $P_{A_k}(X)$ по определению равна вероятности того, что колебание помехи примет такое значение, что, сложившись с сигналом $A_k(t)$, она даст колебание $X(t)$, которое должно удовлетворять соотношениям (3.5).

Исходя из равенства (3.4), вероятность этого будет равна вероятности того, что θ_l будут удовлетворять неравенствам

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sqrt{2T}}{\sigma}(y_{l_1} - a_{l_1k}) < \theta_{l_1} < \frac{\sqrt{2T}}{\sigma}(y_{l_1} - a_{l_1k} + dy_{l_1}); \\ \dots\dots\dots \\ \frac{\sqrt{2T}}{\sigma}(y_{l_2} - a_{l_2k}) < \theta_{l_2} < \frac{\sqrt{2T}}{\sigma}(y_{l_2} - a_{l_2k} + dy_{l_2}). \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Вероятность последнего в соответствии с § 2.6 и формулами (2.78) и (2.79) будет равна:

$$P_{A_k}(X) = \left(\frac{2T}{\sigma^2}\right)^{\frac{n}{2}} \frac{dy_{l_1} \dots dy_{l_2}}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{T}{\sigma^2} \sum_{l=l_1}^{l_2} (y_l - a_{kl})^2},$$

где $n = l_2 - l_1 + 1$.

Далее, при бесконечно малых $dy_{l_1}, \dots, dy_{l_2}$:

$$\sum_{l=l_1}^{l_2} (y_l - a_{kl})^2 = \sum_{l=l_1}^{l_2} (x_l - a_{kl})^2 = \overline{[X(t) - A_k(t)]^2},$$

откуда следует:

$$P(A_k)P_{A_k}(X) = \frac{dy_{i_1} \dots dy_{i_2}}{\left(\sqrt{\frac{\pi}{T}}\sigma\right)^n} e^{-\frac{T}{\sigma^2}[\overline{X(t)-A_k(t)}]^2 + \ln P(A_k)}. \quad (3.10)$$

Эта величина будет тем больше, чем больше показатель.

Поэтому мы получим наибольшую вероятность правильного воспроизведения сообщений, если приемник выберем так, что $X(t)$ будет всегда относиться к области того сигнала, для которого величина

$$\begin{aligned} \overline{T[X(t) - A_k(t)]^2} - \sigma^2 \ln P(A_k) &= \\ &= \int_{-T/2}^{+T/2} [X(t) - A_k(t)]^2 dt - \sigma^2 \ln P(A_k) \end{aligned} \quad (3.11)$$

будет иметь наименьшее значение.

3.3. Геометрическое толкование материала гл. 3

Как мы уже говорили, каждое колебание ограниченной длительности с ограниченным спектром частот может быть представлено точкой или радиусом-вектором в многомерном пространстве.

Таким образом, каждый из m рассматриваемых в этой главе сигналов может быть представлен своим радиусом-вектором или точкой.

Если на проходящий сигнал наложится колебание помехи, вектор которого может принять любое направление и любую длину, то результирующее проходящее колебание $X(t)$ будет также характеризоваться некоторой точкой в пространстве, которая чаще всего не будет совпадать ни с одной из точек, соответствующих сигналам. В зависимости от положения этой точки приемник будет воспроизводить то или другое сообщение. Если объединить все точки нашего пространства, которые будут соответствовать проходящим колебаниям, при которых приемником воспроизводится сообщение, соответствующее сигналу $A_k(t)$, то мы получим область пространства, которую мы назвали областью сигнала $A_k(t)$. Поскольку мы считали, что при любом проходящем колебании обязательно воспроизводится одно из возможных сообщений, то каждая точка пространства будет обязательно попадать в область какого-либо сигнала.

Мы видели, как эти области должны быть выбраны при идеальном приемнике.

В простейшем случае, когда все сигналы равновероятны [все $P(A_k)$ равны между собою], область сигнала $A_k(t)$ должна охватывать элементы пространства, которые лежат ближе к точке $A_k(t)$, чем к любой

другой точке, изображающей сигнал, т. е. элементы пространства, для которых

$$\overline{[X(t) - A_k(t)]^2} < \overline{[X(t) - A_l(t)]^2},$$

где $A_l(t)$ — любой из возможных сигналов, отличный от $A_k(t)$.

Это естественно, так как чем меньше длина вектора помехи, тем эта помеха вероятнее, и потому вероятнее всего, что данное пришедшее колебание образовалось путем прибавления вектора помехи к концу ближайшего радиуса-вектора сигнала.

Глава 4

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ СИГНАЛАХ С ДВУМЯ ДИСКРЕТНЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ

4.1. Вероятность искажения при идеальном приемнике

Даже при идеальном приемнике будет происходить иногда неправильное воспроизведение сообщений вследствие искажения колебания сигнала накладывающейся на него помехой. Найдем вероятность такого неправильного воспроизведения или, как мы будем говорить, вероятность искажения. Эта вероятность будет характеризовать помехоустойчивость при приеме на идеальный приемник, т. е. потенциальную помехоустойчивость при данном виде сигналов. Вероятность искажения при приеме на реальный приемник может достигать этой величины, но не может быть меньше ее.

В этой главе мы рассмотрим помехоустойчивость для сигналов, могущих иметь только два значения $A_1(t)$ и $A_2(t)$. Этот случай представляет большой практический интерес, поскольку дискретные сигналы часто состоят из следующих друг за другом элементарных сигналов, каждый из которых имеет только два значения.

В соответствии со сказанным в § 3.2 идеальный приемник в этом случае должен воспроизвести сообщение, соответствующее сигналу $A_1(t)$, если

$$\overline{[X(t) - A_1(t)]^2} - \sigma^2 \ln P(A_1) < \overline{[X(t) - A_2(t)]^2} - \sigma^2 \ln P(A_2) \quad (4.1)$$

и сигналу $A_2(t)$ — в противном случае.

Пусть был послан сигнал $A_1(t)$. Найдем вероятность того, что помеха примет такое значение, что идеальное приемное устройство воспроизведет ошибочно сообщение, соответствующее сигналу $A_2(t)$.

Вероятность этого будет равна вероятности невыполнения неравенства (4.1) при подстановке в него величины

$$X(t) = A_1(t) + W_{\mu, \nu}(t),$$

т. е. вероятности выполнения неравенства

$$T\overline{W_{\mu,\nu}^2(t)} - \sigma^2 \ln P(A_1) > T\overline{[W_{\mu,\nu}(t) + A_1(t) - A_2(t)]^2} - \sigma^2 \ln P(A_2).$$

Раскроем скобки в этом выражении в соответствии с правилами, выведенными в § 2.1. Получим:

$$\begin{aligned} T\overline{W_{\mu,\nu}^2(t)} - \sigma^2 \ln P(A_1) > T\overline{W_{\mu,\nu}^2(t)} + \\ + 2T\overline{W_{\mu,\nu}(t)[A_1(t) - A_2(t)]} + T\overline{[A_1(t) - A_2(t)]^2} - \sigma^2 \ln P(A_2), \end{aligned}$$

откуда, сокращая и пользуясь формулой (2.60), получим:

$$\begin{aligned} -\sigma^2 \ln P(A_1) > \sigma\sqrt{2T} \cdot \sqrt{\overline{[A_1(t) - A_2(t)]^2}} \cdot \theta + \\ + T\overline{[A_1(t) - A_2(t)]^2} - \sigma^2 \ln P(A_2) \end{aligned}$$

или

$$\theta < \frac{1}{2} \ln \frac{P(A_2)}{P(A_1)} \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{T\overline{[A_1(t) - A_2(t)]^2}}} - \frac{\sqrt{T\overline{[A_1(t) - A_2(t)]^2}}}{\sqrt{2}\sigma}.$$

Вероятность этого неравенства может быть определена по формуле (2.48).

Таким образом, вероятность того, что из-за наложения на сигнал $A_1(t)$ флюктуационной помехи идеальный приемник воспроизведет неправильное сообщение, соответствующее сигналу $A_2(t)$, будет равна:

$$P(A_2 \text{ вместо } A_1) = V(\alpha_{21}), \quad (4.2)$$

где обозначено:

$$\alpha_{21} \approx \alpha + \frac{1}{2\alpha} \ln \frac{P(A_1)}{P(A_2)}, \quad (4.3)$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{T\overline{[A_1(t) - A_2(t)]^2}}}{\sqrt{2}\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2\sigma^2} \int_{-T/2}^{+T/2} [A_1(t) - A_2(t)]^2 dt} \quad (4.4)$$

и V дается фиг. 2.1.

Совершенно аналогично вероятность того, что посланный сигнал $A_2(t)$ будет идеальным приемником ошибочно воспринят как $A_1(t)$, будет:

$$P(A_1 \text{ вместо } A_2) = V(\alpha_{12}), \quad (4.5)$$

где

$$\alpha_{12} = \alpha + \frac{1}{2\alpha} \ln \frac{P(A_2)}{P(A_1)}. \quad (4.6)$$

Отсюда вероятность искажения при идеальном приемном устройстве и двух сигналах будет:

$$P_{(иск.)} = P(A_1)V(\alpha_{21}) + P(A_2)V(\alpha_{12}). \quad (4.7)$$

Как видно из полученных формул, вероятность искажения, определяющая потенциальную помехоустойчивость, зависит от двух факторов:

от отношения

$$\frac{P(A_1)}{P(A_2)}$$

и от

$$\alpha^2 = \frac{T[A_1(t) - A_2(t)]^2}{2\sigma^2} = \frac{1}{2\sigma^2} \int_{-T/2}^{+T/2} [A_1(t) - A_2(t)]^2 dt.$$

Первый фактор зависит исключительно от передаваемых сообщений.

Второй фактор α зависит от отношения удельной энергии разности сигналов к квадрату интенсивности помехи σ^2 . Чем больше будет это отношение, тем меньше вероятность искажения и тем больше потенциальная помехоустойчивость. В этом факторе при заданной интенсивности помехи σ мы можем менять только удельную энергию разности сигналов. Те системы, в которых эта энергия будет больше, смогут при достаточно хороших приемниках обеспечить большую помехоустойчивость.

В геометрических терминах σ и потенциальная помехоустойчивость будут определяться расстоянием

$$\sqrt{[A_1(t) - A_2(t)]^2}$$

между точками, изображающими сигналы, и будут тем больше, чем больше это расстояние.

Отметим еще, что полученная вероятность искажения не будет зависеть от периода разложения T , так как по условию этот период должен быть выбран настолько большим, что сигналы будут полностью укладываться в интервал $\left(-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2}\right)$. Она также не зависит от границ суммирования по частоте, лишь бы они охватывали все частоты, входящие в сигналы.

Полученная величина вероятности искажения связана со средним числом неправильно принятых сообщений следующим соотношением — число неправильно принятых сигналов в среднем будет равно:

$$NP_{(иск.)},$$

где N — общее число переданных сигналов.

4.2. Влияние отношения $P(A_1)/P(A_2)$

Формула (4.7) упрощается, если посылка обоих сигналов равновероятна. В этом случае $P(A_1) = P(A_2) = 0,5$ и

$$P_{(иск.)} = V(\alpha). \quad (4.8)$$

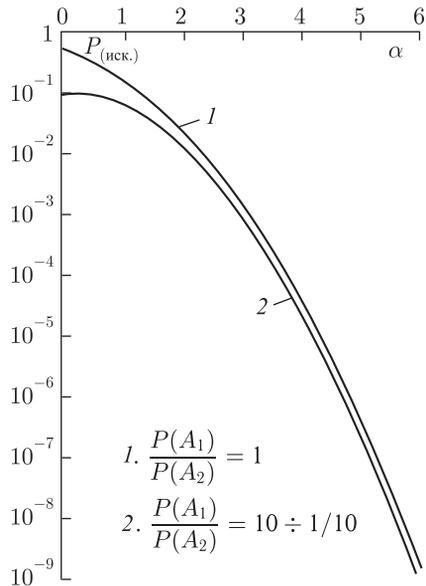
В случае помехи с малой интенсивностью σ , когда $\alpha \gg 1$, в выражениях для α_{21} и α_{12} вторым членом можно будет пренебречь, и так как $P(A_1) + P(A_2) = 1$, то для этого случая формула (4.7) также сведется к формуле (4.8).

На фиг. 4.1 кривая 1 дает зависимость $P_{(иск.)}$ от α для случая $P(A_1)/P(A_2) = 1$ и кривая 2 — ту же зависимость для случая $P(A_1)/P(A_2) = 10$ или 0,1. Эти зависимости были получены на основании формул (4.8) и (4.7) соответственно. Как видно из этих кривых, а также из анализа полученных формул, $P_{(иск.)}$ будет уменьшаться тем больше, чем больше $P(A_1)/P(A_2)$ будет отличаться от единицы. В пределе, когда $P(A_1)/P(A_2) = \infty$, мы получим, независимо от α , $P_{(иск.)} = 0$. Этот результат очевиден, так как в данных условиях посланный сигнал заранее известен.

В случае, если $P(A_1) = P(A_2)$, области идеального приемника, соответствующие сигналам $A_1(t)$ и $A_2(t)$, не будут зависеть от интенсивности помехи σ , как это следует из § 4.1. В случае, если $P(A_1) \neq P(A_2)$, они должны зависеть от σ . Это значит, что в идеальном приемнике режим должен меняться при изменении σ , что в ряде случаев может оказаться неудобным.

Посмотрим, насколько увеличится вероятность неправильного воспроизведения сигнала, если области сигналов и, значит, режим приемника взять для случая $P(A_1) = P(A_2)$ или, что то же, для случая малого σ и не менять в случае, если $P(A_1) \neq P(A_2)$ и σ велико.

При $P(A_1) = P(A_2)$ или малом σ области приема в соответствии с (3.11) устанавливаются так, что приходящее колебание $X(t)$ попадет



Фиг. 4.1. Вероятность искажения для идеального приемника. Кривая 1 для $\frac{P(A_1)}{P(A_2)} = 1$; 2 — для $\frac{P(A_1)}{P(A_2)} = 10$ или $0,1$. α определяется формулой (4.4)

в область сигнала $A_1(t)$, если

$$\overline{[X(t) - A_1(t)]^2} < \overline{[X(t) - A_2(t)]^2}.$$

Если повторить рассуждения § 4.1 для этого случая, то получим:

$$P(A_2 \text{ вместо } A_1) = V(\alpha),$$

где α определяется формулой (4.4).

Совершенно аналогично

$$P(A_1 \text{ вместо } A_2) = V(\alpha),$$

откуда вероятность искажения в этом случае будет равна:

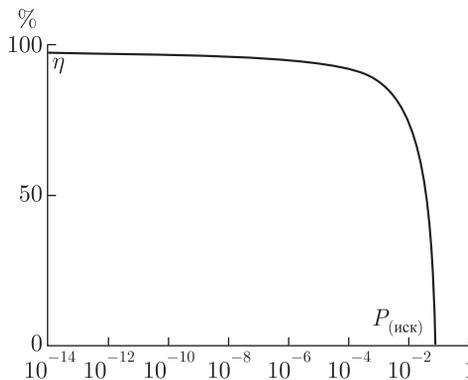
$$P_{(\text{иск.})} = P(A_1)P(A_2 \text{ вместо } A_1) + P(A_2)P(A_1 \text{ вместо } A_2) = V(\alpha), \quad (4.9)$$

поскольку $P(A_1) + P(A_2) = 1$.

Таким образом, эта вероятность не будет зависеть от отношения $P(A_1)/P(A_2)$ и будет равна вероятности искажения при приеме на идеальный приемник в случае $P(A_1)/P(A_2) = 1$.

Рассмотрим пример, когда $P(A_1)/P(A_2) = 10$ или 0,1. В этом случае вероятность искажений при приеме на идеальный приемник, созданный специально для этого случая, будет даваться кривой 2 фиг. 4.1. Вероятность же искажения при приеме на рассмотренный выше приемник, который не будет являться идеальным для данных условий, будет даваться кривой 1 этой же фигуры.

Как видно из этой фигуры, при малых α разница может быть весьма существенна, и в этом случае желательно учитывать неравенство вероятностей посылки сигнала. При работе в области с малым σ и, значит, большими α разница получается небольшой.



Фиг. 4.2. Зависимость коэффициента использования мощности от вероятности искажения для $\frac{P(A_1)}{P(A_2)} = 10$ или 0,1 при приемнике, являющимся идеальным

$$\text{для } \frac{P(A_1)}{P(A_2)} = 1$$

Для характеристики того, насколько данный приемник по своей помехоустойчивости близок к идеальному, введем понятие о коэффициенте использования мощности приемником, который будем обозначать через η . Под этим коэффициентом мы будем подразумевать отношение мощности сигналов при идеальном приемнике к мощности сигналов при некотором рассматриваемом приемнике, если в обоих случаях вероятность искажения и форма сигналов одни и те же. Таким образом, этот коэффициент будет показывать, насколько можно уменьшить энергию или мощность сигналов, если мы вместо данного приемника применим идеальный, сохраняя при этом ту же вероятность правильного воспроизведения.

Для только что рассмотренного случая этот коэффициент будет равен квадрату отношения абсцисс кривых 2 и 1 (фиг. 4.1) при одном и том же $P_{(иск.)}$. Полученная таким образом зависимость η от $P_{(иск.)}$ представлена на фиг. 4.2.

Как видим из этой фигуры, в условиях, когда $P_{(иск.)} < 10^{-3}$, а такие условия часты, приходится брать $\eta > 0,9$.

4.3. Потенциальная помехоустойчивость при передаче с пассивной паузой

В случае, если колебание сигнала может иметь только два значения $A_1(t)$ и $A_2(t)$, причем одно из них, скажем $A_2(t)$, тождественно равно нулю, то такую передачу мы назовем передачей с п а с с и в н о й п а у з о й; если ни один из этих сигналов не будет тождественно равен нулю, то передачей с а к т и в н о й п а у з о й.

Для передачи с пассивной паузой значение α , определяемое формулой (4.4) и характеризующее потенциальную помехоустойчивость, будет равно:

$$\alpha = \sqrt{\frac{T \overline{A_1^2(t)}}{2\sigma^2}} = \sqrt{\frac{1}{2\sigma^2} \int_{-T/2}^{+T/2} A_1^2(t) dt}. \quad (4.10)$$

Обозначим удельную энергию сигнала через

$$Q_1 = T \overline{A_1^2(t)} = \int_{-T/2}^{+T/2} A_1^2(t) dt, \quad (4.11)$$

тогда

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{Q_1}{\sigma}. \quad (4.12)$$

Таким образом, в этом случае потенциальная помехоустойчивость будет определяться лишь энергией сигнала и не будет совершенно зависеть от его формы. Чем больше энергия сигнала, тем больше потенциальная

помехоустойчивость. Однако только на основании этого результата еще не следует, что применение каких-либо новых форм сигналов и усовершенствований приема не может повысить помехоустойчивость систем с пассивной паузой. Действительно, возможно, что в используемых в настоящее время системах помехоустойчивость много ниже полученной тут потенциальной. В этом случае, очевидно, что как усовершенствование приема, так и применение новых форм сигналов, которые облегчат это усовершенствование, может увеличить помехоустойчивость, доведя ее в лучшем случае до потенциальной.

Для выяснения этого вопроса рассмотрим в следующих параграфах в качестве примера одну из реально существующих систем с пассивной паузой и выясним, насколько ее помехоустойчивость близка к потенциальной.

4.4. Потенциальная помехоустойчивость при классическом телеграфном сигнале

В качестве примера передачи с пассивной паузой рассмотрим случай классического элементарного радиотелеграфного сигнала.

При таком сигнале мы будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} A_1(t) &= U_0 \cos \omega_0 t \text{ при } 0 \leq t \leq \tau_0, \\ A_1(t) &= 0 \text{ при } t < 0 \text{ или } t > \tau_0 \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

и

$$A_2(t) = 0. \quad (4.14)$$

Для определения потенциальной помехоустойчивости в этом случае можно взять α из выражения (4.12).

В этом выражении в соответствии с приложением А и с формулами (4.11) и (4.12) мы получим

$$Q_1^2 = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_0} U_0^2 dt = \frac{1}{2} U_0^2 \tau_0. \quad (4.15)$$

Поэтому для данного вида передачи на основании (4.12)

$$\alpha = \frac{U_0 \sqrt{\tau_0}}{2\sigma}. \quad (4.16)$$

По величине α в соответствии с § 4.1 может быть определена вероятность искажения, характеризующая потенциальную помехоустойчивость при данном сигнале.

4.5. Помехоустойчивость при классическом телеграфном сигнале и приеме с синхронным детектором

Пусть для приема сигналов, рассмотренных в предыдущем параграфе, применяется реальный приемник, в котором сигналы вначале

проходят через фильтр с полосой пропускания от $\frac{\omega_0 - \Omega}{2\pi}$ до $\frac{\omega_0 + \Omega}{2\pi}$ и затем поступают на синхронный детектор. Полученное после детектора колебание поступает на выходное устройство, которое воспроизводит сообщение, соответствующее первому сигналу, если в момент $\frac{\tau_0}{2}$ поданное на него напряжение будет больше некоторой величины U_n , и второму сигналу в противном случае. Такой процесс будет происходить, например, при подаче выпрямленного напряжения на телеграфный аппарат, работающий с отсечкой по времени. Считая фильтр идеальным, мы на его выходе будем иметь напряжение от сигнала

$$u_c = \frac{U_0}{\pi} [\text{Si } \Omega t - \text{Si } \Omega(t - \tau_0)] \cos \omega_0 t, \quad (4.17)$$

как это можно получить при помощи интеграла Фурье, если не учитывать запаздывания в фильтре.

В этой формуле Si обозначает интегральный синус, который равняется:

$$\text{Si } x = \int_0^x \frac{\sin z}{z} dz. \quad (4.18)$$

Напряжение помехи после фильтра будет, очевидно, состоять из колебаний с частотами от $\frac{\omega_0 - \Omega}{2}$ до $\frac{\omega_0 + \Omega}{2}$ и иметь в этом диапазоне постоянную интенсивность σ . В соответствии с формулой (В.6) приложения В это колебание может быть записано так:

$$W_{\mu,\nu}(t) = \sqrt{2} W''_{1,n}(t) \cos \omega_0 t + \sqrt{2} W'_{1,n}(t) \sin \omega_0 t,$$

где $W'_{1,n}(t)$ и $W''_{1,n}(t)$ — независимые нормальные флюктуационные колебания, составляющие которых имеют частоты от 0 до $\frac{n}{T} = \frac{\Omega}{2\pi}$ и постоянную интенсивность в этом диапазоне, равную σ .

Таким образом, суммарное напряжение после фильтра при посылке сигнала $A_1(t)$ будет:

$$u'_\phi = u_c + W_{\mu,\nu}(t) = \left\{ \frac{U_0}{\pi} [\text{Si } \Omega t - \text{Si } \Omega(t - \tau_0)] + \sqrt{2} W''_{1,n}(t) \right\} \cos \omega_0 t + \sqrt{2} W'_{1,n}(t) \sin \omega_0 t. \quad (4.19)$$

Синхронный детектор, как известно, дает на выходе напряжение, пропорциональное амплитуде составляющей колебания, совпадающей по фазе с колебанием приходящего сигнала, и не реагирует на составляющую колебания, имеющую сдвиг фаз в 90° по отношению к ней.

Как мы условились, выходное устройство будет воспроизводить сообщение сигнала $A_1(t)$ или $A_2(t)$ в зависимости от значения напря-

жения на выходе детектора в момент времени $t = \tau_0/2$. Обозначив это значение через U_∂ , мы получим при посылке сигнала $A_1(t)$:

$$U'_\partial = \frac{U_0}{\pi} 2 \operatorname{Si} \frac{\Omega \tau_0}{2} + \sqrt{2} W''_{1,n} \left(\frac{\tau_0}{2} \right) \quad (4.20)$$

и при посылке сигнала $A_2(t)$, т. е. когда никакого колебания посылаться не будет:

$$U''_\partial = \sqrt{2} W''_{1,n} \left(\frac{\tau_0}{2} \right). \quad (4.21)$$

Значение $W''_{1,n} \left(\frac{\tau_0}{2} \right)$ является случайной величиной и может быть выражено в соответствии с формулой (B.2) приложения С так:

$$W''_{1,n} \left(\frac{\tau_0}{2} \right) = \sigma \sqrt{\frac{\Omega}{2\pi}} \theta, \quad (4.22)$$

где θ — нормальная случайная величина.

Примем, что выходное устройство будет воспроизводить сообщение, соответствующее первому сигналу, если

$$U_\partial > U_n = \frac{U_0}{\pi} \operatorname{Si} \frac{\Omega \tau_0}{2}, \quad (4.23)$$

т. е. если U_∂ будет больше половины выпрямленного напряжения от сигнала в этот момент, и сообщение, соответствующее второму, в противном случае.

Найдем вероятность того, что вместо первого сообщения будет воспроизведено второе, т. е. вероятность того, что для U'_∂ неравенство (4.23) не будет удовлетворяться.

Эта вероятность будет:

$$P(A_2 \text{ вместо } A_1) = P(U'_\partial < U_n) = P(\theta < -\beta), \quad (4.24)$$

где обозначено:

$$\beta = \frac{U_0}{\sigma} \sqrt{\frac{1}{\pi\Omega}} \operatorname{Si} \Omega \frac{\tau_0}{2} \quad (4.25)$$

и, значит, в соответствии с формулой (2.48)

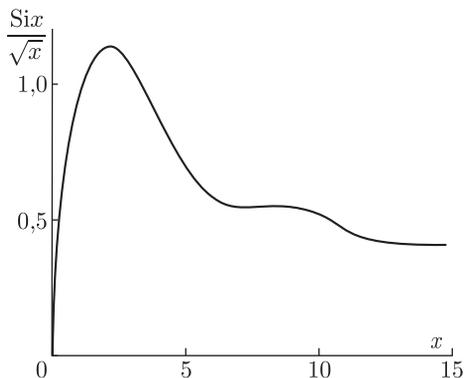
$$P(A_2 \text{ вместо } A_1) = V(\beta), \quad (4.26)$$

Аналогично

$$P(A_1 \text{ вместо } A_2) = P(U''_\partial > U_n) = P(\theta > \beta) > V(\beta). \quad (4.27)$$

Из выражений (4.26) и (4.27) следует, что для данного способа приема

$$P_{(\text{иск.})} = V(\beta). \quad (4.28)$$



Фиг. 4.3

Для получения минимального искажения нужно стараться, чтобы β было по возможности больше. Найдем зависимость β от полосы пропускания фильтра Ω/π . Для этого выражение (4.25) перепишем так:

$$\beta = \frac{U_0}{\sigma} \sqrt{\frac{\tau_0}{2\pi}} \frac{\text{Si } x}{\sqrt{x}}, \quad (4.29)$$

где

$$x = \frac{\Omega\tau_0}{2}.$$

Зависимость $\frac{\text{Si } x}{\sqrt{x}}$ от x изображена на фиг. 4.3. Как видно из фигуры, при $x = 2,1$ эта величина становится максимальной, принимая значение, равное 1,14. Отсюда при данном способе приема оптимальная ширина полосы фильтра будет:

$$\frac{\Omega}{\pi} = \frac{4,2}{\pi\tau_0} = \frac{1,34}{\tau_0} \quad (4.30)$$

и максимальное значение β при этой полосе будет равно:

$$\beta_{\text{макс}} = 0,455 \frac{U_0\sqrt{\tau_0}}{\sigma} = 0,91 \frac{Q_1}{\sqrt{2}\sigma}. \quad (4.31)$$

В рассматриваемом в этом параграфе случае вероятность искажения определяется β так же, как в случае идеального приема она определялась α , в соответствии с (4.8). Из сравнения (4.31) и (4.16) мы видим, что $\beta_{\text{макс}}$ несколько меньше α и, значит, даже при оптимальной полосе рассматриваемый способ приема будет давать несколько большие искажения, чем имелись при идеальном приемнике.

Найдем величину коэффициента использования мощности η , введенного в § 4.2, при рассмотренном способе приема.

Очевидно, этот коэффициент в данном случае при оптимальной полосе будет равен величине

$$\left(\frac{\beta_{\max}}{\alpha}\right)^2 = 0,83. \quad (4.32)$$

Таким образом, энергия сигнала может быть при идеальном приеме уменьшена в 0,83 раза при сохранении той же вероятности искажения. Из сказанного следует, что рассмотренный способ приема по помехоустойчивости весьма близок к идеальному.

4.6. Помехоустойчивость при классическом телеграфном сигнале и приеме с обычным детектором

Рассмотрим теперь вероятность искажения в случае, когда в приемнике, разобранным в предыдущем параграфе, вместо синхронного детектора применяется обычный. В этом случае выпрямленное напряжение будет зависеть от амплитуды суммарного колебания, состоящего из сигнала и помехи на выходе фильтра.

Пусть приемник воспроизводит первое сообщение, если эта амплитуда на выходе фильтра U_{ϕ} будет в момент времени $\frac{\tau_0}{2}$ больше половины амплитуды от сигнала, т. е.

$$U_{\phi} > \frac{U_0}{\pi} \text{Si} \frac{\Omega\tau_0}{2} = U_n, \quad (4.33)$$

и воспроизводит второе сообщение, если это неравенство не удовлетворяется.

Райс³⁾ высчитал вероятность того, что суммарная амплитуда синусоидального сигнала и флюктуационной помехи будет меньше некоторой величины. Воспользовавшись его результатами, которые даны им в виде кривых, можно вычислить значение вероятности того, что суммарная амплитуда сигнала и помехи в момент времени $\frac{\tau_0}{2}$ окажется меньше U_n , т. е. произойдет искажение. Назовем эту вероятность $P(A_2$ вместо $A_1)$. Затем можно найти вероятность того, что амплитуда помехи в отсутствие колебания сигнала превзойдет величину U_n , т. е. сигнал $A_2(t)$ будет воспринят как сигнал $A_1(t)$. Эта вероятность была определена многими авторами и в том числе Райсом. Она равна:

$$P(A_1 \text{ вместо } A_2) = e^{-\frac{U_n^2}{2H^2}}, \quad (4.34)$$

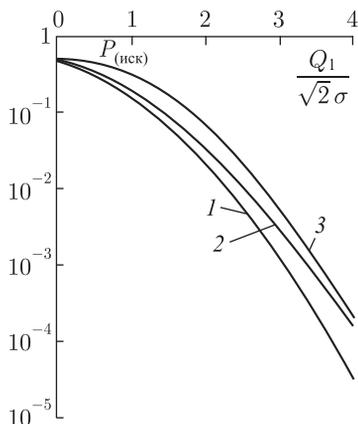
где H — эффективное значение помехи, равное в соответствии с (2.57) в нашем случае величине $\sigma\sqrt{\frac{\Omega}{\pi}}$. Подставляя это значение и значение

³⁾ S. O. Rice, B. S. T. J., July, 1944.

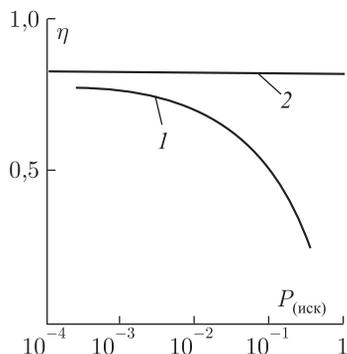
U_n в (4.34), получим:

$$P(A_1 \text{ вместо } A_2) = e^{-\frac{\beta^2}{2}}, \quad (4.35)$$

где β определяется выражением (4.25).



Фиг. 4.4. Вероятность искажения при сигнале с прямоугольной огибающей. Кривая 1 — идеальный приемник; 2 — синхронный приемник; 3 — обычный приемник; Q_1 определяется формулой (4.15)



Фиг. 4.5. Коэффициент использования мощности при сигнале с прямоугольной формой. Кривая 1 — обычный приемник; прямая 2 — синхронный приемник

Если принять, что посылка сигналов $A_1(t)$ и $A_2(t)$ равновероятна, то вероятность искажения будет равна:

$$P_{(\text{иск.})} = 0,5P(A_1 \text{ вместо } A_2) + 0,5P(A_2 \text{ вместо } A_1).$$

Эта вероятность для оптимальной полосы, которая в данном случае будет также определяться уравнением (4.30), изображается кривой 3 на фиг. 4.4. Там же для сравнения кривая 2 изображает вероятность искажения для случая приема с синхронным детектором и кривая 1 — для случая идеального приемника.

По оси абсцисс во всех случаях отложена величина $\frac{Q_1}{\sqrt{2}\sigma}$, где Q_1^2 — удельная энергия, даваемая формулой (4.15).

Кривая 1 на фиг. 4.5 дает коэффициент использования мощности при приеме, разобранный в этом параграфе, в зависимости от $P_{(\text{иск.})}$. В данном случае он будет равен квадрату отношения абсцисс кривых 1 и 3 на фиг. 4.4, взятых при данном $P_{(\text{иск.})}$. На этой фигуре прямая 2 дает для сравнения величину коэффициента использования мощности при приеме с синхронным детектором, которая равна 0,83.

4.7. Выводы относительно помехоустойчивости систем с пассивной паузой

Как было показано, потенциальная помехоустойчивость при этом способе передачи при постоянной заданной интенсивности помехи определяется целиком величиной

$$Q_1^2 = T \overline{A_1^2(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} A_1^2(t) dt,$$

т. е. энергией сигнала. Форма сигнала на потенциальную помехоустойчивость не влияет.

При классическом способе передачи и приемниках с оптимальной полосой, которые мы рассмотрели в § 4.5 и 4.6, мы получаем помехоустойчивость, весьма близкую к потенциальной, причем несколько большую при синхронном детекторе, чем при обычном.

Отсюда следует, что применение отличных от рассмотренных в § 4.5 и 4.6 методов приема существенного увеличения помехоустойчивости при сохранении энергии сигнала дать не может. Данное положение справедливо при условии, если форма, величина и возможное время прихода сигнала известны, а помеха нормально флюктуационного типа.

Из этого, однако, не следует делать вывода, что всегда следует при телеграфии с пассивной паузой применять разобранный здесь способ передачи и приема. В ряде случаев может оказаться, что другие способы передачи и приема будут более целесообразны, например вследствие меньшего влияния на них замираний, импульсных помех и т. п.

4.8. Оптимальная система передачи с активной паузой

В этом и следующих параграфах мы рассмотрим потенциальную помехоустойчивость систем, в которых сигналы могут принимать два значения $A_1(t)$ и $A_2(t)$, причем оба эти значения тождественно не равны нулю.

Вначале постараемся найти оптимальную систему, которая обеспечивала бы максимально возможную потенциальную помехоустойчивость при заданной максимальной энергии сигнала Q^2 .

Для этого, очевидно, надо выбрать такие сигналы, чтобы величина, определяющая потенциальную помехоустойчивость:

$$\alpha^2 = \frac{1}{2\sigma^2} \int_{-T/2}^{+T/2} [A_1(t) - A_2(t)]^2 dt = \frac{1}{2\sigma^2} T \overline{[A_1(t) - A_2(t)]^2}, \quad (4.36)$$

была максимальной при условии, что

$$\begin{aligned} \int_{-T/2}^{+T/2} A_1^2(t) dt &= T \overline{A_1^2(t)} \leq Q^2, \\ \int_{-T/2}^{+T/2} A_2^2(t) dt &= T \overline{A_2^2(t)} \leq Q^2. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Мы имеем:

$$\begin{aligned} \int_{-T/2}^{+T/2} [A_1(t) - A_2(t)]^2 dt &= 2 \int_{-T/2}^{+T/2} A_1^2(t) dt + \\ &+ 2 \int_{-T/2}^{+T/2} A_2^2(t) dt - \int_{-T/2}^{+T/2} [A_1(t) + A_2(t)]^2 dt. \end{aligned}$$

Для получения максимума этого выражения нужно сделать два первых интеграла возможно большими, а последний интеграл возможно меньшим. Максимальное значение первых интегралов получится при выполнении условия (4.37), если положить:

$$\int_{-T/2}^{+T/2} A_1^2(t) dt = \int_{-T/2}^{+T/2} A_2^2(t) dt = Q^2. \quad (4.38)$$

Третий интеграл не может принимать отрицательных значений. Поэтому его минимально возможное значение будет равно нулю при условии

$$A_1(t) = -A_2(t). \quad (4.39)$$

Это условие не противоречит условию (4.38).

Таким образом, α и, значит, потенциальная помехоустойчивость будут максимальны, если $A_1(t)$ и $A_2(t)$ равны между собой по абсолютной величине, противоположны по знаку и имеют максимально возможную удельную энергию. Форма этих сигналов на потенциальную помехоустойчивость не влияет и может быть любой.

При разобранном оптимальном варианте величина α , определяющая потенциальную помехоустойчивость, очевидно, будет равна:

$$\alpha = \sqrt{\frac{2}{\sigma^2} \int_{-T/2}^{+T/2} A_1^2(t) dt} = \frac{\sqrt{2} Q}{\sigma}. \quad (4.40)$$

Полученное значение будет определять максимально возможную потенциальную помехоустойчивость, которая может быть получена при работе с активной паузой и вообще при любой системе работы с двумя дискретными сигналами, если максимальная энергия сигнала задана.

Сравнивая полученное значение α со значением α для работы с пассивной паузой, которое дается выражением (4.12), мы видим, что при оптимальном варианте при сохранении той же α и, значит, той же вероятности искажения можно удельную энергию сигнала Q^2 уменьшить в 4 раза.

Если в качестве сигнала $A_1(t)$ для оптимальной системы взять сигнал, даваемый формулой (4.13), и приемник осуществить по схеме: фильтр с оптимальной полосой, определяемой формулой (4.30); синхронный детектор; выходное устройство, воспроизводящее первый сигнал, если напряжение на нем в момент $\frac{\tau_0}{2}$ будет положительно, и второй, если оно будет отрицательно, то коэффициент использования мощности на приеме будет равен:

$$\eta = 0,83,$$

как и в случае, разобранным в §4.5. В этом нетрудно убедиться, повторив рассуждения §4.5 для данного случая. Как видим, при таком методе приема помехоустойчивость будет близка к потенциальной.

4.9. Помехоустойчивость при частотной манипуляции

Под передачей с частотной манипуляцией мы будем подразумевать передачу, состоящую из сигналов:

$$\begin{aligned} A_1(t) &= U_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \text{ при } 0 < t < \tau_0, \\ A_1(t) &= 0 \text{ при } t < 0 \text{ или } t > \tau_0, \\ A_2(t) &= U_0 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \text{ при } 0 < t < \tau_0, \\ A_2(t) &= 0 \text{ при } t < 0 \text{ или } t > \tau_0. \end{aligned} \quad (4.41)$$

Для этой системы передачи

$$\begin{aligned} \alpha^2 &= \frac{1}{2\sigma^2} \int_{-T/2}^{+T/2} [A_1(t) - A_2(t)]^2 dt = \\ &= \frac{U_0^2}{2\sigma^2} \int_0^{\tau_0} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos(2\omega_1 t + 2\varphi_1) + \frac{1}{2} \cos(2\omega_2 t + 2\varphi_2) - \right. \\ &\quad \left. - \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2] - \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2] \right\} dt. \end{aligned}$$

При раскрытии этого интеграла второе, третье и четвертое слагаемые, стоящие в фигурных скобках, дадут величины, стремящиеся к нулю при увеличении ω_1 и ω_2 . Мы этими слагаемыми пренебрежем,

считая ω_1 и ω_2 достаточно большими. Тогда после интегрирования и некоторого преобразования получим:

$$\alpha^2 = \frac{Q^2}{\sigma^2} \left\{ 1 - \frac{\sin[(\omega_1 - \omega_2)\tau_0 + \varphi_1 - \varphi_2] - \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{(\omega_1 - \omega_2)\tau_0} \right\}, \quad (4.42)$$

где

$$Q^2 = \frac{U_0^2 \tau_0}{2} \quad (4.43)$$

— удельная энергия сигналов.

Полученное значение α зависит от разности начальных фаз $\varphi_1 - \varphi_2$.

Если манипуляция частотой производится путем изменения параметров контура автогенератора, $\varphi_1 = \varphi_2$, и выражение упрощается. В этом случае получим:

$$\alpha^2 = \frac{Q^2}{\sigma^2} \left\{ 1 - \frac{\sin(\omega_1 - \omega_2)\tau_0}{(\omega_1 - \omega_2)\tau_0} \right\}. \quad (4.44)$$

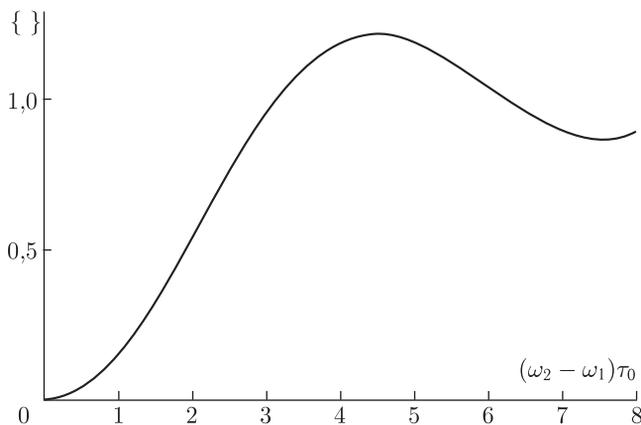
Зависимость фигурной скобки, входящей в это выражение, от $(\omega_1 - \omega_2)\tau_0$ дана на фиг. 4.6.

Исследуя эту фигуру, можно прийти к следующим выводам:

1. При данном способе манипуляции максимальная потенциальная помехоустойчивость получится при разности частот:

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{2\pi} = 0,7 \frac{1}{\tau_0}. \quad (4.45)$$

При меньших разностях потенциальная помехоустойчивость будет уменьшаться. Это положение позволяет определить минимальную разность частот, меньше которой, во избежание потери помехоустойчивости, брать не следует.



Фиг. 4.6. Фигурная скобка выражения (4.44)

2. При данном способе манипуляции и при оптимальной разности частот $\omega_1 - \omega_2$ значение $\alpha^2 = 1, 2 \frac{Q^2}{\sigma^2}$, т. е. в 2,4 раза больше, чем значение, получаемое при передаче с пассивной паузой, если в обоих случаях брать одинаковые удельные энергии сигналов Q^2 . Таким образом, потенциальная помехоустойчивость при частотной манипуляции не на очень много больше потенциальной помехоустойчивости, получаемой при работе с пассивной паузой, разобранный в § 4.4. Если принять далее во внимание, что согласно § 4.5 и 4.6 в последнем случае можно весьма близко приблизиться к потенциальной помехоустойчивости, то мы приходим к выводу, что при частотной манипуляции в случае неискаженных сигналов и нормально флуктуационных помех получить значительно большую помехоустойчивость, чем при классической амплитудной манипуляции, нельзя.

Выигрыш по помехоустойчивости, который наблюдается при замене амплитудной манипуляции на частотную, на коротких волнах, очевидно, следует отнести за счет искажения сигнала замирианиями.

4.10. Потенциальная помехоустойчивость при нормально флуктуационной помехе с интенсивностью, зависящей от частоты

До настоящего параграфа мы рассматривали нормально флуктуационные помехи, состоящие из большого числа весьма коротких импульсов, имеющих постоянную интенсивность. В приложении D показано, что помеха, состоящая из импульсов произвольной формы, может быть записана, если учесть составляющие с частотами от $\frac{\mu}{T}$ до $\frac{\nu}{T}$:

$$W_{\mu, \nu}^*(t) = \sum_{i=\mu}^{\nu} \left[\frac{\sigma^* \left(\frac{i}{T} \right)}{\sqrt{T}} (\theta_{2i-1}^* \sin \frac{2\pi}{T} it + \theta_{2i}^* \cos \frac{2\pi}{T} it) \right], \quad (4.46)$$

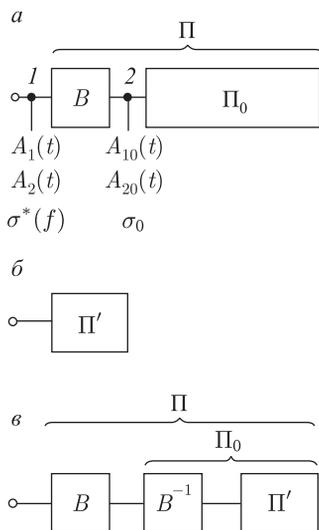
где θ^* — взаимно независимые нормальные случайные величины. Это выражение отличается от (2.54) тем, что тут амплитуда составляющих помехи зависит от их частоты. Выясним, как можно случай с помехой (4.46) свести к рассмотренному ранее.

Пусть приходящий сигнал может иметь опять два значения $A_1(t)$ и $A_2(t)$. Пусть на этот сигнал накладывается помеха $W_{\mu, \nu}^*(t)$ с интенсивностью $\sigma^*(f)$, меняющейся с частотой. Возьмем приемник П, собранный по схеме, приведенной на фиг. 4.7, а. На этой схеме через В обозначен выравнитель — линейное устройство, коэффициент усиления которого равен:

$$k(f) = \frac{k_0}{\sigma^*(f)}, \quad (4.47)$$

где k_0 — некоторая постоянная.

Фазовая характеристика этого выравнителя может быть любой.



Фиг. 4.7. Π_0 — идеальный приемник для сигналов $A_{10}(t)$ и $A_{20}(t)$ и помехи с постоянной интенсивностью σ_0 ; Π — идеальный приемник для сигналов $A_1(t)$ и $A_2(t)$ и помехи с интенсивностью $\sigma^*(f)$; B — четырехполюсник с коэффициентом передачи $|K| = \frac{\sigma_0}{\sigma^*(f)}$; B' — четырехполюсник с коэффициентом передачи $K' = K^{-1}$

Проходя через этот выравнитель, помеха будет искажаться. Вместо помехи $W_{\mu,\nu}^*(t)$ с интенсивностью $\sigma^*(f)$, действующей в точке 1, мы в точке 2 получим помеху $W_{\mu,\nu}(t)$, которая в соответствии с приложением D будет также нормально флюктуационным колебанием, но с интенсивностью

$$\sigma_0 = \sigma^*(f)k(f) = k_0,$$

которая будет постоянной. Сигналы, проходя через выравнитель, будут менять свою форму. Пусть в точке 2 они примут вид $A_{10}(t)$ и $A_{20}(t)$.

Очевидно, приемник Π будет давать ошибку тогда, и только тогда, когда будет давать ошибку приемник Π_0 . Таким образом, вероятность искажения в приемнике Π при сигналах $A_1(t)$, $A_2(t)$ и помехе с интенсивностью $\sigma^*(f)$ будет равна вероятности искажения в приемнике Π_0 при сигналах $A_{10}(t)$, $A_{20}(t)$ и помехе с интенсивностью σ_0 . Для того чтобы приемник Π давал наименьшую вероятность искажений, нужно, очевидно, взять приемник Π_0 идеальным в смысле § 3.2.

Полученный таким образом приемник Π будет идеальным для приема сигналов $A_1(t)$ и $A_2(t)$ при помехе с интенсивностью $\sigma^*(f)$. Действительно, он будет давать наименьшую вероятность искажений, возможную для приемников, составленных по схеме фиг. 4.7, а, а по этой схеме можно осуществить приемник, эквивалентный по

искажениям любому другому. В самом деле, любой приемник Π' (фиг. 4.7, б) эквивалентен приемнику, показанному на фиг. 4.7, в, где через B^{-1} обозначен линейный четырехполюсник, обратный четырехполюснику B . Приемник же по схеме фиг. 4.7, в приводится к схеме фиг. 4.7, а.

Вероятность искажения при полученном идеальном приемнике будет характеризовать потенциальную помехоустойчивость.

Очевидно, эта вероятность будет равна вероятности искажения в идеальном приемнике при сигналах $A_{10}(t), A_{20}(t)$ и помехе с интенсивностью σ_0 , не зависящей от частоты. Последняя вероятность может быть определена по формулам § 4.1, если в них вместо $A_1(t), A_2(t)$ и σ^* подставить $A_{10}(t), A_{20}(t)$ и σ_0 соответственно.

В этом параграфе мы рассмотрели способ учета непостоянства интенсивности помехи для случая двух дискретных сигналов. Этот способ приводит к цели также и во всех других случаях, которые рассмотрены ниже. Поэтому мы к данному вопросу возвращаться в дальнейшем не будем.

4.11. Геометрическое толкование материала гл. 4

В случае двух дискретных сигналов области идеального приемника, соответствующие этим сигналам, будут определяться неравенством (4.1). Если вместо этого неравенства взять равенство, то точки, соответствующие колебаниям $X(t)$, определяемым из этого равенства, будут составлять плоскость. Эта плоскость перпендикулярна линии, соединяющей точки сигналов $A_1(t)$ и $A_2(t)$, будет граничной плоскостью. Она разделяет области сигналов $A_1(t)$ и $A_2(t)$. В случае, если сигналы будут равновероятны, плоскость будет проходить в середине между точками $A_1(t)$ и $A_2(t)$. Искажение будет происходить в том случае, если вектор помехи, прикладываясь к радиусу-вектору посланного сигнала, создаст результирующий вектор, конец которого окажется по другую сторону граничной плоскости. Поскольку для вектора помехи все направления равновероятны, то естественно, что искажения будут зависеть лишь от расстояния граничной плоскости от точки сигнала и, значит, от расстояния между точками сигналов, т.е. от величины $\overline{[A_1(t) - A_2(t)]^2}$, как это и было доказано.

В случае передачи с пассивной паузой радиус-вектор одного из сигналов равен нулю. В этом случае потенциальная помехоустойчивость будет зависеть лишь от величины $A_1^2(t)$, которая определяет расстояние между концом радиуса-вектора сигнала $A_1(t)$ и началом координат.

При отыскании оптимальной системы передачи (§ 4.8) мы ставили перед собой задачу найти систему из двух таких сигналов, радиусы-векторы которых не должны по длине превосходить заданную величину, причем расстояние между концами этих векторов должно быть максимальным. Естественно, что мы получим такую систему,

если возьмем радиусы-векторы максимальной возможной длины и направим их в противоположные стороны, т. е. сделаем один из векторов равным другому с обратным знаком.

Глава 5

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ СИГНАЛАХ СО МНОГИМИ ДИСКРЕТНЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ

5.1. Решение задачи в общем виде

В предыдущей главе мы рассмотрели помехоустойчивость в случае, когда сигнал мог принимать только два значения.

В этой главе мы займемся аналогичным вопросом, но для более общего случая, когда сообщения i , значит, сигналы могут иметь m дискретных значений. Пусть эти значения сигналов будут:

$$A_1(t), A_2(t), \dots, A_m(t). \quad (5.1)$$

Найдем вероятность искажения при приеме таких сигналов на идеальный приемник, рассмотренный в гл. 3. Эта вероятность, очевидно, будет характеризовать потенциальную помехоустойчивость.

Пусть передавался сигнал $A_1(t)$, тогда действующее на приемник колебание будет:

$$X(t) = W_{\mu, \nu}(t) + A_1(t). \quad (5.2)$$

Очевидно идеальный приемник при этом воспроизведет сообщение, соответствующее передававшемуся сигналу $A_1(t)$, если в соответствии с § 3.2 мы будем иметь:

$$T[\overline{X(t) - A_1(t)}]^2 - \sigma^2 \ln P(A_1) \leq T[\overline{X(t) - A_j(t)}]^2 - \sigma^2 \ln P(A_j) \quad (5.3)$$

для всех $j = 2, \dots, m$.

Если хотя бы одно из неравенств (5.3) не будет удовлетворяться, произойдет искажение.

Подставляя в уравнение (5.3) значение $X(t)$ из (5.2), мы после преобразования получим:

$$2T\overline{W_{\mu, \nu}(t)[A_j(t) - A_1(t)]} \leq T\overline{[A_j(t) - A_1(t)]^2} + \sigma^2 \ln \frac{P(A_1)}{P(A_j)}. \quad (5.4)$$

Вероятность выполнения системы этих неравенств равна вероятности правильного приема сигнала $A_1(t)$ на идеальный приемник. Аналогичные выражения будем иметь и для других сигналов. В общем случае величина этой вероятности выражается интегралами, которые не берутся.

Поэтому в дальнейшем будут рассмотрены лишь наиболее интересные частные случаи.

5.2. Потенциальная помехоустойчивость при ортогональных равновероятных сигналах, имеющих одинаковую энергию

Рассмотрим случай, когда

$$\left. \begin{aligned} & \frac{T \overline{A_i^2(t)}}{A_i(t) A_j(t)} = 0, \\ & \overline{A_i(t) A_j(t)} = 0 \\ \text{и} \\ & P(A_i) = \frac{1}{m}, \\ \text{где} \\ & i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, m, \\ \text{но} \\ & j \neq i. \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

В этом случае неравенство (5.4) на основании (2.60) и (2.61) легко приводится к виду:

$$\sigma \sqrt{2T} \sqrt{\overline{A_j^2(t)}} \theta_k - \sigma \sqrt{2T} \sqrt{\overline{A_1^2(t)}} \theta_1 \leq T [\overline{A_j^2(t)} + \overline{A_1^2(t)}]$$

или

$$\theta_j - \theta_1 \leq \frac{\sqrt{2} Q}{\sigma} \quad (5.6)$$

для

$$j = 2, 3, \dots, m,$$

где θ_j — взаимно независимые нормальные случайные величины.

Пусть θ_1 удовлетворяет условию

$$y < \theta_1 < y + dy. \quad (5.7)$$

Вероятность этого в соответствии с (2.34) будет равна:

$$\frac{dy}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}}. \quad (5.8)$$

В этом случае, для того чтобы j -тое неравенство (5.6) выполнялось, должно быть:

$$\theta_j \leq \frac{\sqrt{2} Q}{\sigma} + y. \quad (5.9)$$

Согласно (2.48) вероятность этого будет равна:

$$1 - V\left(\frac{\sqrt{2} Q}{\sigma} + y\right). \quad (5.10)$$

Поскольку все θ_j независимы, вероятность одновременного выполнения всех $m - 1$ неравенств (5.6) и неравенства (5.7) будет:

$$\frac{dy}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} \left[1 - V\left(\frac{\sqrt{2} Q}{\sigma} + y\right) \right]^{m-1}. \quad (5.11)$$

Отсюда следует, что вероятность выполнения всех неравенств (5.6) при любом θ_1 будет:

$$P(A_{1\text{прав.}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[1 - V\left(\frac{\sqrt{2}Q}{\sigma} + y\right) \right]^{m-1} e^{-\frac{y^2}{2}} dy. \quad (5.12)$$

Эта вероятность будет равна вероятности того, что посланный сигнал $A_1(t)$ будет принят правильно идеальным приемником. В рассматриваемом случае эта вероятность будет одинаковой для всех сигналов и будет характеризовать потенциальную помехоустойчивость.

5.3. Пример телеграфной передачи с 32 ортогональными сигналами

На основании теории, изложенной в предыдущем параграфе, подсчитаем потенциальную помехоустойчивость для случая, когда в телеграфной передаче сигналы, характеризующие отдельные буквы, имеют одинаковую энергию Q^2 и ортогональны между собой.

Это может быть случай, когда буква передается синусоидальным колебанием, причем амплитуда этого колебания U_0 и его продолжительность τ_0 для всех букв одинаковы, а частота для каждой буквы имеет свое значение. При этих условиях колебание, соответствующее k -той букве, будет равно:

$$\begin{aligned} A_k(t) &= U_0 \cos(\omega_k t + \varphi) && \text{при } 0 \leq t \leq \tau_0, \\ A_k(t) &= 0 && \text{при } t < 0 \text{ или } t > \tau_0. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Скалярное произведение колебания $A_k(t)$ на колебание $A_i(t)$, соответствующее i -той букве, будет равно:

$$\begin{aligned} \overline{A_k(t)A_i(t)} &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} A_k(t)A_i(t)dt = \\ &= \frac{U_0^2}{2T} \left[\frac{\sin(\omega_k - \omega_i)\tau_0}{\omega_k - \omega_i} + \frac{\sin[(\omega_k + \omega_i)\tau_0 + 2\varphi] - \sin 2\varphi}{\omega_k + \omega_i} \right]. \end{aligned} \quad (5.14)$$

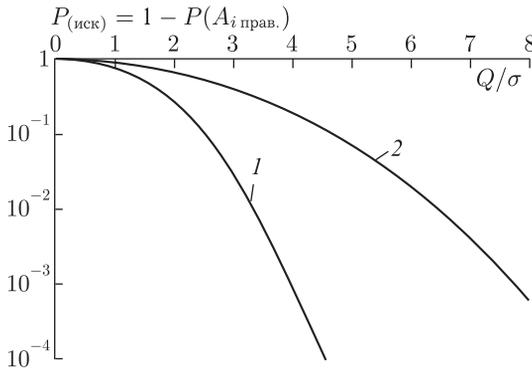
Если предположить, что $\frac{(\omega_k - \omega_i)\tau_0}{2\pi}$ и $\frac{(\omega_k + \omega_i)\tau_0}{2\pi}$ — целые числа, то колебания $A_k(t)$ и $A_i(t)$ будут ортогональны, поскольку выражение (5.14) при этом будет равно нулю. Очевидно, что эти колебания можно также считать ортогональными, если $\frac{(\omega_k - \omega_i)\tau_0}{2\pi}$ — целое число и $\omega_k + \omega_i \gg |\omega_k - \omega_i|$.

Таким образом, если частоты сигналов будут отстоять друг от друга на величины, кратные $\frac{1}{\tau_0}$, и их суммы будут много больше их разностей, сигналы будут ортогональны.

Сигналы также будут ортогональны, если отдельные буквы будут передаваться любыми колебаниями, не перекрывающимися друг другом, так как в этом случае, очевидно,

$$\overline{A_i(t)A_k(t)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} A_i(t)A_k(t)dt = 0, \quad (5.15)$$

поскольку для любого t хотя бы один из множителей, стоящий под интегралом, всегда будет равен нулю.



Фиг. 5.1. Вероятность искажения при 32 сигналах с одинаковой априорной вероятностью и идеальном приемнике. Кривая 1 — при передаче ортогональными сигналами; 2 — при передаче пятью двухзначными импульсами.

Примем дальше, что вероятности посылки каждого из сигналов одинаковы и что $m = 32$, тогда численным интегрированием по формуле (5.12) мы получим результат, изображенный кривой 1 на фиг. 5.1, где по оси абсцисс отложена величина Q/σ , а по оси ординат — вероятность $P_{\text{иск.}} = 1 - P(A_{i\text{прав.}})$.

Полученную вероятность искажения мы сравним в дальнейшем с вероятностью для других способов передачи.

5.4. Потенциальная помехоустойчивость при составных сигналах

Очень часто сложные сигналы составляются из более простых, следующих один за другим. Так, например, в телеграфии почти всегда сигналы букв и знаков составляются из отдельных элементарных сигналов, следующих друг за другом и имеющих одинаковую длину и два значения.

Найдем потенциальную помехоустойчивость при таких сигналах. Начнем с общего случая.

Пусть первый простой сигнал, входящий в сложный, может иметь одно из следующих значений:

$$B_1(t), B_2(t), \dots, B_m(t). \quad (5.16)$$

Пусть второй простой сигнал будет начинаться через время τ после начала первого. Тогда он, очевидно, будет иметь одно из следующих значений:

$$B_1(t - \tau), B_2(t - \tau), \dots, B_m(t - \tau). \quad (5.17)$$

Наконец, l -тый простой сигнал будет иметь одно из следующих значений:

$$B_1(t - l\tau + \tau), B_2(t - l\tau + \tau), \dots, B_m(t - l\tau + \tau). \quad (5.18)$$

Если сложный сигнал будет состоять из n простых, то, очевидно, он будет иметь следующий вид:

$$B_{k_1}(t) + B_{k_2}(t - \tau) + \dots + B_{k_n}(t - n\tau + \tau), \quad (5.19)$$

где k_1, \dots, k_n — некоторые целые числа, могущие принимать значения от 1 до m в зависимости от того, какой сложный сигнал передается. В рассматриваемом случае сложный сигнал может иметь m^n значений.

Мы будем считать, что отдельные простые сигналы, следующие один за другим, не перекрываются между собой. При этих условиях сигналы

$$B_i(t - k\tau) \text{ и } B_j(t - l\tau)$$

будут ортогональны при любых i и j , если $k \neq l$, как это было показано в предыдущем параграфе.

Найдем вероятность искажения рассмотренного здесь сложного сигнала при приеме его на идеальный приемник.

Очевидно, для того чтобы рассмотренный сложный сигнал был принят без искажения идеальным приемником, необходимо и достаточно, чтобы все простые сигналы, входящие в него, были бы приняты этим приемником без искажения. Докажем, что при принятых условиях и при приеме на идеальный приемник искажения отдельных простых сигналов являются независимыми событиями.

Действительно, в соответствии с § 5.1, если l -тый простой сигнал имел вид:

$$B_i(t - l\tau + \tau),$$

то он будет принят без искажения идеальным приемником при условии, что помеха будет иметь такие значения, что случайные величины

$$\overline{W_{\mu, \nu}(t)[B_j(t - l\tau + \tau) - B_i(t - l\tau + \tau)]} \quad (5.20)$$

при любых $j = 1, 2, \dots, m$ примут значения, удовлетворяющие неравенствам:

$$2T\overline{W_{\mu,\nu}(t)[B_j(t-l\tau+\tau) - B_i(t-l\tau+\tau)]} < \\ < T\overline{[B_j(t-l\tau+\tau) - B_i(t-l\tau+\tau)]^2} + \sigma^2 \ln \frac{P(B_i)}{P(B_j)}. \quad (5.21)$$

Далее, k -тый простой сигнал, который, допустим, имел значение

$$B_{i'}(t - k\tau + \tau),$$

будет принят без искажения, если случайные величины

$$\overline{W_{\mu,\nu}(t)[B_j(t-k\tau+\tau) - B_{i'}(t-k\tau+\tau)]} \quad (5.22)$$

примут значения, удовлетворяющие неравенствам:

$$2T\overline{W_{\mu,\nu}(t)[B_j(t-k\tau+\tau) - B_{i'}(t-k\tau+\tau)]} < \\ < T\overline{[B_j(t-k\tau+\tau) - B_{i'}(t-k\tau+\tau)]^2} + \sigma^2 \ln \frac{P(B_{i'})}{P(B_j)}. \quad (5.23)$$

Так как функции, стоящие в квадратных скобках выражений (5.20) и (5.22), ортогональны между собой, то эти выражения будут в соответствии с § 2.4 друг от друга независимыми случайными величинами и, значит, неравенства (5.21) и (5.23) будут выполняться также независимо друг от друга. Это доказывает высказанное положение о независимости искажения отдельных простых сигналов.

Вероятность правильного приема каждого простого сигнала может быть определена методами, изложенными раньше. Очевидно, в рассматриваемом случае эти вероятности будут одинаковы для всех простых сигналов (априорные вероятности для них считаем одинаковыми) и будут равны $P_{\text{прав. прост.}}$.

Поскольку, как отмечалось, искажения отдельных простых сигналов независимы друг от друга, то, очевидно, вероятность того, что все n простых сигналов, образующих один сложный, будут приняты правильно, т. е. будет принят правильно сложный сигнал, примет вид:

$$1 - P_{\text{иск.}} = P_{\text{прав. прост.}}^n \quad (5.24)$$

5.5. Пример пятизначного кода

Применим теорию предыдущего параграфа для частотной телеграфии пятизначным кодом. При этой системе передачи сигнал, соответствующий одному знаку, будет состоять из пяти следующих один за другим простых сигналов, каждый из которых имеет вид, разобранный в § 4.9.

Будем считать, что вероятность обоих значений простого сигнала одинакова.

В этом случае

$$P_{\text{иск. прост.}} = V(\alpha), \quad (5.25)$$

где α определяется формулой (4.44) и при разности частот, при которой фигурная скобка равна 1, будет:

$$\alpha^2 = \frac{Q_n^2}{\sigma^2}, \quad (5.26)$$

где Q_n^2 — энергия простого сигнала.

При этом способе передачи сигнал может иметь:

$$m^n = 2^5 = 32$$

варианта.

Сравним потенциальную помехоустойчивость при данных сигналах с помехоустойчивостью при ортогональных сигналах, тоже имеющих 32 варианта, которую мы исследовали в § 5.3. Для этого выразим Q_n^2 через удельную энергию для всего сигнала, обозначив ее через $Q^2 = 5Q_n^2$.

Получим:

$$\alpha^2 = 0, 2 \frac{Q^2}{\sigma^2}, \quad (5.27)$$

откуда вероятность искажения составного сигнала в соответствии с формулами (5.24) и (5.27) будет равна:

$$P_{\text{иск.}} = 1 - P_{\text{прав. прост.}}^n = 1 - \left[1 - V\left(\sqrt{0, 2} \frac{Q}{\sigma}\right) \right]^5. \quad (5.28)$$

Значение этой величины дается кривой 2 фиг. 5.1, где по оси абсцисс отложена величина $\frac{Q}{\sigma}$, а по оси ординат $P_{\text{иск.}}$.

Сравнивая эту кривую с кривой 1 этой же фигуры, дающей вероятность искажения для аналогичной системы с ортогональными сигналами, мы видим, что ортогональная система выгоднее. Для обеспечения той же вероятности искажения при ортогональной системе требуется энергия сигнала примерно в 3, 5 раза меньше, чем при сложном сигнале. Зато полоса занимаемых частот при сложном сигнале будет примерно в 3 раза меньше, поскольку в этом случае вместо 32 частот нужно передавать только две частоты, а посылки на этих частотах должны быть лишь в 5 раз короче, чем при ортогональных сигналах.

5.6. Оптимальная система при сигналах со многими дискретными значениями

Найдем оптимальную систему, содержащую m сигналов, подобно тому, как в § 4.8 была найдена оптимальная система из двух сигналов.

Пусть имеется система равновероятных сигналов

$$A_1(t), A_2(t), \dots, A_m(t). \quad (5.29)$$

Покажем, как можно уменьшить среднюю энергию этих сигналов, не изменяя потенциальной помехоустойчивости. Потенциальная помехо-

устойчивость определяется вероятностью соблюдения неравенств (5.4), в которые входят разности сигналов. Таким образом, если ввести новые сигналы

$$A'_k(t) = A_k(t) + B(t), \quad (5.30)$$

то неравенства (5.4) не изменятся, и, значит, потенциальная помехоустойчивость для сигналов $A_k(t)$ и $A'_k(t)$ будет одинакова.

Геометрически это означает, что если все точки, соответствующие сигналам, переместить параллельно на одинаковую величину, то расстояния между ними и потенциальная помехоустойчивость, определяемая этими расстояниями, не изменятся.

Найдем, каково должно быть колебание $B(t)$, чтобы средняя энергия сигнала

$$Q_{\text{cp}}^2 = \frac{T \sum_{k=1}^m \overline{A_k'^2(t)}}{m} \quad (5.31)$$

была минимальной,

Пользуясь (5.30), получим:

$$Q_{\text{cp}}^2 = \frac{T}{m} \left\{ \sum_{k=1}^m \overline{A_k^2(t)} + 2 \overline{\left[\sum_{k=1}^m A_k(t) \right] B(t)} + m \overline{B^2(t)} \right\}, \quad (5.32)$$

Если менять $B(t)$ так, чтобы $\overline{B^2(t)}$ оставалась постоянной величиной, то первый и третий члены в фигурной скобке меняться не будут, и минимум наступит, когда $B(t)$ будет противоположно $\sum_{k=1}^m A_k(t)$, т. е.

$$B(t) = -\lambda \sum_{k=1}^m A_k(t),$$

где λ — некоторая положительная величина.

Подставляя это значение $B(t)$ в (5.32), получим:

$$Q_{\text{cp}}^2 = \frac{T}{m} \left\{ \sum_{k=1}^m \overline{A_k^2(t)} - (2\lambda - m\lambda^2) \overline{\left[\sum_{k=1}^m A_k(t) \right]^2} \right\}. \quad (5.33)$$

Т. к. выражения под чертой в этом равенстве всегда положительны, то Q_{cp}^2 будет минимально, когда $2\lambda - m\lambda^2$ максимально, т. е. при $\lambda = \frac{1}{m}$.

Таким образом, для того чтобы получить среднюю энергию сигналов $A'_k(t)$ минимальной, не изменяя помехоустойчивость, нужно взять

$$A'_i(t) = A_i(t) - \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m A_k(t). \quad (5.34)$$

Из этого соотношения легко доказать, что

$$\sum_{k=1}^m A'_k(t) = 0. \tag{5.35}$$

Перейдем к исследованию системы m сигналов, которая при заданной потенциальной помехоустойчивости имеет минимальную среднюю энергию. Поскольку мы приняли, что все сигналы равновероятны, можно полагать, что такая система должна содержать равноправные равноудаленные друг от друга сигналы. Возьмем произвольную систему равноудаленных друг от друга сигналов:

$$B_1(t), B_2(t), \dots, B_m(t). \tag{5.36}$$

Для нее

$$T\overline{[B_i(t) - B_k(t)]^2} = \beta^2 \tag{5.37}$$

не зависит от i и k ($i \neq k$).

Выясним, до какой величины можно уменьшить энергию сигналов этой системы, не изменяя ее потенциальную помехоустойчивость.

Образует систему сигналов:

$$B'_i(t) = B_i(t) - \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m B_k(t). \tag{5.38}$$

Эта система будет, как было показано, иметь ту же потенциальную помехоустойчивость, как и система сигналов $B_i(t)$.

Для этой системы энергия сигнала $B'_1(t)$ будет равна:

$$\begin{aligned} T\overline{B_1'^2(t)} &= \frac{T}{m^2} \overline{[(m-1)B_1(t) - B_2(t) - \dots - B_m(t)]^2} = \\ &= \frac{T}{m^2} [(m-1)^2 \overline{B_1^2(t)} + \overline{B_2^2(t)} + \dots + \overline{B_m^2(t)} - \\ &\quad - 2(m-1)\overline{B_1(t)B_2(t)} - 2(m-1)\overline{B_1(t)B_3(t)} - \dots \\ &\quad - 2(m-1)\overline{B_1(t)B_m(t)} + \\ &\quad + 2\overline{B_2(t)B_3(t)} + 2\overline{B_2(t)B_4(t)} + \dots + 2\overline{B_2(t)B_m(t)} + \\ &\quad + 2\overline{B_3(t)B_4(t)} + \dots + 2\overline{B_3(t)B_m(t)} + \\ &\quad \dots \dots \\ &\quad + 2\overline{B_{m-1}(t)B_m(t)}]. \end{aligned}$$

Далее, учитывая, что

$$\begin{aligned} 2\overline{B_i(t)B_k(t)} &= \overline{B_i^2(t)} + \overline{B_k^2(t)} - \overline{[B_i(t) - B_k(t)]^2} = \\ &= \overline{B_i^2(t)} + \overline{B_k^2(t)} - \beta^2/T, \end{aligned} \tag{5.39}$$

после сокращений получим:

$$T\overline{B_1'^2(t)} = \frac{m-1}{2m}\beta^2 = Q_{B'}^2. \quad (5.40)$$

Совершенно аналогично

$$T\overline{B_i'^2(t)} = \frac{m-1}{2m}\beta^2 = Q_{B'}^2. \quad (5.41)$$

Таким образом, все сигналы $B_i'(t)$ имеют одинаковую энергию $Q_{B'}^2$.

Для отыскания потенциальной помехоустойчивости этой системы образуем систему

$$B_i''(t) = B_i'(t) + C(t), \quad (5.42)$$

беря $C(t)$ ортогональным ко всем $B_i'(t)$.

Подберем величину $C(t)$, чтобы все сигналы $B_i''(t)$ были взаимно ортогональны, т. е. чтобы выполнялись равенства

$$\overline{B_i''(t)B_k''(t)} = \overline{B_i'(t)B_k'(t)} + \overline{C^2(t)} = 0$$

При $i \neq k$.

Для этого необходимо, чтобы

$$\overline{C^2(t)} = -\overline{B_i'(t)B_k'(t)} = \frac{1}{2}[\overline{B_i'(t) - B_k'(t)}]^2 - \frac{1}{2}\overline{B_i'^2(t)} - \frac{1}{2}\overline{B_k'^2(t)},$$

но

$$\overline{[B_i'(t) - B_k'(t)]^2} = \overline{[B_i(t) - B_k(t)]^2} = \beta^2/T, \quad (5.43)$$

поэтому

$$T\overline{C^2(t)} = \frac{\beta^2}{2} - \frac{m-1}{2m}\beta^2 = \frac{\beta^2}{2m}. \quad (5.44)$$

Таким образом, всегда можно подобрать $C(t)$, чтобы сигналы $B_i''(t)$ были взаимно ортогональны.

Для последней системы энергия сигналов будет:

$$Q_{B''}^2 = T\overline{B_i''^2(t)} = T\overline{B_i'^2(t)} + T\overline{C^2(t)} = \frac{\beta^2}{2}. \quad (5.45)$$

Таким образом, сигналы $B_i''(t)$ имеют одинаковую энергию и взаимно ортогональны. Для таких сигналов потенциальная помехоустойчивость была найдена. Она определяется формулой (5.12), в которой для данного случая надо подставить

$$Q^2 = Q_{B''}^2 = \frac{1}{2}\beta^2. \quad (5.46)$$

Системы сигналов $B_i'(t)$ и $B_i(t)$ имеют ту же потенциальную помехоустойчивость.

Итак, все системы из m равноудаленных друг от друга сигналов при одинаковом β имеют одну и ту же потенциальную помехоустойчивость. Наименьшую возможную среднюю энергию сигнала, равную (5.41), будут иметь те из этих систем, которые получены путем преобразования (5.38). Это будут оптимальные системы (по крайней мере среди семейства систем равноудаленных сигналов).

Оптимальная система сигналов $B'_i(t)$ (5.38) может быть образована из произвольной равноудаленной системы $B_i(t)$, например из произвольной системы ортогональных сигналов, имеющих равные энергии.

Оптимальная система несколько выгоднее ортогональной. Действительно, при равной потенциальной помехоустойчивости в оптимальной системе энергия сигналов должна быть

$$Q_{B'}^2 = \frac{m-1}{2m} \beta^2, \tag{5.47}$$

в ортогональной

$$Q^2 - Q_{B''}^2 = \frac{1}{2} \beta^2, \tag{5.48}$$

т. е. в $\frac{m}{m-1}$ раз больше. Однако эта разница при большом m незначительна.

Рассмотренная в § 4.8 система является частным случаем оптимальной системы при $m = 2$.

5.7. Приближенная оценка потенциальной помехоустойчивости

Изложенный в § 5.1 метод расчета потенциальной помехоустойчивости часто на практике бывает мало пригодным, так как вычисление вероятности выполнения неравенств (5.4) для конкретных задач во многих случаях представляет большие математические трудности. Поэтому иногда полезно иметь простой способ приближенной оценки величины этой вероятности. Сейчас мы изложим этот способ.

Для того чтобы при посылке сигнала $A_i(t)$ произошло искажение, нужно, чтобы хотя бы одно из неравенств (5.4), в котором вместо индекса 1 поставлено i , было невыполнено. Или, что то же, для этого необходимо, чтобы было выполнено хотя бы одно из обратных неравенств, которые могут быть записаны после преобразования так:

$$\sigma \sqrt{2T} \sqrt{[A_j(t) - A_i(t)]^2} \theta_{ij} > T [A_j(t) - A_i(t)]^2 + \sigma^2 \ln \frac{P(A_i)}{P(A_j)}, \tag{5.49}$$

$$j = 1, 2, \dots, m, \text{ но } j \neq i.$$

Вероятность выполнения j -того из этих неравенств будет равна согласно (2.47)

$$P_{ij} = P(\theta_{ij} > \alpha_{ij}) = V(\alpha_{ij}), \tag{5.50}$$

где

$$\alpha_{ij} = \frac{\sqrt{T[A_j(t) - A_i(t)]^2}}{\sqrt{2}\sigma} + \frac{1}{2} \ln \frac{P(A_i)}{P(A_j)} \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{T[A_j(t) - A_i(t)]^2}}. \quad (5.51)$$

Как известно из теории вероятностей, вероятность P того, что случится хотя бы одно из событий E_1, E_2, \dots, E_m всегда лежит в пределах

$$P(E_k)_{\max} \leq P \leq \sum_{k=1}^m P(E_k),$$

где $P(E_k)$ — вероятность события E_k и $P(E_k)_{\max}$ — максимальная из вероятностей $P(E_1), P(E_2), \dots, P(E_m)$. При этом P равняется левой части неравенства, если одно из событий обязательно вызывает все остальные события, и P равняется правой части неравенства, если события E_1, \dots, E_m несовместимы.

На основании этого можно сделать вывод, что вероятность $P(A_{i \text{ иск.}})$ того, что хотя бы одно из неравенств (5.49) удовлетворится или, что то же, что посланный сигнал $A_i(t)$ примется ошибочно, будет:

$$P_{ij \text{ макс}} \leq P(A_{i \text{ иск.}}) \leq \sum_{j=1}^m P_{ij}, \quad (5.52)$$

где P_{ij} определяется из (5.50);

$P_{ij \text{ макс}}$ — максимальное значение P_{ij} , если менять индекс j от 1 до m .

Отметим, что в неравенстве (5.52) P_{ii} должно быть опущено, поскольку в (5.49) $i \neq j$. Это будет осуществляться автоматически, если положить $P_{ii} = 0$.

Умножая неравенства (5.52) на вероятность посылки сигнала $A_i(t)$, которую обозначим $P(A_i)$ и складывая их для $i = 1, \dots, m$, получим:

$$\sum_{i=1}^m P_{ij \text{ макс}} P(A_i) \leq P_{(\text{иск.})} \leq \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m P(A_i) P_{ij}, \quad (5.53)$$

где

$$P_{(\text{иск.})} = \sum_{i=1}^m P(A_{i \text{ иск.}}) P(A_i) \quad (5.54)$$

— вероятность искажения при приеме на идеальный приемник при данных сигналах.

5.8. Пример передачи цифр кодом Морзе

В качестве иллюстрации применения метода, изложенного в предыдущем параграфе, определим потенциальную помехоустойчивость при передаче цифр с помощью кода Морзе. При этом будем считать, что амплитуда сигнала равна U_0 , продолжительность точки τ_0 , продолжительность тире $3\tau_0$, пауза между точкой и тире в одной цифре тоже τ_0 . Вероятности передачи различных цифр примем одинаковыми.

Обозначим сигнал, соответствующий цифре 0, через $A_0(t)$,
 1 — через $A_1(t)$,
 2 — через $A_2(t)$,

 9 — через $A_9(t)$.

Тогда, как можно убедиться, вычитая значение сигнала, соответствующее цифре i , из значения сигнала, соответствующего цифре j , считая при этом, что моменты начала сигналов совпадают и что частота колебаний много больше $\frac{1}{\tau_0}$, мы получим:

$$T[A_j(t) - A_i(t)]^2 = \nu_{ij} U_0^2 \tau_0, \tag{5.55}$$

где ν_{ij} дано в табл. 5.1.

Таблица 5.1

$j \backslash i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	—	4	2	4	4	4	4	4	4	5
2	4	—	3	2	3	3	2	1	1	2
3	2	3	—	2	2	2	2	3	4	5
4	4	2	2	—	1	1	2	2	3	4
5	4	3	2	1	—	1	2	3	4	5
6	4	3	2	1	1	—	1	2	3	4
7	4	2	2	2	2	1	—	1	2	3
8	4	1	3	2	3	2	1	—	1	2
9	4	1	4	3	4	3	2	1	—	1
0	5	2	5	4	5	4	3	2	1	—

Таким образом, для данного случая в соответствии с формулой (5.51) получим:

$$\alpha_{ij} = \sqrt{\frac{\nu_{ij} U_0^2 \tau_0}{2\sigma^2}} = \sqrt{\nu_{ij}} \alpha',$$

где

$$\alpha' = \sqrt{\frac{\tau_0}{2}} \frac{U_0}{\sigma}, \tag{5.56}$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} P_{ij} &= V(\sqrt{\nu_{ij}} \alpha') \text{ при } j \neq i \\ \text{и, как указывалось, } P_{ii} &= 0. \end{aligned} \right\} \tag{5.57}$$

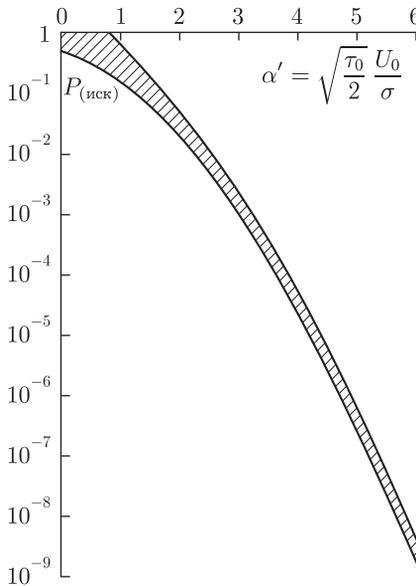
На основании этих данных можно составить таблицу.

Таблица 5.2

i	$P_{ij \text{ макс}}$	$\sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^9 P_{ij}$
1	P_2	$P_2 + 7P_4 + P_5$
2	P_1	$2P_1 + 3P_2 + 3P_3 + P_4$
3	P_2	$5P_2 + 2P_3 + P_4 + P_5$
4	P_1	$2P_1 + 4P_2 + P_3 + 2P_4$
5	P_1	$2P_1 + 2P_2 + 2P_3 + 2P_4 + P_5$
6	P_1	$3P_1 + 2P_2 + 2P_3 + 2P_4$
7	P_1	$2P_1 + 5P_2 + P_3 + P_4$
8	P_1	$3P_1 + 3P_2 + 2P_3 + P_4$
9	P_1	$3P_1 + P_2 + 2P_3 + 3P_4$
0	P_1	$P_1 + 2P_2 + P_3 + 2P_4 + 3P_5$

где обозначено:

$$P_n = V(\sqrt{n} \alpha'). \quad (5.58)$$



Фиг. 5.2. Пределы вероятности искажения цифр, передаваемых кодом Морзе, при идеальном приемнике. τ_0 — длительность; U_0 — амплитуда элементарной посылки

Учитывая далее, что в данном случае $P(A_0) = P(A_1) = \dots = P(A_9) = 0,1$, мы, применяя формулу (5.53) получим:

$$0,8P_1 + 0,2P_2 \leq P_{(\text{иск.})} \leq 1,8P_1 + 2,8P_2 + 1,6P_3 + 2,2P_4 + 0,6P_5. \quad (5.59)$$

Пределы для вероятностей неправильного приема цифры $P_{(\text{иск.})}$, даваемые этим неравенством, представлены в зависимости от α' на фиг. 5.2.

Как видно из фигуры, пределы для $P_{(\text{иск.})}$ получаются достаточно тесными.

Полученные кривые позволяют определить, каков будет в среднем процент неправильно принятых цифр при идеальном приеме, заданном отношении сигнал/помеха и заданной скорости манипуляции, от которой будет зависеть величина τ_0 .

Если провести артикуляционные испытания для приема цифровых сигналов на слух при помехах флюктуационного характера, то процент неправильно записанных цифр должен оказаться выше, чем $100P_{(\text{иск.})}$, определяемый из фиг. 5.2. Сравнивая эти данные, можно установить, насколько близка помехоустойчивость слухового приема к потенциальной помехоустойчивости и, значит, насколько путем усовершенствования приема можно надеяться еще увеличить помехоустойчивость этого вида передачи.

III

ПЕРЕДАЧА ОТДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ

Глава 6

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ВЛИЯНИЯ ПОМЕХ НА ПЕРЕДАЧУ ОТДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ

6.1. Общие соображения

В предыдущих главах мы рассматривали передачу дискретных сообщений и сигналов.

В этой части рассмотрим передачу, в которой сообщением будет являться параметр, могущий принимать любое значение в некоторых пределах. При этом параметр передается не непрерывно во времени, а передаются его мгновенные значения через некоторые интервалы времени, причем для передачи каждого значения используется свой сигнал.

С передачей такого типа мы имеем дело, например, при телеизмерениях.

В этом случае сигнал должен быть функцией времени и передаваемого параметра λ , который для данного сигнала — величина постоянная. Такой сигнал будем записывать так:

$$A(\lambda, t). \quad (6.1)$$

Пусть на этот сигнал наложилась помеха $W_{\mu, \nu}(t)$, тогда воздействующее на приемник колебание будет:

$$X(t) = W_{\mu, \nu}(t) + A(\lambda, t). \quad (6.2)$$

Очевидно, мы можем получить то же колебание $X(t)$, если передавался некоторый другой параметр, скажем, λ' , и помеха приняла такое значение $W'_{\mu, \nu}$, что

$$W'_{\mu, \nu}(t) + A(\lambda', t) = X(t). \quad (6.3)$$

Такой случай всегда возможен, поскольку, как уже отмечалось, нормально флюктуационная помеха может принять любое значение с той или другой вероятностью.

Из сказанного следует, что при наличии помехи никогда достоверно нельзя по пришедшему колебанию определить, какая величина параметра λ передавалась.

В этой главе мы определим, какова будет вероятность, что передаваемый параметр имел то или иное значение, если пришедшее колебание $X(t)$ известно. Найдем, каким свойством должен обладать приемник, чтобы он воспроизводил по пришедшему колебанию наивероятнейшее значение параметра. Такой приемник мы будем называть идеальным. Затем мы найдем значение ошибки, получаемой при воспроизведении идеальным приемником параметра. Покажем, что средняя квадратическая ошибка при идеальном приемнике будет иметь минимально возможную величину, и найдем эту величину. Эта минимально возможная ошибка будет зависеть от вида сигнала и будет характеризовать потенциальную помехоустойчивость при данном сигнале.

Рассмотренный в этой части материал мы широко используем также в дальнейшем при рассмотрении помехоустойчивости телефонной передачи с импульсной модуляцией.

6.2. Определение вероятности передававшегося параметра

Пусть передаваемый параметр λ будет безразмерной величиной и может принимать любые значения от -1 до $+1$ равновероятно.

Очевидно, если эти условия не будут удовлетворяться, то путем пересчета и введения нового параметра они могут быть удовлетворены.

Примем, что в случае, когда подлежащий передаче параметр λ будет лежать в пределах

$$\frac{k}{m} < \lambda < \frac{k+1}{m},$$

где $k = -m, -m+1, \dots, 0, \dots, m-1$, причем m — целое число, то вместо него мы будем передавать параметр

$$\lambda_k = \frac{k}{m}.$$

При такой передаче мы получим ошибку, не превышающую $1/m$, что вполне допустимо, если выбрать m достаточно большим.

Очевидно, при этих условиях передаваемый сигнал может иметь $2m$ дискретных значений

$$A(\lambda_k, t) = A_k(t)$$

и к нему мы сможем применить рассуждения гл. 3.

Таким образом, если положить, что пришедшее колебание будет $X(t)$, то вероятность того, что передававшийся параметр имел значение λ_k и, значит, передававшийся сигнал был $A_k(t)$, будет в соответствии с формулами (3.10) и (3.7) равна величине

$$P_X(A_k) = \frac{e^{-\frac{T[X(t)-A(\lambda_k, t)]^2}{\sigma^2}}}{\sum_{l=-m}^{m-1} e^{-\frac{T[X(t)-A(l/m, t)]^2}{\sigma^2}}},$$

как это следует из условия:

$$P(A_{-m}) = \dots = P(A_0) = P(A_1) = \dots = P(A_{m-1}),$$

справедливого для данного случая.

Исходя из этого, вероятность того, что при приходшем колебании $X(t)$ передававшийся параметр лежал в пределах

$$\lambda' < \lambda < \lambda'',$$

где $\lambda' = \frac{k'}{m}$ и $\lambda'' = \frac{k''}{m}$, будет равна

$$P_x(\lambda' < \lambda < \lambda'') = \frac{\sum_{k=k'}^{k''} e^{-\frac{T \left[X(t) - A\left(\frac{k}{m}, t\right) \right]^2}{\sigma^2}}}{\sum_{k=-m}^{m-1} e^{-\frac{T \left[X(t) - A\left(\frac{k}{m}, t\right) \right]^2}}.$$

Если теперь умножить числитель и знаменатель этой дроби на $\Delta\lambda = \frac{1}{m}$ и стремиться $\frac{1}{m}$ к нулю, то суммы будут стремиться к интегралам, и мы получим:

$$P_X(\lambda' < \lambda < \lambda'') = \frac{\int_{\lambda'}^{\lambda''} e^{-\frac{T[X(t)-A(\lambda,t)]^2}{\sigma^2}} d\lambda}{\int_{-1}^{+1} e^{-\frac{T[X(t)-A(\lambda,t)]^2}{\sigma^2}} d\lambda}. \quad (6.4)$$

Полагая $\lambda'' = \lambda' + d\lambda$, мы придем к выражению

$$P_X(\lambda' < \lambda < \lambda' + d\lambda) = \frac{e^{-\frac{T[X(t)-A(\lambda,t)]^2}{\sigma^2}} d\lambda}{\int_{-1}^{+1} e^{-\frac{T[X(t)-A(\lambda,t)]^2}{\sigma^2}} d\lambda} = P_x(\lambda') d\lambda, \quad (6.5)$$

или

$$P_x(\lambda') = K_x e^{-\frac{T[X(t)-A(\lambda',t)]^2}{\sigma^2}}, \quad (6.6)$$

причем K_x — постоянная, зависящая от $X(t)$ и не зависящая от λ' и t .

Из сказанного следует, что если все значения передаваемого параметра разбить на области с одинаковой шириной $d\lambda$, то чаще всего приходшему колебанию $X(t)$ будет соответствовать значение передаваемого параметра λ , лежащее в области:

$$\lambda_{xH} < \lambda < \lambda_{xH} + d\lambda,$$

где λ_{xH} — значение параметра λ , при котором функция $P_x(\lambda')$ имеет максимум.

Мы будем называть λ_{xH} *наивероятнейшим значением* передаваемого параметра λ .

Из формулы (6.6) очевидно, что при $\lambda = \lambda_{xH}$ величина

$$\overline{[X(t) - A(\lambda, t)]^2} \tag{6.7}$$

должна иметь минимальное значение.

Если эта функция и ее производная по λ непрерывны при изменении λ , то, очевидно, λ_{xH} должно удовлетворять уравнению

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial \lambda} \overline{[X(t) - A(\lambda, t)]^2} \right\}_{\lambda=\lambda_{xH}} = -2 \overline{[X(t) - A(\lambda_{xH}, t)] A'_\lambda(\lambda_{xH}, t)} = 0, \tag{6.8}$$

где обозначено:

$$A'_\lambda(\lambda_{xH}, t) = \left\{ \frac{\partial}{\partial \lambda} A(\lambda, t) \right\}_{\lambda=\lambda_{xH}}. \tag{6.9}$$

Приемник, который всегда будет воспроизводить в соответствии с пришедшим колебанием $X(t)$ наивероятнейшее значение параметра λ_{xH} , дающего минимум выражения (6.7), мы будем называть *идеальным приемником*.

6.3. Функция $P_x(\lambda)$ вблизи наивероятнейшего значения λ_{xH}

Найдем $P_x(\lambda)$, введенную в § 6.2, вблизи наивероятнейшего значения $\lambda - \lambda_{xH}$, т. е. вблизи ее максимума.

В общем виде эта функция задается уравнением (6.6). Считая λ близким λ_{xH} , можно принять:

$$A(\lambda, t) = A(\lambda_{xH}, t) + A'_\lambda(\lambda_{xH}, t)(\lambda - \lambda_{xH}). \tag{6.10}$$

Подставляя это выражение в формулу (6.6) и учитывая соотношение (6.8), получим:

$$\begin{aligned} P_x(\lambda) &= K_x e^{\frac{T \overline{[X(t) - A(\lambda_{xH}, t)]^2} - T A'^2_\lambda(\lambda_{xH}, t) (\lambda - \lambda_{xH})^2}{\sigma^2}} = \\ &= K'_x e^{\frac{T A'^2_\lambda(\lambda_{xH}, t)}{\sigma^2} (\lambda - \lambda_{xH})^2}, \end{aligned} \tag{6.11}$$

где K'_x — некоторая постоянная, не зависящая от λ . Таким образом, функция $P_x(\lambda)$ в области, где уравнение (6.10) может считаться справедливым, будет определяться гауссовой кривой.

В случае, если интенсивность помехи σ достаточно мала, показатель в выражениях (6.6) и (6.11) за пределами области, в которой справедливо равенство (6.10), становится по абсолютной величине настолько большим, что величиной $P_x(\lambda)$ за пределами этой области можно пренебречь. В этом случае можно считать, что функция вероят-

ности $P_x(\lambda)$ будет целиком определяться гауссовой кривой. Для этого случая постоянная K'_x может быть легко вычислена из условия

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_x(\lambda) d\lambda = 1. \quad (6.12)$$

Подставляя в это равенство значение $P_x(\lambda)$ из уравнения (6.11), мы после интегрирования находим:

$$K'_x = \frac{\sqrt{TA'_{\lambda}{}^2(\lambda_{xH}, t)}}{\sqrt{\pi} \sigma}. \quad (6.13)$$

Поэтому при достаточно малой интенсивности помехи можно считать:

$$P_x(\lambda) = \frac{\sqrt{TA'_{\lambda}{}^2(\lambda_{xH}, t)}}{\sqrt{\pi} \sigma} e^{-\frac{TA'_{\lambda}{}^2(\lambda_{xH}, t)}{\sigma^2} (\lambda - \lambda_{xH})^2}. \quad (6.14)$$

Следует отметить, что в этом случае $P_x(\lambda)$ зависит от приходящего колебания $X(t)$ только постольку, поскольку от этого зависит величина λ_{xH} .

В этих вычислениях для простоты принималось, что уравнение (6.11) справедливо для всех значений λ , лежащих между $-\infty$ и $+\infty$. Однако это будет не всегда верно даже при малых σ . Действительно, всегда при $\lambda < -1$ и $\lambda > +1$ величина $P_x(\lambda)$ должна равняться нулю, и, значит, в тех случаях, когда λ_{xH} близко к ± 1 выражения (6.13) и (6.14) могут давать большую ошибку. Поэтому полученные в этом и в последующих, базирующихся на этом параграфах результаты нуждаются в уточнении для случая, когда λ_{xH} близко к минус или плюс единице.

6.4. Ошибки и потенциальная помехоустойчивость при помехе малой интенсивности

Пусть при приходе колебания $X(t)$ приемное устройство, не обязательно идеальное, будет воспроизводить некоторый параметр λ_x , который является функцией этого колебания. Определим среднюю квадратическую ошибку, которая при этом получится. Как уже говорилось в § 6.2, вероятность того, что при пришедшем колебании $X(t)$ передававшийся параметр лежал в пределах $\lambda, \lambda + d\lambda$, будет $P_x(\lambda)d\lambda$. Это будет также вероятностью того, что воспроизводимое приемником значение параметра λ_x будет иметь ошибку, лежащую в пределах $\lambda - \lambda_x, \lambda + d\lambda - \lambda_x$. Поэтому средняя квадратическая ошибка δ_c в этом случае будет определяться выражением

$$\delta_c^2 = \int_{-1}^{+1} (\lambda - \lambda_x)^2 P_x(\lambda) d\lambda = \int_{-1}^{+1} \lambda^2 P_x(\lambda) d\lambda - 2\lambda_x \int_{-1}^{+1} \lambda P_x(\lambda) d\lambda + \lambda_x^2,$$

поскольку всегда

$$\int_{-1}^{+1} P_x(\lambda) d\lambda = 1.$$

Как видно из этой формулы, δ_c^2 будет меняться в зависимости от выбора λ_x по параболическому закону и будет иметь при некотором $\lambda_x = \lambda_{x0}$ наименьшую величину. Продифференцировав δ_c^2 по λ_x и приравнявая эту производную нулю, мы получим уравнение для λ_{x0} в таком виде:

$$\left[\frac{d(\delta_c^2)}{d\lambda_x} \right]_{\lambda_x = \lambda_{x0}} = -2 \int_{-1}^{+1} \lambda P_x(\lambda) d\lambda + 2\lambda_{x0} = 0,$$

откуда

$$\lambda_{x0} = \int_{-1}^{+1} \lambda P_x(\lambda) d\lambda, \tag{6.15}$$

или, что то же, λ_{x0} является абсциссой центра тяжести площади под кривой $P_x(\lambda)$.

Величину λ_{x0} мы будем называть оптимальным значением параметра λ .

При приходе колебания $X(t)$ наименьшее значение средней квадратической ошибки δ_c , которое наступает, если приемник будет воспроизводить значение λ_{x0} , будет определяться выражением

$$\delta_{cm}^2 = \int_{-1}^{+1} (\lambda - \lambda_{x0})^2 P_x(\lambda) d\lambda. \tag{6.16}$$

Следует отметить, что в случае, когда $P_x(\lambda)$ является односторонней симметричной кривой, абсцисса центра тяжести этой кривой, очевидно будет совпадать с абсциссой максимального значения и, значит, для этого случая

$$\lambda_{x0} = \lambda_{xH}. \tag{6.17}$$

Отсюда на основании результата предыдущего параграфа можно утверждать, что при достаточно малой помехе, когда $P_x(\lambda)$ определяется гауссовой кривой вероятностей, которая симметрична, λ_{x0} и λ_{xH} будут равны, и идеальный приемник будет давать минимальную среднюю квадратическую ошибку.

На основании формул (6.16) и (6.14) можно найти эту ошибку. Она будет:

$$\delta_{cm}^2 = \frac{\sigma^2}{2TA_\lambda'^2(\lambda_{xH}, t)}. \tag{6.18}$$

Это будет наименьшая возможная ошибка при достаточно малой σ . Она будет получаться при идеальном приемнике и будет, очевидно, определять потенциальную помехоустойчивость при малых помехах. Под малыми помехами мы тут и в дальнейшем будем подразумевать помехи с достаточно малой интенсивностью для того, чтобы рассуждения § 6.3 были справедливы.

Как видно из формулы (6.18), потенциальная помехоустойчивость при передаче параметра пропорциональна удельной энергии колебания $A'_\lambda(\lambda_{xH}, t)$, являющегося производной сигнала по передаваемому параметру.

При помощи формулы (6.16) можно определить среднюю квадратическую ошибку и при больших интенсивностях помехи. Однако при помощи этой ошибки оценить потенциальную помехоустойчивость затруднительно. Дело в том, что при больших σ характер функции $P_x(\lambda)$ начинает зависеть от приходящего колебания $X(t)$ и, таким образом, δ_{cm} , определяемая по формуле (6.16), также будет зависеть от $X(t)$. В этом случае для оценки помехоустойчивости необходимо еще оценивать вероятность тех или иных значений $X(t)$, что приводит к ряду математических трудностей. К вопросу об оценке потенциальной помехоустойчивости при больших интенсивностях помех мы еще вернемся в гл. 8.

Найдем еще вероятность того, что идеальный приемник при малых помехах воспроизведет значение передаваемого параметра с ошибкой, превосходящей по абсолютному значению величину ε .

Очевидно, эта вероятность будет равна:

$$P(|\delta| > \varepsilon) = \int_{-1}^{\lambda_{xH} - \varepsilon} P_x(\lambda) d\lambda + \int_{\lambda_{xH} + \varepsilon}^{+1} P_x(\lambda) d\lambda.$$

Используя формулу (6.14) и принимая во внимание обозначения, принятые в формуле (2.47), мы получим:

$$P(|\delta| > \varepsilon) = 2V \left(\frac{\sqrt{2GA'_\lambda{}^2(\lambda_{xH}, t)}}{\sigma} \varepsilon \right) = 2V \left(\frac{\varepsilon}{\delta_{cm}} \right). \quad (6.19)$$

6.5. Второй метод определения ошибок и потенциальной помехоустойчивости при помехе малой интенсивности

Величина ошибки при передаче параметра и малой интенсивности помехи может быть найдена и другим методом. Хотя этот метод дает результат, совпадающий с уже полученным, все же мы его рассмотрим, так как сам этот метод представляет интерес и мы им будем пользоваться в дальнейшем, правда, в более сложной форме.

Пусть, как и раньше, при передаче некоторого параметра λ посылается сигнал $A(\lambda, t)$. На этот сигнал может наложиться, но может и

не наложиться, помеха $W_{\mu, \nu}(t)$, в результате чего на приемник будет воздействовать некоторое колебание $X(t)$, равное $A(\lambda, t)$, если помехи не было, и равное $A(\lambda, t) + W_{\mu, \nu}(t)$ при наличии помехи.

Представим это колебание так:

$$X(t) = \sum_{k=1}^n x_k C_k(t), \quad (6.20)$$

где $C_k(t)$ — некоторые единичные, взаимно ортогональные, известные функции. Тогда оно будет полностью характеризоваться значениями x_1, \dots, x_n . На основании пришедшего колебания $X(t)$ приемник воспроизведет некоторое значение параметра λ , которое может совпасть, но может и не совпасть с переданным значением. Будем считать, что каждому воздействию на приемник колебанию $X(t)$ должно соответствовать определенное значение параметра, которое он будет воспроизводить.

Очевидно, для каждого приемника воспроизводимый параметр будет равен некоторой функции:

$$\lambda = F(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (6.21)$$

которая будет характеризовать его работу.

Пусть пришедшее колебание получит некоторое приращение

$$dX(t) = \sum_{k=1}^n dx_k C_k(t). \quad (6.22)$$

Очевидно, в этом случае воспроизведенный приемником параметр также получит приращение, равное:

$$d\lambda = \sum_{k=1}^n \frac{\partial F}{\partial x_k} dx_k = \overline{L(t)dX(t)}, \quad (6.23)$$

где обозначено:

$$L(t) = \sum_{k=1}^n \frac{\partial F}{\partial x_k} C_k(t), \quad (6.24)$$

как это следует из (2.22).

Пусть передаваемый параметр изменен на $d\lambda$, на сигнал помеха не накладывается, тогда пришедшее на приемник колебание изменится на величину

$$dX(t) = A'_\lambda(\lambda, t)d\lambda, \quad (6.25)$$

где

$$A'_\lambda(\lambda, t) = \frac{\partial A(\lambda, t)}{\partial \lambda}. \quad (6.26)$$

Мы считаем, что в том случае, когда на сигнал помеха не накладывается, приемник будет воспроизводить передаваемый параметр без искажения. Поэтому воспроизведенный параметр в этом случае должен

измениться также на величину $d\lambda$. На основании формулы (6.23) мы получим:

$$d\lambda = \overline{L(t)A'_\lambda(\lambda, t)}d\lambda.$$

Таким образом, для приемного устройства, воспроизводящего передаваемый параметр в отсутствие помех без искажения, должно быть справедливо соотношение

$$\overline{L(t)A_\lambda(\lambda, t)} = 1. \quad (6.27)$$

Пусть теперь на передаваемый сигнал накладывается достаточно малая помеха $W_{\mu, \nu}(t)$. Тогда под действием этой помехи приходящее колебание $X(t)$ получит приращение

$$dX(t) = W_{\mu, \nu}(t),$$

а от этого воспроизведенный параметр получит в соответствии с формулой (6.23) приращение

$$\delta = d\lambda = \overline{L(t)W_{\mu, \nu}(t)} = \frac{\sigma}{\sqrt{2T}} \sqrt{\overline{L^2(t)}} \theta. \quad (6.28)$$

Последнее следует из формулы (2.60),

Таким образом, ошибка, получаемая при воспроизведении параметра приемным устройством вследствие наложения помехи, будет случайной величиной, подчиняющейся закону Гаусса. Среднее квадратическое значение ошибки будет определяться, как это следует из формулы (2.50), величиной

$$\delta_c^2 = \overline{L^2(t)} \frac{\sigma^2}{2T}. \quad (6.29)$$

Найдем теперь, каким должен быть приемник для того, чтобы среднее квадратическое значение ошибки было минимальным.

Для этого, очевидно, нужно выбрать приемное устройство таким, чтобы при соблюдении обязательного равенства (6.27) величина $\overline{L^2(t)}$ была наименьшей.

Очевидно, любую функцию $L(t)$ можно представить всегда состоящей из двух слагаемых:

$$L(t) = L_1(t) + L_2(t), \quad (6.30)$$

причем первая из них будет «совпадать по направлению» с функцией $A'_\lambda(\lambda, t)$, т. е.

$$L_1(t) = \rho A'_\lambda(\lambda, t), \quad (6.31)$$

где ρ — некоторое постоянное число, а вторая ортогональна этой функции, т. е.

$$\overline{L_2(t)A'_\lambda(\lambda, t)} = \frac{1}{\rho} \overline{L_2(t)L_1(t)} = 0. \quad (6.32)$$

Тогда

$$\overline{L(t)A'_\lambda(\lambda, t)} = \overline{L_1(t)A'_\lambda(\lambda, t)} = \overline{\rho A'^2_\lambda(\lambda, t)}, \quad (6.33)$$

что на основании условия (6.27) даст:

$$\rho = \frac{1}{A_{\lambda}^{\prime 2}(\lambda, t)}, \quad (6.34)$$

откуда

$$L_1(t) = \frac{A_{\lambda}^{\prime}(\lambda, t)}{A_{\lambda}^{\prime 2}(\lambda, t)}. \quad (6.35)$$

Что же касается $L_2(t)$, то оно в условии (6.27) не войдет и может иметь любое значение.

Далее,

$$\overline{L^2(t)} = \overline{L_1^2(t)} + \overline{L_2^2(t)},$$

так как

$$\overline{L_1(t)L_2(t)} = 0.$$

Из этой формулы следует, что при выполнении условия (6.27) $\overline{L^2(t)}$ будет иметь минимальное значение, если $L_2(t) = 0$.

Таким образом, мы получим минимальные значения ошибки, если

$$L(t) = \frac{A_{\lambda}^{\prime}(\lambda, t)}{A_{\lambda}^{\prime 2}(\lambda, t)}, \quad (6.36)$$

причем эта минимальная ошибка δ_m будет в соответствии с формулой (6.28) равна:

$$\delta_m = \frac{\sigma}{\sqrt{2TA_{\lambda}^{\prime 2}(\lambda, t)}}\theta, \quad (6.37)$$

откуда для минимального значения средней квадратической ошибки мы получим выражение

$$E\delta_m^2 = \delta_{cm}^2 = \frac{\sigma^2}{2TA_{\lambda}^{\prime 2}(\lambda, t)}, \quad (6.38)$$

что совпадает с формулой (6.18), полученной для этой величины ранее.

6.6. Итоги гл. 6

Основные выводы, полученные в гл. 6, могут быть сформулированы следующим образом.

Пусть параметр λ передается при помощи сигнала $A(\lambda, t)$, являющегося непрерывной функцией λ , тогда наименьшая средняя квадратическая ошибка, вызванная наложением на сигнал помехи с малой интенсивностью, получится при идеальном приемнике, который воспроизводит при приходе некоторого колебания $X(t)$ такое значение параметра λ , при котором величина

$$\overline{[X(t) - A(\lambda, t)]^2} \quad (6.39)$$

имеет минимальное значение.

При этом вероятность получения той или иной ошибки в воспроизведении параметра будет подчиняться закону Гаусса. Среднее квадратическое значение δ_{cm} этой ошибки будет:

$$\delta_{cm}^2 = \frac{\sigma^2}{2T[A'_\lambda{}^2(\lambda, t)]^2}, \quad (6.40)$$

где

$$A'(\lambda, t) = \frac{\partial A(\lambda, t)}{\partial \lambda}. \quad (6.41)$$

Эта ошибка будет минимально возможной и будет характеризовать потенциальную помехоустойчивость при сигнале $A(\lambda, t)$ и помехе с малой интенсивностью.

Таким образом, потенциальная помехоустойчивость в этих условиях будет определяться целиком удельной энергией $TA'_\lambda{}^2(\lambda, t)$ и будет тем больше, чем больше эта энергия.

6.7. Геометрическое толкование материала гл. 6

Как мы уже видели, колебание может быть представлено радиусом-вектором или, что то же, точкой многомерного пространства. Дискретные сигналы, которые мы рассматривали во второй части данной работы, могли быть представлены дискретными точками. Сигналы, которые мы рассматривали в этой главе, могут принимать непрерывный ряд значений, как и параметр, который они характеризуют. При этом точки, характеризующие сигнал, будут лежать на некоторой линии. Эту линию мы будем называть *линией сигнала*.

Если к колебанию сигнала прибавится колебание помехи, то полученное суммарное колебание $X(t)$ будет характеризоваться некоторой новой точкой, которая чаще всего не будет попадать на линию сигнала.

Как мы видели, при приходе колебания $X(t)$ наивероятнейшее значение параметра будет то, которое дает минимальное значение выражения (6.7), т. е. то, которому соответствует самая ближняя к $X(t)$ точка линии сигнала. Это естественно, поскольку более короткие радиусы-векторы помехи более вероятны и, значит, наиболее вероятно, что колебание $X(t)$ образовалось путем добавления вектора помехи к ближайшей точке линии сигнала. Это значение параметра будет воспроизводить идеальный приемник.

Мы видели, что чем больше величина $\overline{A'_\lambda{}^2(\lambda, t)}$, тем меньшими будут ошибки из-за наложения помех. Величина $\sqrt{\overline{A'_\lambda{}^2(\lambda, t)}} d\lambda$ характеризует длину отрезка, на который сместится изображающая точка по линии сигнала, когда передаваемый параметр получит приращение $d\lambda$. Вполне естественно, что чем больше это смещение, тем меньше вероятность, что под действием помехи такое смещение произойдет.

Таким образом, для увеличения потенциальной помехоустойчивости при малых помехах следует выбирать такие системы передачи, в ко-

торых линия сигналов при изменении параметра λ от -1 до $+1$ будет наиболее длинной.

Глава 7

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ РАЗНЫХ СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧИ ОТДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ И ПОМЕХЕ МАЛОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

7.1. Амплитудная модуляция

В этой главе мы рассмотрим помехоустойчивость некоторых систем, служащих для передачи отдельных значений параметров при малых помехах в смысле § 6.3.

Сначала мы исследуем несколько систем модуляции в отдельности, затем их сравним.

Начнем рассмотрение с амплитудной модуляции, при которой сигнал может быть записан выражением

$$A(\lambda, t) = (1 + \lambda)B(t), \quad (7.1)$$

где $B(t)$ — некоторое колебание;

λ — постоянная для данного сигнала величина, характеризующая значение передаваемого параметра.

При этом сигнале мы получим:

$$A'_\lambda(\lambda, t) = B(t),$$

откуда для минимальной средней квадратической ошибки, характеризующей потенциальную помехоустойчивость, мы получим выражение

$$\delta_{cm}^2 = \frac{\sigma^2}{2TB^2(t)}, \quad (7.2)$$

где

$$4T\overline{B^2(t)} = T\overline{A^2(1, t)} = Q_M^2. \quad (7.3)$$

Величина Q_M^2 является максимальной удельной энергией сигнала.

Таким образом, максимальная средняя квадратическая ошибка, характеризующая потенциальную помехоустойчивость, при амплитудной модуляции будет определяться лишь энергией сигнала и не зависит от его формы.

Этот результат становится вполне очевидным при геометрической интерпретации разобранной модуляции. Действительно, при амплитудной модуляции линия сигнала является отрезком прямой, один конец которого находится в начале координат. Чем длиннее эта линия, тем больше помехоустойчивость, но в то же время больше и длина максимального радиуса-вектора этой линии, а значит, и энергия сигнала, соответствующего этому радиусу-вектору.

Интересно отметить, что при амплитудной модуляции любая помеха будет в смысле § 6.3 считаться достаточно малой, поскольку в этом случае формула (6.10) будет справедлива для любых λ . В этом случае неточность в вычислении средней квадратической ошибки может внести лишь краевой эффект, о котором упоминалось в конце § 6.3.

7.2. Линейная модуляция

Разобранная амплитудная модуляция является частным случаем линейной модуляции, при которой сигнал определяется выражением

$$A(\lambda, t) = \lambda B(t) + B_0(t), \quad (7.4)$$

где $B(t)$ и $B_0(t)$ — некоторые колебания.

Минимальная средняя квадратическая ошибка в этом случае, как нетрудно убедиться, будет также выражаться формулой (7.2). Однако в этой модуляции можно, сохраняя потенциальную помехоустойчивость, уменьшить максимальную удельную энергию сигнала. При линейной модуляции линия сигнала также будет являться отрезком прямой, длина которого будет равна $2\sqrt{\overline{B^2(t)}}$. Сохраняя эту длину и, значит, помехоустойчивость, можно выбором $B_0(t)$ так переместить линию сигнала, чтобы максимальные радиусы-векторы этой прямой стали возможно более короткими. Как нетрудно догадаться, для этого нужно взять:

$$B_0(t) = 0.$$

При этом середина нашего прямолинейного отрезка попадет в начало координат, и максимальная удельная энергия сигнала будет иметь наименьшее возможное значение

$$Q_M^2 = T\overline{B^2(t)}, \quad (7.5)$$

при этом минимальная средняя квадратическая ошибка будет выражаться через Q_M^2 так:

$$\delta_{cm}^2 = \frac{\sigma^2}{2Q_M^2}. \quad (7.6)$$

Таким образом, в этом случае мы получим выигрыш по мощности в 4 раза по сравнению с амплитудной модуляцией. Однако осуществление этой системы вызовет технические трудности, так как при ней приемник должен обязательно реагировать на фазу сигнала, которая меняется при переходе через нуль.

При линейной системе модуляции, так же как и при амплитудной, любая помеха будет считаться достаточно малой.

Применение нелинейных модуляций, при которых линия сигнала не будет прямой, позволяет значительно увеличить помехоустойчивость при малых помехах без увеличения энергии сигнала. Причиной этого является то, что в этом случае линию сигнала можно, сделав изогнутой, очень сильно удлинить, не увеличив при этом максимального

расстояния между точками этой линии и началом координат, т. е. не увеличив максимальной энергии сигнала.

7.3. Общий случай время-импульсной модуляции

Начнем рассмотрение нелинейных систем модуляции с время-импульсной системы.

При этой системе огибающая высокочастотного импульса может смещаться по времени, не изменяя своей формы, в зависимости от значения передаваемой величины.

В общем виде уравнение сигнала при такой модуляции может быть записано так:

$$A(\lambda, t) = U_m \left(1 - \frac{\tau_0}{2} \lambda \right) \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (7.7)$$

Входящая сюда величина τ_0 будет характеризовать максимальное перемещение импульса при изменении λ в пределах ± 1 .

Приемник при такой модуляции должен как-то реагировать на сдвиг по времени огибающей приходящего импульса. Обычно в такой системе передачи посылается еще некоторый сигнал для установления момента начала отсчета времени на приеме. Однако этими деталями в настоящей работе мы интересоваться не будем, считая, что момент начала отсчета времени на приеме нам известен.

Найдем среднюю квадратическую ошибку от наложения на сигнал помехи с малой интенсивностью при приеме на идеальный приемник.

Для этого воспользуемся формулой (6.38). Для нашего случая мы будем иметь:

$$A'(\lambda, t) = \frac{\partial U_m \left(t - \frac{\tau_0 \lambda}{2} \right)}{\partial \lambda} \cos(\omega_0 t + \varphi) = - \frac{\partial U_m \left(t - \frac{\tau_0 \lambda}{2} \right)}{\partial t} \cdot \frac{\tau_0}{2} \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

откуда:

$$\overline{A'^2(\lambda, t)} = \frac{\tau_0^2}{4} \overline{\left[\frac{\partial U_m \left(t - \frac{\tau_0 \lambda}{2} \right)}{\partial t} \right]^2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi).$$

Будем считать, что квадрат квадратной скобки, входящей в это выражение, не содержит частоты $2\omega_0$, что почти всегда имеет место, так как огибающая $U_m(t)$ обычно не имеет высокочастотных составляющих. Тогда, применяя формулу (2.26), получим:

$$A'^2(\lambda, t) = \frac{\tau_0^2}{8} \overline{\left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]^2},$$

поскольку

$$\overline{\left[\frac{\partial U_m \left(t - \frac{\tau_0 \lambda}{2} \right)}{\partial t} \right]^2} = \overline{\left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]^2}$$

и

$$\overline{\cos^2(\omega_0 t + \varphi)} = \frac{1}{2},$$

откуда значение средней квадратической ошибки при применении идеального приемника будет определяться выражением

$$\delta_{cm}^2 = \frac{4\sigma^2}{\tau_0^2 T \left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]^2}. \quad (7.8)$$

Как видно из этой формулы, ошибка будет тем меньше, чем больше τ_0 и чем больше удельная энергия колебания $\frac{\partial U_m(t)}{\partial t}$, равная:

$$T \left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]^2 = \int_{-T/2}^{+T/2} \left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]^2 dt.$$

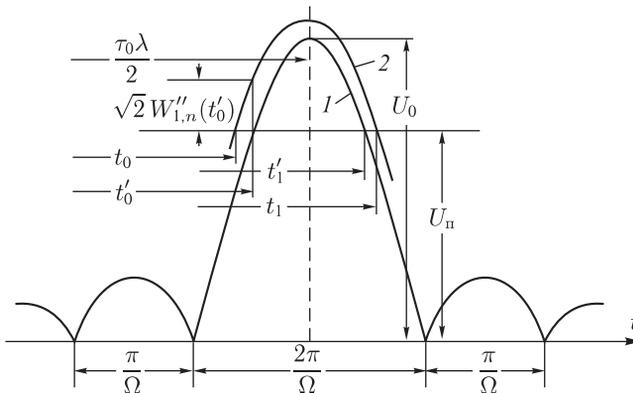
От остальных параметров сигнала ошибка не зависит.

7.4. Частный случай время-импульсной модуляции (потенциальная помехоустойчивость)

Для получения конкретных данных рассмотрим частный случай время-импульсной модуляции.

Пусть передаваемый сигнал будет:

$$A(\lambda, t) = U_m(t) \cos \omega_0 t = U_0 \frac{\sin \Omega \left(t - \frac{\tau_0 \lambda}{2} \right)}{\Omega \left(t - \frac{\tau_0 \lambda}{2} \right)} \cos \omega_0 t. \quad (7.9)$$



Фиг. 7.1. Кривая 1 — огибающая импульса; 2 — то же при наложении помехи

Огибающая этого сигнала изображена кривой 1 на фиг. 7.1. Она имеет максимальное значение при $t = \frac{\tau_0 \lambda}{2}$. Спектр этого сигнала лежит целиком в пределах от $\frac{\omega_0 - \Omega}{2\pi}$ до $\frac{\omega_0 + \Omega}{2\pi}$.

Найдем минимальную среднюю квадратическую ошибку для данного случая.

Мы имеем:

$$T \overline{\left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]^2} = \int_{-T/2}^{+T/2} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\sin \Omega t}{\Omega t} \right) \right]^2 dt = \int_{-T/2}^{+T/2} \left[\frac{\Omega^2 t \cos \Omega t - \Omega \sin \Omega t}{\Omega^2 t^2} \right]^2 dt.$$

Стремя пределы интегрирования к $\pm\infty$, что, очевидно, можно сделать, поскольку T может быть сколь угодно большим, мы получим:

$$T \overline{\left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]^2} = \frac{\pi}{3} \Omega U_0^2, \quad (7.10)$$

откуда на основании формулы (7.8) следует, что минимальная среднеквадратичная ошибка будет равна:

$$\delta_{cm}^2 = \frac{12\sigma^2}{\pi \tau_0^2 \Omega U_0^2}. \quad (7.11)$$

Для удобства сравнения с другими системами выразим U_0^2 через удельную энергию сигнала Q .

В соответствии с приложением А эта удельная энергия будет равна:

$$Q^2 = T \overline{A^2(\lambda, t)} = \frac{1}{2} T \overline{U_m^2(t)}.$$

Таким образом,

$$Q^2 = \frac{1}{2} \int_{-T/2}^{+T/2} \frac{\sin^2 \Omega t}{\Omega^2 t^2} dt = \frac{\pi}{2\Omega} U_0^2. \quad (7.12)$$

При этом интегрировании пределы были заменены для упрощения результата на $\pm\infty$.

Вводя это значение в формулу (7.11), мы получим:

$$\delta_{cm}^2 = \frac{6\sigma^2}{\tau_0^2 \Omega^2 Q^2}. \quad (7.13)$$

При этой системе модуляции все точки линии сигнала имеют постоянное расстояние от начала координат, равное $\sqrt{\overline{A^2(\lambda, t)}}$. Таким образом, эта линия будет лежать на некоторой псевдосфере. Как видно из формулы (7.13), помехоустойчивость и, значит, длина линии сигнала будут при сохранении удельной энергии и, значит, радиуса

псевдосферы, на которой будет лежать линия сигнала, увеличиваться с увеличением τ_0 и Ω .

7.5. Частный случай время-импульсной модуляции (помехоустойчивость при первом методе приема)

Разобранный в предыдущем параграфе время-импульсный способ модуляции, как видно из формул (7.2), (7.6) и (7.13), может обеспечить большую потенциальную помехоустойчивость по сравнению с амплитудной и линейной модуляцией. Однако для практики важно знать, насколько легко эту большую потенциальную помехоустойчивость можно реализовать. Для выяснения этого вопроса мы остановимся на двух конкретных методах приема сигналов, рассмотренных в предыдущем параграфе.

Допустим, что приемное устройство отмечает момент времени t_0 , когда амплитуда входящего сигнала достигнет некоторой величины U_n , скажем, в этот момент в приемнике вспыхивает газосветная лампочка, и это фиксируется на движущейся светочувствительной пленке.

Под действием входящей помехи этот момент будет меняться, что создаст некоторую ошибку. Найдем ее.

Будем считать, что в приемнике имеется идеальный фильтр, пропускающий полосу частот от $\frac{\omega_0 - \Omega}{2\pi}$ до $\frac{\omega_0 + \Omega}{2\pi}$, т.е. полосу частот, в которой имеются составляющие нашего сигнала. Тогда, очевидно, мы можем считаться лишь с составляющими помехи, лежащими в этой полосе. Эти составляющие в сумме дают колебание $W_{\mu, \nu}(t)$, даваемое формулой (В-6) (приложение В).

При этом амплитуда суммарного колебания сигнала и помехи будет выражаться так:

$$U_{\Sigma} = \sqrt{[U_m(t) + \sqrt{2} W_{1,n}'']^2 + 2W_{1,n}'^2(t)}. \quad (7.14)$$

Если принять, что

$$U_m^2(t) \gg W_{1,n}'^2$$

вследствие малой интенсивности помехи, то можно, пренебрегая $W_{1,n}'(t)$, считать:

$$U_{\Sigma} = U_m(t) + \sqrt{2} W_{1,n}''(t). \quad (7.15)$$

Посмотрим, насколько под действием помехи сместится момент времени, который отмечает приемник, т.е. момент времени t_0 , когда величина амплитуды принимаемого колебания достигает величины U_n .

На фиг. 7.1 кривая 1 изображает изменение величины U_m от t ; кривая 2 — изменение суммарной амплитуды U_{Σ} от t . Расстояние между этими кривыми по вертикали будет равно в соответствии с формулой (7.15) величине $W_{1,n}''$. На этой фигуре наглядно видно, насколько

сместится момент времени t_0 под действием помехи. Это смещение даст ошибку в определении параметра λ , равную:

$$\delta = \frac{t'_0 - t_0}{\tau_0/2}, \quad (7.16)$$

поскольку при изменении λ на единицу t_0 смещается на $\tau_0/2$. Тут через t'_0 мы обозначили момент времени, когда амплитуда сигнала достигнет величины U_n . Предположим, что величина погрешности δ настолько мала, что за время $t'_0 - t_0$ можно считать величину $W''_{1,n}$ постоянной, а отрезок кривой $U_m(t)$ прямолинейным. Тогда соотношение между δ и $W''_{1,n}(t'_0)$ может быть найдено из фигуры. Оно, очевидно, будет равно:

$$\left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]_{t=t'_0} = \frac{\sqrt{2} W''_{1,n}(t'_0)}{t'_0 - t_0}. \quad (7.17)$$

Отсюда, учитывая приложения В и С, получим:

$$\delta = \frac{2(t'_0 - t_0)}{\tau_0} = \frac{2\sqrt{\frac{\Omega}{\pi}} \sigma \theta}{\tau_0 \left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]_{t=t'_0}}, \quad (7.18)$$

где θ — нормальная случайная величина.

Как мы видим из этой формулы, ошибка δ , как и в случае идеального приемного устройства, будет подчиняться закону Гаусса. Средняя квадратическая ошибка будет равна:

$$E\delta^2 = \delta_c^2 = \frac{4\Omega\sigma^2}{\pi\tau_0^2 \left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]_{t=t'_0}^2}. \quad (7.19)$$

Исходя из формулы (7.9), мы получим:

$$\left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]_{t=t_0} = U_0\Omega \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}, \quad (7.20)$$

где

$$x = \Omega \left(t'_0 - \frac{\tau_0\lambda}{2} \right).$$

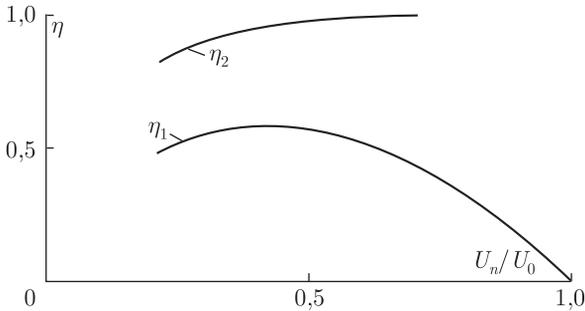
Задаваясь различными значениями x , мы можем определить по формулам (7.20) и (7.19) величину δ_c^2 , которая может быть представлена так:

$$\delta_c^2 = \frac{12\sigma^2}{\pi\eta_1\tau_0^2\Omega U_0^2} = \frac{6\sigma^2}{\eta_1\tau_0^2\Omega^2 Q^2}, \quad (7.21)$$

где η_1 является функцией x , а Q^2 определяется формулой (7.12).

На основании формулы

$$U_n = U_0 \frac{\sin x}{x} \quad (7.22)$$



Фиг. 7.2. Коэффициент использования мощности при время-импульсной модуляции: η_1 — для приема по одному фронту; η_2 — по двум фронтам; U_n — амплитуда, на которой делается отсчет; U_0 — максимальная амплитуда импульса

мы можем найти зависимость x и, значит, η_1 от U_n/U_0 . Последняя зависимость дается кривой фиг. 7.2.

Сравнивая формулы (7.21) и (7.13), мы видим, что поскольку η_1 всегда меньше единицы, помехоустойчивость при способе приема, рассмотренном в этом параграфе, будет меньше потенциальной помехоустойчивости и что η_1 является введенным в § 4.2 коэффициентом использования мощности, показывающим, насколько можно уменьшить энергию или мощность сигнала при идеальном приеме, чтобы получить ту же помехоустойчивость, т. е. то же δ_c^2 , что и при данном способе приема.

Как видно из фиг. 7.2, η_1 имеет максимальное значение при $U_n/U_0 = 0,41$, которое равно 0,58.

7.6. Частный случай время-импульсной модуляции (помехоустойчивость при втором методе приема)

Попробуем уменьшить среднюю квадратическую ошибку по сравнению с тем, что мы получили при методе приема, описанном в предыдущем параграфе. Такое уменьшение возможно, поскольку полученная ошибка больше, чем дает идеальный приемник. Для этого применим приемник, отмечающий как момент времени t_0 , когда амплитуда входящего колебания, возрастая, достигнет величины U_n , так и момент t_1 , когда амплитуда входящего колебания, уменьшаясь, снова достигнет величины U_n . О величине передаваемого параметра λ мы будем судить по среднему значению:

$$\frac{t_0 + t_1}{2}. \quad (7.23)$$

Вследствие наложения помехи мы опять получим ошибку как при отсчете момента t_0 , так и при отсчете момента t_1 . Обозначим эти ошибки δ_0 и δ_1 соответственно. Очевидно, исходя из формулы (7.16) и

(7.17), мы будем иметь:

$$\delta_0 = \frac{2(t'_0 - t_0)}{\tau_0} = \frac{2\sqrt{2} W''_{1,n}(t'_0)}{\tau_0 \left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]_{t=t'_0}}, \quad (7.24)$$

$$\delta_1 = \frac{2(t'_0 - t_1)}{\tau_0} = \frac{2\sqrt{2} W''_{1,n}(t'_1)}{\tau_0 \left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]_{t=t'_1}}, \quad (7.25)$$

где t'_0 — момент времени, когда $U_m(t)$ достигнет величины U_n , возрастая;

t'_1 — момент времени, когда $U_m(t)$ достигнет величины U_n , убывая.

Так как $U_m(t)$ является симметричной функцией, то мы имеем:

$$\left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]_{t=t'_1} = - \left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]_{t=t'_0}. \quad (7.26)$$

На основании этого ошибка при отсчете по среднему значению будет равна:

$$\delta = \frac{\delta_0 + \delta_1}{2} = \frac{\sqrt{2} [W''_{1,n}(t'_0) - W''_{1,n}(t'_1)]}{\tau_0 \left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]_{t=t'_0}}. \quad (7.27)$$

Найдем случайную величину $W''_{1,n}(t'_0) - W''_{1,n}(t'_1)$. Тут воспользоваться прямо результатом § 2.5 нельзя, так как случайные величины $W''_{1,n}(t'_0)$ и $W''_{1,n}(t'_1)$ зависят друг от друга.

На основании формул (2.54) и (2.74) можно записать:

$$\begin{aligned} W''_{1,n}(t'_0) - W''_{1,n}(t'_1) &= \frac{\sigma}{\sqrt{2T}} \sum_{l=1}^{2n} [I_l(t'_0) - I_l(t'_1)] \theta_l = \\ &= \frac{\sigma}{\sqrt{2T}} \sqrt{\sum_{l=1}^{2n} [I_l(t'_0) - I_l(t'_1)]^2} \theta. \end{aligned}$$

Далее возьмем два слагаемых последней суммы и учтем выражение (2.14). Получим:

$$[I_{2i-1}(t'_0) - I_{2i-1}(t'_1)]^2 + [I_{2i}(t'_0) - I_{2i}(t'_1)]^2 = 4 \left[1 - \cos \frac{2\pi}{T} i(t'_0 - t'_1) \right],$$

откуда

$$W''_{1,n}(t'_0) - W''_{1,n}(t'_1) = \sqrt{2} \sigma \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[1 - \cos \frac{2\pi i}{T} (t'_0 - t'_1) \right]} \frac{1}{T} \cdot \theta.$$

Если учесть, что $n = \frac{\Omega}{2\pi}T$, мы, стремя T к ∞ и вводя обозначения

$$x = \frac{i}{T}$$

и

$$dx = \frac{1}{T},$$

придем к выражению

$$\begin{aligned} W''_{1,n}(t'_0) - W''_{1,n}(t'_1) &= \sqrt{2} \sigma \sqrt{\int_0^{\frac{\Omega}{2\pi}} [1 - \cos 2\pi(t'_0 - t'_1)x] dx} \cdot \theta = \\ &= \sqrt{2} \sigma \sqrt{\frac{\Omega}{2\pi} \left[1 - \frac{\sin \Omega(t'_0 - t'_1)}{\Omega(t'_0 - t'_1)} \right]} \cdot \theta. \end{aligned} \quad (7.28)$$

Подставляя полученное значение в (7.27), мы получим:

$$\delta = \frac{2\sigma \sqrt{\frac{\Omega}{2\pi}} \sqrt{1 - \frac{\sin \Omega(t'_0 - t'_1)}{\Omega(t'_0 - t'_1)}} \cdot \theta}{\tau_0 \left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]_{t=t'_0}}. \quad (7.29)$$

Как мы видим, и в этом случае ошибка будет случайной величиной, подчиняющейся закону Гаусса.

Из полученной формулы следует, что средняя квадратическая ошибка при данном способе приема будет равна:

$$\delta_c^2 = \frac{2\Omega \left[1 - \frac{\sin \Omega(t'_0 - t'_1)}{\Omega(t'_0 - t'_1)} \right] \sigma^2}{\pi \tau_0 \left[\frac{\partial U_m(t)}{\partial t} \right]_{t=t'_0}^2}. \quad (7.30)$$

Задаваясь различными значениями U_n/U_0 , мы по формуле (7.22) можем найти величину $x = \Omega \left(t'_0 - \frac{\tau_0 \lambda}{2} \right) = \frac{1}{2} \Omega(t'_0 - t'_1)$, как это следует из симметрии $U_m(t)$, и затем по формулам (7.20) и (7.30) — величину δ_c^2 . Мы получим:

$$\delta_c^2 = \frac{12\sigma^2}{\pi \eta_2 \tau_0^2 \Omega U_0^2} = \frac{6\sigma^2}{\eta_2 \tau_0^2 \Omega^2 Q^2}, \quad (7.31)$$

где величина η_2 дается кривой 2 на фиг. 7.2 и является функцией отношения U_n/U_0 . Сравнение с формулой (7.13) показывает, что η_2 является коэффициентом использования мощности при рассмотренном методе приема. Как видно из фиг. 7.2, η_2 больше η_1 и близко к 1,

стремясь к ней при $U_n/U_0 \rightarrow 1$. Таким образом, этот вид радиоприема более помехоустойчив, чем разработанный в предыдущем параграфе, и практически реализует потенциальную помехоустойчивость. Потенциальную помехоустойчивость мы получим, если $U_n/U_0 = 1$, т.е. если будем брать отсчеты около самой вершины импульса или, что то же, определять передаваемый параметр по положению максимума амплитуды импульса.

Лучшего метода приема, чем разработанный в этом параграфе, по помехоустойчивости при малых помехах, очевидно, осуществить нельзя.

Причина повышения помехоустойчивости, очевидно, заключается в том, что в большинстве случаев (особенно при U_n/U_0 , близком к 1) помеха, накладываясь на сигнал, либо одновременно поднимает, либо одновременно опускает огибающую на обоих склонах импульса сигнала. При этом среднее значение величины t_0 и t_1 будет меняться под действием помехи меньше, чем каждая из них в отдельности.

7.7. Частотная модуляция (общий случай)

Рассмотрим помехоустойчивость системы передачи непрерывных величин (параметров) при помощи частотной модуляции.

В этом случае сигнал может быть записан так:

$$A(\lambda, t) = U_m(t) \cos[(\omega_0 + \Omega\lambda)t + \varphi_0]. \quad (7.32)$$

Применим к этому сигналу общую формулу (6.40) для отыскания минимальной средней квадратической ошибки.

Для этого найдем:

$$A'_\lambda(\lambda, t) = -U_m(t)\Omega t \sin[(\omega_0 + \Omega\lambda)t + \varphi_0].$$

Далее,

$$\overline{A'^2_\lambda(\lambda, t)} = \overline{\Omega^2 U_m^2(t) t^2 \sin^2[(\omega_0 + \Omega\lambda)t + \varphi_0]}.$$

Мы будем считать, что колебание $U_m^2(t)t^2$ не содержит частоты $2(\omega_0 + \Omega\lambda)$, тогда на основании формулы (2.26) мы получим:

$$\overline{A'^2_\lambda(\lambda, t)} = \frac{1}{2} \overline{\Omega^2 t^2 U_m^2(t)},$$

поскольку можно считать:

$$\overline{\sin^2[(\omega_0 + \Omega\lambda)t + \varphi]} = \frac{1}{2}$$

при достаточно большом T .

Подставляя это значение в формулу (6.38), мы получим:

$$\delta_{cm}^2 = \frac{\sigma^2}{\Omega^2 T \overline{U_m^2(t) t^2}}. \quad (7.33)$$

Таким образом, ошибка будет тем меньше, чем больше Ω и чем больше удельная энергия колебания $tU_m(t)$, равная:

$$T\overline{U_m^2(t)t^2} = \int_{-T/2}^{+T/2} t^2 U_m^2(t) dt. \quad (7.34)$$

Как видно из этой формулы, удельная энергия будет пропорциональна моменту инерции площади под кривой $U_m^2(t)$ относительно оси ординат.

Удельная энергия рассматриваемого сигнала в соответствии с (А.2) будет равна:

$$Q^2 = T\overline{A^2(\lambda, t)} = \frac{1}{2} \int_{-T/2}^{+T/2} U_m^2(t) dt \quad (7.35)$$

при условии, что колебание $U_m^2(t)$ не содержит частот $2(\omega_0 + \Omega\lambda)$ и что T достаточно велико. Таким образом, эта энергия будет пропорциональна просто площади под кривой $U_m^2(t)$.

Если мы хотим увеличить потенциальную помехоустойчивость, не увеличивая энергии сигнала, мы должны, не увеличивая площади под кривой $U_m^2(t)$ увеличить момент инерции этой площади относительно оси ординат. Последнее, очевидно, можно сделать, увеличивая ординаты этой кривой на отдаленных от начала участках и уменьшая на близких.

Простой перенос огибающей сигнала по времени, подальше от начала отсчета, также должен увеличивать момент инерции, а значит, и помехоустойчивость без увеличения энергии сигнала.

Последнее может показаться странным, однако легко объясняется. Действительно, при $t = 0$ аргумент у косинуса выражения (7.32) и, значит, само это выражение совершенно не меняется с изменением λ . Чем больше t , тем сильнее будут изменения, что должно приводить к увеличению помехоустойчивости. Поэтому перенос огибающей должен действительно привести к увеличению помехоустойчивости.

Значение этого переноса можно уяснить себе также из следующих математических преобразований. Сдвинем в сигнале (7.32) огибающую на время t_0 относительно начала.

Мы получим:

$$\begin{aligned} U_m(t - t_0) \cos[(\omega_0 + \Omega\lambda)t + \varphi] &= \\ &= U_m(t') \cos[(\omega_0 + \Omega\lambda)(t' + t_0) + \varphi] = \\ &= U_m(t') \cos[(\omega_0 + \Omega\lambda)t' + \omega_0 t_0 + \Omega\lambda t_0 + \varphi], \end{aligned} \quad (7.36)$$

где мы обозначили $t' = t - t_0$.

Как мы видим из последнего выражения, перенос огибающей равносильно тому, что начальная фаза под косинусом стала меняться с

изменением λ , что и дает изменение помехоустойчивости. Такую систему мы рассмотрим в § 7-9.

7.8. Частотная модуляция (частный случай)

В этом параграфе мы рассмотрим частный случай частотной модуляции, при котором сигналом является отрезок синусоиды с постоянной амплитудой, т. е.

$$\begin{aligned} A(\lambda, t) &= U_0 \cos[(\omega_0 + \Omega\lambda)t + \varphi], & \text{при } -\frac{\tau_0}{2} < t < \frac{\tau_0}{2}, \\ A(\lambda, t) &= 0 & \text{при } t < -\frac{\tau_0}{2} \text{ и } t > \frac{\tau_0}{2}. \end{aligned} \quad (7.37)$$

В этом случае огибающая будет выражаться так:

$$\begin{aligned} U_m(t) &= U_0, & \text{при } -\frac{\tau_0}{2} < t < \frac{\tau_0}{2}, \\ U_m(t) &= 0 & \text{при } t < -\frac{\tau_0}{2} \text{ и } t > \frac{\tau_0}{2}. \end{aligned} \quad (7.38)$$

Поэтому на основании общих формул (7.33) и (7.35) получим:

$$Q^2 = \frac{U_0^2}{2} \tau_0, \quad (7.39)$$

$$\delta_{cm}^2 = \frac{12\sigma^2}{\Omega^2 \tau_0^3 U_0^2} = \frac{6\sigma^2}{\Omega^2 \tau_0^2 Q^2}. \quad (7.40)$$

Поскольку при частотной модуляции удельная энергия сигнала не меняется с изменением передаваемой величины λ , линия сигнала, так же как и при время-импульсной модуляции, будет лежать на некоторой псевдосфере.

Сравнивая формулы (7.13) и (7.40) для время-импульсной и частотной модуляций, мы видели, что при этих модуляциях величина минимальной средней квадратической ошибки определяется теми же самыми выражениями. Однако входящие в эти выражения Ω и τ_0 имеют разное значение.

В формуле (7.13) Ω обозначает половину полосы, занимаемой сигналом. В формуле (7.40) Ω обозначает половину максимального изменения частоты сигнала. Можно приближенно считать, что полоса частот, потребная для передачи сигналов с частотной модуляцией, равняется максимальному изменению частоты сигнала. При этом условии Ω в обеих формулах будет обозначать половину полосы частот, необходимой для передачи сигналов.

В формуле (7.13) τ_0 обозначает максимальное смещение импульса сигнала по времени. В формуле (7.40) τ_0 обозначает длительность сигнала. Можно приближенно считать, что время, необходимое для передачи сигнала при время-импульсной модуляции, равняется максимальному смещению импульса по времени. При этом условии τ_0 в обеих формулах будет обозначать время, которое потребуется для передачи сигнала.

При этих условиях при передаче сигналами с время-импульсной и частотной модуляцией, которые занимают одно и то же время, одну и ту же полосу частот и имеют одну и ту же энергию, мы получим одну и ту же потенциальную помехоустойчивость.

Сравнивая две последние модуляции с амплитудной (§ 7.1), видим, что они обеспечивают большую помехоустойчивость в случае, если

$$\frac{\tau_0^2 \Omega^2}{3} > 1.$$

Рассмотренные для примера три случая модуляции далеко не исчерпывают всего их мыслимого разнообразия.

Мы видели, что для увеличения помехоустойчивости при амплитудной модуляции требовалось обязательно увеличение энергии сигнала.

При частотной и время-импульсной модуляции мы могли увеличивать помехоустойчивость при малых помехах, не увеличивая энергии сигнала, но для этого необходимо было увеличивать время или полосу частот, занимаемые сигналом.

В следующем параграфе мы рассмотрим такие способы увеличения помехоустойчивости при малых помехах, которые не требуют ни увеличения энергии сигнала, ни увеличения полосы частот, ни времени, занимаемых сигналом.

7.9. Повышение помехоустойчивости без увеличения энергии, длительности и ширины спектра сигнала

В этом параграфе мы рассмотрим системы, при которых можно теоретически беспредельно увеличивать потенциальную помехоустойчивость при помехах с достаточно малой интенсивностью, не увеличивая при этом ни энергии сигнала, ни времени, ни полосы частот, им занимаемых.

Пусть передаваемый сигнал определяется выражением:

$$\begin{aligned} A(\lambda, t) &= U_0 \cos[(\omega_0 + \Omega\lambda)t + \varphi + a\lambda], & \text{при } -\frac{\tau_0}{2} < t < \frac{\tau_0}{2}, \\ A(\lambda, t) &= 0 & \text{при } t < -\frac{\tau_0}{2} \text{ и } t > \frac{\tau_0}{2}. \end{aligned} \quad (7.41)$$

Таким образом, этот сигнал отличается от разобранный ранее в случае частотной модуляции тем, что в нем фаза также меняется в зависимости от передаваемой величины.

Для этого сигнала получим:

$$A'_\lambda(\lambda, t) = -U_0(\Omega t + a) \sin[(\omega_0 + \Omega\lambda)t + \varphi + a\lambda]$$

при

$$-\frac{\tau_0}{2} < t < \frac{\tau_0}{2},$$

откуда

$$\begin{aligned} \overline{TA'_\lambda{}^2(\lambda, t)} &= U_0^2 \int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{+\frac{\tau_0}{2}} (\Omega t + a)^2 \sin^2[(\omega_0 + \Omega\lambda)t + \varphi + a\lambda] dt = \\ &= U_0^2 \int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{+\frac{\tau_0}{2}} \frac{1}{2} (\Omega t + a)^2 dt - U_0^2 \int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{+\frac{\tau_0}{2}} \frac{1}{2} (\Omega t + a)^2 \cos 2[(\omega_0 + \Omega\lambda)t + \varphi + a\lambda] dt. \end{aligned}$$

Второй интеграл при увеличении ω_0 будет стремиться к нулю, и поэтому им при достаточно большом значении ω_0 можно пренебречь. Мы получим:

$$\overline{TA'_\lambda{}^2(\lambda, t)} = \frac{U_0^2}{24} (\Omega^2 \tau_0^3 + 12\tau_0 a^2),$$

откуда минимальная средняя квадратическая ошибка, характеризующая потенциальную помехоустойчивость при данных сигналах, будет

$$\delta_{cm}^2 = \frac{12\sigma^2}{U_0^2 (\Omega^2 \tau_0^3 + 12\tau_0 a^2)} = \frac{6\sigma^2}{\tau_0 \Omega^2 Q^2 \left(1 + 12 \frac{a^2}{\Omega^2 \tau_0^2}\right)}. \quad (7.42)$$

Как видно из этой формулы, с увеличением a ошибку можно сделать сколь угодно малой. В то же время значение a не вызывает изменения ни энергии сигнала, ни полосы частот, ни времени, занимаемых сигналом.

Аналогичный результат получается, если менять фазу высокочастотного колебания пропорционально передаваемому параметру у сигнала с время-импульсной модуляцией, разобранный в § 7.3.

Получаемую в этих системах потенциальную помехоустойчивость на практике реализовать довольно трудно, так как для этого требуется приемник, реагирующий на начальную фазу высокочастотного колебания сигнала. Однако можно предложить системы модуляции, в которых большую помехоустойчивость практически реализовать будет легче. К таким системам относится, например, система с сигналом:

$$\begin{aligned} A(\lambda, t) &= U_0 [1 + \cos(\Omega_0 t + a\lambda)] \cos(\omega_0 + \Omega\lambda), \quad \text{при } -\frac{\tau_0}{2} < t < \frac{\tau_0}{2}, \\ A(\lambda, t) &= 0 \quad \text{при } t < -\frac{\tau_0}{2} \text{ и } t > \frac{\tau_0}{2}. \end{aligned} \quad (7.43)$$

Этот сигнал имеет то преимущество перед сигналами, рассмотренными выше, что в нем меняется фаза низкочастотного колебания, а не высокочастотного. Эта фаза будет меньше искажена при распространении сигнала и легче улавливается приемником.

Рассмотренные примеры далеко не исчерпывают всех возможных вариантов систем модуляции, помехоустойчивость которых при малых помехах может быть беспредельно увеличена.

Такие системы модуляции могут быть построены, например, на следующем общем принципе. Следует в зависимости от передаваемой величины λ менять в сигнале некоторый параметр, например некоторую фазу, беспредельное изменение которого не увеличивает отводимое сигналу место во времени и в частотном спектре, а также его энергию. Таким образом, этот параметр можно менять на сколь угодно большую величину и этим сколь угодно удлинять линию сигнала и понижать помехоустойчивость при малых помехах. Однако изменением одного этого параметра обычно ограничиться нельзя, так как он вызывает периодические изменения в сигнале и, таким образом, нескольким различным значениям параметра будет соответствовать один и тот же сигнал. Для ликвидации этой многозначности необходимо менять одновременно еще какой-либо другой параметр, например: частоту колебания, его амплитуду, положение импульса сигнала во времени и т. п. Это изменение приходится осуществлять в ограниченных пределах, поскольку оно обычно вызывает либо увеличение энергии сигнала, либо места, отводимого сигналу во времени или по частоте.

Недостаток рассмотренных в этом параграфе систем обнаруживается, если провести исследование их помехоустойчивости при помехах большой интенсивности, чему посвящена следующая глава. При этом оказывается, что чем больше мы повышаем помехоустойчивость методами, изложенными в этом параграфе, тем при меньшей интенсивности помехи наступает граница между «большой» и «малой» помехой. При «большой» же помехе выведенные формулы становятся неверными. В пределе изложенные тут способы позволяют свести погрешность, получаемую от воздействия «малых» помех, к нулю, но при этом «малыми» помехами должны будут считаться помехи, интенсивность которых также равна нулю. Таким образом, этими способами совершенно уничтожить действие помех, как и следовало ожидать, не удастся, — можно лишь получить уменьшение их влияния. Такое уменьшение бывает целесообразно в случае помех с достаточно малой интенсивностью и необходимости иметь очень малые ошибки при передаче.

Глава 8

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ ОТДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ПРИ БОЛЬШИХ ПОМЕХАХ

8.1. Вывод общей формулы для оценки влияния помехи большой интенсивности

В этой главе мы произведем оценку потенциальной помехоустойчивости при передаче параметров и помехах с большой интенсивностью.

Обозначим через $P_{\lambda_a}(\lambda > \lambda_b)$ вероятность того, что при передаче значения параметра λ_a приемник вследствие наложения на сигнал помехи воспроизведет некоторый параметр λ , удовлетворяющий условию

$\lambda > \lambda_b$, и через $P_{\lambda_a}(\lambda < \lambda_b)$ вероятность того, что при передаче значения параметра λ_a вследствие наложения помехи приемное устройство воспроизведет параметр λ , удовлетворяющий условию $\lambda < \lambda_b$.

Очевидно, эта вероятность будет зависеть как от метода передачи, т. е. от функции $A(\lambda, t)$, так и от метода приема.

При принятых обозначениях вероятность того, что при передаче параметра λ_1 ошибка δ по абсолютной величине окажется больше ε , будет равна:

$$P_{\lambda_1}(\lambda < \lambda_1 + \varepsilon) + P_{\lambda_1}(\lambda < \lambda_1 - \varepsilon).$$

Будем считать, что передаваемый параметр λ_1 может принимать любое значение в пределах $-1, +1$ равновероятно. Тогда вероятность того, что λ_1 будет удовлетворять неравенству

$$\lambda_2 \leq \lambda_1 \leq \lambda_1 + d\lambda_2$$

и одновременно $|\delta| > \varepsilon$, будет равна:

$$[P_{\lambda_2}(\lambda > \lambda_2 + \varepsilon) + P_{\lambda_2}(\lambda < \lambda_2 - \varepsilon)] \frac{d\lambda_2}{2}.$$

Отсюда вероятность того, что при передаче некоторого, заранее неизвестного значения параметра λ_1 ошибка по абсолютной величине окажется больше ε , будет равна:

$$\begin{aligned} P(|\delta| > \varepsilon) &= \int_{-1}^{+1} [P_{\lambda_2}(\lambda > \lambda_2 + \varepsilon) + P_{\lambda_2}(\lambda < \lambda_2 - \varepsilon)] \frac{d\lambda_2}{2} = \\ &= \int_{-1}^{+1} P_{\lambda_2}(\lambda > \lambda_2 + \varepsilon) \frac{d\lambda_2}{2} + \int_{-1}^{+1} P_{\lambda_2}(\lambda < \lambda_2 - \varepsilon) \frac{d\lambda_2}{2}. \end{aligned}$$

Очевидно, значение интегралов не изменится, если в первом подставить величину $\lambda_0 = \lambda_2 + \varepsilon$, а во втором величину $\lambda_0 = \lambda_2 - \varepsilon$, изменив соответственно пределы интегрирования. Тогда мы получим:

$$\begin{aligned} P(|\delta| > \varepsilon) &= \int_{-1+\varepsilon}^{+1+\varepsilon} P_{\lambda_0-\varepsilon}(\lambda > \lambda_0) \frac{d\lambda_0}{2} + \int_{-1-\varepsilon}^{+1-\varepsilon} P_{\lambda_0+\varepsilon}(\lambda < \lambda_0) \frac{d\lambda_0}{2} \geq \\ &\geq \int_{-(1-\varepsilon)}^{1-\varepsilon} [P_{\lambda_0-\varepsilon}(\lambda > \lambda_0) + P_{\lambda_0+\varepsilon}(\lambda < \lambda_0)] \frac{d\lambda_0}{2}, \end{aligned}$$

так как тут подинтегральные выражения всегда положительны.

Оценим величину, стоящую в прямоугольных скобках, для чего несколько отвлечемся от сказанного выше. Пусть

$$A_1(t) = A(\lambda_0 - \varepsilon, t)$$

и

$$A_2(t) = A(\lambda_0 + \varepsilon, t)$$

являются двумя дискретными сигналами, которые были рассмотрены в гл. 4.

Пусть для приема этих сигналов используется рассмотренный приемник, служащий для определения параметра λ .

Будем считать, что пришел первый сигнал $A_1(t) = A(\lambda_0 - \varepsilon, t)$, если приемник воспроизведет $\lambda < \lambda_0$, и второй сигнал, если он воспроизведет $\lambda > \lambda_0$. Тогда вероятность искажения этих сигналов данным приемником, считая априорные вероятности их посылки одинаковыми, будет:

$$\frac{1}{2}P_{\lambda_0-\varepsilon}(\lambda > \lambda_0) + \frac{1}{2}P_{\lambda_0+\varepsilon}(\lambda < \lambda_0).$$

Однако эта вероятность искажения не может быть меньше вероятности искажения, определяющей потенциальную помехоустойчивость при данных сигналах, которая определяется выражением (4.8). Поэтому

$$\frac{1}{2}[P_{\lambda_0-\varepsilon}(\lambda > \lambda_0) + P_{\lambda_0+\varepsilon}(\lambda < \lambda_0)] \geq V(\alpha_1),$$

где α_1 определяется формулой (4.4) и в данном случае равно:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \sqrt{\frac{T}{2\sigma^2} [A(\lambda_0 + \varepsilon, t) - A(\lambda_0 - \varepsilon, t)]^2} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2\sigma^2} \int_{-T/2}^{+T/2} [A(\lambda_0 + \varepsilon, t) - A(\lambda_0 - \varepsilon, t)]^2 dt}; \quad (8.1) \end{aligned}$$

$V(\alpha)$ определяется формулой (2.47).

Отсюда для оценки вероятности ошибок, больших ε , мы получаем универсальную формулу

$$P(|\delta| > \varepsilon) \geq \int_{-(1-\varepsilon)}^{1-\varepsilon} V(\alpha_1) d\lambda_0. \quad (8.2)$$

В ряде случаев α_1 не зависит от λ_0 . При этом условии подинтегральная величина будет постоянной, и мы получим:

$$P(|\delta| > \varepsilon) \geq 2(1 - \varepsilon)V(\alpha_1). \quad (8.3)$$

Из этих уравнений следует, что чем меньше будет расстояние

$$\sqrt{[A(\lambda_0 + \varepsilon, t) - A(\lambda_0 - \varepsilon, t)]^2}$$

между точками линии сигнала, которые соответствуют значениям параметра, отстоящим друг от друга на величину 2ε , тем больше вероятность получения ошибки δ , превышающей ε .

8.2. Сравнение формул для малых и больших помех

Сравним полученный в предыдущем параграфе результат с результатом, который мы получили в гл. 6 для случая малых помех.

Там нами была выведена формула (6.19), определяющая вероятность того, что при идеальном приемнике и малой помехе ошибка δ будет больше ε . Эта формула справедлива для заданного наименее вероятного значения λ_{xH} . Если же принять, что все λ_{xH} равновероятны, то для заранее неизвестного значения λ_{xH} мы получим следующее выражение для этой вероятности:

$$P(|\delta| > \varepsilon) = \int_{-1}^{+1} V(\alpha) d\lambda_{xH}, \quad (8.4)$$

где

$$\alpha = \frac{\sqrt{2T A_{\lambda}^{\prime 2}(\lambda_{xH}, t)}}{\sigma} \varepsilon. \quad (8.5)$$

Сравним этот результат с результатом, даваемым формулой (8.2), являющейся универсальной и пригодной как для больших, так и для малых помех.

При малых ε мы можем принять:

$$A(\lambda_0 + \varepsilon, t) - A(\lambda_0 - \varepsilon, t) = A_{\lambda}(\lambda_0, t) 2\varepsilon.$$

Подставляя это значение в формулу (8.1), мы получим:

$$\alpha_1 = \frac{\sqrt{2T A_{\lambda}^{\prime 2}(\lambda_0, t)}}{\sigma} \varepsilon. \quad (8.6)$$

Эту величину мы должны подставить в формулу (8.2), дающую низшую границу для вероятности ошибок.

Из полученных формул мы видим, что $\alpha = \alpha_1$ и, значит, правые части выражений (8.2) и (8.4) будут отличаться лишь пределами интегрирования, причем разница в пределах будет стремиться к нулю, если $\varepsilon \rightarrow 0$.

Из этих выражений следует, что если неравенство (8.2) заменить на равенство, то оно даст значение вероятности малых ошибок, обеспечиваемых идеальным приемником при малых помехах.

8.3. Время-импульсная модуляция

При амплитудной и другой линейной модуляции полученные в гл. 7 формулы справедливы при помехах любой интенсивности, и поэтому их нет смысла исследовать методами §8.1. Что касается время-импульсной модуляции, то это не так.

Для этой модуляции мы на основании формул (8.1), (7.9) и (2.26) получим:

$$\alpha_1^2 = \frac{TU_0^2}{2\sigma^2} \left\{ \frac{\sin \Omega \left[t - \frac{\tau_0}{2}(\lambda_0 + \varepsilon) \right]}{\Omega \left[t - \frac{\tau_0}{2}(\lambda_0 + \varepsilon) \right]} - \frac{\sin \Omega \left[t - \frac{\tau_0}{2}(\lambda_0 - \varepsilon) \right]}{\Omega \left[t - \frac{\tau_0}{2}(\lambda_0 - \varepsilon) \right]} \right\}^2 \cos^2 \omega_0 t =$$

$$= \frac{U_0^2}{4\sigma^2} \int_{-T/2}^{+T/2} \left\{ \frac{\sin \Omega \left[t - \frac{\tau_0}{2}(\lambda_0 + \varepsilon) \right]}{\Omega \left[t - \frac{\tau_0}{2}(\lambda_0 + \varepsilon) \right]} - \frac{\sin \Omega \left[t - \frac{\tau_0}{2}(\lambda_0 - \varepsilon) \right]}{\Omega \left[t - \frac{\tau_0}{2}(\lambda_0 - \varepsilon) \right]} \right\} dt. \quad (8.7)$$

Беря этот интеграл, заменяя в нем пределы на $+\infty$ и $-\infty$ и, далее, вводя величину удельной энергии сигнала Q^2 , которая выражается формулой (7.12), мы получим:

$$\alpha_1^2 = \frac{\pi U_0^2}{2\sigma^2 \Omega} \left(1 - \frac{\sin \Omega \tau_0 \varepsilon}{\Omega \tau_0 \varepsilon} \right) = \frac{Q^2}{\sigma^2} \left(1 - \frac{\sin \Omega \tau_0 \varepsilon}{\Omega \tau_0 \varepsilon} \right). \quad (8.8)$$

Как мы видим, α_1 не зависит от λ_0 , и, значит, для подсчета вероятности ошибки можно применить формулу (8.3).

Кривая a, b, c, d, e на фиг. 8.1 дает зависимость величины, стоящей в скобках в формуле (8.8), от параметра $\Omega \tau_0 \varepsilon$, отложенного по оси абсцисс. Эта величина при заданном значении $\frac{\Omega}{\sigma}$ будет определять α_1 и $2V(\alpha_1)$. На этой же фигуре по оси ординат отложены еще пять шкал, по которым можно прямо найти величину $2V(\alpha_1)$ для значений $\frac{Q}{\sigma} = 1, 2, 3, 4, 6$.

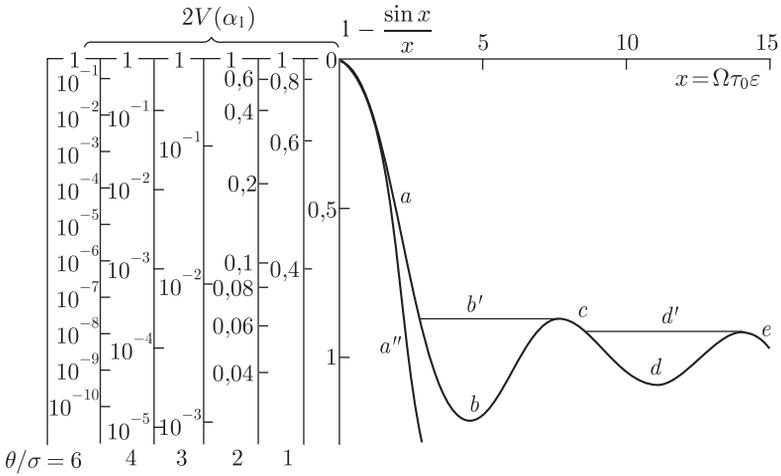
Так как величина $P(|\delta| > \varepsilon)$ должна при малых ε быть больше $2V(\alpha_1)$ и, кроме того, должна быть монотонно убывающей функцией от ε , то кривая, выражающая зависимость $P(|\delta| > \varepsilon)$ от ε , должна при $\varepsilon \ll 1$ лежать выше линии a, b', c, d', e , полученной из кривой a, b, c, d, e заполнением ее впадин. Это положение должно быть справедливо для любого способа приема, в том числе и идеального. Таким образом, значения вероятности $P(|\delta| > \varepsilon)$, характеризующей идеальный приемник, должны лежать выше линии a, b', c, d, e' .

Для малых помех, малых величин $\tau_0 \Omega \varepsilon$ и идеального приемника мы можем на основании формул (6.19) и (8.5) определить $P(|\delta| > \varepsilon)$. Эта величина изображена на фиг. 8.1 кривой a'' .

Как видно из рассмотрения фигуры, при $\tau_0 \Omega \varepsilon < 2, 2 \div 2, 7$ кривые a, b', c, d', e и a'' идут довольно близко. Однако при $\tau_0 \Omega \varepsilon > 2, 7$ мы получаем резкое расхождение между ними, причем кривая a'' оказывается ниже линий a, b', c, d', e , что, как говорилось, невозможно. Отсюда следует, что при $\tau_0 \Omega \varepsilon > 2, 7$ формула для малых помех и малых ошибок становится совершенно неприемлемой.

Поясним полученный результат.

При данном методе передачи и при методах приема, описанных в § 7.5 и 7.6, малые ошибки будут обуславливаться малыми помехами, которые вызывают перемещение склона импульса. Вероятность этого



Фиг. 8.1. Кривая a, b', c, d', e — нижняя граница для вероятности ошибки большей ε при время-импульсной и частотной модуляции и больших помехах для разных $\frac{Q}{\sigma}$ (ряд шкал по оси ординат); Q — удельная энергия сигнала; $\frac{\Omega}{\pi}$ — полоса частот; τ_0 — время, занимаемое сигналом; кривая a'' — вероятность того, что ошибка будет больше ε , полученной из формул для малых помех.

рода ошибки будет резко уменьшаться с увеличением ее величины. Большие ошибки будут получаться в том случае, если колебание помехи превзойдет напряжение порога U_n . Ясно, что это может случиться почти равновероятно в любой момент времени. Отсюда вероятность таких больших ошибок почти не будет убывать с их ростом. Это свойство, легко объяснимое для рассмотренного способа приема, является, как показывает фиг. 8.1, обязательным для данного метода передачи независимо от того, какой способ приема мы применим.

Большие ошибки, для которых несправедливы формулы, выведенные для малых помех в гл. 6, мы будем называть аномальными. Как мы видим из фиг. 8.1, аномальные ошибки должны начинаться, по крайней мере, с величины $\varepsilon = \frac{2,7}{\Omega\tau_0}$.

Из фигуры видно, что, например, при $\frac{Q}{\sigma} = 2$ вероятность наступления аномальной ошибки должна быть больше $6 \cdot 10^{-2}$. Это значит, что более чем в 6% случаев в среднем, при данном $\frac{Q}{\sigma}$ будут наступать аномальные ошибки. В общем виде вероятность наступления аномальных ошибок может быть найдена, исходя из того, что они возникают, начиная с $\tau_0\Omega\varepsilon > 2,7$. Таким образом, эти ошибки начинаются в соответствии с (8.8) при

$$\alpha^2 = \frac{Q^2}{\sigma^2} \left(1 - \frac{\sin 2,7}{2,7} \right) \approx \frac{Q^2}{\sigma^2}$$

и, значит, вероятность их будет равна:

$$P(\delta \text{ аномальная}) \geq 2V \left(\frac{Q}{\sigma} \right). \quad (8.9)$$

При малой интенсивности помехи вероятность аномальных ошибок будет очень мала, с ними можно не считаться и применять теорию малых помех.

8.4. Частотная модуляция

Приложим теперь результаты, полученные в этой главе, к случаю частотной модуляции, рассмотренной в § 7.7.

Мы имели сигнал, даваемый формулой (7.37).

Применяя к этому сигналу формулу (8.1) и учитывая (2.26), мы получим:

$$\begin{aligned} \alpha_1^2 &= \frac{TU_0^2}{2\sigma^2} \overline{\{\cos[(\omega_0 + \Omega\lambda_0 + \Omega\varepsilon)t + \varphi_0] - \cos[(\omega_0 + \Omega\lambda_0 - \Omega\varepsilon)t + \varphi_0]\}^2} = \\ &= \frac{2TU_0^2}{\sigma^2} \overline{\sin^2 \Omega\varepsilon t \sin^2 [(\omega_0 + \Omega\lambda_0)t + \varphi]} = \frac{U_0^2}{\sigma^2} \int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{+\frac{\tau_0}{2}} \sin^2 \Omega\varepsilon t dt. \end{aligned}$$

Беря этот интеграл и вводя величину удельной энергии сигнала Q^2 , в соответствии с формулой (7.39), будем иметь:

$$\alpha_1^2 = \frac{Q^2}{\sigma^2} \left(1 - \frac{\sin \Omega\tau_0\varepsilon}{\Omega\tau_0\varepsilon} \right). \quad (8.10)$$

Сравнивая эту формулу с формулой (8.8) для α_1^2 в случае время-импульсной модуляции, мы видим, что они друг от друга не отличаются. Поэтому все результаты, полученные для время-импульсной модуляции, применимы и для данного случая.

8.5. Система повышения помехоустойчивости без увеличения энергии, длительности и ширины спектра сигнала

В этом параграфе мы оценим помехоустойчивость при больших помехах системы, разобранный нами в § 7.9. Эта система позволяла беспредельно увеличивать помехоустойчивость при условии, что помехи достаточно малы.

Для этого случая сигнал определялся выражением (7.41), и мы, действуя совершенно аналогично предыдущему параграфу, получим;

$$\alpha_1^2 = \frac{Q^2}{\sigma^2} \left(1 - \frac{\sin \Omega\tau_0\varepsilon}{\Omega\tau_0\varepsilon} \cos 2a\varepsilon \right). \quad (8.11)$$

На фиг. 8.2 изображены кривые зависимости выражения, стоящего в скобках в этой формуле, от величины параметра $\tau_0\Omega\varepsilon$ для трех значений a :

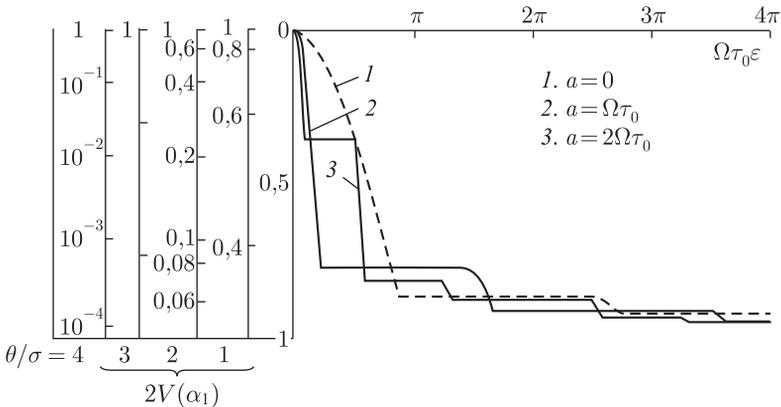
- кривая 1 для $a = 0$;
- кривая 2 для $a = \Omega\tau_0$;
- кривая 3 для $a = 2\Omega\tau_0$.

В этих кривых заполнены впадины по соображениям, изложенным в §8.3.

Величина, стоящая в скобках формулы (8.11), будет при заданном отношении $\frac{Q}{\sigma}$ определять значения α_1 и $2V(\alpha_1)$. Последнее значение можно отсчитать и сразу по шкалам, отложенным по оси ординат фиг. 8.2.

Как было доказано, вероятность $P(|\delta| > \varepsilon)$ должна быть больше или равна значениям $2V(\alpha_1)$, если не считаться с множителем $1 - \varepsilon$ в формуле (8.3), причем при малых значениях ошибки ε , малых помехах и приеме на идеальный приемник она должна совпадать с этими значениями.

Как видно из приведенных кривых, с увеличением a помехоустойчивость при малых ε , т. е. малых ошибках, возрастает. Таким образом, в этих случаях кривые не ограничивают результатов, полученных в §7.9 для этой системы модуляции.



Фиг. 8.2. Нижняя граница для вероятности ошибки, большей ε при сигналах даваемых формулой (7.41) для разных $\frac{Q}{\sigma}$. Кривая 1 — для $a = 0$, 2 — для $a = \Omega\tau_0$, 3 — для $a = 2\Omega\tau_0$, Q — удельная энергия; τ_0 — длительность; $\pm \frac{\Omega}{2\pi}$ — максимальное частотное отклонение сигнала

Но зато чем больше a , тем с меньших значений ε , как следует из фиг. 8.2, должны наступать anomalous errors и тем больше будут вероятности таких ошибок. Это доказывает положение, высказанное

в конце § 7.9 относительно недостатков данной и подобных систем модуляции.

Однако из этих кривых видно, что если не делать величину a слишком большой, то применение такой системы модуляции может оказаться целесообразным. Действительно, сравнивая кривые фиг. 8.2 для $a = 0$ и $a = \Omega\tau_0$, мы видим, что во втором случае при малых ε значение скобки в выражении (8.11) и, значит, величина α_1^2 будут в 10 раз больше, что сильно увеличит помехоустойчивость при малых помехах. Однако во втором случае аномальные ошибки должны начаться, как видно из фиг. 8.2, при значении скобки, равном 0,78, или еще раньше, в то время как в первом случае при значении 0,87. Поэтому вероятность наступления этих ошибок во втором случае будет больше величины

$$2V\left(\sqrt{0,78} \frac{Q}{\sigma}\right),$$

в то время как в первом она должна быть больше

$$2V\left(\sqrt{0,87} \frac{Q}{\sigma}\right).$$

Разница получается не столь существенной.

Если же мы перейдем к случаю, когда $a = 2\Omega\tau_0$, то при малых ε помехоустойчивость еще возрастет, но зато заметно увеличится вероятность аномальных ошибок. Она для этого случая будет больше

$$2V\left(\sqrt{0,36} \frac{Q}{\sigma}\right).$$

8.6. Геометрическое толкование результатов гл. 8

Неравенства (8.2) и (8.3) показывают, что чем меньше расстояние между точками линии сигнала, которые соответствуют значениям параметра, отличающимся на величину 2ε , тем меньше будет α_1 и тем больше должна быть вероятность того, что ошибка превзойдет величину ε . Таким образом, чем меньше это расстояние, тем меньше будет помехоустойчивость. Это положение вполне естественно, так как чем меньше расстояние между точками, соответствующими двум сигналам, тем больше вероятность, что эти сигналы вследствие наложения помехи и, значит, смещения точек будут перепутаны и неправильно воспроизведены приемником.

В примерах время-импульсной и частотной модуляций сначала α_1 и это расстояние увеличивались пропорционально ε , затем α_1 и расстояние перестали расти и с момента $\tau_0\Omega\varepsilon$ они (фиг. 8.1) начали даже уменьшаться.

Это свойство модуляции позволило удлинить линию сигнала и этим увеличить помехоустойчивость без увеличения энергии сигнала. Но это же вызвало появление аномальных ошибок.

Задача увеличения помехоустойчивости при малых помехах без увеличения энергии сигнала, его продолжительности и ширины спек-

тра занимаемых им частот в геометрическом толковании сводится к увеличению длины линии сигнала без того, чтобы эта линия вышла за пределы некоторой псевдосферы, радиус которой определяется максимальной заданной энергией сигнала, и без увеличения числа измерений рассматриваемого пространства.

Ясно, что в объеме любой такой псевдосферы можно расположить линию сигнала любой длины. Но с увеличением длины этой линии расстояние между отдельными «витками», отдельными отрезками этой линии должно обязательно уменьшаться, что должно вызвать увеличение вероятности аномальных ошибок.

Таким образом, подмеченный нами на частном примере закон, гласящий, что чрезмерное увеличение помехоустойчивости для малых помех без увеличения удельной энергии сигнала, ширины его спектра и его длительности должно обязательно сопровождаться увеличением вероятности аномальных ошибок, очевидно, справедлив и в общем случае.

Если мы будем увеличивать время или ширину спектра, занимаемые сигналом, то при этом будет увеличиваться число измерений пространства, в котором расположена линия сигнала. В этом случае можно увеличить длину этой линии, не выходя за пределы заданной псевдосферы и не сближая отдельные ее отрезки.

IV

ПЕРЕДАЧА КОЛЕБАНИЙ

Глава 9

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ВЛИЯНИЯ МАЛЫХ ПОМЕХ НА ПЕРЕДАЧУ КОЛЕБАНИЙ

9.1. Общие соображения

В ряде случаев техники связи приходится иметь дело не с передачей сообщений, могущих принимать дискретные значения, как это, например, имеет место в телеграфии, не с передачей отдельных значений параметров, как это, например, имеет место в телеметрии при передаче отдельных замеров, а с передачей некоторых функций времени, могущих непрерывно меняться и принимать бесчисленное количество форм, как это имеет, например, место в телефонии.

В части IV мы будем рассматривать этот последний тип передачи.

Для упрощения рассуждений мы будем предполагать, что передаваемое колебание (скажем, звук) является периодическим с периодом T (это всегда можно искусственно осуществить, взяв T достаточно большим) и что спектр частот этого колебания практически ограничен номерами гармоник от i_1 до i_2 .

В этом случае передаваемое колебание будем записывать так:

$$F(t) = \sum_{i=i_1}^{i_2} \left(\lambda_{2i-1} \sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{T} it + \lambda_{2i} \sqrt{2} \cos \frac{2\pi}{T} it \right) = \sum_{l=l_1}^{l_2} \lambda_l I_l(t), \quad (9.1)$$

где λ_l — некоторые постоянные, определяющие колебание;

$I_l(t)$ — единичные ортогональные функции, определяемые формулами (2.14):

$$l_1 = 2i_1 - 1; \quad l_2 = 2i_2.$$

Для простоты мы будем считать в дальнейшем, что функция $F(t)$ принимает значения в пределах от $+1$ до -1 , не выходя за них.

Колебание (9.1) передается при помощи другого колебания, которое мы назовем сигналом. Передаваемое колебание у нас по условию было периодическое, поэтому можно считать, что и сигнал будет также периодическим. Поскольку передаваемое колебание (9.1) целиком определяется $l_2 - l_1 + 1$ — параметрами, то сигнал должен зависеть от этих параметров λ_l . Таким образом, сигнал в общем виде может быть представлен выражением

$$A(\lambda_{l_1}, \dots, \lambda_{l_2}; t). \quad (9.2)$$

Для сокращения письма мы запишем это выражение условно так:

$$A_F(t). \quad (9.3)$$

На сигнал будет накладываться помеха $W_{\mu, \nu}$, вследствие чего пришедшее колебание будет иметь вид:

$$X(t) = A_F(t) + W_{\mu, \nu}(t). \quad (9.4)$$

Будем считать, как и раньше, функцию $W_{\mu, \nu}$ периодической с тем же периодом T , что и период $A_F(t)$. Это, очевидно, можно всегда сделать, так как в обоих случаях на период накладывалось одно и то же требование: он должен быть достаточно большим.

На месте приема по колебанию $X(t)$ приемник должен восстановить функцию $F(t)$ с возможно большей точностью.

9.2. Влияние малых помех на передаваемые колебания

Как мы установили, передаваемое колебание определяется полностью параметрами $\lambda_{l_1}, \dots, \lambda_{l_2}$. Очевидно, приемник, воспроизводя функцию $F(t)$, этим самым будет воспроизводить данные параметры.

Представим колебание (9.4) так:

$$X(t) = \sum_{k=1}^n x_k C_k(t), \quad (9.5)$$

где $C_k(t)$ представляют некоторую систему единичных ортогональных функций.

Очевидно, воспроизводимые приемником параметры λ_l будут некоторыми функциями величин x_k , которые характеризуют приходящее колебание $X(t)$. Таким образом, можно записать:

$$\lambda_l = \Phi_l(x_1, \dots, x_n), \quad (9.6)$$

где $l = l_1, l_1 + 1, \dots, l_2$.

Вид этих функций зависит от системы модуляции и приемника.

Если приходящее колебание получит некоторое приращение

$$dX(t) = \sum_{k=1}^n C_k(t) dx_k, \quad (9.7)$$

то, очевидно, параметры λ_l получат приращения

$$d\lambda_l = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Phi_l}{\partial x_k} dx_k = \overline{L_l(t) dX(t)}, \quad (9.8)$$

где обозначено:

$$L_l(t) = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \Phi_l}{\partial x_k} C_k(t). \quad (9.9)$$

Предположим, что приемник при отсутствии помех правильно воспроизводит передававшееся колебание.

Пусть это колебание изменится так, что λ_l получит приращение $d\lambda_l$. При этом сигнал и, значит (поскольку помехи отсутствуют) колебания $X(t)$ должны получить приращение

$$dX(t) = D_l(t)d\lambda_l,$$

где мы обозначили:

$$D_l(t) = \frac{\partial A_F(t)}{\partial \lambda_l}. \quad (9.10)$$

Исходя из (9.8) и учитывая, что приемник должен воспроизвести переданное колебание без искажений, должно быть справедливо следующее равенство:

$$d\lambda_l = \overline{L_l(t)dX(t)} = \overline{L_l(t)D_l(t)}d\lambda_l$$

или

$$\overline{L_l(t)D_l(t)} = 1. \quad (9.11)$$

Остальные воспроизводимые параметры $\lambda_i (i \neq l)$ при этом не должны меняться и, значит,

$$d\lambda_i = \overline{L_i(t)dX(t)} = \overline{L_i(t)D_l(t)}d\lambda_l = 0,$$

откуда

$$\overline{L_i(t)D_l(t)} = 0, \quad (9.12)$$

если $i \neq l$.

Таким образом, для любого приемника, правильно воспроизводящего передаваемые колебания в отсутствие помех, должны удовлетворяться уравнения (9.11) и (9.12), в которых l — любое целое число от l_1 до l_2 .

Пусть теперь передано некоторое колебание, которое характеризуется параметрами λ_l . Пусть на сигнал, передающий это колебание, наложилась помеха $W_{\mu, \nu}$, достаточно малая по величине. Тогда под действием этой помехи пришедшее колебание получит приращение

$$dX(t) = W_{\mu, \nu}(t),$$

вследствие чего параметры воспроизведенного приемником колебания получат приращения

$$d\lambda_l = \overline{L_l(t)W_{\mu, \nu}(t)} = \frac{\sigma}{2T} \sqrt{\overline{L_l^2(t)}} \theta \quad (9.13)$$

и будут равны $\lambda_l + d\lambda_l$.

Таким образом, приращения $d\lambda_l$ получаемые от действия помехи, будут случайными величинами, подчиняющимися закону Гаусса. Чем меньше

$$\sqrt{\overline{L_l^2(t)}}, \quad (9.14)$$

(9.14) тем меньше будут эти приращения и, значит, ошибки, даваемые приемником.

Если мы выберем $L_l(t)$ такими, чтобы они удовлетворяли уравнениям (9.12) и (9.11) и в то же время значения (9.14) имели наименьшие возможные величины, то приемник, характеризующийся такими $L_l(t)$, будет давать наименьшие погрешности воспроизведения при достаточно малых помехах. В следующем параграфе мы найдем эти оптимальные значения $L_l(t)$ и далее покажем, что приемник, обладающий такими $L_l(t)$, по крайней мере принципиально, осуществим.

9.3. Условия идеального приемника

Найдем условия, каким должны удовлетворять $L_l(t)$, т. е. условия, каким должен удовлетворять приемник, чтобы малые помехи вызывали минимально возможные искажения в передаваемом колебании. Приемник, удовлетворяющий этим условиям, мы будем называть **идеальным**.

Мы рассмотрим случай, когда все

$$\left. \begin{aligned} D_l(t) &= \frac{\partial A_F(t)}{\partial \lambda_l} \\ \text{ортогональны между собой и} \\ \overline{D_{2i-1}^2(t)} &= \overline{D_{2i}^2(t)}. \end{aligned} \right\} \quad (9.15)$$

Этот случай имеет наибольший интерес, так как, как мы увидим, во всех практически применяемых системах модуляции эти условия удовлетворяются. Наличие этих условий сильно упростит дальнейшие рассуждения и конечные результаты.

Любая функция, в том числе и $L_l(t)$, может быть записана так:

$$L_l(t) = \frac{D_l(t)}{D_l^2(t)} + B_l(t), \quad (9.16)$$

где $B_l(t)$ — некоторая, пока неопределенная функция.

Подставляя эту величину в уравнение (9.11), мы получим:

$$\frac{\overline{D_l^2(t)}}{D_l^2(t)} + \overline{D_l(t)B_l(t)} = 1,$$

откуда

$$\overline{D_l(t)B_l(t)} = 0.$$

Подставляя выражение (9.16) в уравнение (9.12), мы получим

$$\frac{\overline{D_l(t)D_i(t)}}{D_i^2(t)} + \overline{D_l(t)B_i(t)} = 0.$$

Но так как $i \neq l$ и, значит, по условию $\overline{D_i(t)D_l(t)} = 0$, то должно быть:

$$\overline{D_l(t)B_i(t)} = 0.$$

Итак, чтобы $L_l(t)$ удовлетворяло уравнениям (9.11) и (9.12), необходимо и достаточно, чтобы каждое $B_i(t)$, $i = l_1, \dots, l_2$ было ортогонально всем $D_l(t)$ при $l = l_1, \dots, l_2$.

На основании (9.16) имеем:

$$\overline{L_l^2(t)} = \overline{\left[\frac{D_l(t)}{D_l^2(t)} + B_l(t) \right]^2} = \frac{1}{D_l^2(t)} + \overline{B_l^2(t)}, \quad (9.17)$$

поскольку, как мы выяснили, $D_l(t)$ и $B_l(t)$ должны быть ортогональны.

Полученное выражение будет, очевидно, минимальным, если

$$B_l(t) = 0.$$

Отсюда следует, что в идеальном приемном устройстве

$$L_l(t) = \frac{D_l(t)}{D_l^2(t)}, \quad (9.18)$$

где $D_l(t)$ определяется равенством (9.10).

9.4. Способ осуществления идеального приемника

Покажем, что приемник, который при приходе колебания $X(t)$, воспроизводит то значение функции, которое дает минимальную величину выражения

$$R = \overline{[X(t) - A_F(t)]^2}, \quad (9.19)$$

является идеальным в том смысле как это формулировано в предыдущем параграфе.

Действительно, при отсутствии помех и передаче некоторого колебания $F_0(t)$ мы, очевидно, будем иметь:

$$X(t) = A_{F_0}(t)$$

и выражение (9.19) примет минимальную возможную величину, равную нулю, в том случае, когда воспроизводимое приемником колебание $F(t)$ будет равно $F_0(t)$ и $A_F(t)$ и $A_{F_0}(t)$ будут совпадать. Таким образом, данный приемник не будет вносить искажений в отсутствие помех.

$F(t)$ и, значит, R являются функциями параметров λ_l . Мы условились, что колебание $F(t)$, воспроизводимое приемником, дает минимальное значение для выражения R . Поэтому частные производные от R по λ должны равняться нулю. Мы получим условие

$$\frac{\partial R}{\partial \lambda_l} = -2\overline{[X(t) - A_F(t)]D_l(t)} = 0, \quad (9.20)$$

где

$$D_l(t) = \frac{\partial A_F(t)}{\partial \lambda_l}.$$

Пусть приходящее колебание получает некоторое малое приращение $\Delta X(t)$, тогда, очевидно, $A_F(t)$, $F(t)$ и λ_l также должны получить приращения, чтобы выражение R стало снова минимальным.

Пусть параметры λ_l получают при этом приращение $\Delta\lambda_l$. Тогда $A_F(t)$ получит приращение

$$\Delta A_F(t) = \sum_{l=l_1}^{l_2} D_l(t)\Delta\lambda_l, \quad (9.21)$$

и, значит, мы будем иметь:

$$R = [X(t) + \Delta X(t) - A_F(t) - \sum_{l=l_1}^{l_2} D_l(t)\Delta\lambda_l]^2. \quad (9.22)$$

Значения приращений $\Delta\lambda_l$ должны быть такими, чтобы выражение R имело снова минимальную величину. Поэтому частные производные R по $\Delta\lambda_l$ должны равняться нулю и, значит,

$$\frac{\partial R}{\partial \Delta\lambda_l} = -2 \left[X(t) + \Delta X(t) - A_F(t) - \sum_{l=l_1}^{l_2} D_l(t)\Delta\lambda_l \right] D_l(t) = 0.$$

Далее, принимая во внимание выражение (9.20) и то, что $D_l(t)$ с различными индексами ортогональны, мы получим:

$$\overline{\Delta X(t)D_l(t)} - \overline{D_l^2(t)}\Delta\lambda_l = 0,$$

откуда

$$\Delta\lambda_l = \frac{\overline{\Delta X(t)D_l(t)}}{\overline{D_l^2(t)}}. \quad (9.23)$$

Чем меньше $\Delta X(t)$ и $\Delta\lambda_l$, тем точнее будет выражение (9.21). Стремя эти величины к нулю, мы придем к условию, характеризующему равенствами (9.8) и (9.18).

Итак, приемник, воспроизводящий то колебание $F(t)$, которое дает минимальное значение выражения R (9.19), при отсутствии помех не будет иметь искажений, а при наличии малых помех будет давать минимальные возможные искажения. Таким образом, этот приемник будет идеальным в установленном в § 9.3 смысле.

9.5. Искажения при идеальном приеме

Определим теперь величину искажений, даваемых идеальным приемником под действием наложения на сигнал малых флюктуационных помех.

Пусть передавалось некоторое колебание

$$F_0(t) = \sum_{l=l_1}^{l_2} \lambda_{0l} I_l(t). \quad (9.24)$$

Тогда в отсутствие помех принятое колебание будет $X(t) = A_{F_0}(t)$. По нему идеальный приемник воспроизведет колебание $F_0(t)$, определяемое параметрами λ_{0l} . При наложении на сигнал малой помехи $W_{\mu,\nu}(t)$ приходящее колебание изменится на величину $dX(t) = W_{\mu,\nu}(t)$. При этом параметры λ_l , характеризующие колебание, которое воспроизведется идеальным приемником, получают приращение в соответствии с формулами (9.8) и (9.18):

$$d\lambda_l = \frac{D_l(t)dX(t)}{D_l^2(t)} = \frac{D_l(t)W_{\mu,\nu}(t)}{D_l^2(t)} = \frac{\sigma\theta_l}{\sqrt{2TD_l^2(t)}}. \quad (9.25)$$

Следует отметить, что случайные величины θ_l с различными индексами будут независимыми, поскольку $D_l(t)$ с различными индексами ортогональны.

Таким образом, воспроизведенное идеальным приемником колебание будет иметь вид:

$$F(t) = \sum_{l=l_1}^{l_2} (\lambda_{0l} + d\lambda_l) I_l(t) = F_0(t) + \sum_{l=l_1}^{l_2} \frac{\sigma\theta_l I_l(t)}{\sqrt{2TD_l^2(t)}} = F_0(t) + W^*(t), \quad (9.26)$$

где

$$W^*(t) = \sum_{i=i_1}^{i_2} \frac{\sigma}{\sqrt{TD_{2i}^2(t)}} \left(\theta_{2i-1} \sin \frac{2\pi}{T} it + \theta_{2i} \cos \frac{2\pi}{T} it \right).$$

Сравнивая это выражение с формулой (Г.3), мы видим, что под действием наложившейся на сигнал помехи при воспроизведении на переданное колебание $F_0(t)$ наложится нормально флюктуационное колебание $W^*(t)$ с интенсивностью на частоте $\frac{i}{T}$, равной:

$$\sigma^* \left(\frac{i}{T} \right) = \frac{\sigma}{\sqrt{D_{2i-1}^2(t)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{D_{2i}^2(t)}}, \quad (9.27)$$

где

$$D_l(t) = \frac{\partial A_F(t)}{\partial \lambda_l}.$$

Это нормально флюктуационное колебание мы в дальнейшем будем называть помехой на выходе приемника.

Полученная интенсивность колебания на выходе приемника является минимально возможной и характеризует потенциальную помехоустойчивость при данной системе модуляции.

В случае, если $\sigma^* \left(\frac{i}{T} \right)$ не будет зависеть от i , мы этот индекс будем опускать и писать σ^* .

9.6. Краткое резюме гл. 9

Приемник, дающий точное воспроизведение передававшегося колебания при отсутствии помехи и максимально приближающееся к передававшемуся при наличии малой помехи, мы назовем идеальным.

Идеальный приемник воспроизводит то колебание $F(t)$, которое дает минимум величины R (9.19).

При приеме на идеальный приемник при малой помехе воспроизведенное колебание будет отличаться от переданного на некоторое флюктуационное колебание с интенсивностью, даваемой выражением (9.27).

При этих выводах предполагалось, что функции

$$D_l(t) = \frac{\partial A_F(t)}{\partial \lambda_l}$$

для любой пары отличных индексов ортогональны и что

$$\overline{D_{2i-1}^2(t)} = \overline{D_{2i}^2(t)}.$$

Глава 10

ПРЯМЫЕ СИСТЕМЫ МОДУЛЯЦИИ

10.1. Определение

Под прямыми системами модуляции мы будем понимать системы, при которых передаваемое колебание (сообщение) $F(t)$ в качестве некоторого параметра непосредственно входит в выражение для сигнала. Сигнал в этом случае может быть записан в общем виде так:

$$A_F(t) = A[F(t), t]. \quad (10.1)$$

Примером прямых систем модуляции являются: амплитудная модуляция, при которой сигнал может быть записан так:

$$A_F(t) = U_0[1 + MF(t)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

фазовая модуляция, сигнал которой может быть записан так:

$$A_F(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + mF(t) + \varphi_0]$$

и т. п.

Частотная модуляция, при которой передаваемый сигнал запишется так:

$$A_F(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + \Omega \int F(t) dt]$$

по принятой в этой работе терминологии не будет относиться к прямым системам. Эту модуляцию мы назовем интегральной, поскольку в ней передаваемое колебание $F(t)$ входит под интеграл.

Передача одной боковой полосой частот тоже не будет являться прямой системой, поскольку и в этом случае нельзя аналитически выразить сигнал через передаваемое колебание $F(t)$.

В гл. 12 мы рассмотрим систему импульсной модуляции, которую мы также не будем относить к прямым системам.

10.2. Вывод общих формул

Поскольку передаваемое колебание $F(t)$ по условию может быть выражено формулой (9.1), мы для прямой системы модуляции сигнал можем записать:

$$A_F(t) = A[F(t), t] = A \left[\sum_{l=1}^{l_2} \lambda_l I_l(t), t \right],$$

откуда

$$D_l(t) = \frac{\partial A_F(t)}{\partial \lambda_l} = \frac{\partial A_F(t)}{\partial F} I_l(t).$$

Введем еще предположение, что функция $\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial F} \right]^2$ содержит синусоидальные составляющие лишь с частотами, большими, чем l_2/T , т. е. большими, чем максимальная удвоенная частота синусоидальных составляющих, содержащихся в передаваемом колебании $F(t)$.

Обычно это условие удовлетворяется.

Тогда на основании формулы (2.26) получим:

$$\left. \begin{aligned} \overline{D_l^2(t)} &= \overline{\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial F} \right]^2 I_l^2(t)} = \overline{\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial F} \right]^2} \\ &\quad \text{и} \\ \overline{D_l(t) D_k(t)} &= \overline{\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial F} \right]^2 I_l(t) I_k(t)} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10.2)$$

Из этих формул следует, что условия (9.15), наложенные на $D_l(t)$, в данном случае будут удовлетворяться, и мы можем воспользоваться формулами (9.26) и (9.27). Из этих формул будет следовать, что на выходе идеального приемника при прямой системе модуляции мы будем иметь, кроме переданного колебания $F(t)$, еще наложенное на него нормально флюктуационное колебание с равномерным спектром и интенсивностью в соответствии с формулой (10.2), равной:

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{\sqrt{\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial F} \right]^2}}. \quad (10.3)$$

Надо считать, что это колебание будет содержать те же частоты, которые могут содержаться в колебании $F(t)$, так как лишние частоты с выхода приемника можно удалить фильтром.

10.3. Потенциальная помехоустойчивость при амплитудной и линейной модуляции

При амплитудной модуляции сигнал может быть представлен выражением

$$A_F(t) = U_0[1 + MF(t)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (10.4)$$

где M — коэффициент модуляции, поскольку мы условились считать, что

$$-1 \leq F(t) \leq +1.$$

Из этой формулы следует:

$$\frac{\partial A_F}{\partial F} = U_0 M \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (10.5)$$

Это колебание имеет высокую частоту $\frac{\omega_0}{2\pi}$, и, значит, поставленное в § 10.2 ограничение выполняется.

Далее,

$$\overline{\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial F} \right]^2} = \frac{U_0^2 M^2}{2},$$

поэтому при идеальном приемнике на его выходе мы будем иметь от помехи нормально флюктуационное колебание с интенсивностью

$$\sigma^* = \frac{\sqrt{2} \sigma}{U_0 M}. \quad (10.6)$$

Здесь и в дальнейшем предполагается, что усиление приемника подобрано так, что колебание от сигнала на его выходе имеет величину $F(t)$.

Для удобства сравнения с другими методами модуляции выразим в формуле (10.6) U_0 через эффективное значение напряжения сигналов, взятое для случаев

$$F(t) = 0 \text{ и } F(t) = \cos \Omega t.$$

При $F(t) = 0$ получим:

$$U_{\text{ЭМ}}^2 = \overline{A^2(0, t)} = \frac{1}{2} U_0^2,$$

при $F(t) = \cos \Omega t$ получим

$$U_{\text{ЭМ}}^2 = \overline{A^2(\cos \Omega t, t)} = \frac{1}{2} U_0^2 \left(1 + \frac{1}{2} M^2 \right),$$

откуда

$$\sigma^{*2} = \frac{\sigma^2}{M^2 U_{\text{ЭМ}}^2} = \frac{\left(1 + \frac{M^2}{2} \right) \sigma^2}{M^2 U_{\text{ЭМ}}^2}. \quad (10.7)$$

Максимальная помехоустойчивость получится при $M = 1$. В этом случае

$$\sigma^{*2} = \frac{\sigma^2}{U_{\text{ЭМ}}^2} = \frac{3\sigma^2}{2U_{\text{ЭМ}}^2}. \quad (10.8)$$

При линейной модуляции сигнал может быть записан так:

$$A_F(t) = U_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) + U_0 MF(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (10.9)$$

Разобранная выше амплитудная модуляция, так называемая квадратурная модуляция, а также передача без несущей частоты двумя боковыми полосами частот являются частными случаями линейной модуляции. Для этой модуляции, как нетрудно видеть, формула (10.5) будет также справедлива, и, значит, при ней на выходе идеального приемника, помимо передававшегося колебания $F(t)$, будет иметься нормально флюктуационное колебание, интенсивность которого определяется выражением (10.6).

10.4. Потенциальная помехоустойчивость при фазовой модуляции

При фазовой модуляции сигнал может быть записан так:

$$A_F(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + mF(t)], \quad (10.10)$$

где m — индекс модуляции.

При таком сигнале мы получим:

$$\frac{\partial A_F(t)}{\partial F} = -U_0 m \sin[\omega_0 t + mF(t)],$$

откуда

$$\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial F} \right]^2 = \frac{U_0^2 m^2}{2} - \frac{U_0^2 m^2}{2} \cos[2\omega_0 t + 2mF(t)].$$

В случае, если ω_0 имеет достаточно большую величину, это колебание практически не будет иметь составляющих на низких частотах и, значит, для него условия (10.2) будут удовлетворяться.

Далее мы получим:

$$\overline{\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial F} \right]^2} = \frac{U_0^2 m^2}{2}$$

и, значит, на выходе идеального приемника, помимо передававшегося колебания $F(t)$ будет создаваться помехой нормально флюктуационное колебание с интенсивностью

$$\sigma^* = \frac{\sqrt{2} \sigma}{U_0 m}. \quad (10.11)$$

Для фазовой модуляции эффективное значение сигнала будет равно:

$$U_s^2 = \overline{A^2(0, t)} = \overline{A^2(\cos \Omega t, t)} = \frac{1}{2} U_0^2.$$

Вводя эти значения в формулу (10.11), мы получим:

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{m U_s}. \quad (10.12)$$

Мы видим, что при фазовой модуляции потенциальная помехоустойчивость будет во столько раз больше потенциальной помехоустойчивости при амплитудной модуляции, во сколько раз m будет больше M . Поскольку при амплитудной модуляции M не может быть больше единицы, а при фазовой m может быть много больше единицы, мы можем при фазовой модуляции получить большую потенциальную помехоустойчивость, чем при амплитудной.

10.5. Помехоустойчивость при амплитудной модуляции и обычном приеме

Сравним полученную в § 10.3 потенциальную помехоустойчивость при амплитудной модуляции с помехоустойчивостью, которую дает при этом способе передачи обычный приемник.

Пусть перед детектором будет стоять фильтр, пропускающий частоты сигнала. Тогда на выходе фильтра напряжение помехи будет иметь вид, даваемый формулой (Б.6), и, значит, суммарное напряжение, действующее на детектор, будет равно:

$$U_0[1 + MF(t)] \cos \omega_0 t + \sqrt{2} W''_{1,n}(t) \cos \omega_0 t + \sqrt{2} W'_{1,n}(t) \sin \omega_0 t. \quad (10.13)$$

Амплитуда этого колебания будет равна:

$$U_m = \sqrt{\{U_0[1 + MF(t)] + \sqrt{2} W''_{1,n}(t)\}^2 + 2W'_{1,n}{}^2(t)}. \quad (10.14)$$

Если помеха достаточно мала по сравнению с сигналом, то величиной $W'^2_{1,n}(t)$ можно пренебречь по сравнению с квадратом фигурной скобки. Тогда получим:

$$U_m = U_0[1 + MF(t)] + \sqrt{2} W''_{1,n}(t). \quad (10.15)$$

Будем считать, что в приемнике используется линейное детектирование, тогда переменная составляющая на выходе детектора будет равна:

$$K[U_0MF(t) + \sqrt{2} W''_{1,n}(t)]. \quad (10.16)$$

В случае, если в приемнике используется синхронное детектирование, реагирующее лишь на косинусоидальную составляющую подаваемого на детектор напряжения (10.13), то этот результат будет точен и при большой интенсивности помехи.

Если усиление приемника подобрано так, что в отсутствие помехи колебание на его выходе будет равно $F(t)$, то при наличии помехи в соответствии с выражением (10.16) оно будет равно:

$$F(t) + \frac{\sqrt{2}}{MU_0} W''_{1,n}(t). \quad (10.17)$$

Поскольку $W''_{1,n}(t)$, как указывалось в приложении Б, является нормальным флюктуационным колебанием с интенсивностью σ , на выходе приемника на переданное колебание $F(t)$ будет накладываться нормальное флюктуационное колебание с интенсивностью

$$\sigma^* = \frac{\sqrt{2}\sigma}{MU_0}. \quad (10.18)$$

Таким образом, как видно, сравнивая выражения (10.18) и (10.6), в реальном приемнике и в идеальном влияние помех будет сказываться одинаково. Отсюда можно сделать вывод: при амплитудной модуляции обычный приемник с линейным детектором при малых помехах обеспечивает потенциальную помехоустойчивость. Таким образом, никакие усовершенствования при сигналах вида (10.4) и малых помехах не могут дать помехоустойчивость больше, чем это дает обычный приемник с линейным детектором.

Такой же результат получается и при исследовании других систем линейной модуляции — квадратурной модуляции и передачи двумя боковыми полосами частот без несущей. В этих случаях также оказывается, что нормально используемый при этих методах прием обеспечивает потенциальную помехоустойчивость.

10.6. Помехоустойчивость при фазовой модуляции и обычном приеме

При фазовой модуляции с сигналом, определяемым выражением (10.10), в приемнике после фильтра высокой или промежуточной частоты мы получим с учетом накладывающихся помех колебание

$$U_0 \cos[\omega_0 t + mF(t)] + \sqrt{2} W''_{1,n}(t) \cos \omega_0 t + \sqrt{2} W'_{1,n}(t) \sin \omega_0 t, \quad (10.19)$$

как это следует на основании приложения Б.

Для упрощения расчета мы рассмотрим лишь случай, когда передаваемое колебание мало и

$$mF(t) \ll 1.$$

В этом случае, при малых помехах, когда можно принять

$$W''_{1,n}(t) \ll U_0$$

и

$$W'_{1,n}(t) \ll U_0,$$

мы сумму колебаний (10.19) можем представить одним колебанием

$$U_m \cos[\omega_0 t + \varphi(t)],$$

в котором

$$\varphi(t) = mF(t) + \frac{\sqrt{2}}{U_0} W'_{1,n}(t).$$

Если это колебание подать на какой-то дискриминатор, который реагирует лишь на фазу и не реагирует на амплитуду, то после него, подбирая должным образом усиление, мы получим колебание

$$F(t) + \frac{\sqrt{2}}{mU_0} W'_{1,n}(t).$$

Поскольку $W'_{1,n}(t)$, как указывалось в приложении В, является нормальным флюктуационным колебанием с интенсивностью σ , после дискриминатора на передаваемое колебание $F(t)$ будет накладываться в этом случае нормальное флюктуационное колебание с интенсивностью

$$\frac{\sqrt{2}\sigma}{mU_0}. \quad (10.20)$$

Таким образом, как видно из сравнения выражений (10.20) и (10.11), рассмотренный тут метод приема будет обеспечивать потенциальную помехоустойчивость при малых помехах, по крайней мере во время небольших индексов модуляции.

10.7. Помехоустойчивость при передаче одной боковой полосы

В этом параграфе мы рассмотрим помехоустойчивость при передаче одной боковой полосой частот. Эта система передачи не относится к прямым системам и помещена в этой главе условно.

Найдем влияние помех при такой передаче и приеме на идеальный приемник.

При передаче колебания

$$F(t) = \sum_{i=i_1}^{i_2} \left(\lambda_{2i-1} \sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{T} it + \lambda_{2i} \sqrt{2} \cos \frac{2\pi}{T} it \right)$$

при помощи одной верхней полосы частот сигнал будет выглядеть так

$$A_F(t) = U_0 \sum_{i=i_1}^{i_2} \left[\lambda_{2i-1} \sqrt{2} \sin \left(\frac{2\pi}{T} i + \omega_0 \right) t + \lambda_{2i} \sqrt{2} \cos \left(\frac{2\pi}{T} i + \omega_0 \right) t \right], \quad (10.21)$$

где $\frac{\omega_0}{2\pi}$ — несущая частота.

Отсюда получим:

$$D_{2i-1}(t) = U_0 \sqrt{2} \sin \left(\frac{2\pi}{T} i + \omega_0 \right) t,$$

$$D_{2i}(t) = U_0 \sqrt{2} \cos \left(\frac{2\pi}{T} i + \omega_0 \right) t.$$

Поэтому

$$\overline{D_{2i-1}^2(t)} = \overline{D_{2i}^2(t)} = U_0^2$$

и

$$\overline{D_i(t)D_j(t)} = 0$$

при $i \neq j$.

Таким образом, к данному случаю применима общая формула (9.27), на основании которой интенсивность помехи на выходе идеального приемника будет равна:

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{\sqrt{\overline{D_i^2(t)}}} = \frac{\sigma}{U_0}. \quad (10.22)$$

При приеме на приемник, обычно используемый для приема одной боковой полосы, получим такую же помехоустойчивость.

Глава 11

ИМПУЛЬСНЫЕ СИСТЕМЫ МОДУЛЯЦИИ

11.1. Определение

Под импульсными системами модуляции мы будем понимать такие системы, при которых вместо непрерывной передачи некоторого колебания $F(t)$ при помощи сигнала $A_F(t)$ мы будем передавать лишь отдельные мгновенные значения этого колебания:

$$\dots F(-2\tau), F(-\tau), F(0), F(\tau), F(2\tau) \dots, \quad (11.1)$$

взятые для моментов времени, отстоящих друг от друга на величину τ .

Передачу этих мгновенных значений мы будем осуществлять при помощи отдельных, следующих друг за другом сигналов-импульсов.

При этом может быть использован любой из способов передачи отдельных значений параметров, рассмотренных в части III. В данном случае передаваемыми величинами будут являться мгновенные значения (11.1).

Для передачи мгновенного значения $F(0)$ мы будем использовать некоторый сигнал $A(\mu_0, t)$, начинающийся при $t = 0$, полагая в нем $\mu_0 = F(0)$. Для передачи мгновенного значения $F(k\tau)$ мы будем передавать аналогичный сигнал $A(\mu_k, t - \tau k)$, который будет начинаться при $t = \tau k$ и в котором

$$\mu_k = F(k\tau). \quad (11.2)$$

Таким образом, передачу колебания $F(t)$ мы будем осуществлять при помощи некоторого сигнала

$$A_F(t) = \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} A(\mu_k, t - \tau k). \quad (11.3)$$

Пределы в этой сумме взяты на основании того, что все рассматриваемые в этой работе процессы должны укладываться в интервале $(-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2})$. Мы считаем, что T выбрано так, что $\frac{T}{2\tau}$ является целым числом.

11.2. Пример осуществления импульсной системы модуляции

Рассмотрим один из возможных примеров осуществления импульсной системы передачи и приема и выясним на нем основное соотношение, при котором эта система осуществима.

Способ получения импульсных сигналов в передатчике принципиально весьма прост. Он может быть схематически осуществлен так: какой-то переключатель замыкает в моменты времени, кратные τ , цепь, в которой действует э. д. с, пропорциональная передаваемому колебанию $F(t)$. Тогда в этой цепи пойдут импульсы тока, величина которых будет пропорциональна мгновенным значениям (11.1). Эти импульсы тока будут воздействовать на модулятор, меняя форму посылаемых к месту приема высокочастотных импульсов хотя бы одним из способов, рассмотренных в части III.

По пришедшим на приемник высокочастотным импульсам вначале восстанавливаются передававшиеся с передатчика мгновенные значения (значения (11.1) и создаются короткие импульсы, величина которых пропорциональна этим мгновенным значениям.

Эти короткие импульсы могут быть записаны так:

$$F(k\tau)\Phi(t - k\tau).$$

Общее напряжение от всех этих импульсов будет:

$$\sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} F(k\tau)\Phi(t - k\tau). \quad (11.4)$$

При этом мы не учитываем возможное постоянное запаздывание импульсов на приеме от импульсов на передаче.

Будем считать, что $F(t)$ — непрерывная функция и что

$$\Phi(t) = 0$$

при $t < 0$ и при $t > +\varepsilon$.

Тогда со сколь угодно большой точностью будет справедливо равенство

$$F(k\tau)\Phi(t - k\tau) = F(t)\Phi(t - k\tau),$$

если ε — достаточно малая величина.

Действительно, $\Phi(t - k\tau)$ будет отлично от нуля лишь для значений t , лежащих в сколь угодно малой области $k\tau, k\tau + \varepsilon$, для которой можно считать, что $F(t) = F(k\tau)$.

Учитывая это обстоятельство, мы можем выражение (11.4) записать так:

$$\begin{aligned} \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} F(t)\Phi(t - k\tau) &= F(t) \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} \Phi(t - k\tau) = \\ &= F(t)d_0 + F(t)d_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) + F(t)d_2 \cos(2\omega_0 t + \varphi_2) + \dots, \end{aligned} \quad (11.5)$$

где $\omega_0 = \frac{2\pi}{\tau}$; d_0, d_1, d_2, \dots — некоторые постоянные величины.

Последнее выражение получается, если разложить сумму:

$$\sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} \Phi(t - k\tau), \quad (11.6)$$

являющуюся периодической функцией с периодом τ , в ряд Фурье.

Пусть наивысшая частота, входящая в колебание $F(t)$, будет f_{\max} .

Очевидно, наивысшая частота, входящая в первый член ряда, будет равна этой же величине. Второй член ряда является амплитудно модулированным колебанием и может быть разложен на синусоидальные составляющие несущей и боковых частот, причем наименьшая частота этих составляющих, очевидно, будет равна $\frac{\omega_0}{2\pi} - f_{\max}$. У третьего члена наименьшая частота, очевидно, будет равна $\frac{2\omega_0}{2\pi} - f_{\max}$ и т. д.

Очевидно, первую слагаемую выражения (11.5) можно будет полностью отделить фильтром от остальных составляющих по частотному признаку и, значит, получить $F(t)$, если наивысшая частота первого члена f_{\max} будет меньше наименьшей частоты, входящей в остальные члены, т. е. если

$$f_{\max} < \frac{\omega_0}{2\pi} - f_{\max} \quad (11.7)$$

или

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\omega_0}{2\pi} > 2f_{\max}, \quad (11.8)$$

или

$$\tau < \frac{1}{2f_{\max}}. \quad (11.9)$$

Таким образом, по импульсам функции (11.4) при помощи фильтра или гармонического анализа можно восстановить

описанным способом колебание $F(t)$, если только частота импульсов больше двойной максимальной частоты, входящей в колебание $F(t)$ или, что то же, если расстояние между импульсами τ меньше, чем половина наименьшего периода синусоидального колебания, входящего в $F(t)$.

11.3. Потенциальная помехоустойчивость при импульсной системе модуляции

Определим теперь потенциальную помехоустойчивость импульсной системы модуляции, исходя из выражения (11.3) и общей формулы (9.27).

Получим:

$$D_l(t) = \frac{\partial A_F(t)}{\partial \lambda_l} = \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} \frac{\partial A(\mu_k, t - \tau k)}{\partial \mu_k} \frac{\partial F(k\tau)}{\partial \lambda_l}. \quad (11.10)$$

Будем считать, что импульсы $A(\mu_k, t - k\tau)$ с различными k не перекрываются между собой, так что для каждого момента времени t лишь одно из слагаемых суммы (11.10) может отличаться от нуля. В этом случае отдельные слагаемые этой суммы будут ортогональны, и мы получим:

$$\overline{D_m(t)D_l(t)} = \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} \left[\frac{\partial A(\mu_k, t - k\tau)}{\partial \mu_k} \right]^2 \frac{\partial F(k\tau)}{\partial \lambda_m} \frac{\partial F(k\tau)}{\partial \lambda_l} \quad (11.11)$$

Далее, очевидно,

$$\left[\frac{\partial A(\mu_k, t - k\tau)}{\partial \mu_k} \right]^2 = \left[\frac{\partial A(\mu_k, t)}{\partial \mu_k} \right]^2 = \overline{A|\mu'^2(\mu, t)}. \quad (11.12)$$

Мы будем считать в целях упрощения, что эта величина не зависит от значения μ , как это, например, имело место во всех примерах, разобранных в части III.

В тех случаях, когда эта величина зависит от значения μ , интенсивность колебания помехи на выходе приемника будет зависеть от передаваемого колебания $F(t)$ и вычисление этой интенсивности усложняется. Однако если в этом случае отыскивать интенсивность помехи на выходе приемника при $F(t) = 0$, то проводимые вычисления будут справедливы; нужно только вместо выражения $A'_\mu{}^2(\mu, t)$ брать его значение для $\mu = 0$.

Учитывая (11.12), получим:

$$\overline{D_m(t)D_l(t)} = \overline{A'_\mu{}^2(\mu, t)} \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} \frac{\partial F(k\tau)}{\partial \lambda_m} \frac{\partial F(k\tau)}{\partial \lambda_l}. \quad (11.13)$$

Далее, из формулы (9.1) получаем при четных l и m

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F(k\tau)}{\partial \lambda_{2i}} &= \sqrt{2} \cos \frac{2\pi}{T} ik\tau \\ \frac{\partial F(k\tau)}{\partial \lambda_{2i-1}} &= \sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{T} ik\tau. \end{aligned} \right\} \quad (11.14)$$

и при нечетных

Подставляя эти выражения в сумму (11.13), мы получим:

$$\overline{D_m(t)D_l(t)} = 0 \text{ при } m \neq l$$

и

$$\overline{D_l^2(t)} = \frac{TA_\mu^2(\mu, t)}{\tau}. \quad (11.15)$$

Таким образом, на выходе идеального приемника мы на основании формулы (9.27) получим, кроме воспроизведенного колебания $F(t)$, еще наложенное на него флюктуационное колебание со среднеквадратичным спектром, равным:

$$\sigma^* = \frac{\sigma\sqrt{\tau}}{\sqrt{TA_\mu^2(\mu, t)}}. \quad (11.16)$$

На основании § 6.6 мы знаем, что при передаче некоторого параметра μ при помощи сигнала $A(\mu, t)$ мы при приеме на идеальный приемник получим минимально возможную среднюю квадратичную ошибку δ_{cm} , определяемую формулой (6.40). Из сопоставления этих формул следует, что интенсивность помехи на выходе приемника может быть выражена так:

$$\sigma^{*2} = 2\tau\delta_{cm}^2. \quad (11.17)$$

Как мы видим, нормальное флюктуационное колебание, вызванное наложением помехи, на выходе идеального приемника будет иметь равномерную интенсивность, как и при прямых методах модуляции. Интенсивность этого колебания будет тем больше, чем больше минимальная средняя квадратичная ошибка δ_{cm} при передаче мгновенных значений $F(k\tau)$ передаваемого колебания.

Таким образом, вопрос о повышении потенциальной помехоустойчивости при импульсной системе модуляции сводится к уменьшению минимальной средней квадратической ошибки, получаемой при передаче мгновенных значений. Все сказанное об этом в части III пригодно для данного случая.

Уменьшая τ , т. е. увеличивая число импульсов сигнала, мы будем уменьшать σ^* , однако при этом средняя мощность сигнала будет увеличиваться.

Для дальнейшего еще будет необходимо знание эффективного значения сигнала $U_{\text{э0}}$ при $F(t) = 0$. При импульсной модуляции на основании формулы (11.3) оно будет определяться так:

$$U_{\text{э0}}^2 = \overline{A_F^2(t)} = \overline{\left[\sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} A(0, t - k\tau) \right]^2} =$$

$$= \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} \overline{A^2(0, t - k\tau)} = \frac{T \overline{A^2(0, t)}}{\tau}. \quad (11.18)$$

Здесь мы учли, что колебания отдельных импульсов не перекрываются и поэтому, как это указывалось, будут ортогональны.

11.4. Помехоустойчивость приемника, разобранный в § 11.2

В этом параграфе мы исследуем помехоустойчивость приемника импульсной модуляции, принцип работы которого был рассмотрен в § 11.2, и сравним эту помехоустойчивость с потенциальной. При этом мы будем считать, что первая часть рассмотренного приемника, воспроизводящая мгновенные значения по приходящим сигналам, работает идеально.

В § 6.5 было показано, что при наложении на сигнал малых помех передаваемые величины должны воспроизводиться идеальным приемником с ошибками, которые в соответствии с формулами (6.28), (6.36) и (6.38), в данном случае для k -того импульса будут равны:

$$\delta_k = \overline{L_k(t) W_{\mu, \nu}(t)} = \delta_{cm} \theta_k, \quad (11.19)$$

где

$$L_k(t) = \frac{A'_\mu(\mu, t - k\tau)}{A'^2_\mu(\mu, t - k\tau)},$$

θ_k — нормальная случайная величина; $\delta_{cm} = \frac{\sigma}{\sqrt{2T A'^2_\mu(\mu, t - k\tau)}}$ — средняя квадратичная ошибка при идеальном приемнике.

Так как импульсы, служащие для передачи различных мгновенных значений, по условию практически не накладываются друг на друга, то $L_k(t)$ с различными индексами будут ортогональны между собой. Поэтому в соответствии с (2.60) и (2.61) θ_k будут взаимно независимы. Далее, поскольку мы в § 11.3 приняли, что $A'^2_\mu(\mu, t - k\tau)$ от μ не зависит, получим, что величины $\overline{L_k^2(t)}$ и значит, δ_{cm} от μ также зависеть не будут.

Приемник под действием помехи будет вместо мгновенных значений $F(k\tau)$ воспроизводить значения $F(k\tau) + \delta_{cm} \theta_k$.

При восстановлении по этим значениям колебания $F(t)$ мы образуем в соответствии с § 11.2 систему коротких импульсов, которая в данном случае будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} [F(k\tau) + \delta_{cm}\theta_k]\Phi(t - k\tau) = \\ = \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} F(k\tau)\Phi(t - k\tau) + \delta_{cm} \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} \theta_k\Phi(t - k\tau). \end{aligned} \quad (11.20)$$

Если в полученном выражении оставить лишь колебания, частоты которых меньше $\frac{1}{2\tau}$, то, как было доказано в § 11.2, первый член этого выражения будет равен величине $d_0F(t)$, где d_0 — некоторая постоянная.

Покажем, что при этих условиях второй член будет равен нормально-флюктуационному колебанию, интенсивность которого для частот от 0 до $\frac{1}{2\tau}$ равна:

$$\sqrt{2\tau} \delta_{cm} d_0. \quad (11.21)$$

Найдем косинусоидальную составляющую второго члена на частоте $\frac{n}{T}$; она будет равна:

$$\begin{aligned} C_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \delta_{cm} \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} \theta_k \Phi(t - k\tau) \cos \frac{2\pi}{T} n t d t = \\ = \frac{2\delta_{cm}}{T} \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} \theta_k \int_{-T/2}^{+T/2} \Phi(t - k\tau) \cos \frac{2\pi}{T} n t d t. \end{aligned}$$

Поскольку $\Phi(t - k\tau)$ отлично от нуля только в непосредственной близости от $t = k\tau$, то

$$\int_{-T/2}^{+T/2} \Phi(t - k\tau) \cos \frac{2\pi}{T} n t d t = a \cos \frac{2\pi}{T} n k \tau,$$

где

$$a = \int_{-T/2}^{+T/2} \Phi(t - k\tau) d t = \int_{-T/2}^{+T/2} \Phi(t) d t, \quad (11.22)$$

таким образом,

$$C_n = \frac{2\delta_{cm}}{T} a \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} \theta_k \cos \frac{2\pi}{T} nk\tau.$$

Учитывая, что θ_k — независимые нормальные случайные величины, на основании формулы (2.74) получим:

$$C_n = \frac{2\delta_{cm}}{T} a \sqrt{\frac{T}{2\tau}} \theta_{cn}, \quad (11.23)$$

где θ_{cn} — нормальная случайная величина, поскольку

$$\sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} \cos^2 \frac{2\pi}{T} nk\tau = \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{4\pi}{T} nk\tau \right) = \frac{T}{2\tau},$$

так как сумма косинусов при $\frac{n}{T} < \frac{1}{2\tau}$ будет равна нулю.

Аналогично амплитуда синуса на частоте $\frac{n}{T}$ будет равна:

$$S_n = \frac{2\delta_{cm}}{T} a \sqrt{\frac{T}{2\tau}} \theta_{sn}. \quad (11.24)$$

На основании §2.5 нетрудно доказать, что случайные величины θ_{c1} , θ_{s1} , θ_{c2} , θ_{s2} , ... будут взаимно независимы.

Найдем еще величину d_0 , которая является постоянной составляющей ряда (11.6). Она будет равна:

$$d_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \sum_{k=-\frac{T}{2\tau}}^{\frac{T}{2\tau}-1} \Phi(t - k\tau) dt = \frac{1}{T} \frac{T}{\tau} a, \quad (11.25)$$

откуда $a = \tau d_0$.

Принимая во внимание все сказанное, мы получим, оставляя во втором слагаемом колебания (11.20) лишь составляющие с частотами, меньшими $\frac{1}{2\tau}$, колебание

$$W_{1, \frac{T}{2\tau}-1}(t) = \delta_{cm} d_0 \sqrt{\frac{2\tau}{T}} \sum_{n=1}^{\frac{T}{2\tau}-1} \left(\theta_{cn} \cos \frac{2\pi}{T} nt + \theta_{sn} \sin \frac{2\pi}{T} nt \right), \quad (11.26)$$

которое, как это следует из сравнения с формулой (2.54), является нормально флюктуационным колебанием с постоянной интенсивностью, равной (11.21), что и требовалось доказать.

Если теперь мы подберем усиление приемника таким, чтобы в отсутствие помех колебание на его выходе было $F(t)$, то, очевидно, дополнительное колебание, которое будет накладываться на выходное

при наличии помех, будет нормально флюктуационным с интенсивностью

$$\sigma^* = \sqrt{2\tau} \delta_{cm}. \quad (11.27)$$

Сравнивая этот результат с тем, что мы получили в § 11.3, исследуя потенциальную помехоустойчивость, мы приходим к выводу, что способ приема, разобранный в § 11.2, обеспечивает потенциальную помехоустойчивость, если в нем для воспроизведения передававшихся мгновенных значений используется идеальный приемник.

В случае, если для этих целей используется приемник неидеальный, то средняя квадратическая ошибка при воспроизведении мгновенных значений δ_c будет больше δ_{cm} и во столько же раз возрастет интенсивность помехи на выходе приемника по сравнению с идеальным случаем.

11.5. Потенциальная помехоустойчивость при амплитудно-импульсной модуляции

Отдельные импульсы при амплитудно-импульсной модуляции будут выражаться формулой (7.1). Интенсивность помехи на выходе идеального приемника в соответствии с формулами (7.2) и (11.17) будет:

$$\sigma^{*2} = \frac{\tau \sigma^2}{TB^2(t)}. \quad (11.28)$$

Для удобства сравнения с другими модуляциями заменим в этой формуле $B^2(t)$ эффективным значением сигнала. В соответствии с формулами (7.1) и (11.18) получим:

$$U_{30}^2 = \frac{TA^2(0, t)}{\tau} = \frac{TB^2(t)}{\tau}. \quad (11.29)$$

Вводя эти величины в формулу (11.28), мы получим:

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{U_{30}}. \quad (11.30)$$

Сравним полученное значение интенсивности колебания помехи на выходе идеального приемного устройства с той же величиной для обычной амплитудной модуляции, разобранный в § 10.3 и характеризуемой формулой (10.8). Как видно из сравнения, интенсивность помехи на выходе и, значит, потенциальная помехоустойчивость обеих систем будет одна и та же.

Мы видели в § 10.5, что реализовать потенциальную помехоустойчивость при амплитудной модуляции при малых помехах можно при помощи обычного приемника, поэтому система с амплитудно-импульсной модуляцией не может при тех же средних мощностях сигнала обеспечить лучшую помехозащиту, чем обычная амплитудная модуляция, ни при каком приемнике, по крайней мере при малых помехах и при условиях, когда метод приема, рассмотренный в § 10.5, осуществим.

11.6. Потенциальная помехоустойчивость при время-импульсной модуляции

Пусть в этом случае сигнал будет выражаться формулой (7.9.) На основании формул (7.11) и (11.17) интенсивность помехи на выходе идеального приемного устройства будет равна:

$$\sigma^{*2} = \frac{24\tau\sigma^2}{\pi\tau_0^2\Omega U_0^2}. \quad (11.31)$$

Выразим эту величину через $U_{\text{ЭМ}}^2$. Воспользуемся формулой (11.18). Для этого случая

$$\overline{TA^2(\mu, t)} = \frac{\pi}{2\Omega} U_0^2,$$

откуда

$$U_{\text{ЭМ}}^2 = U_{\text{ЭМ}}^2 = U_{\text{Э}}^2 = \frac{\pi U_0^2}{2\Omega\tau}. \quad (11.32)$$

Принимая во внимание это значение, мы для время-импульсной модуляции получим:

$$\sigma^{*2} = \frac{12\sigma^2}{\Omega^2\tau_0^2 U_{\text{Э}}^2}. \quad (11.33)$$

Как видно, помехоустойчивость будет повышаться при увеличении времени τ_0 , на которое при модуляции перемещается импульс. Если это время не может быть больше τ , то

$$\tau_0 < \tau < \frac{1}{2f_m},$$

где f_m — максимальная частота передаваемого колебания.

Возьмем τ_0 максимально возможной величины, положив

$$\tau_0 = \frac{1}{2f_m}.$$

На практике величина τ_0 всегда будет несколько меньше этого значения. При таком значении τ_0 мы получим несколько завышенную помехоустойчивость, которая, исходя из формулы (11.33), определится величиной

$$\sigma^{*2} = \frac{48f_m^2\sigma^2}{\Omega^2 U_{\text{Э}}^2} = \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{2\pi f_m}{\Omega} \right)^2 \frac{\sigma^2}{U_{\text{Э}}^2} = 1,21 \left(\frac{2\pi f_m}{\Omega} \right)^2 \frac{\sigma^2}{U_{\text{Э}}^2}. \quad (11.34)$$

Величина $\frac{2\pi f_m}{\Omega}$ показывает, во сколько раз полоса частот, занимаемая сигналом при обычной амплитудной модуляции $2f_m$, будет меньше, чем полоса частот $\frac{\Omega}{\pi}$, занимаемая при время-импульсной модуляции. Сравнивая эту формулу с формулой (10.8), характеризующей обычную

амплитудную модуляцию, мы видим, что интенсивность помех на выходе идеального приемника будет при время-импульсной модуляции примерно во столько раз меньше, во сколько раз занимаемая в этом случае полоса частот будет больше.

Эффективное значение напряжения помехи на выходе идеального приемника при время-импульсной модуляции в полосе $0 - f_m$ в соответствии с формулой (2.57) будет:

$$\sqrt{EW_{1, \frac{T}{2\tau}-1}^2(t)} = \sigma^* \sqrt{f_m} = 1,1 \frac{2\pi f_m^{3/2}}{\Omega} \frac{\sigma}{U_3}. \quad (11.35)$$

11.7. Потенциальная помехоустойчивость при частотно-импульсной модуляции

При этом виде модуляции импульсы будут определяться выражением (7.37).

Интенсивность помехи на выходе идеального приемного устройства на основании формулы (7.40) будет:

$$\sigma^{*2} = \frac{24\tau\sigma^2}{\Omega^2 U_0^2 \tau_0^3}. \quad (11.36)$$

Эффективное значение колебания сигнала в данном случае в соответствии с формулами (7.39) и (11.18) будет:

$$U_{\text{э0}}^2 = U_{\text{эм}}^2 = U_3^2 = \frac{U_0^2 \tau_0}{2\tau},$$

поскольку

$$\overline{TA^2(\mu, t)} = \frac{U_0^2 \tau_0}{2}.$$

Вводя эту величину в формулу (11.36), мы получим:

$$\sigma^{*2} = \frac{12\sigma^2}{\Omega^2 \tau_0^2 U_3^2}. \quad (11.37)$$

Сравнивая эту формулу с формулой (11.33), мы видим, что они совершенно идентичны. В обеих формулах приблизительно будет: $\frac{\Omega}{\pi}$ — полоса частот, занимаемая сигналом, τ_0 — время, отводимое для передачи одного импульса. Поэтому и все выводы относительно этой системы модуляции будут совпадать с выводами относительно время-импульсной модуляции, разобранный в предыдущем параграфе. В этом случае надо стараться также делать τ_0 возможно большей величины. Максимально возможная величина $\tau_0 = \tau$, как и раньше. Формула (11.34) и выводы из нее справедливы и для данного случая.

Для повышения помехоустойчивости при малых помехах применимы, конечно, также способы комбинированной модуляции, разобранные в § 7.9.

Глава 12

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ МОДУЛЯЦИИ**12.1. Определение**

Интегральными системами модуляции мы будем называть такие системы, при которых в аналитическое выражение сигнала входит не величина передаваемого колебания $F(t)$, а интеграл от этой величины $\int F(t)dt$.

Хорошо известным примером такой модуляции является частотная модуляция, при которой частота передаваемого колебания может быть записана так:

$$\omega = \omega_0 + \Omega F(t),$$

где Ω — девиация частоты; $F(t)$ — передаваемое колебание, величина которого меняется по условию в пределах ± 1 .

Аналитическое выражение для сигнала этой частоты, как хорошо известно, будет:

$$A_F(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + \Omega \int F(t)dt]. \quad (12.1)$$

Как видно из формулы, данная модуляция будет отличаться от фазовой модуляции, даваемой формулой (10.10), тем, что в ней вместо функции фигурирует интеграл от этой функции.

Ясно, что можно создать очень много различных типов интегральной модуляции. Для этого достаточно в любой из формул для сигнала прямой модуляции заменить $F(t)$ на интеграл от этой величины.

12.2. Потенциальная помехоустойчивость при интегральных системах модуляции

При интегральной системе модуляции сигнал может быть записан так:

$$A_F(t) = A \left[\int F(t)dt, t \right] = A[\Psi, t], \quad (12.2)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi &= \int F(t)dt = \int \sum_{i=i_1}^{i_2} \left(\lambda_{2i-1} \sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{T} it + \lambda_{2i} \sqrt{2} \cos \frac{2\pi}{T} it \right) dt = \\ &= \sum_{i=i_1}^{i_2} \left(-\frac{T\lambda_{2i-1}}{2\pi i} \sqrt{2} \cos \frac{2\pi}{T} it + \frac{T\lambda_{2i}}{2\pi i} \sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{T} it \right), \quad (12.3) \end{aligned}$$

откуда следует, что

$$D_i(t) = \frac{\partial A_F(t)}{\partial \lambda_i} = \frac{\partial A_F(t)}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_i},$$

причем:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{2i-1}} &= -\frac{T}{2\pi i} \sqrt{2} \cos \frac{2\pi}{T} it, \\ \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{2i}} &= \frac{T}{2\pi i} \sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{T} it.\end{aligned}$$

Поэтому аналогично § 10.2

$$\overline{D_{2i-1}^2(t)} = \overline{D_{2i}^2(t)} = \left(\frac{T}{2\pi i}\right)^2 \overline{\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial \Psi}\right]}$$

и

$$\overline{D_k(t)D_l(t)} = 0$$

при $k \neq l$.

При доказательстве этих положений было принято, что функция

$$\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial \Psi}\right]^2$$

содержит синусоидальные составляющие лишь с частотами, большими, чем $\frac{2i_2}{T}$, т. е. большими, чем удвоенная максимальная частота, содержащаяся в передаваемом колебании $F(t)$.

Таким образом, для интегральных систем модуляции справедливы условия (9.15) и для них можно пользоваться формулой (9.27). Поэтому для этих систем интенсивность помехи на выходе идеального приемника:

$$\sigma^*\left(\frac{i}{T}\right) = \frac{\sigma}{\sqrt{\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial \Psi}\right]^2}} \frac{2\pi i}{T}, \quad (12.4)$$

откуда интенсивность помехи на частоте f :

$$\sigma^*(f) = \frac{\sigma}{\sqrt{\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial \Psi}\right]^2}} 2\pi f. \quad (12.5)$$

Как мы видим из этой формулы, при интегральных системах модуляции интенсивность помехи на выходе идеального приемника увеличивается пропорционально частоте в отличие от систем модуляции, рассмотренных ранее.

Эффективное значение колебания помехи на выходе при этом в соответствии с формулой (Г.9) будет:

$$\sqrt{EW^{*2}(t)} = \sqrt{\int_0^\infty \sigma^{*2}(f) df} = \frac{2\pi\sigma}{\sqrt{\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial \Psi}\right]^2}} \sqrt{\int_0^{f_M} f^2 df} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \frac{\sigma f_M^{3/2}}{\sqrt{\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial \Psi}\right]^2}}. \quad (12.6)$$

12.3. Потенциальная помехоустойчивость при частотной модуляции

Применим полученную в предыдущем параграфе формулу к случаю частотной модуляции.

Сигнал частотной модуляции может быть представлен при помощи формулы (12.1). Таким образом, применяя обозначения предыдущего параграфа, мы получим:

$$A_F(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \Omega \Psi),$$

$$\frac{\partial A_F(t)}{\partial \Psi} = -U_0 \Omega \sin(\omega_0 t + \Omega \Psi).$$

Как можно убедиться, квадрат последнего колебания не содержит низких частот, если ω_0 достаточно велико.

Далее,

$$\left[\frac{\partial A_F(t)}{\partial \Psi} \right]^2 = \frac{U_0^2 \Omega^2}{2},$$

откуда на основании формулы (12.5) получим:

$$\sigma^*(f) = \frac{\sqrt{2} \sigma}{U_0} \frac{2\pi f}{\Omega}. \quad (12.7)$$

При этом виде модуляции эффективное значение сигнала равно:

$$U_s^2 = U_{s0}^2 = U_{эм}^2 = \frac{1}{2} U_0^2.$$

Поэтому для данного случая

$$\sigma^*(f) = \frac{2\pi f}{\Omega} \frac{\sigma}{U_s}. \quad (12.8)$$

Эффективное напряжение помехи на выходе идеального приемника при этой модуляции в соответствии с формулой (12.6) будет:

$$\sqrt{EW^{*2}(t)} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \frac{f_M^{3/2}}{\Omega} \frac{\sigma}{U_s} = 0,578 \frac{2\pi f_M^{3/2}}{\Omega} \frac{\sigma}{U_s}. \quad (12.9)$$

Сравнивая этот вид модуляции с время-импульсной и частотно-импульсной, потенциальная помехоустойчивость которых дается формулой (11.34), мы видим, что на наивысшей частоте f_M интенсивность помехи на выходе идеального приемника в обоих случаях будет примерно одинаковой.

При частотной модуляции с уменьшением частоты интенсивность этой помехи будет уменьшаться, в отличие от импульсных систем, где она остается постоянной. Это дает меньшее значение эффективного напряжения помехи на выходе идеального приемника при частотной модуляции по сравнению с импульсной примерно в 2 раза, как это следует из сличения формул (11.35) и (12.9).

Сравнение помехоустойчивости идеального приемника с помехоустойчивостью обычно применяемого реального приемника показывает, что эти помехоустойчивости при частотной модуляции и малых помехах одинаковы.

Глава 13

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ БОЛЬШИХ ПОМЕХ НА ПЕРЕДАЧУ КОЛЕБАНИЙ

13.1. Общие соображения

В этой главе показано, как можно оценить потенциальную помехоустойчивость систем, служащих для передачи колебаний, при больших помехах.

Точная оценка влияния помех в этом случае бывает часто весьма затруднительной. Тут колебание помехи на выходе приемника может и не быть нормально флюктуационным и может зависеть от передаваемого колебания. Однако нетрудно получить примерную оценку влияния большой помехи при помощи максимальной предельной разборчивости переданных колебаний, которая не может быть превзойдена при данном способе передачи и данной интенсивности помехи ни при каком приемнике.

13.2. Максимальная разборчивость переданных колебаний

Пусть передается некоторое, скажем, звуковое колебание $F_1(t)$. В этом случае передаваемый сигнал будет $A_{F_1}(t)$. На этот сигнал пусть наложится помеха $W_{\mu,\nu}(t)$ в результате чего приемник воспроизведет на своем выходе уже не колебание $F_1(t)$, а некоторое другое, являющееся искаженным помехой колебанием $F_1(t)$. Если бы вместо колебания $F_1(t)$ передавалось колебание $F_2(t)$, то передаваемый сигнал был бы $A_{F_2}(t)$. В этом случае колебание на выходе приемника под действием помехи имело бы вид искаженного колебания $F_2(t)$. Степень искажения, создаваемого помехой, может быть оценена вероятностью того, что по воспроизведенному приемником колебанию (в данном случае звуку) мы правильно определим, передавалось ли колебание $F_1(t)$ или $F_2(t)$. Эта вероятность может быть получена экспериментально, например при помощи следующего артикуляционного опыта, пригодного для случая телефонии. Пусть передается то звуковое колебание $F_1(t)$, то колебание $F_2(t)$, чередуясь в каком-то неизвестном на приемном конце порядке, но так, чтобы в среднем оба колебания передавались одинаково часто. Пусть на приемном конце некоторый слушатель записывает каждый раз какое, по его мнению, передавалось колебание. Очевидно, в ряде случаев он запишет правильно, а в ряде случаев неправильно, что можно будет установить последующей

проверкой. Тогда при достаточно большом количестве опытов число правильно записанных звуков, деленное на полное число переданных звуков, и будет равно искомой вероятности.

Максимальное возможное значение этой вероятности при заданном способе передачи, т. е. при заданных сигналах $A_{F_1}(t)$ и $A_{F_2}(t)$, может быть легко найдено теоретически.

Действительно, в гл. 4 мы нашли вероятность того, что идеальный приемник при наложении помехи на сигнал правильно определит, какой из двух заранее известных сигналов передавался. Было также показано, что никакой другой способ приема не сможет обеспечить большую вероятность.

Если мы по колебанию на выходе приемника правильно определим, какое из двух колебаний — $F_1(t)$ или $F_2(t)$ — передавалось, то тем самым мы определим, какой из сигналов — $A_{F_1}(t)$ или $A_{F_2}(t)$ — был послан. Поэтому вероятность того, что по искаженному помехой колебанию на выходе приемника мы правильно определим, какое из колебаний — $F_1(t)$ или $F_2(t)$ — передавалось, не может быть больше вероятности правильного распознавания сигналов $A_{F_1}(t)$ и $A_{F_2}(t)$ идеальным приемником. Последняя вероятность согласно § 4.1 будет равна:

$$1 - P_{\text{иск}} = 1 - U(\alpha), \quad (13.1)$$

где

$$\alpha = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}T[A_{F_1}(t) - A_{F_2}(t)]^2}}{\sigma}. \quad (13.2)$$

Этим способом можно оценить разборчивость, которая не может быть превзойдена при данных колебаниях, данном способе модуляции и данной интенсивности помехи.

Изложенным способом также, очевидно, можно в ряде случаев определить, насколько при больших помехах данное приемное устройство близко к идеальному.

Действительно, если окажется, что вероятность, определенная экспериментально при помощи описанного выше «артикуляционного» опыта, будет близка к вероятности, даваемой формулой (13.1), то это будет значить, что данный приемник дает почти максимально возможную защиту от больших помех флюктуационного типа при заданном способе передачи. Это также будет значить, что другие приемники большей защиты от этой помехи при передаче колебаний $F_1(t)$ и $F_2(t)$ дать не смогут.

Очевидно, ценность описанного метода может быть определена лишь после его практического применения.

В рассмотренном здесь способе используются колебания, могущие иметь два дискретных значения. Очевидно также, что можно развить способ оценки и при помощи многих дискретных колебаний.

13.3. Максимальная разборчивость при фазовой модуляции

Для иллюстрации метода, разработанного в предыдущем параграфе, приложим его к частному случаю фазовой модуляции,

Пусть для испытания влияния помехи передается либо колебание

$$\begin{aligned} F_1(t) &= \sin \Omega t && \text{при } -\frac{\tau_0}{2} < t < \frac{\tau_0}{2} \text{ и} \\ F_1(t) &= 0 && \text{при } -\frac{\tau_0}{2} > t > \frac{\tau_0}{2}, \end{aligned} \quad (13.3)$$

либо отсутствие всякого колебания, т. е.

$$F_2(t) = 0. \quad (13.4)$$

Пусть исследуется фазовая модуляция, при которой посылаемый сигнал равен:

$$A_F(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + mF(t)]. \quad (13.5)$$

Тогда в нашем случае мы получим:

$$A_{F_1}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + m \sin \Omega t] \quad (13.6)$$

при $-\frac{\tau_0}{2} < t < \frac{\tau_0}{2}$,

$$A_{F_1}(t) = U_0 \cos \omega_0 t \quad (13.7)$$

при $t < -\frac{\tau_0}{2}$ и $t > \frac{\tau_0}{2}$ и

$$A_{F_2}(t) = U_0 \cos \omega_0 t. \quad (13.8)$$

Подставляя эти выражения в (13.2) и принимая для упрощения, что $\omega_0 \gg \Omega$, $\frac{\Omega \tau_0}{\pi}$ — целое число, получим:

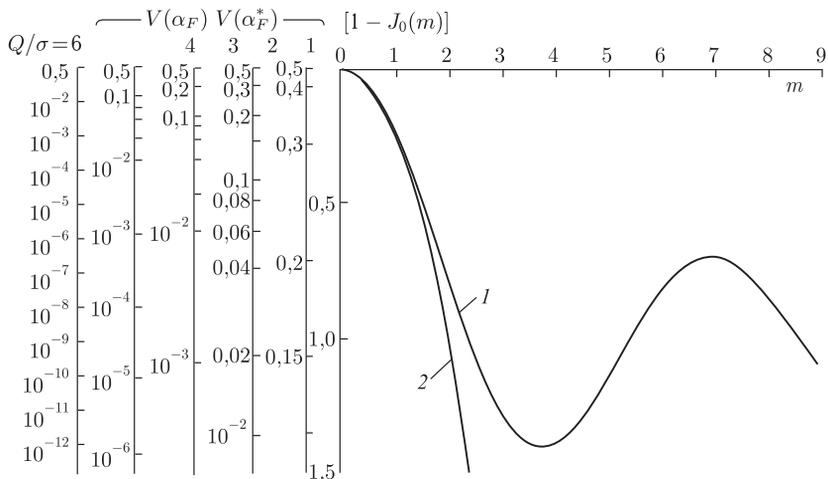
$$\alpha^2 = \frac{Q^2}{\sigma^2} [1 - J_0(m)], \quad (13.9)$$

где $J_0(m)$ — функция Бесселя нулевого порядка от m ,

$$Q^2 = \frac{U_0^2 \tau_0}{2}. \quad (13.10)$$

Подставляя полученное значение α в формулу (13.1), мы получим величину, которую не может превзойти вероятность правильного распознавания колебаний $F_1(t)$ и $F_2(t)$ на выходе приемника при помехе с интенсивностью σ .

На фиг. 13.1 по оси абсцисс отложена величина m , а для кривой I по оси ординат $1 - J_0(m)$. Последнее выражение будет полностью определять величину $V(\alpha)$, входящую в формулу (13.1), если мы зададимся значением Q/σ . Поэтому по оси ординат этой фигуры можно также отложить и значение $V(\alpha)$, если задаваться величиной Q/σ , что и сделано для значений $Q/\sigma = 1, 2, 3, 4, 6$. Как видно из этой фигуры, величина $V(\alpha)$ увеличивается, если $m > 4$.



Фиг. 13.1. Вероятность ошибки при передаче синусоидального колебания при помощи фазовой модуляции и идеального приемника для разных $\frac{Q}{\sigma}$. Кривая 1 — точная; кривая 2 — приближенная, полученная по формулам для малых помех; m — индекс модуляции; Q^2 определяется формулой (13.10)

Причиной этого, очевидно, является следующее. При столь больших m , для того чтобы произошла ошибка в обнаружении звука $F(t)$, колебание помехи должно достигать в то время, когда этот звук ожидается, такой большой величины, при которой фазовая модуляция уже перестает обеспечивать хорошую защиту от помех. При таком большом колебании помехи передаваемые звуки, очевидно, не могут быть правильно определены среди шума на выходе приемника независимо от индекса модуляции m .

13.4. Максимальная разборчивость при малых помехах

Для выявления специфики, которую вносят большие помехи, определим максимальную разборчивость, исходя из теории, выведенной в предыдущих главах для случая малых помех.

При передаче колебания $F_2(t)$ при малых помехах и идеальном приемнике на его выходе мы получим колебание

$$F_1(t) + W^*(t) \tag{13.11}$$

и при передаче $F_1(t)$ колебание

$$F_2(t) + W^*(t), \tag{13.12}$$

где $W^*(t)$ — нормальное флюктуационное колебание с интенсивностью σ^* , определяемой формулой (9.27). Мы ограничимся случаем,

когда σ^* от частоты не зависит, как это имело место всюду, кроме интегральной модуляции.

Вероятность того, что по функциям (13.11) и (13.12) мы правильно определим, какое из колебаний — $F_1(t)$ или $F_2(t)$ — передавалось при идеальном индикаторе (идеальном ухе), как было доказано в §4.1, будет равна:

$$1 - P_{(\text{иск})} = 1 - V(\alpha^*), \quad (13.13)$$

где

$$\alpha^* = \sqrt{\frac{T[F_2(t) - F_1(t)]^2}{2\sigma^{*2}}}. \quad (13.14)$$

Очевидно, в соответствии со сказанным в §13.2 величина (13.13) не может быть больше величины вероятности, даваемой формулой (13.1). Если окажется, что это не так, то это будет означать, что вероятность (13.13) получена неправильно и, значит, неверно предположение о том, что помеха достаточно мала.

В следующем параграфе мы на примере фазовой модуляции сравним полученный тут способ оценки максимальной разборчивости с общим способом, разобранным в §13.2.

13.5. Максимальная разборчивость при малых помехах и фазовой модуляции

Приложим сказанное в предыдущем параграфе к случаю фазовой модуляции, которую мы рассматривали в §13.3.

Предполагая, что испытательные колебания $F_1(t)$ и $F_2(t)$ будут определяться, как и раньше, формулами (13.3) и (13.4), мы на основании выражений (13.14) и (10.11) получим:

$$\alpha^{*2} = \frac{U_0^2 m^2}{4\sigma^2} \int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{+\frac{\tau_0}{2}} \sin^2 \Omega t dt = \frac{Q^2 m^2}{4\sigma^2}.$$

Мы приняли для упрощения, что $\frac{\Omega\tau_0}{\pi}$ равно целому числу, и обозначили

$$\frac{\tau_0 U_0^2}{2} = Q^2.$$

На фиг. 13.1 кривая 2 дает зависимость величины $m^2/4$ от m . Таким образом, по этой кривой, задаваясь различными значениями отношения Q/σ , мы можем определить величину $V(\alpha^*)$ так же, как в §13.3 определяли величину $V(\alpha)$ по кривой 1.

Как мы видим из этой фигуры, лишь пока индекс модуляции $m < 2$, обе кривые идут близко. В случае же, когда $m > 2$, значение $V(\alpha)$ даваемого кривой 1, становится значительно больше значения $V(\alpha^*)$, даваемого кривой 2. Из этого следует, что величина (13.13), опре-

деленная на основании формул, выведенных для малых помех, при $m > 2$ неправильна и, значит, для этого случая теория малых помех непригодна.

Этот результат следует истолковывать, очевидно, так:

Пока испытательное колебание $F_1(t)$ дает малый индекс модуляции $m < 2$, его маскировка на выходе приемника будет осуществляться достаточно малым колебанием помехи, при котором справедливы выражения (13.11) и (13.12). В случае, если испытательное колебание создает индекс модуляции $m > 2$, маскировка этого колебания на выходе приемника произойдет лишь в том случае, если колебание помехи во время передачи колебания $F_1(t)$ достигнет такой большой величины, при которой выражение (13.13) и теория малых помех неправильны.

Приложение А

Удельная энергия высокочастотных колебаний

Как известно, высокочастотный сигнал может быть в общем виде представлен так:

$$A(t) = U_m(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)]. \quad (\text{A.1})$$

Удельная энергия этого сигнала будет равна:

$$Q^2 = T \overline{A^2(t)} = T \overline{U_m^2(t) \cos^2[\omega_0 t + \varphi(t)]}.$$

Если затем принять, как это обычно бывает, что ω_0 настолько велико, что частоты, практически существующие в выражении $\cos[2\omega_0 t + 2\varphi(t)]$, все будут выше частот, содержащихся в функции $U_m^2(t)$, и что постоянная составляющая выражения $\cos[2\omega_0 t + 2\varphi(t)]$ по этой же причине может быть принята равной нулю, то на основании формулы (2.26) мы получим:

$$Q^2 = T \overline{A^2(t)} = \frac{1}{2} T \overline{U_m^2(t)} = \frac{1}{2} \int_{-T/2}^{+T/2} U_m^2(t) dt. \quad (\text{A.2})$$

Приложение Б

Выражение нормально флуктуационного колебания двумя амплитудно-модулированными колебаниями

Рассмотрим нормально флуктуационное колебание с частотами от $\frac{\mu}{T}$ до $\frac{\nu}{T}$ и постоянной интенсивностью.

Обозначим:

$$l_0 = \frac{\nu + \mu}{2}, \quad n = \frac{\nu - \mu}{2}. \quad (\text{B.1})$$

Пусть это будут целые числа. Тогда колебание (2.54) можно записать так:

$$\begin{aligned} W_{\mu, \nu}(t) &= \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \sum_{i=-n}^n \left[\theta_{2l_0+2i-1} \sin \frac{2\pi}{T} (l_0 + i)t + \theta_{2l_0+2i} \cos \frac{2\pi}{T} (l_0 + i)t \right] = \\ &= \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \sum_{i=-n}^n \left\{ \theta_{2l_0+2i-1} \left[\sin \frac{2\pi}{T} it \cos \frac{2\pi}{T} l_0 t + \cos \frac{2\pi}{T} it \sin \frac{2\pi}{T} l_0 t \right] + \right. \\ &\quad \left. + \theta_{2l_0+2i} \left[\cos \frac{2\pi}{T} it \cos \frac{2\pi}{T} l_0 t - \sin \frac{2\pi}{T} it \sin \frac{2\pi}{T} l_0 t \right] \right\}. \quad (\text{B.2}) \end{aligned}$$

Обозначая $\frac{2\pi}{T}l_0 = \omega_0$ и вынося за скобки $\cos \omega_0 t$ и $\sin \omega_0 t$, получим:

$$W_{\mu, \nu}(t) = \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \sum_{i=-n}^n \left(\theta_{2l_0+2i-1} \sin \frac{2\pi}{T} it + \theta_{2l_0+2i} \cos \frac{2\pi}{T} it \right) \cos \omega_0 t + \\ + \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \sum_{i=-n}^n \left(\theta_{2l_0+2i-1} \cos \frac{2\pi}{T} it - \theta_{2l_0+2i} \sin \frac{2\pi}{T} it \right) \sin \omega_0 t. \quad (\text{Б.3})$$

Наконец, складывая члены с одинаковыми по абсолютной величине i , получим:

$$W_{\mu, \nu} = \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \sum_{i=1}^n \left[(\theta_{2l_0+2i-1} - \theta_{2l_0-2i-1}) \sin \frac{2\pi}{T} it + \right. \\ \left. + (\theta_{2l_0+2i} + \theta_{2l_0+2i}) \cos \frac{2\pi}{T} it \right] \cos \omega_0 t + \\ + \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \sum_{i=1}^n \left[(\theta_{2l_0+2i-1} + \theta_{2l_0-2i-1}) \cos \frac{2\pi}{T} it + \right. \\ \left. + (\theta_{2l_0-2i} - \theta_{2l_0+2i}) \sin \frac{2\pi}{T} it \right] \sin \omega_0 t. \quad (\text{Б.4})$$

Здесь мы пренебрегли членами с $i = 0$, что допустимо, если взять T достаточно большим, так как при сохранении граничных частот μ/T и ν/T и увеличении T число членов суммы будет расти, а каждый член стремится к нулю.

Далее обозначим:

$$\theta_{2l_0+2i-1} - \theta_{2l_0-2i-1} = \sqrt{2} \theta''_{2i-1}, \\ \theta_{2l_0+2i-1} + \theta_{2l_0-2i-1} = \sqrt{2} \theta'_{2i}, \\ \theta_{2l_0+2i} + \theta_{2l_0-2i} = \sqrt{2} \theta''_{2i}, \\ \theta_{2l_0-2i} - \theta_{2l_0+2i} = \sqrt{2} \theta'_{2i-1}, \quad (\text{Б.5})$$

где $\theta'_{2i-1}, \theta''_{2i-1}, \theta'_{2i}, \theta''_{2i}$ согласно § 2.5 будут взаимно независимые случайные величины. Подставляя эти величины в (Б.4), получим:

$$W_{\mu, \nu}(t) = W_{l_0-n, l_0+n}(t) = \sqrt{2} W'_{1, n}(t) \sin \omega_0 t + \sqrt{2} W''_{1, n}(t) \cos \omega_0 t, \\ \text{где}$$

$$W'_{1, n}(t) = \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \sum_{i=1}^n \left(\theta'_{2i-1} \sin \frac{2\pi}{T} it + \theta'_{2i} \cos \frac{2\pi}{T} it \right), \quad (\text{Б.6}) \\ W''_{1, n}(t) = \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \sum_{i=1}^n \left(\theta''_{2i-1} \sin \frac{2\pi}{T} it + \theta''_{2i} \cos \frac{2\pi}{T} it \right)$$

— независимые друг от друга нормально флюктуационные колебания с частотами от нуля до $\frac{n}{T} = \frac{\nu - \mu}{2T}$.

Величина $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} l_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi}{T} \nu + \frac{2\pi}{T} \mu \right)$ — средняя угловая частота колебания $W_{\mu, \nu}(t)$.

Приложение В

Мгновенное значение нормально флюктуационного колебания

Найдем значение нормально флюктуационного колебания с постоянной интенсивностью для некоторого момента времени $t = t_1$.

В соответствии с формулами (2.54) и (2.74) будем иметь:

$$\begin{aligned} W_{\mu, \nu}(t_1) &= \frac{\sigma}{T} \sum_{l=\mu}^{\nu} \left(\theta_{2l-1} \sin \frac{2\pi}{T} l t_1 + \theta_{2l} \cos \frac{2\pi}{T} l t_1 \right) = \\ &= \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \sqrt{\sum_{l=\mu}^{\nu} \left(\sin^2 \frac{2\pi}{T} l t_1 + \cos^2 \frac{2\pi}{T} l t_1 \right)} \theta_1 = \sigma \sqrt{\frac{\nu - \mu + 1}{T}} \theta_1, \quad (\text{B.1}) \end{aligned}$$

где θ_1 — нормальная случайная величина.

Вводя граничные частоты рассматриваемого колебания $f_\nu = \nu/T$ и $f_\mu = \mu/T$, получим для большого T

$$W_{\mu, \nu}(t_1) = \sigma \sqrt{f_\nu - f_\mu} \theta_1. \quad (\text{B.2})$$

Среднеквадратичное значение $W_{\mu, \nu}(t)$ будет равно $\sigma \sqrt{f_\nu - f_\mu}$, что согласуется с (2.57).

Приложение Г

Нормально флюктуационное колебание из произвольных импульсов

Рассмотрим прохождение нормально флюктуационного колебания через линейную систему. Пусть на вход этой системы действует колебание $W_{1, \nu}(t)$, даваемое формулами (2.54) и (2.27) и состоящее из весьма коротких импульсов (2.28).

Это колебание может быть записано так:

$$W_{1, \nu}(t) = \sum_{l=1}^{\nu} \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \left(\theta_{2l-1} \sin \frac{2\pi}{T} l t + \theta_{2l} \cos \frac{2\pi}{T} l t \right),$$

где ν может быть сколь угодно велико, если импульсы брать достаточно короткими.

Колебание на выходе системы будет:

$$W^*(t) = \sum_{l=1}^{\nu} \frac{\sigma k\left(\frac{l}{T}\right)}{\sqrt{T}} \left\{ \theta_{2l-1} \sin \left[\frac{2\pi}{T} lt + \varphi\left(\frac{l}{T}\right) \right] + \theta_{2l} \cos \left[\frac{2\pi}{T} lt + \varphi\left(\frac{l}{T}\right) \right] \right\}, \quad (\Gamma.1)$$

где $k\left(\frac{l}{T}\right) e^{j\varphi\left(\frac{l}{T}\right)}$ — комплексный коэффициент передачи системы на частоте l/T .

Раскрывая синусы и косинусы, входящие в это выражение, получим:

$$W^*(t) = \sum_{l=1}^{\nu} \frac{\sigma k\left(\frac{l}{T}\right)}{\sqrt{T}} \left\{ \left[\theta_{2l-1} \cos \varphi\left(\frac{l}{T}\right) - \theta_{2l} \sin \varphi\left(\frac{l}{T}\right) \right] \sin \frac{2\pi}{T} lt + \left[\theta_{2l-1} \sin \varphi\left(\frac{l}{T}\right) + \theta_{2l} \cos \varphi\left(\frac{l}{T}\right) \right] \cos \frac{2\pi}{T} lt \right\}. \quad (\Gamma.2)$$

На основании формул (2.74) и (2.75) будем иметь:

$$\theta_{2l-1} \cos \varphi\left(\frac{l}{T}\right) - \theta_{2l} \sin \varphi\left(\frac{l}{T}\right) = \sqrt{\cos^2 \varphi\left(\frac{l}{T}\right) + \sin^2 \varphi\left(\frac{l}{T}\right)} \theta_{2l-1}^* = \theta_{2l-1}^*$$

и

$$\theta_{2l-1} \sin \varphi\left(\frac{l}{T}\right) + \theta_{2l} \cos \varphi\left(\frac{l}{T}\right) = \sqrt{\sin^2 \varphi\left(\frac{l}{T}\right) + \cos^2 \varphi\left(\frac{l}{T}\right)} \theta_{2l}^* = \theta_{2l}^*,$$

где θ_{2l-1}^* и θ_{2l}^* — нормальные случайные величины, независимые друг от друга, поскольку условие (2.76) тут удовлетворяется.

Действительно,

$$\cos \varphi\left(\frac{l}{T}\right) \sin \varphi\left(\frac{l}{T}\right) - \sin \varphi\left(\frac{l}{T}\right) \cos \varphi\left(\frac{l}{T}\right) = 0.$$

На основании сказанного получим:

$$W^*(t) = \sum_{l=1}^{\nu} \frac{\sigma^* \left(\frac{l}{T}\right)}{\sqrt{T}} \left(\theta_{2l-1}^* \sin \frac{2\pi}{T} lt + \theta_{2l}^* \cos \frac{2\pi}{T} lt \right), \quad (\Gamma.3)$$

где

$$\sigma^* \left(\frac{l}{T}\right) = \sigma k\left(\frac{l}{T}\right). \quad (\Gamma.4)$$

Как видно из этого выражения, на статистические свойства колебания (Г.3) фазовая характеристика системы $\varphi\left(\frac{l}{T}\right)$ не влияет.

Колебание $W^*(t)$ будем называть нормально флуктуационным колебанием с переменной интенсивностью

$$\sigma^* \left(\frac{l}{T}\right) = \sigma(f).$$

Колебание $W_{\mu, \nu}(t)$, действующее на вход системы, состоит из коротких импульсов. Каждый из этих импульсов будет вызывать на выходе системы свой импульс, форма которого будет определяться комплексным коэффициентом передачи $k\left(\frac{l}{T}\right)e^{j\varphi\left(\frac{l}{T}\right)}$. Таким образом, можно считать, что колебание $W^*(t)$ образуется наложением большого числа хаотически расположенных по времени подобных импульсов.

Интенсивность колебания на выходе системы можно и прямо найти по спектральным функциям импульсов на выходе.

Действительно, модуль спектральной функции⁴⁾ k -того импульса на выходе будет:

$$\left|g_k\left(2\pi\frac{l}{T}\right)\right| = q_k k\left(\frac{l}{T}\right), \quad (\text{Г.5})$$

где q_k определяется формулой (2.32) и является модулем спектральной функции k -того импульса на входе, поскольку они там бесконечно короткие¹. Поэтому, учитывая (2.39) и (0.4), получим:

$$\sigma^{*2}\left(\frac{l}{T}\right) = \sigma^2 k^2\left(\frac{l}{T}\right) = \frac{2 \sum_{k=1}^n q_k^2 k^2\left(\frac{l}{T}\right)}{T} = \frac{2}{T} \sum_{k=1}^n \left|g_k\left(2\pi\frac{l}{T}\right)\right|^2.$$

Таким образом, сумма большого числа случайно расположенных по времени импульсов, имеющих модули спектральных функций (Г.5), будет нормально флюктуационным колебанием (Г.3) с интенсивностью

$$\sigma^*(f) = \sqrt{\frac{2}{T} \sum_{k=1}^n |g_k(2\pi f)|^2}, \quad (\text{Г.6})$$

где сумма берется по всем импульсам на интервале $-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2}$.

Сумма независимых нормально флюктуационных колебаний с переменными интенсивностями

$$W^{*'}(t) + W^{*''}(t) + W^{*'''}(t) + \dots, \quad (\text{Г.7})$$

как нетрудно доказать, проведя рассуждения, аналогичные предыдущему, также будет нормально флюктуационным колебанием с интенсивностью, равной $\sigma^*(f)$, для которой

$$\sigma^{*2}(f) = \sigma'^2(f) + \sigma''^2(f) + \sigma'''^2(f) + \dots, \quad (\text{Г.8})$$

⁴⁾ См., например, В. А. Котельников и А. М. Николаев, Основы радиотехники, ч. I, Связьтехиздат, 1950, § 8.5.

где $\sigma'(f), \sigma''(f), \sigma'''(f)$ — интенсивности колебаний $W^{*'}(t), W^{*''}(t), W^{*'''}(t), \dots$

Таким образом, колебание, состоящее из хаотически расположенных импульсов различной формы, также является нормально флюктуационным.

Найдем еще эффективное значение нормально флюктуационного колебания с переменной интенсивностью (Г.3).

В соответствии с теорией рядов Фурье квадрат эффективного значения будет равен:

$$\overline{W^{*2}(t)} = \sum_{l=1}^{\nu} \frac{\sigma^{*2}(f_l)}{2T} (\theta_{2l-1}^{*2} + \theta_{2l}^{*2}),$$

где $f_l = \frac{l}{T}$.

Усредняя это значение для ряда опытов, получим:

$$E\overline{W^{*2}(t)} = \sum_{l=1}^{\nu} \sigma^{*2}(f_l)(f_{l+1} - f_l),$$

поскольку $E\theta_{2l-1}^{*2} = E\theta_{2l}^{*2} = 1$ и $f_{l+1} - f_l = \frac{1}{T}$.

При увеличении T разности $f_{l+1} - f_l$ будут стремиться к нулю и

$$\overline{EW^{*2}(t)} \xrightarrow[\substack{\nu \rightarrow \infty \\ T \rightarrow 0}]{\infty} \int_0^{\infty} \sigma^{*2}(f) df,$$

откуда среднее эффективное значение колебания (Г.3) при достаточно больших T будет:

$$\sqrt{\overline{EW^{*2}(t)}} = \sqrt{\int_0^{\infty} \sigma^{*2}(f) df}. \quad (\text{Г.9})$$

Если $\sigma^*(f)$, начиная с f_m , будет равно 0, то верхний предел будет f_m .

56 лет спустя

В. А. Котельников о «Теории потенциальной помехоустойчивости»

С «Теорией потенциальной помехоустойчивости» вышло таким образом. Избавление от помех это, конечно, коренной вопрос связи — передачи сигналов различными функциями. И до этого его решали таким образом: из различных контуров, линейных или нелинейных, составляли схемы. С линейными контурами, конечно, проще, чем с нелинейными, которые вообще представить очень трудно... А потом смотрели, при какой схеме на выходе получается наименьшее искажение передаваемого сигнала. Появлялись какие-то изобретения. Их математически анализировали — определяли, какой они дают эффект. Потом еще кто-нибудь что-то предлагал...

Мне захотелось посмотреть: есть ли тут какой-то предел, к которому надо стремиться. Если есть, то найти его. Если мы далеко от этого предела, то продолжать как-то совершенствовать систему. Если мы подошли к этому пределу, то, собственно, нечего дальше ломать голову, потому что реализуется уже все, что возможно.

В литературе везде рассматривались конкретные схемы. А я решил сделать по-другому. А именно. Я не буду рассматривать, какие там ставить конденсаторы, схемы и прочее, прочее, прочее..., а рассмотрю все математически. Вот задан сигнал в виде некой математической функции. Помеха задана в виде случайной функции и известны только ее вероятностные параметры, а сама она неизвестна. На заданный сигнал накладывается помеха, статистические параметры которой известны, и затем надо решить математическую задачу — как надо «обработать» эту сумму, чтобы с наибольшей вероятностью сказать, какой был сигнал. То есть найти способ математической обработки, не вникая в то, как будет происходить процесс реально.

Ну, тут встал вопрос о помехе. Надо, значит, задать случайную функцию. Но, когда я попробовал взять белый шум, то оказалось, что математически с ним работать очень удобно. Поэтому я решил им и ограничиться — не рассматривать всякие разнообразные помехи, например, атмосферные или еще какие-то... К тому же в коротковолновых диапазонах он превалирует. Я начал работать, и все получилось.

А вторая задача следующая. Если у вас уже имеется математический способ обработки суммы заданного сигнала и шума, при котором на выходе получается наименьшее искажение, то подобрать соответствующую систему из ламп, проволочек, конденсаторов и прочих вещей так, чтобы она эту математическую задачу выполнила.

Ну, вот вкратце задача, которую я, должно быть, решил впервые.

Это была моя докторская диссертация, которую я назвал «Теория потенциальной помехоустойчивости».

Потом меня, правда, спрашивали, почему, мол, я не рассматривал замирения. Из-за этого, вроде, у моей теории «не было запроса у “практики”». В практике всегда был запрос, как сделать систему. Замирения — замирениями, а помехи — помехами. Хоть бы от них избавиться. Теория всегда рассматривается в каком-то приближении. Тут исследовалось одно явление, и никто не претендовал на то, чтобы учитывать все на свете. Так можно и стоимость, и надежность и мало ли что учитывать. Надо же что-то и для других оставить.

Записано со слов В. А. Котельникова в 2002 году Н. В. Котельниковой.

Приложение

РОССИЙСКИЕ МАТЕМАТИКИ О РАБОТЕ В. А. КОТЕЛЬНИКОВА «О ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ «ЭФИРА» И ПРОВОЛОКИ В ЭЛЕКТРОСВЯЗИ»

Академик А. Н. Колмогоров

С 1955 года интересы академика А. Н. Колмогорова обратились к теории информации, и его внимание привлекла работа В. А. Котельникова 1933 года «О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи». Позже, начиная с 1956 года, в своих докладах и публикациях Андрей Николаевич неоднократно упоминал эту работу и давал оценку значения и места в теории информации высказанных там идей В. А. Котельникова. Ниже приводятся некоторые выдержки из сборника трудов академика А. Н. Колмогорова «Теория информации и теория алгоритмов»:

«При необычайном богатстве идей, данных в работах самого Шеннона, изложение в них обычно крайне туманно. Лишь позднее в ряде работ чистых математиков для случая стационарно работающих каналов, передающих дискретные сигналы, «теоремы Шеннона» были доказаны безукоризненно и в достаточно общих предположениях. ...»

Далее А. Н. Колмогоров отмечает, что развитие теории информации исследователями более прикладного направления значительно опережает фундаментальные математические исследования.

«Существенные элементы теории информации для непрерывного случая, казалось бы, более трудного, возникли до Шеннона».

«... ближе к работам Шеннона стоят результаты В. А. Котельникова [1], полученные еще в 1933 г. Здесь была сформулирована фундаментальная идея спектральной теории передачи информации при помощи непрерывных сигналов, о которых я говорю подробнее в главе II.

... идея эквивалентности двойной ширины полосы частот числу измерений, приходящихся, в некотором смысле слова, на единицу времени, была, по-видимому, впервые высказана В. А. Котельниковым [1]. В обоснование этой идеи Котельников указывал на то обстоятельство, что функция, спектр которой помещается в полосу ширины $2W$, одно-

значно определяется значениями функции в точках

$$\dots, -\frac{2}{2W}, -\frac{1}{2W}, 0, \frac{1}{2W}, \frac{2}{2W}, \dots, \frac{k}{2W}, \dots$$

Эта же аргументация сохранена и у Шеннона, использующего полученные таким образом представления ...

В теории связи большую роль играет то обстоятельство, что сигналы с ограниченным спектром, помещающимся в полосе ширины 2σ , определяются по дискретной совокупности своих значений, взятых в равноотстоящих друг от друга точках.

В. А. Котельниковым в работе [1] было указано важное применение этого свойства для теории связи. Им было отмечено, что количество информации, содержащееся в задании на отрезке длины T функции со спектром, ограниченным полосой частот ширины 2σ , при больших T эквивалентно количеству информации в задании $2\sigma T/\pi$ действительных чисел. В литературе это утверждение часто именуется теоремой Котельникова. Эту же идею в несколько иной форме высказал также и К. Шеннон». (В 1948 году)¹⁾. [2]

Академик А. Г. Витушкин

В своем очерке «Полвека как один день», опубликованном в 2000 году в сборнике «Математические события XX века», рассматривая проблему цифровой системы записи звука, А. Г. Витушкин остановился на работе В. А. Котельникова «О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи». При этом он отметил следующее.

«В 1933 году намечали созвать Всесоюзный съезд по вопросам реконструкции связи и развития слаботочной промышленности. Владимир Александрович Котельников подготовил доклад «О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи». Съезд не состоялся, но труды были опубликованы.

Основной тезис доклада Котельникова состоял в том, что *количество информации, получаемой по каналу связи, пропорционально ширине полосы пропускаемых частот*. Более строгая формулировка этого утверждения называется теперь в учебниках теоремой Котельникова: целая функция типа σ , суммируемая с квадратом на вещественной оси, представима в виде

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(t_k)q_k(t), \quad \text{где } t_k = \frac{k\pi}{\sigma} \text{ и } q_k(t) = \frac{\sin(\sigma(t-t_k))}{\sigma(t-t_k)}.$$

Действительно, из формулы видно, что «количество информации», т. е. количество независимых чисел, которое дает сигнал со спектром σ за единицу времени, равно $\frac{\sigma}{\pi}$.

¹⁾ Примечание Н. В. Котельниковой

Такие формулы были известны до Котельникова. Его находка — удачный выбор класса функций и понимание возможности приложений. Впервые содержательно обсуждался информационный аспект проблем связи. Его идея стала основой современной теории информации. Результаты Котельникова отмечены многими наградами, среди которых медаль Ломоносова (АН СССР, 1981 г.) и медаль Белла (США, 2000 г.). Доклад Котельникова затрагивал вечную проблему радиосвязи. Если канал связи имеет узкую полосу пропускаемых частот, то принимаемый сигнал неразборчив из-за отсутствия высоких частот. Если используется широкая полоса, то возрастает шум от разного рода помех. Кроме того, всегда была проблема экономии места в эфире. Были попытки обойти эти трудности за счет какого-либо преобразования передаваемого сигнала. Котельников сумел объяснить, что эти попытки не имеют перспективы, остановив тем самым бесполезную деятельность изобретателей информационного «вечного двигателя».

Тезис Котельникова можно уточнить, используя оценки энтропии соответствующего класса функций. А. Н. Колмогоров и В. М. Тихомиров показали (1959 г.), что ε -энтропия (в равномерной метрике) компакта функций, получаемых ограничением на отрезок $[-T, T]$ целых функций типа σ , вещественных и ограниченных по модулю единицей на вещественной оси, асимптотически равна (при малых значениях ε и больших значениях T) величине $\frac{2T\sigma}{\pi} \ln_2 \frac{1}{\varepsilon}$. Получается так, что если всякая функция указанного класса, передаваемая по данному каналу связи, может быть восстановлена на выходе канала с точностью ε , то количество информации, т. е. число двоичных знаков, которое может быть передано по этому каналу связи за единицу времени, асимптотически равно $\frac{\sigma}{\pi} \ln_2 \frac{1}{\varepsilon}$.

Формулу Котельникова в полной мере оценили в конце 70-х, когда появилась возможность заменить аналоговую систему записи сигналов цифровой. В частности, в звукозаписи стоимость нужной для этого цифровой аппаратуры стала приемлемой, а качество воспроизведения, получаемое с компакт-дисков, оказалось почти идеальным. [3]

Литература

1. В. А. Котельников. «О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи», в сб. *Всесоюзный энергетический комитет. Материалы к I Всесоюзному съезду по вопросам технической реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности. По радиосекции* (М: Управление связи РККА, 1933) с. 1–19). См. настоящий сборник с. 90–109.
2. А. Н. Колмогоров. Теория информации и теория алгоритмов. *Сб. трудов*, Стр. 29, 39, 53, 181–182. Москва, Наука, 1987.
3. А. Г. Витушкин. Полвека как один день. *Сборник «Математические события XX века»*, Издательство Фазис, Московское Математическое общество, 2000 г., с. 10–11.

ПРОИСХОЖДЕНИЕ ТЕОРЕМЫ О ВЫБОРКАХ

Ханс Диетер Люке

Технологический Университет, г. Аахен, Германия

Пятьдесят лет назад публикации Клода Е. Шеннона вынесли теорему о выборках на широкое внимание инженеров-связистов. Мы покажем, как практики, теоретики и математики открыли почти независимо друг от друга теорему о выборках и поняли ее значение.

В 1948 и в 1949 гг. Клод Е. Шеннон опубликовал две революционные статьи, в которых он заложил основы теорию информации [1, 2]. В статье [1] теорема о выборках сформулирована как «Теорема 13»:

Пусть функция $f(t)$ не содержит частотных составляющих, превышающих частоту W . Тогда

$$f(t) = \sum X_n \frac{\sin \pi(2Wt - n)}{\pi(2Wt - n)},$$

где

$$X_n = f\left(\frac{n}{2W}\right).$$

Только после момента публикации этих статей теорема, известная как «теорема о выборках Шеннона», стала общей собственностью инженеров связи, хотя сам Шеннон пишет в [2], что:

Это — факт, который является общепризнанной истиной в искусстве связи.

Несколькими строчками позже он, однако, добавляет:

... но, несмотря на его очевидную важность, [он], кажется, не появляется явно в литературе по теории связи.

В последующем анализе вышеупомянутое утверждение берется в качестве отправной начальной точки. Нам станет очевидно, что математики, практики и теоретики в теории связи натолкнулись на значение теоремы о выборках почти независимо друг от друга, и что связей между ними не появлялось до более поздних стадий развития этой теоремы.

Практики

В технике связи первые эксперименты в телефонии с мультиплексированием (уплотнением каналов) с разделением во времени (*TDM*)

приводили к вопросам, каким образом и как часто необходимо осуществлять выборки непрерывного во времени сигнала.

Попытка передать больше чем один сигнал одновременно по единственному проводу началась вскоре после первых коммерческих успехов в телеграфии в 40-х годах XIX века. Первые предложения о *TDM* мультиплексировании, использующие синхронно вращающиеся коммутаторы, исходили от Ф. С. Бейквэлла (1848), А. В. Ньютона (1851) и М. Б. Фармера (1853). Технически более совершенные методы были затем развиты М. Мейером (1870), Дж. М. Э. Бадо (к 1874 г.), а также П. Лакуром и П. Б. Делани (1878) [3, 4]. Для нас существенно не только то, что использовались методы, в которых полные телеграфные сигналы от различных передатчиков были размещены в хронологическом порядке (например, у Бадо), но и то, что некоторые предложенные системы были также оборудованы быстро вращающимися коммутаторами, которые были способны передать, по крайней мере, две выборки каждого элементарного сигнала (например, у Делани). Эта техника делает ненужной дополнительную синхронизацию между передатчиком и выборкой. Один из этих быстровращающихся коммутаторов — «дистрибутор» системы телеграфии Ф. Дж. Паттена (около 1891 г.) — использовался для первой демонстрации *TDM* мультиплексирования телефонных сигналов. Изобретателем системы был Уиллард М. Майнер. Он запатентовал свой метод в 1903 г. после многолетних предварительных экспериментов [5]. В [6], показаны принципиальные схемы использовавшегося «Паттеновского дистрибутора». Майнер определил экспериментально требуемую скорость осуществления выборки [6].

Аппарат, изобретенный Майнером, был в то время в своей основе подобен прежде используемому для тех же целей в мультиплексной телеграфии или телефонии, но новый аппарат управляется при намного большей скорости, что позволяет перенести частоту прерывания связи между отдельными объектами или подсистемами до скорости, приближающейся в большей или меньшей степени к скорости колебаний оборотов, характеризующих обычную речь. Скорость прерывания 1000 или 2000 колебаний в секунду не будет отвечать поставленным целям, но по мере увеличения скорости и перехода ее за 3000, улучшенные результаты стали очевидными, и еще более улучшились, когда скорость достигла 3500 или 3600 колебаний в секунду; лучшие результаты получаются при скорости приблизительно 4300 колебаний в секунду.

Майнер, таким образом, предполагал, что скорость осуществления выборки совпадет приблизительно с верхними частотными компонентами речевого сигнала. В действительности, этот телефонный аппарат должен был иметь частоту отсечки, лишь немного большую, чем 2 кГц, что отвечает требованиям теоремы о выборках.

Поскольку теоретическое разъяснение процесса осуществления выборок не было завершено, заявления относительно скорости осуществления выборок в публикациях, так же как и в патентных описаниях для *TDM* мультиплексированных сигналов речи, остались достаточно

расплывчатыми и неопределенными вплоть до 1930-х гг. Например, Л. Фон Крамолин в 1923 г. пишет в патенте на TDM-систему:

... поэтому возможно работать со скоростью переключения, которая находится вне пределов слышимости, посредством чего шум переключения в индивидуальных телефонах не прослушивается и возможно осуществить бесшумную связь.

В 1930-х гг. были разработаны несколько TDM систем для телефонии. Однако, как отмечает Каттермоул в [7]:

Ситуация около 1936 г. характеризовалась тем, что осуществление выборок и TDM телефония развивались эмпирически и теория была рудиментарная...

Некоторые авторы, такие как М. Марро в 1938 г., кажется, дают рекомендации по выбору слишком низких скоростей осуществления выборок для передачи речи. Марро использует широкие импульсы осуществления выборок для дуплексной TDM системы связи. Здесь должен быть принят во внимание эффект того, что, если импульс осуществления выборок расширен, можно уменьшить скорость осуществления выборок и достигнуть тем самым той же самой разборчивости слова. Эта зависимость была количественно исследована Дж. А. Миллером и Дж. С. Р. Ликлайдером; их результаты показаны в [8]. Согласно этим результатам, разборчивость слова с понижением скорости выборок только монотонно уменьшается для очень коротких импульсов выборок (вплоть до относительной ширины, равной приблизительно 6 % от периода выборок). Для импульсов выборок с большей относительной шириной, наоборот, разборчивость снова увеличивается в диапазоне скоростей выборок от 10 до 100 гц.

Теоретики

Инженеры связи, занимающиеся теорией, не начинали работать над проблемой осуществления выборок удивительно долго. Х. Найквист и К. Купфюллер в 1924 г. доказали, что число телеграфных сигналов, которые могут быть переданы по линии связи, пропорционально произведению времени передачи на ширину полосы частот. Р. В. Л. Хартли в 1928 г. обобщил этот результат на случай многоуровневой передачи. В этом же году Найквист получил свою известную теорему по неискажающей передаче телеграфных (цифровых) сигналов. Но неискажающая передача при определенной по Найквисту скорости и безошибочная интерполяция импульсов выборок аналогового сигнала — различные проблемы, даже при том, что в них есть некоторые математические подобия. Поэтому эти работы не могут быть расценены как предварительные источники для теоремы о выборках, особенно в течение 1920-х и 1930-х годов.

Первым ученым, точно сформулировавшим теорему о выборках и приложившим ее к проблемам теории и техники связи, является, вероятно, В. А. Котельников. В его работе «О пропускной способности

«эфира» и проволоки в электросвязи», опубликованной в 1933 году, он доказывает теоремы о выборках для низкочастотных сигналов, а также для полосовых сигналов [9]. Он использует эти теоремы в ходе научных работ, чтобы показать, что полоса частот аналогового сигнала не может быть уменьшена методами модуляции. Для низкочастотных сигналов теорема о выборках сформулирована в [9] следующим образом:

Теорема 1

Любая функция $F(t)$, которая состоит из частотных составляющих от 0 до f_l периодов в секунду, может быть представлена следующим рядом:

$$F(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} D_k \frac{\sin \omega_l \left(t - \frac{k}{2f_l} \right)}{t - \frac{k}{2f_l}}, \quad (1)$$

где k — целое число, $\omega_l = 2\pi f_l$, D_k — константа, которая зависит от $F(t)$.

Наоборот, любая функция $F(t)$, которая представлена рядом из уравнения (1), состоит только из частотных составляющих с частотами от 0 до f_l периодов в секунду.

Теорема 2

Любая функция $F(t)$, которая состоит из частотных составляющих с частотами от 0 до f_l , может быть передана непрерывно с любым желаемым уровнем точности, используя только составляющие с номерами до $1/(2f_l)s$. Из измерения значений $F(t)$ для $t = n/(2f_l)$ (n — целое число), мы действительно получаем

$$F\left(\frac{n}{2f_l}\right) = D_n \omega_l, \quad (2)$$

потому что все члены ряда в уравнении (1) для этого значения t стремятся к нулю, за исключением члена с $k = n$, равного $D_n \omega_l$, который может легко быть определен после вычисления в неопределенной точке. Таким образом, мы можем определить следующий коэффициент D_k , соответствующий процессу после каждого значения $(1/2f_l)s$. Если мы передаем эти значения D_k один за другим, после каждого $(1/2f_l)s$, мы можем восстановить функцию $F(t)$, соответствующую уравнению (1) с любой степенью точности.

Поскольку эта замечательная работа в то время не была опубликована в интернационально доступной форме, публикации по теоретически точной формулировке теоремы о выборках в литературе по технике связи возникли независимо друг от друга. Так, Х. Раабе вывел теорему о выборках в его диссертации, изданной в 1939 г. [10]. Эта публикация особенно соответствует практическому применению теоремы о выборках, поскольку именно здесь влияние импульсы выборки конечной

продолжительности принято во внимание в форме «естественного осуществления выборок». Раабе так суммирует свои результаты:

«Для демонстрируемых условий передачи частота осуществления выборок определяется диапазоном частот сигнала. Если они сохраняются ниже половины частоты осуществления выборок, все шумовые частоты остаются над этим пределом и могут легко удалиться из приемника фильтром нижних частот. Передача сигнала может, таким образом, быть полностью неискаженной, если частота осуществления выборок вдвое больше самой высокой частоты сигнала. Верхнее ограничение частот сигнала является поэтому жизненным условием неискаженной передачи при мультимплексной передаче с разделением времени.»

Эта работа также содержит специальную теорему о выборках для сигналов с фиксированной полосой пропускания. Работа Раабе цитируется в соответствующей публикации У.К. Беннетта 1941 г. [11], а работа Беннетта, в свою очередь, цитируется Шэнноном в [2] как один из источников теоремы о выборках.

Наконец, должно быть упомянуто, что теорема о выборках также описана в 1949 г. в японской книге *Hakei Denso (Передача сигнала)* японским ученым И. Сомейа. Следовательно, термин «Теорема Сомейа» также может быть найден в некоторой японской литературе для обозначения теоремы о выборках.

Математики

Для математиков теорема о выборках — специальная теорема из области теории аппроксимации. Теория аппроксимации определяет, например, какие функции могут быть представлены линейной суммой данных базовых функций типа алгебраических или тригонометрических полиномов и с какой ошибкой аппроксимации. Один возможный подход состоит в том, чтобы определить эти линейные суммы так, чтобы они в определенных точках принимали бы те же самые значения, что и функция, которая должна быть аппроксимирована.

В этом смысле теорема о выборках дает возможность установить, как эта задача интерполяции может быть решена, особенно для функций, ограниченных в частотной области, со стремящейся к нулю ошибкой аппроксимации.

Первый подход в этом направлении был описан еще в 1765 г. Ж.Л. Лагранжем. Лагранж определяет линейную сумму гармонических синусоидальных функций таким способом, что это совпадает с функцией, которая должна быть аппроксимирована, в n эквидистантных точках. Обобщая этот подход, можно сказать, что знание $2n + 1$ эквидистантных значений функции на периоде достаточно, чтобы представить периодическую функцию, которая может быть описана тригонометрическим рядом с n синусными и косинусными членами, а также с одной константой. Эта известная теорема может рассматриваться

как теорема о выборках для периодической функции с ограниченной частотной полосой.

Первое предложение об интерполяции эквидистантных значений функции, использующей функции вида $\sin x/x$, было опубликовано в 1908 г. С.-Дж. Ла Валле Пуассаном в *Bulletin Academic Royale de Belgique*. Однако особая важность этой интерполяции для функций с ограниченной полосой еще не исследуется и не отмечается в этой работе.

Статья Э.Т. Уиттекера «On the functions which are represented by the expansions of the interpolation theory» («О функциях, которые представляются рядами в теории интерполяции») 1915 г. должна поэтому быть расценена как самая первая работа, относящаяся к теореме о выборках для всех ограниченных по полосе функций [12]. Уиттекер рассматривает проблему достижения самой гладкой возможной интерполяции с сингулярностями, но без «быстрых колебаний» для данных табличных значений функции $f(x)$. Чтобы выполнить последнее условие, он показывает, что при некотором условии возможно интерполировать данные значения выборок в интервалах w так, что Фурье-преобразование этой интерполяционной функции не содержит никаких членов с периодами, меньшими чем $2w$. Эта интерполяция, названная Уиттекером «кардинальная функция» $C(x)$, имеет форму

$$C(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(a+rw) \sin \frac{\pi}{w}(x-a-rw)}{\frac{\pi}{w}(x-a-rw)}$$

(a — произвольный фактор сдвига).

Мы определили это первоначально как ту уникальную функцию котабличного набора, который не имеет никаких особенностей в конечной части плоскости и никаких компонентов, чей период меньше, чем увеличенный вдвое табличный интервал w .

Здесь термин «котабличный набор» относится к набору всех возможных функций с теми же самыми табличными значениями или значениями выборок, посредством чего «табличные интервалы» соответствуют тогда интервалам выборок.

Кроме того, Уиттекер демонстрирует, что кардинальная функция является *единственной* интерполяционной функцией с этими характеристиками. Это также неявно постулирует, что каждая функция, чье преобразование Фурье ограничено частотами меньше $1/2w$, может быть описана выборками значений в интервалах w и может быть уникально интерполирована снова в форме кардинальной функции.

Е. Л. Феррар указал в 1925 г., что осуществление выборок и интерполяция кардинальной функции непосредственно снова ведут к той же самой функции, независимо от того, как значения выборок сдвинуты во времени. Он рассматривает это важное свойство инвариантности теоремы о выборках как некую «согласованность». Последующие публикации по кардинальной функции цитируются Дж.М. Уиттекером

(не путать с Е. М. Уиттекером) [13]. Шэннон обращается к этой книге в [2].

В заключение следует упомянуть, что обширное обзорное описание развития теоремы о выборках после Шэннона было опубликовано А. Дж. Джерри в 1977 г. [14].

Заключение

Теорема о выборках для низкочастотных функций играет важную роль в технике связи как соединительное звено между непрерывными во времени и дискретными во времени сигналами. Многочисленные различные имена, которым теорема о выборках приписана в литературе — Шэннон, Найквист, Котельников, Виттакер, Сомейя — вызвали вышеупомянутое обсуждение происхождения этой теоремы. Однако эта история показывает также процесс, который является часто очевидным в теоретических проблемах, в технологии или в физике: сначала практики выдвигают правило, затем теоретики развивают общее решение, и, наконец, кто-то обнаруживает, что математики давно решили математическую проблему, которая содержит в себе всю исходную проблему, но в «роскошной изоляции».

Литература

1. Shannon C. E. A mathematician theory of communication // Bell Sys. Tech. J. 1948. Vol. 27. P. 379–423, 623–656.
2. Shannon C. E. Communication in the presence of noise // Proc. IRE. 1949. Vol. 37. P. 10–21.
3. Zetzsche K. E. Geschichte der elektrischen Telegraphie. Berlin: Springer Verlag, 1877.
4. Granfeld A. E. Die Mehrfach-Telegraphie auf einem Drahte. Vienna: A. Hartleben's Verlag, 1885.
5. Miner W. M. Multiplex Telephony. U.S. Pat. 745 734. Filed Feb. 26, 1903.
6. Miner W. M. Recent developments in multiplex-telephony // Elec. World and Eng. 1903. Vol. 42. P. 920.
7. Cattermole K. W. Principles of Pulse Code Modulation. London: Hiffe Books, 1969.
8. Miller G. A. and Licklider J. C. R. The intelligibility of interrupted speech // JASA. 1950. Vol. 22. P. 167–173.
9. Котельников В. А. О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи («On the transmission capacity of 'ether' and wire in electro-communication») // Первая Всесоюзная Конференция по вопросам связи, 14 января, 1933.
10. Raabe H. Untersuchungen an der wechselzeitigen Mehrfachübertragung (Multiplexübertragung). 1939. Vol. 16. P. 213–228.

11. Bennett W.R. Time division multiplex systems // Bell Sys. Tech. J. 1941. Vol. 20. P. 199–221.
12. Whittaker E.T. On the functions which are represented by the expansions of the interpolation-theory // Proc.Roy.Soc., Edinburgh. 1915. Vol. 35. P. 181–194.
13. Whittaker J. M. Interpolatory Function Theory. Cambridge Univ. Press. 1935.
14. Jerri A. J. The Shannon sampling theorem — its various extensions and applications: a tutorial review // Proc. IEEE. 1977. Vol. 65. P. 1565–1596.

THE SAMPLING THEOREM – AN ESSENTIAL ELEMENT OF DIGITAL COMMUNICATIONS TECHNOLOGY

Prof. Dr. Hans Dieter Luke¹⁾

Voice, music, images, television shows are all examples of naturally observable phenomena that increasingly are being digitally processed, stored and transmitted. The classic example has been the replacement of the «analog» long-playing record by the «digital» compact disc, or CD. Noise immunity and fidelity have benefited tremendously because the sound signal is no longer stored as a delicate engraving of record grooves but as a much more robust sequence of numbers. This numerical sequence is obtained by sampling the sound signal amplitude at regular and very short intervals. The sampling values obtained in this way (for CDs, some 44,000 every second) are stored in the CD as a rounded-off binary numerical sequence, otherwise known as «bits».

What the sampling theorem does is to predict that the original signal can be retrieved *without error* from the sampling values and to outline how this is done. (The number of sampling values obtained per second must be at least twice as great as the highest frequency occurring in the analog signal.)

The sampling theorem was not presented to a broader audience until 1948 by C. E. Shannon, the 1991 Eduard Rhein laureate. However, Shannon himself cited earlier publications. When these references are reviewed, one can state with certainty today that the Russian scientist Vladimir A. Kotelnikov (born 6 September 1908 in Kasan, a city on the Volga river) in 1933 was the first to formulate in a mathematically exact manner and publish the sampling theorem within the context of problems in communication technology. However, this publication in the proceedings of a Soviet conference has remained largely unknown in the West.

Vladimir A. Kotelnikov did become known among theoreticians of communications technology worldwide through his work on noise-immune signal transmission in 1947. In the 1950s and 1960s, he played a leading role in solving the communication issues of the Soviet satellite program. Subsequently he researched problems in radio and radar astronomy. Today

¹⁾ Prof. Dr. Hans Dieter Luke, RWTH Aachen University of Technology

he is considered the elder statesman of Russian communication technology.

In view of the central significance of the sampling theorem for the whole of modern communication technology, Prof. Vladimir A. Kotelnikov, Member of the Russian Academy of Sciences, is awarded the Eduard Rhein Basic Research Prize in 1999.

ОСНОВОПОЛОЖНИК ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ЗАСЕКРЕЧЕННОЙ ТЕЛЕФОННОЙ СВЯЗИ

Н. Н. Андреев, А. П. Петерсон, К. В. Прянишников, А. В. Старовойтов

Радиотехника, 1998 г., № 8, с. 8–12

Необходимость обеспечения конфиденциальности телефонных переговоров привела несколько десятилетий назад к появлению телефонных шифраторов — устройств преобразования речевых сигналов в форму, существенно затрудняющую противнику, перехватившему телефонный сигнал, восстановление смысла разговора. В СССР у истока разработок таких систем стоял Владимир Александрович Котельников.

Простейшим преобразованием, затрудняющим восстановление смысла речевого сообщения по перехваченному телефонному сигналу, является инверсия спектра его частот. Речевой сигнал, подвергнутый такому преобразованию, становится неразборчивым, а на приеме аналогичная инверсия обеспечивает восстановление исходного сигнала. Аппаратно инверсия спектра реализуется с использованием модулятора и фильтра. Недостаток такого преобразования — возможность несанкционированного восстановления исходного сигнала с применением аналогичного инвертора. Использование модулятора с переменной частотой заметно усложняет преобразование и саму аппаратуру защиты информации, но не представляет серьезных затруднений для квалифицированного специалиста. Существенное усложнение преобразований возможно за счет использования перестановок отрезков речевого сигнала во времени.

Первый телефонный шифратор, сочетающий в себе частотные преобразования речевого сигнала с перестановками его отрезков по времени, разработан под руководством В. А. Котельникова. Этот шифратор был крупным шагом вперед по сравнению с существовавшей тогда техникой засекречивания телефонных переговоров. Реализуемые им преобразования речевого сигнала были динамическими, т. е. менялись во времени по случайному закону. Для того времени вскрытие таких преобразований представляло весьма серьезные затруднения даже для квалифицированных специалистов. Для разработки телефонного шифратора с высокой степенью стойкости в 1939 г. в Центральном научно-исследовательском институте связи была организована специальная лаборатория, численность которой в 1940 г. была 30 человек. Основной состав лаборатории был укомплектован молодыми специалистами — выпускниками Московского электротехнического института

связи. Главным конструктором и идейным организатором этих работ был В. А. Котельников.

В связи с тем, что разрабатывалась принципиально новая аппаратура, сразу возникло много научных и технических проблем. В частности, необходимо было определить параметры шифрующих преобразований таким образом, чтобы, с одной стороны, обеспечить их достаточную сложность, а с другой — сохранить качество речи при передаче по телефонным каналам и каналам армейских радиостанций.

Большие трудности возникли при создании блока запись-воспроизведение, необходимого для реализации перестановок отрезков речевого сигнала во времени. Магнитная запись речи в то время находилась на начальной ступени развития, поэтому применить что-либо готовое было невозможно. После длительных экспериментов был выбран вариант записи на ободке диска, изготовленного из специальной стали.

Начало войны заставило прервать научно-исследовательскую работу и перейти к проектированию образцов аппаратуры. За период с июня по октябрь 1941 г. при очень интенсивной, иногда почти круглосуточной работе удалось сконструировать и частично изготовить отдельные блоки аппаратуры. Однако 15 октября 1941 г. после прорыва немцев под Москвой было принято решение об эвакуации лаборатории в Уфу. К сожалению, при подготовке к эвакуации была уничтожена большая часть конструкторской документации, что в дальнейшем задержало продолжение этих работ. Эвакуация проводилась в три этапа в течение октября — ноября 1941 г. В Уфе лаборатория была размещена в эвакуированном еще летом 1941 г. Ленинградском институте № 56, работавшем на полную мощность и имевшем хорошо оборудованные производственные цеха. Интенсивная работа лаборатории с помощью института № 56 в производстве позволила к осени 1942 г. разработать, изготовить и отладить два образца аппаратуры, которые были немедленно отправлены на Закавказский фронт для использования в действующей радиосвязи Москва–Тбилиси. Некоторое время это была единственная связь с Москвой ввиду разрушения проводных каналов. Она работала до тех пор, пока не была построена новая проводная линия в обход территорий, занятых в 1942 г. немцами. Одновременно с этим изготавливалась небольшая партия аппаратов, причем изготовление сложного механического узла, включающего шифратор, магнитную запись, синхронный привод, было поручено заводу № 209, расположенному в блокадном Ленинграде. Помощь в освоении узла оказывалась приехавшими на завод разработчиками аппаратуры.

В 1943–1945 гг. аппаратура использовалась в войсках связи действующей армии, а также во время принятия капитуляции Германии для связи нашей делегации с Москвой. За создание аппаратуры В. А. Котельников и группа ведущих разработчиков были удостоены Государственной премии. Эта разработка положила начало развитию целого класса отечественных систем шифрования речи, которые для

своего времени надежно защищали телефонные переговоры от утечки информации.

Усложнение преобразований за счет уменьшения длительности переставляемых отрезков речи и ширины занимаемой ими полосы частот приводит к снижению качества восстановленной на приеме речи и возможно до некоторого предела, который определяется требованиями к качеству речи, а также технологией обработки сигнала. Вместе с тем в последующих разработках отечественных шифраторов удалось добиться довольно сложных преобразований при сохранении приемлемого качества речи. До начала 70-х годов не существовало эффективных алгоритмов дешифрования сообщений, зашифрованных с помощью наиболее сложных систем такого типа, и эти системы широко применялись на различных линиях и сетях связи в СССР. Их достоинствами являются относительно низкая стоимость и способность работать по каналам связи низкого качества, в том числе по коротковолновым. Однако использование такого типа систем непригодно для надежной защиты линий связи.

Альтернативой такому шифрованию, которое условно называют *аналоговым*, является дискретное шифрование. Дело в том, что последовательность букв или цифр можно зашифровывать достаточно надежно, т. е. так, чтобы гарантировать невозможность раскрытия смысла сообщения в течение десятков лет с помощью даже самой современной вычислительной техники с учетом тенденций ее развития.

Известно, что К. Шенон в своем секретном докладе, датированном 1 сентября 1945 г., изложил подходы к построению стойких систем шифрования. Эти результаты были впоследствии рассекречены и опубликованы [2]. Однако мало кому известно, что еще в 1941 г. В. А. Котельниковым сформулированы четкие положения о том, каким требованиям должна удовлетворять математически недешифруемая система, и дано доказательство невозможности ее дешифрования. Для таких систем предполагается, что множество шифруемых сигналов конечно. Поэтому для обеспечения наивысшего уровня конфиденциальности телефонных переговоров необходимо речевой сигнал преобразовать в цифровую последовательность, зашифровать которую уже не представляет принципиальной трудности. Такое преобразование должно допускать восстановление речевого сигнала на приеме с достаточно хорошим качеством.

Следующим шагом на пути к созданию телефонных шифраторов с гарантированной стойкостью была доказанная В. А. Котельниковым «теорема отсчетов», позволившая представить сигнал с ограниченной полосой частот в виде цифровой последовательности [1]¹⁾. Такое пред-

¹⁾ Впервые теорема отсчетов опубликована была в 1933 г. в Материалах к I Всесоюзному съезду по вопросам технической реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности.

ставление сигнала фактически открыло новую эру в технологии анализа и синтеза сигналов — эру цифровой обработки сигналов.

Созданный в начале 50-х годов телефонный шифратор на основе прямого преобразования речевого сигнала в цифровую форму с помощью импульсно-кодовой модуляции обладал очень высоким качеством речи и осуществлял дискретное шифрование с гарантированной стойкостью. Однако цифровой поток, который он вырабатывал, составлял 64 Кбит/с, поэтому его применение ограничивалось кабельными каналами, способными пропустить цифровой поток такого большого объема.

В октябре 1939 г. в американском акустическом журнале была опубликована статья Х. Дадли с описанием разработанного им аппарата искусственной речи, названного им *вокодер* (*vocoder* — от английских слов «voice» — голос и «coder» — кодирующее устройство) [3, 4]. Впоследствии это название закрепилось за определенным классом систем синтетической телефонии. Вокодер Дадли воспроизводил мгновенный спектр речевого сигнала. При этом форма сигнала не сохранялась, т. е. нарушались фазовые соотношения между его частотными компонентами при сохранении амплитудных соотношений. Основное достоинство вокодера — возможность сокращенного описания речевого сигнала, что открывало перспективы для цифровой передачи речи по узкополосным каналам связи.

В. А. Котельников оценил потенциальные свойства вокодера как перспективные для разработки на его базе аппаратуры шифрования речи и немедленно организовал работы по созданию аналогичного устройства. Уже в начале 1941 г. в лаборатории работал макет вокодера, построенного в соответствии с данными, приведенными в статье Х. Дадли. Вокодер воспроизводил достаточно разборчивую речь, но весьма низкого качества, совершенно непригодного для использования в аппаратуре связи. К сожалению, с началом войны работы по совершенствованию вокодера были почти полностью прекращены и возобновились в необходимом объеме лишь в 1948 г.

Для передачи цифровых сигналов по различным каналам связи используются специальные устройства — модемы, которые на передаче преобразуют цифровой сигнал — последовательность бит — в аналоговые с переменными параметрами, а на приеме по выделенным параметрам принятых сигналов восстанавливают исходный цифровой поток. При этом основная проблема — ограничение реальной пропускной способности канала связи шириной полосы его частот и помехами в канале. Для передачи речевого сигнала с исходной полосой частот 4 кГц в соответствии с теоремой отсчетов необходима частота дискретизации 8 кГц, при передаче одного отсчета восемью двоичными импульсами объем результирующего цифрового потока составит 64 Кбит/с. Пропускная способность реальных узкополосных каналов существенно меньше 64 Кбит/с, что приводит к необходимости сокращенного описания речевого сигнала, его «сжатия» с информационной

точки зрения. Принципиальная возможность такого сжатия становится очевидной, если сопоставить речь с соответствующим буквенным текстом, для передачи которого требуется менее 50 бит/с [5] при среднем темпе произнесения (80...100 слов/мин). Эта возможность реализуется в вокодерах, хотя до 50 бит/с даже современным вокодерам еще очень далеко. Речь человека состоит из последовательности звуков, представляющих собой основные лингвистические единицы — фонемы, которые можно упрощенно трактовать как акустические эквиваленты букв текста. Длительность фонем колеблется в пределах 10...300 мс. Экспериментально установлено, что речевой сигнал можно охарактеризовать совокупностью переменных параметров, значения которых можно передавать один раз в течение 10...30 мс. Речевой сигнал представляет собой сложный случайный процесс, модель которого можно описать с помощью линейной системы с переменными параметрами [6], имеющей на входе сигнал возбуждения. В качестве модели возбуждения для глухих фрикативных звуков (ф, с, ш и т. п.) используется широкополосный шум, а для вокализованных звуков (а, о, у и т. п.) — квазипериодическая последовательность сигналов с широким спектром, в простейшем случае — одиночных узких импульсов; временной интервал между этими сигналами — квазипериод — называют *периодом основного тона*. Спектр сигнала возбуждения в случае фрикативных звуков равномерен, а в случае вокализованных линейчатый с расстоянием между гармониками, обратным периоду основного тона. Для фрикативных вокализованных звуков (типа ж, з, в) возбуждение смешанное. Модель речевого тракта, являющаяся линейным фильтром с переменными параметрами, описывается огибающей спектра выходного сигнала. Таким образом, результирующий спектр $S(\omega)$ выходного сигнала $s(t)$ является произведением спектров возбуждения $U(\omega)$ и речевого тракта $A(\omega)$

$$S(\omega) = U(\omega)A(\omega).$$

При обработке речевой сигнал разбивают на интервалы анализа — кадры, на каждом из которых вычисляют параметры сигнала возбуждения и речевого тракта. Различные способы описания огибающей спектра порождают варианты вокодеров. Простейший способ — описание с помощью ступенчатой функции — используется в полосном вокодере, который был разработан еще Х. Дадли, и его варианты используются до сих пор. Формантный вокодер описывает спектральные области концентрации энергии — форманты, положение и форма которых фактически определяют фонемы.

Необходимо отметить, что определенные сложности представляет квантование параметров — преобразование последовательности значений параметров речевого сигнала в двоичную последовательность, которая передается с помощью модема по каналу связи. Это преобразование должно учитывать, что искажение значений различных параметров по-разному влияет на качество восстановленного на приеме речево-

го сигнала. В частности, для каждого параметра существует некая оптимальная точность и надежность представления, которая, с одной стороны, не вызывает излишних искажений из-за ошибок квантования и помех в канале, с другой — не требует излишнего расхода бит на передачу значения параметра.

Для принятой стандартной ширины полосы канала около 3 кГц и существующих в реальных каналах искажений и помех скорость передачи модемов составляла 2400 или 4800 бит/с. Для этих скоростей в СССР были разработаны телефонные шифраторы, основанные на вокодерных принципах.

Первая попытка создания в 1941 г. (СССР) макета полосного вокодера Дадли закончилась не совсем удачно из-за низкого качества восстановленной на приеме речи. Причина главным образом заключалась в том, что отсутствовали надежные методы выделения основного тона. Искажения основного тона были неприятными на слух. Научные изыскания привели к созданию так называемых «полувокодеров», которые и нашли первое практическое применение в отечественной шифровальной технике, появившейся в 1950 г. и работавшей на скорости 4500 бит/с. Затем на тех же принципах в 1955 г. была создана аппаратура с улучшенными массогабаритными показателями, за счет использования более современной технологии, на скорость 4800 бит/с. Для повышения качества восстановленной речи в этой аппаратуре низкочастотная часть речевого сигнала передается в непреобразованном виде. Однако даже на скорости 4800 бит/с качество речи остается довольно низким, голос обладает характерными «синтетическими» призвуками. Несмотря на использование передовых для того времени технологий, аппаратура весила сотни килограммов и занимала значительный объем.

Низкое качество отечественных каналов связи привело к необходимости дальнейшего снижения скорости передачи речи. Появление более надежных методов выделения основного тона речевого сигнала позволило использовать принцип полосного вокодера, что дало возможность сократить скорости передачи до 2400 и 1200 бит/с к концу 60-х годов. Однако и качество речи, и массо-габаритные показатели оставляли желать лучшего.

Развитие технологии сжатия речевого сигнала, сдерживаемое до начала 80-х годов отсутствием технических возможностей реализации сколько-нибудь сложных алгоритмов в реальном времени, получило мощный импульс в результате появления специализированных цифровых процессоров обработки сигналов, способных за один такт работы производить операции типа свертки векторов большой размерности, что стимулировало развитие подходов к анализу и синтезу речевых сигналов, использующих такие операции. Наиболее плодотворным оказался подход, использующий модель речевого сигнала на основе ли-

нейной авторегрессии:

$$s(t) = \sum_{r=1}^n a(r)s(t-r) + u(t),$$

где $a(r)$ — коэффициенты линейной авторегрессии; n — порядок модели, который варьируется обычно в пределах от 8 до 12; $u(t)$ — обновляющийся процесс (роль которого играет сигнал возбуждения).

При этом огибающая спектра речевого сигнала представляется коэффициентами $a(r)$, которые определяются на каждом кадре — интервале анализа из условия минимизации средней квадратической ошибки предсказания. Такие вокодеры получили название липредеров (от английских слов linear prediction — линейное предсказание). Эта модель речевого тракта фактически представляется резонансной системой, и области резонанса соответствуют формантам.

Уже давно обнаружено, что сохранение формы речевого сигнала не является обязательным условием для передачи речи, и в низкоскоростных системах это обстоятельство используется. Однако наилучшее качество синтезированной речи все-таки достигается при сохранении формы речевого сигнала. Устройства и алгоритмы анализа-синтеза речевых сигналов, основанные на этом принципе, называют «кодерами речевой волны». В таких алгоритмах наряду с передачей информации об огибающей спектра кодируется информация о сигналах возбуждения $u(t)$. Такого типа алгоритмы являются наиболее совершенными для анализа-синтеза речи, поэтому используются в современных речевых шифраторах. На скорости передачи 9600 бит/с можно достичь качества речи, практически не уступающего исходному, на скорости 4800 бит/с — сохранить его весьма высоким.

Можно констатировать, что развитие технологии шифрования речи и других видов информации в нашей стране и за рубежом в течение всего периода шло практически параллельно, паритет в области шифрования информации с экономически развитыми странами сохраняется до настоящего время.

Федеральное агентство правительственной связи и информации при президенте Российской Федерации активно использует новейшие исследования при внедрении современных информационных технологий. Так, завершена разработка и создаются сети специальной связи на базе телефонной шифровальной аппаратуры нового поколения, обеспечивающей высококачественную передачу речи и надежную защиту информации даже в экстремальных условиях. Аппаратура реализует самые современные методы цифровой обработки речевого сигнала при гарантированной защите информации, ее целостности и подлинности с возможностью аутентификации абонентов, устанавливающих связь.

На этапе разработки этой аппаратуры В. А. Котельников принимает непосредственное участие в развертывании программы работ по ее созданию. Будучи в курсе самых передовых достижений техниче-

ской мысли, он дает практические рекомендации по использованию новейших технологий в разрабатываемой отечественной специальной технике.

Технические параметры речепреобразующих устройств и модемов в современной телефонной шифровальной аппаратуре, ее высокие потребительские качества позволяют устанавливать надежную высококачественную телефонную связь даже для каналов связи общего пользования. При этом процесс эксплуатации аппаратуры предельно упрощен. Развернутые в настоящее время широкомасштабные работы по внедрению современной телефонной аппаратуры нового поколения уже показали возросшую эффективность функционирования сетей правительственной связи, существенный рост услуг, предоставляемых потребителям.

Вместе с тем остается сложная научно-техническая проблема совершенствования телефонных шифраторов, дальнейшего повышения их тактико-технических характеристик, помехоустойчивости и функциональной устойчивости по отношению к используемым каналам связи. Ее решение потребует проведения объемных научных изысканий, анализа современных методов цифровой обработки сигнала, применения высокопроизводительной вычислительной элементной базы, внедрения научных достижений в различных дисциплинах, включая математику, лингвистику, электронику и др.

Ближайшие перспективы развития телефонных шифраторов обусловлены необходимостью их совершенствования без изменения принципов функционирования, а также увеличения парка этих шифраторов в связи с предстоящим расширением круга их пользователей, включая коммерческие организации. Необходимость работы по коротковолновым каналам требует создания аппаратуры, обеспечивающей высокое качество речи при низких скоростях передачи информации (1200 бит/с). Потребуется достичь постепенной унификации элементов телефонной аппаратуры для их взаимоувязывания в сетях специальной связи без потери качества предоставляемых услуг. Переход на новейшие цифровые процессоры обработки сигналов и на новый технологический уровень предприятий средств связи приведет к снижению массогабаритных характеристик аппаратуры и ее энергопотребления.

Отдаленные перспективы связаны с кардинальным снижением скоростей передачи систем синтетической телефонии при сохранении высокого качества синтезированной речи на основе других принципов анализа-синтеза. Повышение эффективности распознавания звуков слитной речи, оценки индивидуальных и эмоциональных характеристик голоса, а также совершенствование элементной базы в дальнейшем должны привести к созданию фонетических вокодеров, способных работать на скоростях 300...400 бит/с. Потребности в таких вокодерах обусловлены возрастающими объемами речевой информации, которую необходимо хранить и передавать по различным каналам связи. Такие вокодеры найдут применение в различных цифровых системах передачи

и хранения речевой информации, в том числе и не использующих шифрования.

История развития телефонной засекреченной связи в России, начало которой положено В. А. Котельниковым, не стоит на месте. На заложенных им теоретических основах базируется современная технология обработки сигналов, что позволяет успешно продвигаться вперед по пути технического прогресса.

Литература

1. *Котельников В. А.* Теория потенциальной помехоустойчивости. — М.: Госэнергоиздат, 1956.
2. *Шенон К.* Работы по теории информации и кибернетике: Пер. с англ. — М.: ИЛ, 1963.
3. *Dudley H. J.* Acoust. Soc. Am. 11, 1939, pp. 166–177.
4. *Dudley H.* The Vocoder. Bell Labs. Record 17, 1939, pp. 122–126.
5. *Флйнаган Дж. Л.* Анализ, синтез и восприятие речи. — М.: Связь, 1968.
6. *Рабинер Л. Р., Шафер Р. В.* Цифровая обработка сигналов. — М.: Радио и связь, 1981.

*Поступила
в редакцию 2.04.98 г.*

КВАНТОВАЯ КРИПТОГРАФИЯ И ТЕОРЕМА В. А. КОТЕЛЬНИКОВА ОБ ОДНОРАЗОВЫХ КЛЮЧАХ

С. Н. Молотков

В наше время, когда техника, и особенно вычислительная техника и информационно-телекоммуникационные системы, развиваются стремительными темпами, все большее значение приобретает надежность защиты информации. Те методы защиты информации, которые еще вчера считались надежными, могут перестать быть таковыми в ближайшем будущем. Могут ли в принципе существовать системы защиты информации, которые гарантируют конфиденциальность передаваемой информации, даже если подслушиватель (злоумышленник) обладает неограниченными финансовыми, вычислительными и другими техническими ресурсами? Ответ на этот вопрос оказывается положительным. Самое удивительное, что такие системы возможны не только в принципе (теоретически или умозрительно), а уже существуют на сегодняшний день в мире реально в виде экспериментальных образцов, в том числе и в России.

Криптография (проще говоря, шифрование, или тайнопись) имеет, пожалуй, такую же длинную историю, как и само человечество, и исчисляется несколькими тысячелетиями. Еще древние египтяне, греки, римляне использовали, на тот момент времени, достаточно изощренные способы тайнописи. В России тайнопись (или, как ее называли, цифирь) также использовалась еще во времена удельных феодальных княжеств. В свое время, когда Петр I своим указом основал Российскую академию наук, он пригласил в Россию выдающихся математиков Леонарда Эйлера и Христиана Гольбаха, которые стали одними из первых российских академиков. Христиан Гольбах внес неоценимый вклад в развитие шифровального дела в России. Например, он сумел дешифровать («взломать») письма французского посланника в России, что в итоге существенно повлияло на внешнюю политику Российской империи.

Кстати, интересно отметить, что Леонардом Эйлером в то же время была доказана одна замечательная теорема из теории чисел, которая в тот момент представляла интерес лишь для узкого круга математиков. Не буду вдаваться в детали, но я упомянул об этом специально. Удивительным фактом является то, что защита информации в современных Интернет — технологиях основана на данной теореме. Данная

теорема работает когда вы осуществляете банковские трансферты, оплачиваете счета со своей банковской карты, делаете покупки через Интернет-магазин и т. д. Миллионы людей пользуются этим каждый день, даже не подозревая о том, что основы этого заложены почти три столетия назад. Не будь этого, мы бы были лишены многих удобств. На современном языке это называется шифрованием с открытым ключом, и ученые додумались до того, как можно это использовать, лишь в семидесятих годах двадцатого столетия. Это один из ярких примеров того, что не бывает бесполезных фундаментальных знаний, и собираются они по крупицам.

На чем же зиждется наша психологическая уверенность и спокойствие, например, в сохранности наших денег при переводе со счета на счет, или оплате покупок, или конфиденциальности нашей личной переписки по электронной почте? Это основано на доверии к профессиональной квалификации ученых, разрабатывающих системы защиты информации. Но тогда возникает вполне законный вопрос, почему сами ученые уверены в надежности своих систем шифрования. Касательно систем шифрования с открытым ключом такая уверенность базируется на том, что в результате долгих поисков ученым пока не удалось найти эффективных и быстрых методов «взлома» таких систем. Однако даже в этом случае никто не гарантирует, что появится какой-нибудь гений-математик, который создаст быструю «дешифрующую программу».

Возникает законный вопрос, а могут ли существовать такие шифры, которые невозможно «взломать» в принципе? Оказывается, что существуют, и называются они шифрами с одноразовыми ключами.

Прежде чем двигаться дальше, кратко коснемся истории вопроса.

Впервые строгое обоснование того факта, что системы шифрования с одноразовыми ключами являются абсолютно стойкими, было получено в работе Владимира Александровича Котельникова. Эта работа была закончена за несколько дней до начала великой отечественной войны, 18 июня 1941 г., и вошла в один из закрытых отчетов (Отчет 18 июня 1941 г. «Основные положения автоматической шифровки»). Впервые в широкой печати работа публикуется в настоящем сборнике.

Параллельно и независимо вопросы теоретической стойкости шифров изучались Клодом Шенноном (C. E. Shannon). Результаты этих исследований были первоначально представлены в закрытом отчете «A Mathematical Theory of Cryptography», датированным 1 сентября 1946 г. После окончания войны данный доклад был рассекречен (здесь имеет смысл упомянуть высказывание одного из основателей криптографии с открытым ключом У. Диффи W. Diffie, по мнению которого, возможно, работа К. Шеннона была рассекречена ошибочно, см. предисловие к монографии В. Schneier «Applied Cryptography», John Wiley & Sons, Inc., 1996) и опубликован в виде статьи «Communication Theory of Secrecy Systems» в журнале Bell System Technical Journal в 1949 г., которая стала широко известным классическим трудом по теоретической криптографии.

Идея, очень близкая режиму шифрования с одноразовым блокнотом, возникла еще в работе Вернама (G. S. Vernam, «Cipher Printing Telegraph Systems for Secret Wire and Radio Telegraphic Communication», опубликованной в J. Amer. Inst. Elect. Eng., 55, 109 (1926)). В этой же работе было утверждение, правда без каких бы то ни было математических обоснований, о том, что шифры с «бегущим» случайным ключом (running key) будут абсолютно недешифруемыми. Приведем высказывание из этой работы «If, now, instead of using English words or sentences, we employ a key composed of letters selected absolutely at random, a cipher system is produced which is absolutely unbreakable.»

Cipher Printing Telegraph Systems For Secret Wire and Radio Telegraphic Communications

BY G. S. VERNAM¹

Amosite, A. I. E. E.

Synopsis.—This paper describes a printing telegraph cipher system developed during the World War for the use of the Signal Corps, U. S. Army. This system is so designed that the messages are in secret form from the time they leave the sender until they are deciphered automatically at the office of the addressee. If copied while en route, the messages cannot be deciphered by an enemy, even though he has full knowledge of the methods and apparatus used.

The operation of the equipment is described, as well as the method of using it for sending messages by wire, mail or radio. The paper also discusses the practical impossibility of preventing the copying of messages, as by wire tapping, and the relative advantages of various codes and systems as regards speed, accuracy, and the secrecy of their messages.

INTRODUCTION

THE purpose of this paper is to discuss briefly certain methods for obtaining secrecy in connection with messages sent by wire or radio telegraphy, and to describe in particular printing telegraph cipher systems that were developed for this purpose during the World War.

The desirability of obtaining secrecy in telegraphic communications and the possible advantages of a system that would be capable of sending messages in such form as to be entirely secret, and which at the same time, would be more rapid and accurate than the codes and ciphers ordinarily used, were brought out in conversations with officers of the Signal Corps, U. S. Army. These discussions made it evident to the engineers of the Bell System that it would be very helpful if the well-known automatic features of the printing telegraph art could be made available for enciphering and deciphering telegraph messages, and could at the same time be made practical for use under service conditions.

The engineers recognized that printing telegraphs² were rapid and accurate, but were not secret except to the extent that their signals could not be read from a telegraph sounder. With the general requirements for secrecy systems in mind, studies were made of printing telegraph systems to determine how their messages could be made secret. The result of this work was the development of a cipher system that is capable of rendering messages entirely secret, is rapid and accurate, and is practical to use.

This "Cipher Printing Telegraph System" was called to the attention of the Signal Corps. The Signal Corps became very much interested, tested the secrecy of communications handled by the system and tried

1. Engineer, Dept. Development and Research, Am. Tel. & Tel. Co.
2. See John H. Bell, "Printing Telegraph Systems," TRANS. A. I. E. E. for 1920, Vol. XXXIX, Part 1, p. 107, and A. H. Bell, "Printing Telegraph Systems Applied to Message Traffic Handling," TRANS. A. I. E. E. for 1922, Vol. XLI, p. 30.
To be presented at the Midwinter Convention of the A. I. E. E., New York, Feb. 3-11, 1929.

it out between New York and Washington. This trial proved that the system could be successfully used to send messages secretly and at a speed many times faster than by methods previously in use.

Each message is automatically enciphered at the sending station and deciphered in the same manner at the receiving station. The method of ciphering will be described later in this paper and is such that under certain conditions of use, the messages are rendered entirely secret, and are impossible to analyze without the key, even if it is assumed that the enemy can capture a machine, learn its method of operation in all details, and intercept a large number of messages.

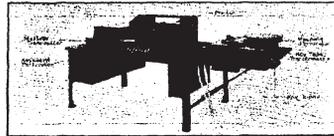


FIG. 1.—CIPHER PRINTING TELEGRAPH MACHINE

FLEXIBILITY OF SYSTEM

This method of ciphering can be used with machines of various types. The electrically-driven machine shown in Fig. 1 was developed during the war particularly for the Signal Corps, U. S. Army. In order to save time in production, standard printing telegraph parts were used wherever possible with the result that this machine has the appearance of a "start-stop" printing telegraph set with some additional units mounted on a shelf at the right end of the table. This type of cipher set is particularly suitable for handling large amounts of traffic at high speed.

3. Note: See page 140, "Report of the Chief Signal Officer to the Secretary of War" for the year ending June 30, 1919.

109

Supplied by the British Library - "The world's knowledge" www.bl.uk

Благодаря исследованиям В. А. Котельникова и Клода Шеннона возникло четкое и строгое понимание того, каким условиям должен удовлетворять абсолютно стойкий шифр.

Неформально шифр является абсолютно стойким, если

- 1) Ключ секретен — известен только легитимным образом.
- 2) Длина ключа в битах не меньше длины сообщения.

3) Ключ случаен.

4) Ключ используется только один раз.

В этом случае зашифрованное сообщение статистически независимо от исходного сообщения.

Принципиальная проблема при реализации криптосистем с одноразовыми ключами состоит в передаче (распространении) секретных ключей между пространственно удаленными легитимными пользователями.

Ключ между удаленными пользователями должен передаваться при помощи какого-то физического сигнала через открытый канал связи (открытый означает доступный для подслушивания третьими лицами). Если оставаться в рамках классической физики, то в этом случае не существует запретов на уровне законов классической физики на измерение передаваемого сигнала без его возмущения. Поэтому принципиально невозможно гарантировать секретность ключа при его распространении.

Если не вдаваться в детали, то системы шифрования с одноразовыми ключами выглядят примерно так. Стороны, обменивающиеся информацией, должны иметь общий и известный только им секретный ключ. Ключ это случайный набор 0 и 1. Далее одна из сторон шифрует на этом ключе свое сообщение и передает другой стороне. Вторая сторона, зная ключ, может его расшифровывать. Если стороны хотят передать следующее сообщение, то они опять должны создать другой ключ, известный только им. Короче говоря, для каждого сообщения требуется новый ключ. Если стороны играют по таким правилам, то их сообщения никто и никогда не сможет дешифровать, даже если злоумышленник имеет любые технические и финансовые возможности. Такие системы являются абсолютно секретными.

Казалось бы все очень здорово, кроме одного. Сам ключ надо тоже как-то передавать между сторонами, да еще при этом гарантировать, что при передаче никто не будет его знать. Казалось бы, возникает замкнутый круг. Однако — нет, выход из этой ситуации есть.

Как ни удивительно это звучит, но оказывается, что можно передавать ключи по открытым, например, оптоволоконным линиям связи и быть уверенным, что никакой злоумышленник не будет их знать. Технология, которая позволяет это делать, называется квантовой криптографией. На сегодняшний день квантовая криптография является достаточно развитой областью и представляет собой один из разделов более широкого научного направления, называемого квантовой информатикой.

Квантовая криптография, или более точно, квантовое распределение (передача) секретных ключей основана на фундаментальных законах природы — законах квантовой механики. Секретность ключей в квантовой криптографии гарантируется не техническими ухищрениями, а законами природы, которые никто не в силах изменить или игнорировать.

Первая идея в этой сфере появилась в 1973 г., ее высказал Стивен Визнер. Ученый изложил идею «квантовых денег», которые никто и никогда не сможет подделать. Визнер задался вопросом, а нельзя ли сделать так, чтобы подобные преступления в принципе невозможно было совершить — не зависимо от того, какими техническими возможностями обладает злоумышленник. Однако свою работу ему не удалось опубликовать: все научные журналы, как один, сочли идеи ученого, мягко говоря, фантазией. Лишь спустя 13 лет, в 1984 г. сотрудник знаменитой компании IBM Чарльз Беннет вместе с канадским математиком Жиллем Brassаром предложили конкретную схему передачи секретных ключей при помощи квантовых состояний — одиночных фотонов. С этого момента квантовая криптография стала развиваться бурными темпами.

В чем же суть квантовой криптографии?

Несмотря на достаточно высокий уровень абстракции понятий в этой области и множество сложных технических подробностей, базовая идея на удивление крайне проста. Если ключ передается при помощи классического сигнала (электромагнитных волн — света), то этот сигнал (а значит и ключ) можно измерить. При этом с самим сигналом ничего не произойдет. По существу, это происходит, когда множество людей слушают одновременно одну и ту же радиостанцию. Их приемники обрабатывают (измеряют) один и тот же сигнал, они друг другу никак не мешают, и даже не знают, что кто-то еще слушает тот же сигнал. Свет состоит из множества неделимых квантов — фотонов. Чем больше фотонов, тем выше мощность сигнала. При подслушивании злоумышленник отбирает часть фотонов. Если сигнал интенсивный, то уход части фотонов практически невозможно заметить. Мы этого и не замечаем, когда кто-то еще включает свой приемник. Теперь представим себе, что произойдет, если мощность сигнала столь мала, что в нем присутствует лишь один фотон. Тогда попытка «послушать» сигнал приведет к потере фотона, что сразу станет известно. Здесь я намеренно для краткости несколько огрубляю ситуацию.

Квантовая криптография для передачи ключей (фактически 0 и 1) использует однофотонные сигналы (точнее, квазиднофотонные) — сильно ослабленное лазерное излучение. Фундаментальные законы квантовой механики диктуют нам, что однофотонное квантовое состояние не может быть измерено без искажения. Если злоумышленник пытается узнать, что передается — 0 или 1, то он неизбежно «портит» сигнал, и это сразу становится известно. Любое вторжение в канал связи злоумышленника сразу детектируется. Нельзя подслушивать и остаться незаметным. Это уже хорошо. Однако это не все. Квантовая криптография дает возможность не только детектировать попытки подслушивания, но и быть уверенным в том, что ключи будут секретными. Однако для детальных объяснений этого обстоятельства пришлось бы прибегнуть к математическим и техническим деталям.

Уже созданы экспериментальные образцы систем квантовой криптографии для передачи ключей, как по оптоволоконным линиям связи, так и через открытое пространство. Сделаны первые эксперименты по встраиванию таких систем в существующие оптоволоконные телекоммуникационные сети. Такие работы ведутся практически во всех ведущих телекоммуникационных компаниях и национальных лабораториях: IBM, NEC, Mitsubishi, Toshiba, Hewlett-Packard, BBN Technologies, QinetiQ. Такие работы финансируются как государственными организациями, так и частными фирмами. Например, в США работы финансируются агентством перспективных оборонных разработок (DARPA). Кстати, нужно отметить, что данное агентство в свое время финансировало разработки по распределенным сетям, что впоследствии привело к созданию Интернета.

Рекорд длины оптоволоконной линии в системе квантовой криптографии на сегодняшний день составляет 150 км, а при передаче ключей в однофотонном режиме через открытое пространство достигнуты фантастические результаты. Осуществлена передача ключей на расстоянии 144 км по открытому пространству между двумя островами в Атлантическом океане. В этом эксперименте было задействовано множество организаций из стран Европейского союза. Целью данных работ является передача ключей на большие расстояния через низкоорбитальные спутники.

Грубо говоря, система связи — это два «ящика», соединенные между собой, например, оптоволоконным кабелем. При этом кабель может быть незащищенным, проходить по открытому пространству. Тем не менее, по ней гарантированно можно передавать конфиденциальную информацию.

Нужно отметить следующее. На сегодняшний день данные системы находятся на пределе возможностей существующих технологий. И работа с ними представляет собой тонкий эксперимент. И даже, несмотря на объявленные первые коммерческие изделия, потребуется еще немало усилий и времени на совершенствование систем квантовой криптографии, чтобы довести их до степени легкости в обращении, скажем, как с современным телевизором. По оценкам экспертов из NEC и Mitsubishi потребуется еще 3–4 года для того, чтобы такие системы превратились в действительно рыночный продукт. При этом не нужно забывать, что системы квантовой криптографии представляют собой прежде всего криптографический продукт, к которому предъявляется масса специфических требований. Такие системы представляют собой интегрированный продукт, их разработка требует привлечения и четкой координации действий высококлассных специалистов из разных областей: квантовой оптики, математической криптографии, программирования, электроники, волоконной оптики. На Западе финансирование работ на стадии выполнения опытно-конструкторских разработок проводится не только государственными структурами, но и с привлечением

внебюджетных средств. Здесь, как показывает зарубежный опыт, ведущую роль могут сыграть крупные телекоммуникационные компании.

За сравнительно небольшой срок квантовая криптография прошла путь от абстрактных идей, изначально понятных лишь узкому кругу специалистов, до работающих экспериментальных изделий.

В заключение стоит отметить, что появление новых направлений в области конфиденциальной передачи информации является естественным логическим развитием идей, возникших в работах выдающихся ученых — основателей данной области Владимира Александровича Котельникова и Клода Шеннона.

ЛИДЕР НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ

Р. Ф. Григорьев

XX век в историю цивилизации войдет как век освоения ядерной энергии, покорения космоса, создания и внедрения электронных вычислительных машин. Несомненно, что к наиболее ярким научным достижениям столетия следует также отнести информатизацию всех сторон жизни общества и связанную с ней широкую его электронизацию. Но какими бы ни были крупными достижения творческой мысли человечества, уместно всегда помнить, что наука не безлика, ее развитие непременно связано с именами ученых-первопроходцев и авторов научных открытий. Прошлый век не был исключением в этом отношении. Говоря об одном направлении развития современной науки — информатике, как материальной основе развития производительных сил и новых технологий, мы с гордостью произносим имена крупнейших ученых, ставших подлинными лидерами происходящей научно-технической революции. К ним в первую очередь следует отнести академика Колмогорова А. Н. и Н. Винера как основоположников новой науки — кибернетики, Дж. Фон Неймана и академика Лебедева как создателей ЭВМ и, наконец, академика В. А. Котельникова и К. Шеннона как творцов двух самостоятельных ветвей развития проблем передачи и обработки сообщений — теории потенциальной помехоустойчивости и теории информации. Научные достижения каждого из этих ученых составляют «золотой фонд» научного банка данных нашего века, их внедрение позволило сделать гигантский скачок в развитии цивилизации. С позиций сегодняшнего дня мы можем еще раз убедиться в справедливости знаменитого афоризма одного их величайших физиков позапрошлого столетия Л. Больцмана, утверждавшего, что самой практичной вещью, оказывающей наибольшее воздействие на прогресс общества, является хорошая научная теория.

Спектр научных интересов Академика В. А. Котельникова чрезвычайно многообразен и было бы весьма трудно, если не невозможно, раскрыть содержание всех полученных им теоретических результатов. Поэтому я ограничусь только тремя проблемами:

- восстановление непрерывных сигналов с ограниченным спектром при их передаче по шумящему каналу связи;
- разработки предельных методов оценки качества принимаемой информации в условиях воздействия помех.

При создании научного задела для развития новых перспективных систем связи центральное место принадлежит сформулированной В. А. Котельниковым теореме о дискретизации функций с ограниченным спектром и возможности их восстановления на приемном конце, если выборочные значения этой функции, называемые отсчетами, берутся через равные интервалы времени, обратно пропорциональные удвоенному значению ширины спектра — интервалы Котельникова. Прошло уже более 70 лет с момента доказательства этой теоремы, но она не теряет своей свежести и актуальности, продолжает активно использоваться специалистами при создании новых систем связи. Физический смысл этой теоремы достаточно прозрачен — ограничение спектра функции представляет серьезное ограничение ее свойств, ибо устранение высокочастотных гармонических составляющих делает эту функцию более гладкой, исключает резкие всплески и выбросы. Это, в свою очередь, детерминирует способ соединения каждых двух последних точек, что и обеспечивает точное воспроизведение функции приемником. Поучительна научная история этой теоремы, которая в иностранной литературе фигурирует под названием «теоремы отсчетов», воспроизведенной Шенноном только в 1949 году в работе «Связь при наличии шума». В книге Хургина и Яковлева «Целые функции в физике и технике» указывается, что ее можно рассматривать как частный случай интерполяционного полинома Лагранжа. Однако для понимания этого факта необходимо было вскрыть математическую природу функций с ограниченным спектром и показать, что они относятся к классу целых функций конечной степени и обладают свойством аналитического продолжения. Только при этих условиях ряд Лагранжа оказывается равномерно сходящимся и гарантирует единственность разложения и представления подобных функций. Интерполяционный многочлен Лагранжа неоднократно переоткрывался в математической литературе по функциям комплексного переменного. Достаточно отметить, что это было выполнено английским математиком Уиттекером в 1915 году, являющимся вместе с Ватсоном автором двух томника «Курс современного анализа», еще позднее, в конце 20-х годов этот же результат был получен американцем Пэли, соавтором Винера по книге «Преобразование Фурье».

Естественно, что при доказательстве своей теоремы Владимир Александрович не опирался на теорию интерполяции целых функций конечной степени и вряд ли подразумевал наличие связи между ними. Тем величественнее можно оценить аналитическое мышление автора теоремы. Главное же заключается в том, что его незаурядная инженерная интуиция позволила обратить внимание на фундаментальное значение полученного ряда в виде совокупности отсчетных значений финитных функций для теории и практики передачи информации. Можно говорить, по крайней мере, о трех ипостасях этой теоремы отсчетов.

1) Если отмечать ее прикладную сторону, то без преувеличения можно сказать, что она явилась теоретической основой для создания целого класса новых систем связи. Такие современные системы связи как кодово-импульсная модуляция, дельта модуляция, связь с предсказанием, многие разновидности широтно-импульсной модуляции и др. базируются именно на этой теореме Котельникова, обеспечивающей восстановление передаваемых сообщений по конечной совокупности дискретных отсчетов с приемлемой погрешностью. Для дважды финитных функций, одновременно ограниченных во времени и по спектру, требуемое число отсчетов оказывается пропорциональным базе сигналов — одному из фундаментальных параметров современной теории связи.

2) Методологическое значение этой теоремы, как отмечал академик А. А. Харкевич, состоит в том, что на ее основе в теорию связи проникли геометрические представления сигналов, помех и передаваемых сообщений, независимо от их характера. В настоящее время любой сложный ансамбль сигналов может быть представлен в виде множества векторов, погруженных в функциональное пространство, в котором выполняются метрические соотношения, определяемые теоремой отсчетов. Размерность этого пространства является конечномерной и равна числу членов в разложении ряда Котельникова, т. е. базе сигнала. Можно считать, что к настоящему времени геометрический стиль изложения многих вопросов теории связи стал доминирующим методом при ее преподавании студентам и при проведении научных исследований.

3) Наконец, техническое значение этой теоремы состоит в том, что она позволяет передачу как непрерывных, так и дискретных сообщений свести, в конечном счете, к передаче последовательности дискретных чисел, т. е. обеспечить универсализацию сигналов в идее единого цифрового потока. Именно поэтому сейчас, в связи с разработкой и внедрением цифровых систем передачи информации, интерес к данной теореме вновь возрос. Отметим также, что с позиции разведзащищенности цифровую универсализацию сигналов можно рассматривать как один из методов реализации структурной скрытности систем связи.

Научным подвигом В. А. Котельникова является создание им теории потенциальной помехоустойчивости. Впервые в истории связи ее основные проблемы были проанализированы с теоретико-вероятностных позиций. Эта работа дала мощный импульс для развития статистической теории передачи сообщений, статистического синтеза оптимальных методов обработки сигналов, разработке эффективных алгоритмов функционирования приемных устройств. Введение понятия потенциальной помехоустойчивости позволило инженерам-разработчикам заранее давать сравнительную характеристику надежности проектируемых систем с предельно достижимыми параметрами и вскрывать дополнительные ресурсы по их техническому совершенствованию. Хотя диссертация по теории потенциальной помехоустойчивости была посвящена только проблемам связи, ее научное значение далеко пере-

шагнуло эти границы. Можно с уверенностью отметить, что сегодня теоретический анализ и создание всех новых видов информационных систем, работающих при наличии шумов, базируются на теории помехоустойчивости Котельникова В. А. Сюда можно отнести системы радиолокации и радиопротиводействия, телеметрии и радионавигации, радиоэлектронной борьбы и космической радиоастрономии, а также многое другое. В истории науки обычно очень редки случаи, когда теория, разработанная для исследования одного какого-либо явления, оказывается в состоянии охватить многие другие объекты природы и человеческой деятельности. Именно таким исключением является теория потенциальной помехоустойчивости Котельникова, породившая настоящий научный бум среди специалистов различных направлений в области передачи и обработки сообщений и сигналов. Только монографическая литература по данной проблеме к настоящему времени насчитывает сотни книг и учебников, научным счет статьям идет на многие тысячи.

Центральной идеей теории потенциальной помехоустойчивости является понятие идеального приемника как такого устройства обработки принятой суммы полезного сигнала и шума, который реализует максимально достижимую вероятность правильного воспроизведения сообщения. Никакой другой приемник не может увеличить эту вероятность. Иными словами, вероятность искажения при приеме на реальный приемник может лишь достигать величины потенциальной помехоустойчивости, но не может быть меньше ее.

Разрешите остановиться на некоторых особенностях этой диссертации.

1. Тематически диссертация охватывает все стороны современной статистической теории связи, опирающейся на такие разделы математической статистики, как теория проверки гипотез и теория оценивания неизвестных параметров. И здесь, при разработке теории потенциальной помехоустойчивости, вновь повторилась та же ситуация, которая уже складывалась вокруг теоремы отсчетов. К началу 30-х годов трудами таких математиков, как Пирсон, Нейман, Фишер и Вальд — этой своего рода «могучей кучки» в области статистики, уже были заложены основы статистических критериев для проверки гипотез и оценок параметров. Однако В. А. Котельников, как истинный гроссмейстер в шахматах, нашел свой путь создания новой теории. Связующим мостом всех разделов диссертации, посвященных как приему дискретных сообщений, так и непрерывных колебаний, включая оценивание ожидаемых значений их параметров, явился единый для них критерий идеального наблюдателя, геометрическая трактовка которого сводится к нахождению в пространстве принятых реализаций линейного расстояния между результирующим сигналом на входе приемника и одной из сигнальных точек источника сообщений. Квадрат этого расстояния между сигнальными точками в функциональном пространстве получил название котельниковской меры их близости. Чем больше это рас-

стояние между сигнальными точками, тем выше помехоустойчивость приема, тем меньше вероятность ошибочных решений.

2) Одним из неожиданных выводов диссертации является тот факт, что величина котельниковского расстояния не зависит от формы используемых сигналов и даже их мощности. Оно определяется только так называемой эквивалентной энергией сигналов и ее отношением к спектральной плотности помехи. Этот вывод, впервые сделанный в диссертации, противоречил сложившимся традиционным представлениям о том, что качество приема зависит лишь от отношения мощности сигнала к мощности помехи. Этот факт был, пожалуй, одним из самых непредсказуемых парадоксов теории помехоустойчивости Котельникова. Его значение наиболее полно было понято лишь спустя 20–25 лет, к концу шестидесятих годов. Оказалось, что оба энергетических параметра — отношение мощностей сигнала и помехи, а также отношение энергии сигнала к спектральной плотности помехи, взаимосвязаны между собой через уже известную базу сигнала, равную числу слагаемых в ряде Котельникова. Более того, база в этой связке выступает как обменный параметр, позволяющий уменьшать отношение мощности сигнала к мощности помехи при неизменном значении их энергетических характеристик. Появление в 60-х годах широкополосных систем связи с шумоподобными сигналами, мощность которых может быть значительно меньше мощности помехи, это результат практического применения данного обменного соотношения. Для военных и специальных радиосистем его использование связано также с обеспечением энергетической скрытности их функционирования, т.е. реализацией одного из важнейших тактико-технических требований к подобного рода специальным системам передачи информации.

3) Следует отметить, что примерно в это же время Шенноном была опубликована большая статья «Математическая теория связи» (1948 г.), которая заложила основы теории информации как самостоятельной науки. Она же стала и отправной точкой для теории кодирования. Не противопоставляя эти два выдающихся научных труда, которые, более того, являются взаимодополняющими, хотелось бы, тем не менее, отметить их различие хотя бы в следующих трех аспектах.

Во-первых, в своей содержательной части предметом теории потенциальной помехоустойчивости является проблема повышения предельной надежности связи как меры ее качества. У Шеннона центральное место занимает понятие пропускной способности, которое охватывает проблему эффективности связи как одну из ее главных количественных характеристик. Таким образом, в этих 2-х работах объектами исследований являются, хотя и базисные, но различные проблемы передачи информации. Только их последующий синтез уже в середине пятидесятых годов привел к образованию новой научной дисциплины — статистической теории связи, которая стала основным профилирующим курсом во всех учебных институтах радиотехники, электроники связи и автоматики. Одной из первых книг, в которой

была предпринята попытка синтеза основных идей Котельникова и Шеннона, стала монография академика Харкевича «Очерки общей теории связи», изданная у нас в 1955 г. и переведенная во многих странах. Американцы сделали это несколько позднее, выпустив в 1960 г. двухтомник Миддлтона «Введение в статистическую теорию связи».

Во-вторых, обе теории различаются степенью своей практической реализуемости. Теория помехоустойчивости Котельникова представляет собою конструктивный сплав статистического синтеза и анализа реальных систем связи. Ее основные выводы и рекомендации без особых усилий могут быть «материализованы» при проектировании и внедрении новых систем связи. Теория информации Шеннона, несмотря на ее большую важность и значимость, тем не менее, в своей изначальной трактовке носит менее конструктивный характер. Подавляющее большинство ее теорем относятся к категории теорем существования и поэтому не содержат конкретных указаний по их практической реализации. Для этого достаточно сослаться на монографии по кодированию самих американских специалистов. Питерсон (1961 г.): «В настоящее время трудно оценить конструктивность подхода с использованием случайных кодов». И далее: «Несомненно было бы очень интересно с теоретической точки зрения найти явный способ построения кодов, обладающих по крайней мере теми свойствами, на существование которых указывают найденные границы их корректирующих возможностей». Мак-Вильямс и Слоэт (1977 г.): «Теорема Шеннона о существовании хороших кодов, к сожалению, была доказана только вероятностными методами и ничего не говорит о том, как построить эти коды. И в настоящее время мы не знаем, как найти такие коды. Хотя, конечно, для практических целей хочется иметь код, который можно легко кодировать и декодировать». Наконец, еще одна ссылка на Г. Блейхаута (1984 г.): «Шеннон в своей теореме на указал, как найти подходящие коды, а лишь доказал их существование. В 50-е годы много усилий было потрачено на попытки построения в явном виде классов случайных кодов, позволяющих получить обещанную сколь угодно малую вероятность ошибки, но результаты были скудными. В следующем десятилетии решению этой увлекательной задачи уделялось меньше внимания; вместо этого исследователи предприняли атаку по поиску регулярных методов кодирования взамен вытекающих из теорем теории информации роли случайных кодов».

У нас в СССР на недостаточную конструктивность шенноновской теории было обращено внимание еще в конце 50-х, начале 60-х годов. В 1962 г. на ученом совете ИРЭ АН СССР под председательством В. А. Котельникова состоялась защита докторской диссертации Флейшмана на тему «Конструктивные методы оптимального кодирования для каналов с шумами». В ней, пожалуй, впервые были показаны уязвимые места теории информации, и была предпринята попытка построения оптимальных кодов с помощью комбинаторного аппарата. Известно,

что в этом соревновании идей случайного и структурного кодирования, предпочтение оказалось на стороне алгебраических методов, которые стали господствующими при поиске новых путей построения оптимальных кодов и их декодирования.

Наконец, в третьих, по нашему мнению, это несовершенство теории информации кроется в ее методологической основе. Многие ее теоремы, в том числе и одна из центральных — об асимптотической равновероятности длинных последовательностей марковского источника сообщений, представляют непосредственные результаты закона больших чисел, выраженные в терминах этой теории, в том числе энтропии. Асимптотический подход к теоремам кодирования не позволил, на наш взгляд, сохранить конструктивное ядро теории, в связи с чем они и приняли характер теорем существования, выражающих их результаты на языке «эпсилон».

В отличие от асимптотической идеологии Шеннона, автор теории потенциальной помехоустойчивости заложил в нее конечные параметры, в виде предельной вероятности ошибочного приема, не связанной с методологией бесконечно малых величин. Подобный подход обеспечил большую конструктивность теории, которая завоевала высокий авторитет в научной и инженерной среде. Попутно следует заметить, что у Флейшмана, как у математика, все же появился соблазн рассмотреть предельный случай идеального приемника Котельникова в предположении, что при ограниченных энергетических ресурсах, число сигналов, как аналогов шенноновских равновероятных типичных последовательностей, неограниченно возрастает. Ему оказалось достаточно одной страницы текста, чтобы из формулы Котельникова для вероятности ошибки конечного числа ортогональных равновероятных сигналов получить основной результат шенноновской теоремы для канала с шумом. Думается, что это мог бы без особых усилий сделать и сам автор диссертации. Но, будучи прагматиком и имея за плечами практический опыт разработки и эксплуатации систем связи, он остался на почве реальных возможностей, что только повысило научный престиж всей теории потенциальной помехоустойчивости.

ТЕОРИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ КАК ОСНОВА СТАТИСТИЧЕСКОЙ РАДИОТЕХНИКИ

А. В. Соколов, Л. И. Филиппов

Радиотехника, 1998 г., № 8. С. 48–56

Сущность теории. Со времени создания ТПП прошло 50 лет. Сегодня ее «затмили» последующие достижения статистической радиотехники примерно так же, как геометрию Лобачевского — последующее развитие математики. Поэтому для современного поколения исследователей вопрос о ее сущности далеко не тривиален. Это положение усугубляется еще и тем, что монография В. А. Котельникова, изданная в 1956 г. [1] (через 10 лет после защиты ее как докторской диссертации), больше не переиздавалась. В библиотеке ее получить практически невозможно.

В ТПП поставлен и решен вопрос о том, какую предельную (в принципе достижимую, потенциальную) помехоустойчивость при приеме сигналов в присутствии помех на входе радиоприемного устройства (РПУ) можно получить. Это сугубо математическая теория. В ней не рассматривается вопрос о том, как именно должен быть построен приемник, который обеспечит найденную теорией потенциальную помехоустойчивость. Как это стало возможным? В настоящее время ясно, что автор обнаружил принципиальные ограничения, налагаемые фундаментальными законами природы. Такая теория указывает пути повышения помехоустойчивости передачи сообщений (информации). Сравнивая помехоустойчивость реально существующих систем передачи с потенциальной, можно установить имеющиеся резервы их совершенствования.

Теория потенциальной помехоустойчивости имеет большое систематизирующее значение для всех знаний в области радиотехники как науки о передаче информации. Это «классика», которую, как известно, все почитают, но не все читают.

Настоящая статья ставит своей целью ознакомить нынешних молодых исследователей с сущностью ТПП и основными результатами ее дальнейшего развития. Она не претендует на всеохватывающий обзор современного состояния теории борьбы с помехами.

Научно-исторический фон создания ТПП. В конце 40-х годов знания в радио- и электротехнике были достаточно велики и носили строгий математический характер. Напомним, что для регулярных колебаний были давно известны законы Кирхгофа, методы контурных токов и узловых потенциалов, комплексный метод анализа при гармонических воздействиях, спектральный анализ и анализ переходных процессов.

Широко применялось описание линейных фильтров комплексным коэффициентом передачи $\dot{K}(\omega)$ и импульсным откликом $h(t)$. Спектральный и временной подходы позволяли определять выходные колебания фильтров через интеграл Фурье или интеграл Дюамеля, так что

$$u_{\text{вых}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}_{\text{вх}} \dot{K}(\omega) e^{-i\omega t} dt,$$

где $\dot{G}_{\text{вх}}$ — спектральная функция входного колебания, или

$$u_{\text{вых}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{вх}}(\tau) h(t - \tau) dt.$$

Все это позволяло решать и отдельные задачи синтеза, когда по заданному входному и выходному воздействию необходимо было определить свойства требуемого при этом фильтра. Наиболее просто это осуществлялось при частном подходе, так как искомый коэффициент передачи

$$\dot{K}(\omega) = \dot{G}_{\text{вых}}(\omega) / \dot{G}_{\text{вх}}(\omega).$$

Более скромными выглядели достижения теории в области случайных колебаний (помех). Конечно, еще с 1918 г. знали о «дробовом шуме» радиоламп, десятилетием позже сумели вычислить и шум резисторов, который, правда, полагали «белым» со спектральной плотностью $N(f) = 4kTR$ (k — постоянная Больцмана). Позднее, в 1930–1934 гг. Н. Винер и А. Хинчин вывели фундаментальную формулу соотношения автокорреляционной функции $r_x(\tau)$ и энергетического спектра N_x для стационарного эргодического процесса $X(t)$ в виде преобразования Фурье

$$N_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} r_x(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau.$$

С. Райс и В.И. Бунимович начали исследования по прохождению шумов через линейные устройства [2, 3]. Так как энергетические спектры на входе и выходе оказались связанными через квадрат модуля частотной характеристики фильтра, то оказалось возможным вычислить среднюю мощность помех на выходе в виде $P_{\text{вых}} = \int_0^{\infty} K^2(\omega) N_{\text{вх}}(\omega) d\omega$, в результате можно вычислить *отношение сигнал-помеха* на выходе,

поскольку метод расчета прохождения сигналов в случае линейных фильтров был известен еще ранее.

Небезынтересно отметить, что историческими предшественниками статистической теории связи явились не физики, а математики. К 30-м годам уже были разработаны *теория оценки параметров* (Р. Фишер, Г. Крамер) и *теория проверки гипотез* (Дж. Нейман, Е. Пирсон); к 40-м годам стала известной общая *теория статистических решений* А. Вальда.

Эти достижения позволили сформулировать задачу синтеза оптимальных устройств, обеспечивающих наибольшее возможное ослабление помех. Был найден *оптимальный фильтр*, который из входной суммы $y(t) = S(t) + n(t)$ сигнала и помехи создает на выходе сигнал $\tilde{S}(t)$ отклоняющийся от $S(t)$ с минимально достижимой среднеквадратической ошибкой (более того, можно было потребовать создания на выходе любого линейного преобразования $Z(t)$, например, предсказания) [4, 5]. Для импульсного отклика этого фильтра было найдено фундаментальное соотношение Винера–Колмогорова–Хопфа

$$R_{zy}(\tau) = \int R_y(t - \alpha)h(\alpha)d\alpha,$$

где R — соответствующие корреляционные функции процессов.

В частности для задачи фильтрации (когда $Z(t) = S(t)$) получалась весьма физически наглядная формула вычисления частотной характеристики фильтра

$$K(\omega) = \frac{S_y(\omega)}{S_S(\omega) + S_n(\omega)},$$

где S — энергетические спектры сигналов и помех (s и n).

В 1942–1943 г. Д. Нортс нашел *согласованный фильтр*, обеспечивающий максимум отношения пикового значения заданного сигнала к шуму (сначала «белому»). Коэффициент передачи этого фильтра

$$\dot{K}_s = e^{-i\omega T} \dot{S}_s^*(i\omega),$$

где \dot{S}_s — спектральная функция сигнала, а T — его длительность [6].

Это соотношение положило начало новым работам. Появилось и понятие подоптимальных фильтров. Так, В. И. Сифоров ввел понятие оптимальной полосы резонансного фильтра с заданной АЧХ. Для «идеального» П-образного фильтра эта полоса оказалось равной $1,37/T$ [7]. Количество более частных исследований было весьма велико.

Принципы, основные результаты и ограничения ТПП. Теория была создана в начале 40-х годов и представлена в качестве докторской диссертации в 1946 г. Ее появление было полной неожиданностью для научной общественности. Далеко не все были подготовлены к ее пониманию по существу и надлежащей оценке.

В ТПП поставлена и решена задача определения предельных возможностей по борьбе с флуктуационными помехами, добавлявшими-

ся к сигналам. Эту задачу осуществляет *идеальный радиоприемник*, а обеспечиваемая им помехоустойчивость названа *потенциальной*.

Потенциальная помехоустойчивость определена для трех основных видов сообщений, которые в современной терминологии называют дискретными (или знаками m_i), параметрами (непрерывными величинами m) и функциями $m(t)$ (например, речь или музыка).

Помехоустойчивость описывалась строгими математическими критериями: это были или вероятность ошибок ($P_{\text{ош}}$) при дискретных сообщениях или среднеквадратические ошибки (при передаче параметров и функций времени) σ^2 .

Математический аппарат ТПП основан на двух фундаментальных соотношениях: теореме Байеса и ортогональном разложении сигналов, помех и их сумм.

Напомним, что теорема Байеса связывает вероятности причин Π_i и следствий C_j в ситуации, когда *каждая* из причин может породить *каждое* следствие с известными вероятностями $P(C_i | \Pi_j)$. При этом

$$P(\Pi_i) P(C_j | \Pi_i) = P(C_j) P(\Pi_i | C_j).$$

Здесь $P(\Pi_i)$ и $P(C_i)$ — априорные (заранее известные) вероятности всех причин и следствий, а $P(\Pi_i | C_j)$ — вероятности того, что действовали причины $i = 1, 2, 3, \dots, M$, если известно следствие C_j . «Сила» теоремы состоит в том, что она позволяет определить вероятности всех причин, которые могли вызвать заданные следствия. Действительно,

$$P(\Pi_i | C_j) = \frac{(\Pi_i)P(C_j | \Pi_i)}{P(C_j)},$$

где номер j задан, а i по очереди принимает все возможные значения от 1 до M . Заметим, что $P(C_j)$ легко определяется по теореме о полной вероятности как

$$P(C_j) = \sum_i P(\Pi_i)P(C_j | \Pi_i).$$

Вычислив $P(\Pi_1 | C_j)$, $P(\Pi_2 | C_j)$, ..., $P(\Pi_m | C_j)$ необходимо, конечно, на какой-то из них остановиться. Это далеко не тривиальный вопрос. Однако было доказано, что если «опасность» всех ошибок одинакова, то решение R должно приниматься в пользу причин с максимальной вероятностью, т. е. $R = \max P(\Pi_i | C_j)$.

В ТПП, как и во всех последующих теориях передачи информации, *причинами* являются сигналы $s(t)$ — в дискретном или континуальном их множестве, *следствиями* являются суммы сигналов и помех, $y(t) = s(t) + n(t)$.

Задачу делают статистической два обстоятельства: неизвестность того, какой именно сигнал поступил на рассматриваемом отрезке времени T , и какое значение приняла на нем помеха.

Применение теоремы Байеса к теории борьбы с помехами усложнялось тем обстоятельством, что не ясно было, как описать «причины»

$s(t)$ и «следствия» $y(t)$, чтобы их можно было «подставить» в теорему Байеса.

В ТПП эта трудность снята применением метода ортогональных разложений. Напомним, что колебание $u(t)$ любой физической природы на отрезке времени T можно представить в виде суммы

$$u(t) = \sum_k a_k C_k(t),$$

где C_k — множество ортонормированных колебаний, т. е. колебаний, обладающих свойством

$$\int_T C_k(t) C_l(t) dt = 0, \quad k \neq l.$$

В этом случае легко определяются коэффициенты

$$a_k = \int_T u(t) C_k(t) dt.$$

Известен целый ряд систем ортогональных колебаний, и исследователь всегда может выбрать одну из них. Тогда оказывается, что колебание $u(t)$ однозначно определяется набором чисел a_k . Эти числа постоянны, если колебание $u(t)$ однозначно задано, или случайны, если $u(t)$ — случайный процесс.

Частным случаем ортогонального разложения является теорема Котельникова:

$$u(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} u(k\Delta t) \frac{\sin 2\pi F_b(t + k\Delta t)}{2\pi F_b(t + k\Delta t)},$$

(F — высшая частота в спектре $u(t)$)

Она замечательна своей наглядностью, поскольку коэффициентами a_k оказываются отсчеты (выборочные значения) $u(k\Delta t)$ колебания $u(t)$. Эта теорема (известная за рубежом как теорема Найквиста) сыграла большую роль в теории и технике электросвязи. Однако парадоксальным является факт, что В. А. Котельников не использовал эту теорему в ТПП. (Она впервые появилась в другой ранней работе под названием «О пропускной способности эфира и проволоки».)

В ТПП использовано разложение сигналов, помех и их сумм в «тривиальные» ряды Фурье по косинусам и синусам колебаний кратных частот. Это было, по-видимому, следствием распространенного в то время «спектрального» мышления, и не способствовало установлению связи с ТПП исследований западных ученых, которые, наоборот, пользовались теоремой Найквиста. Нельзя не отметить, что представлением функций их выборками пользовался Э. Т. Уиттакер в 1915 г., но, следует полагать, ни Х. Найквист, ни В. А. Котельников этого не знали.

Большой методической заслугой ТПП является введение *геометрических представлений* сигналов, помех и их сумм. При этом коэффициенты a_k описывающие процессы, рассматривались как координаты N -мерного вектора в метрическом гильбертовом пространстве. Их различные комбинации приобретали наглядный физический смысл амплитуд, мощностей, фазовых соотношений и др. В. А. Котельников никогда не использовал геометрические представления для доказательства каких-либо утверждений, но «геометрия» создавала наглядность новых и часто трудно осознаваемых результатов.

Необходимо отметить, что геометрические представления широко вошли в педагогику во многих странах мира.

В. А. Котельников нашел потенциальную помехоустойчивость идеального приемника для основных типов сигналов. При этом появилась наглядная и четкая классификация сигналов на ортогональные, противоположные и др. В частности, он *теоретически* нашел множество дискретных симплексных сигналов, обеспечивающих одинаковую вероятность ошибок для всего множества используемых сигналов. Одним из фундаментальных результатов ТПП явилось четкое понимание того, что вероятность ошибок зависит не от амплитуды сигналов, а от их *энергии*, т. е. произведения мощности на длительность сигналов. Таким образом, в принципе возможна хорошая передача информации весьма слабыми, но длительными сигналами (медленная передача).

Удивительной особенностью ТПП является тот факт, что в ней не приводились структурные схемы идеальных приемников, т. е. наглядная последовательность операций, которые обеспечивали бы максимальную помехоустойчивость. Это создавало впечатление, что найдены помехоустойчивости приемников, устройство которых мы не знали. Теория показала, что это возможно, так как существуют некоторые «законы сохранения», которые невозможно нарушать. Эти структуры были найдены другими исследователями позже, но, к сожалению, это потеряло свою актуальность вследствие дальнейшего развития теории оптимального приема.

Определив помехоустойчивость идеального приема, автор сравнил с нею помехоустойчивость реально существовавших систем связи. При этом, очевидно, обнаружилась целесообразность их совершенствования, поскольку помехоустойчивость реальных систем, как правило, оказывалась существенно ниже потенциальной. Было установлено также, какой тип сигналов выгоднее применять в реальных системах для увеличения помехоустойчивости. Так, стало понятно, что противоположные сигналы в принципе лучше ортогональных (дают выигрыш в мощности передатчиков). С другой стороны, позднее стало ясно, что непосредственно они неприменимы из-за непостоянства свойств линий связи (была изобретена относительная фазовая манипуляция),

Теория потенциальной помехоустойчивости оказала большое влияние на все развитие теории борьбы с помехами. Однако она не лишена недостатков, точнее, ограничений. Таких ограничений на современном

этапе представляется два. Во-первых, ТПП развита в предположении флуктуационных (непрерывных, не импульсных) помех с нормальным законом распределения. Автор объяснял это тем, что флуктуационные помехи являются наиболее неустранимыми, так как возникают, в частности, непосредственно в радиоприемнике. Но это была лишь часть истины. Глубинная причина состояла в том, что правдоподобия сигналов, т. е. выражения $P(C_j | \Pi_i)$ при другом типе помех составить просто не удалось бы. Заметим, что в современных теориях анализа и синтеза приемников это предположение по-прежнему обычно сохраняется.

Более существенным является то, что сигналы, рассматриваемые в ТПП, не содержат случайных параметров, что на самом деле невозможно, поскольку эти параметры вносят линии передачи. Таким образом, автор предположил, что в точке приема имеют место те же сигналы, которые излучил передатчик, только ослабленные расстоянием. Сигналы же передатчика можно знать совершенно точно, поскольку их создала рассматриваемая система связи. Если не учитывать это последнее обстоятельство, то становится очевидным, почему ТПП не нашла своего *внутреннего* развития. Она была «самосодерживающейся», так как «сказала» все, что можно было «сказать» в рамках поставленной задачи. Неудивительно, что в развитие собственно ТПП сделано не более 2–3 работ аспирантов: им было просто там нечего делать [8]. Ее развитие *во вне* продолжается и сегодня.

Связь ТПП с другими статистическими формулировками задач.

Как известно, назревшие идеи «носятся в воздухе». Поэтому вполне объяснимо, что в начале 50-х годов появляются сходные с ТПП постановки задач.

В 1950–1952 гг. П. Вудвортом, И. Девисом и другими исследователями был опубликован ряд работ по отысканию *оптимального приемника* [9]. Эти авторы, по-видимому, работ В. А. Котельникова не знали, но подход оказался сходным. В основе их методики лежит та же теорема Бейеса, однако авторы делали вид, что ее не существует, и доказывали ее заново на популярном уровне строгости. Это создавало впечатление полной новизны и оригинальности. Затем они вычислили распределение вероятностей (правдоподобия сигналов в современной терминологии) как $P_x(y) = g(y - u_x)$, где g — «плотность вероятности для шумов», x — параметр, отличающий разные сигналы u_x , широко используя теорему Котельникова–Найквиста. В результате было выведено фундаментальное соотношение для апостериорной вероятности при заданном (принятом) y

$$P_y(x) = kP(x) \exp \left[-\frac{1}{N_0} \int (y - u_x)^2 dt \right].$$

Раскрытие скобок приводило (при некоторых дополнительных предположениях) к тому, что приемник должен вычислить величину

$$q = \int y(t)u_x(t)dt$$

и принять решение в пользу того x , которое например максимизирует q .

Это было зарождение великой идеи корреляционного приема. Инженерам, по-видимому, впервые стало ясно, что апостериорная вероятность — не абстрактная идея, а результат определенных физических операций: интегрирование произведения $y(t)$ поочередно или параллельно на все u_x и выбор наибольшего из них (рис. 1).

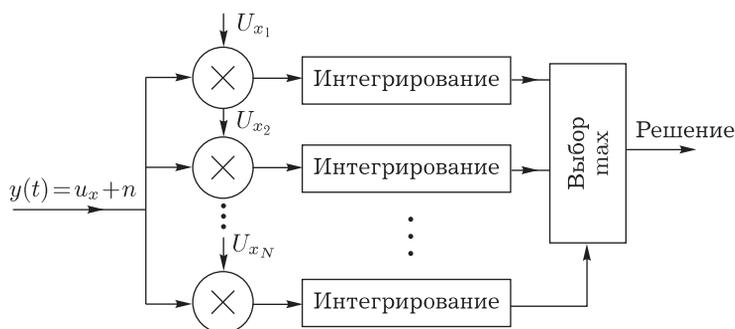


Рис. 1

Здесь еще не уточняется, что такое u_x : это просто «все возможные сигналы», которые, очевидно, необходимо генерировать в точке приема как «образцы».

В дальнейшем эти идеи были применены к приему импульсных радиолокационных сигналов (при этом под x понималось запаздывание). В данном случае, по-видимому, впервые используется идея усреднения результатов по «случайному параметру», которым является начальная фаза сигналов (напомним, что в ТПП таких параметров нет). Здесь же было показано, что использование корреляционного приемника и приемника на согласованных фильтрах эквивалентно по результатам.

Пятидесятые годы — период расцвета теории приема слабых сигналов. В рамках отведенного места можно только упомянуть наиболее значимые вехи. Так, Т. Бердсол и В. Фоке подробно рассмотрели критерии принятия решений о присутствии сигналов: максимального отношения правдоподобий, Неймана–Пирсона, «идеального наблюдателя» (он же критерий Котельникова) и др. Они рассмотрели ряд частных случаев сигналов со случайными параметрами и построили рабочие характеристики оптимальных приемников (зависимость вероятности ошибки от отношения сигнала к помехе). Впервые был рассмотрен также случай распознавания M ортогональных сигналов.

Д. Мидлтон и Д. Ван-Метер обобщили современные им результаты в строгой математической форме [10]. Они ввели понятия о пространствах (множествах) сигналов S и помех N , которые смешивались (не обязательно просто суммируясь), образуя пространство наблюдений v . По некоторому правилу δ требуется принять решение γ о сигнале. Это правило $\delta = \delta(\gamma|v; s)$ необходимо найти и сравнить различные правила, если введена *функция потерь* $J(s, \gamma)$ для всех сочетаний s и γ . Авторы рассмотрели различные функции потерь: «стоимость» потерь от решения γ при фактическом сигнале s («риск»), потерь информации по Шеннону ($-\ln p(s, \gamma)$) и др. Эти общие идеи авторы раскрыли по отношению к задачам обнаружения сигналов, распознавания и измерения параметров (как это было у В. А. Котельникова). Авторы были математиками и смело писали устрашающие практиков выражения, вроде формулы потерь

$$Y(\sigma, \delta) = \iiint J(s, \gamma) \sigma(s) F_s(v) \delta(\gamma|v) ds dv d\gamma,$$

где σ , F , δ — плотности вероятностей соответствующих величин.

Работы Д. Мидлтона и Д. Ван-Метера вызвали огромное количество частных публикаций. Нельзя здесь не отметить вклад С. Раиса, Л. Заде, П. Вудворта, К. Хелстрема и В. Зибберта. Работа последнего под характерным названием «Философия радиолокационного обнаружения» стала «энциклопедией» последующего развития радиолокации, где проблема отношения сигнал–помеха особенно остра [11]. Сравнительно подробная библиография приведена в [12, 13].

Адаптивный прием в искажающих каналах. Уже первые исследователи в теории приема сигналов осознали, что «точно известные сигналы» — это абстракция, поскольку между передатчиком и приемником находится среда распространения сигналов (линия) (рис. 2). Поэтому сигналы на входе РПУ, $s_2(t, m)$, не могут совпадать с сигналами передатчика, $s_1(t, m)$, и быть, таким образом, «точно известными». Первые исследователи учитывали наличие линии введением предположения о наличии в сигналах случайно изменяющейся амплитуды или начальной фазы. Соответствующие алгоритмы обработки $y(t)$ и рабочие характеристики приемников были определены и в общем сводились к той же идее корреляции или согласованной фильтрации.

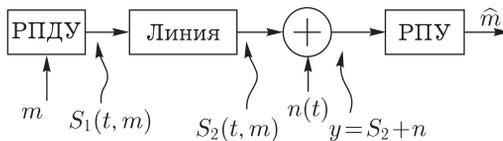


Рис. 2

В 60-х годах было найдено, что если линия описывается импульсным откликом, то, используя интеграл Дюамеля и выборочное пред-

ставление $h(\tau)$, с почина П. Белло и Т. Кейлатса, сигнал $s_1(t)$ можно представить в виде

$$s_2(t) = \frac{2\pi}{\Delta\omega_s} \left[\sum_k h_k s_1(t - k\Delta t) - \sum_k \tilde{h}_k \tilde{s}_1(t - \Delta t) \right],$$

где h_k и \tilde{h}_k — выборочные значения из $h(\tau)$ и сопряженного ему $\tilde{h}(\tau)$; $\Delta\omega_s$ — полоса, в которой анализируется линия; Δt — интервал между выборками из $s_1(t)$, определяемый полосой его частот [14, 15].

Это означало, что в общем случае линия может вносить в s_1 «много» параметров $\alpha_k = 2\pi h_k / \Delta\omega_s$, $\tilde{\alpha}_k = 2\pi \tilde{h}_k / \Delta\omega_s$. Поскольку отклик линии изменяется во времени так, что $h = h(\tau, t)$, то параметры α_k , $\tilde{\alpha}_k$ становятся случайными процессами. Если длительность отклика линии равна $\tau_{\text{кан}}$, а выборки из $h(\tau)$ берутся через $\Delta t = 1/\Delta f_s$, то количество случайных параметров $k = 2\Delta f_s \tau_{\text{кан}}$. Так возникло представление об узкополосных ($\Delta f_s \tau_{\text{кан}} \ll 1$) и широкополосных ($\Delta f_s \tau_{\text{кан}} \gg 1$) ситуациях.

В первом случае линия вносит в s_1 случайные амплитуду и фазу. Именно это рассматривается в ранних работах, где борьба со случайностями амплитуд и фаз осуществлялась путем осреднения апостериорных вероятностей по законам их распределения. В результате изменялась структура приемников и повышалась вероятность ошибок.

Однако в 60-х годах исследователям в СССР и США стало ясно, что усреднение это не наибольшее, что можно сделать со случайными параметрами. Пользуясь сравнительной медленностью их изменения, параметры можно измерить, точнее оценить и, следовательно, сделать сигналы в точке приема почти точно известными, что приведет к снижению вероятности ошибок. Сначала (Р. Прайс, У. Линдси и др.) способ оценки параметров не рассматривали, делая о них некоторые предположения (например, что эти параметры сохраняются в течение всего сеанса связи) [16, 17]. Затем развилась теория оценки параметров линии с помощью особых испытательных сигналов (П. Эйкгоф и др.). Лишь позднее стало очевидным, что можно построить единую структуру, которая будет одновременно оценивать параметры линии связи и выносить оптимальные решения о сигналах [18, 19]. Это были *адаптивные приемники*, приспособляющиеся к изменяющимся свойствам линии (полная теория для дискретных сигналов изложена в [20]).

На рис. 3 представлена структурная схема адаптивного приемника бинарных ортогональных сигналов. Можно убедиться, что в точках a_1 и a_2 будут получены оценки параметров $\hat{\alpha}_0$ и $\hat{\tilde{\alpha}}_0$. В точках b_1 и b_2 будут построены «образцы» искаженных сигналов в виде

$$\begin{aligned} s_2(t, m_1) &= \hat{\alpha}_0 s_1(t, m_1) - \hat{\tilde{\alpha}}_0 s_1(t, m_1), \\ s_2(t, m_2) &= \hat{\alpha}_0 s_1(t, m_2) - \hat{\tilde{\alpha}}_0 s_1(t, m_2), \end{aligned}$$

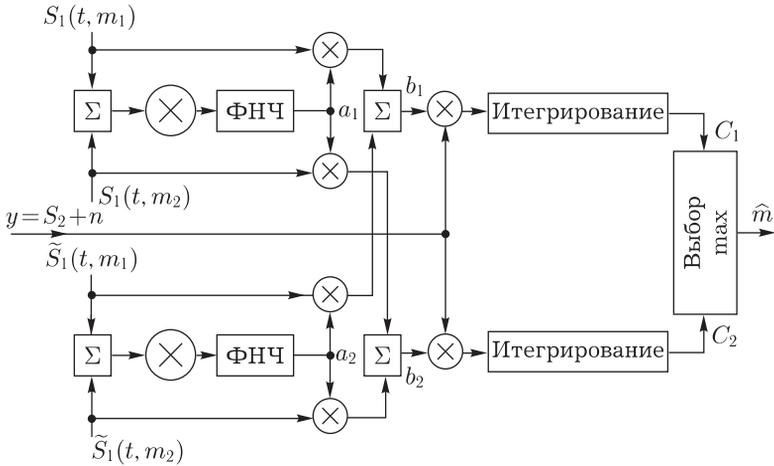


Рис. 3

В точках c_1 и c_2 произведена корреляция принятой реализации $y(t)$ с «образцами» искаженных и «исправленных» сигналов. Далее происходит выбор большего результата и решение в пользу этого сигнала.

Задача существенно усложняется, если имеет место ситуация $\Delta f_s T_{\text{кан}} \gg 1$ (широкополосные сигналы или инерционная линия передачи). В этом случае необходимо оценивать $K \gg 1$ параметров. Соответствующая структура поддается строгому синтезу и приведена на рис. 4 в качестве примера одной из реализаций. Так как линия приносит к приемнику k реализаций сигналов s_1 с запаздываниями $k\Delta t$, то необходимы линии задержки с отводами. Каждый параметр α_k , $\tilde{\alpha}_k$ оценивается отдельно, а затем строятся «образцы». Местные сигналы $s_1(t, m_i)$ здесь создаются не на частоте принятых сигналов ω_0 , а на частоте $\omega_0 - \omega_{\text{пр}}$, где $\omega_{\text{пр}}$ — выбранная пониженная частота («промежуточная»). Структура рис. 4 может быть упрощена (см. [20]). Таким образом, оптимальный адаптивный приемник вычисляет и сравнивает величины

$$b_i = \int_0^T y(t) \sum_k \left[\tilde{\alpha}_k s_i(t - k\Delta t, m_i) - \hat{\alpha}_k \tilde{s}_i(t - k\Delta t, m_i) \right] dt$$

для обоих сигналов (m_1 и m_2). При M -арных сигналах подобных величин потребуется вычислить M . Отсюда ясна сложность адаптивного радиоприема. Объективно говоря, всегда следует оценивать, что целесообразней: построить адаптивный приемник или повысить мощность передатчика. Следует, впрочем, заметить, что возможны ситуации, когда увеличение отношения сигнал-шум не будет приводить к существенному снижению вероятности ошибок (например, при сложении разнесенных сигналов).

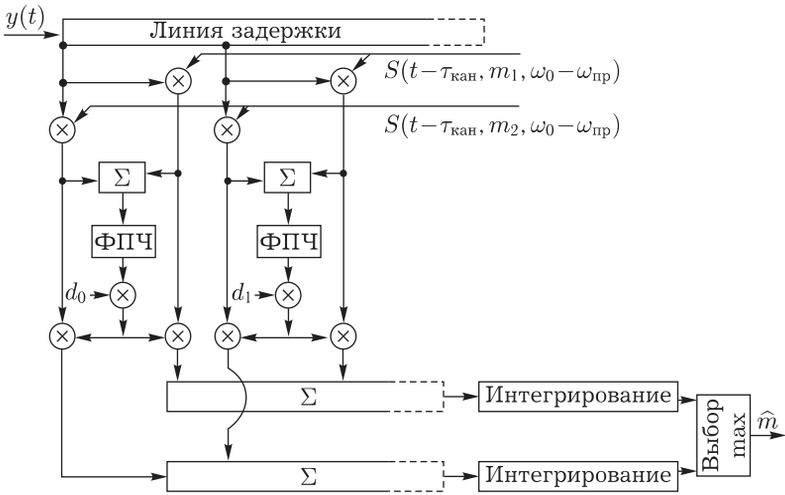


Рис. 4

В настоящее время рассмотрено большое разнообразие вариантов адаптивных приемников в разных ситуациях (см. библиографию в [20]).

Линейная и нелинейная фильтрация сообщений. Первые обобщающие работы по теории фильтрации появились в 60-х годах (Р. Калман и Р. Бьюси). Они получили линейное дифференциальное уравнение для оценки векторного процесса $\overline{m}(t)$. Их изложение носило нарочито усложненный характер, что не способствовало прямому применению теории в радиотехнике. Нельзя не отметить также более ранние результаты, полученные Р.Л. Стратоновичем. Однако несколько позже стало ясно, что оценка процесса $m(t)$, который нелинейно входит в выражение сигнала $s(t, m(t))$, является отдельной и нетривиальной задачей. Небезынтересно отметить, что сначала виды модуляций делили на прямые и не прямые, при этом амплитудная и фазовая модуляции попадали в прямые, а частотная — в не прямые. Теперь стало ясно, что область нелинейной модуляции значительно шире.

В развитии теории нелинейной фильтрации явно обнаружилось два направления. Одно было основано на использовании для описания процессов многомерных законов распределения, как в задачах обнаружения и распознавания (И.А. Большаков, В.Г. Репин, П.А. Бакут и др. [22–24]). Этот подход получил название «гауссовского». Другое направление базировалось на использовании марковских процессов (Р.Л. Стратонович, В.И. Тихонов, Ю.Г. Сосулин, М.С. Ярлыков, Н.К. Кульман, Р. Бьюси, Т. Ван-Трис и др. [21–27, 34]). В «гауссовском» варианте для оценки $m(t)$ получено весьма общее и наглядное

уравнение

$$m(t) = \frac{2}{N_0} \int B_m(t - \tau) [s(\tau, \hat{m}(\tau))] \frac{\partial s(\tau, \hat{m}(\tau))}{\partial \hat{m}} d\tau,$$

где $B_m(\tau)$ — автокорреляционная функция процесса $m(t)$, известная априорно.

Схема, «решающая» уравнение, приведена на рис. 5, хорошо интерпретируется физически. Из уравнения видно, что интеграл представляет собой результат прохождения разности в скобках через линейный фильтр с откликом $B_m(t)$. В схеме неизбежен подстраиваемый генератор.

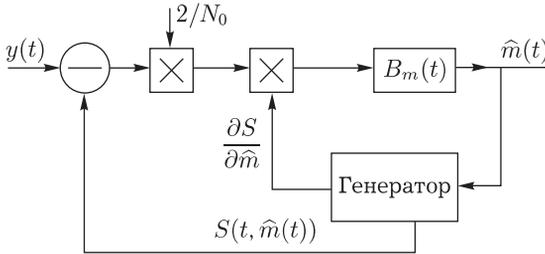


Рис. 5

«Марковское» направление было менее привычным для инженеров. Синтез оптимального устройства для извлечения сообщения $\lambda(t)$ из смеси $y(t) = s(t, \lambda(t)) + n(t)$ здесь привел к достаточно сложному интегродифференциальному уравнению [21, 26, 34]. Оно упрощается при ряде предположений (в частности, в условиях применимости гауссовской аппроксимации) и дает возможность построить сравнительно просто интерпретируемую структуру и вычислить дисперсию ошибок. Структура работает на принципе слежения за изменением фазы сигнала и подстройкой местного генератора.

Оба подхода по результатам оказались близкими, что в частности свидетельствует об их адекватности задаче. Соотношение обоих подходов содержательно рассмотрены в работах В. И. Тихонова [28, 29]. В последующие годы теория фильтрации бурно развивалась в направлениях управления сложными объектами, адаптивными системами с неполной априорной информацией, в многокритериальном синтезе.

«Информационный» подход. Его развил К. Шеннон, исходя из ранее опубликованных работ Р. Хартли. Он учел неравновероятность возможных «выборок» при создании потока знаков (информации) и получил, пожалуй, самое известное выражение для среднего количества генерируемой информации

$$H = - \sum_{i=1}^M P_i \ln P_i,$$

названного энтропией. Она вычислена и в случае зависимых знаков. При рассмотрении процесса передачи знаков была определена энтропия *полученного* сообщения $H(y)$; затем определена скорость передачи и пропускная способность канала

$$C = \max [H(x) - H_y(x)],$$

где $H_y(x)$ — энтропия на входе при заданном y .

Максимум здесь должен отыскиваться по всем источникам и способам кодирования сообщений (последние теорией не указывались). Принципиальной заслугой теории является доказательство того, что в принципе можно передавать информацию со сколь угодно малой вероятностью ошибок, если только скорость передачи R не превышает C ($R < C$). Это подтверждает и вывод о том, что помехи ограничивают не точность передачи, а ее скорость.

При обобщении понятия «количества информации» на непрерывные сигналы (не дискретные) было выведено выражение для *предельно достижимой* пропускной способности канала

$$C = W \ln(l + P/N),$$

где W — отведенная полоса частот, а P и N — средние мощности сигнала и помех.

Доказательство приведенного выражения весьма сложно и нелегко интерпретируется. Однако ни одна из известных систем связи пока не «нарушила» эту формулу. Она хорошо увязывается с выводами ТПП в части передачи непрерывных сигналов.

Не внося явного вклада в теорию синтеза оптимальных устройств, теория Шеннона способствовала бурному развитию теории кодирования. Последняя на сегодняшний день составляет самостоятельную область знаний. Была развита теория *эффективного кодирования* при отсутствии помех, когда ставится задача предельно сжать заданный текст.

С современной точки зрения становится ясным, что информационный подход не мог внести новое в теорию синтеза оптимальных устройств. Непосредственной и прямой оценкой работы приемника является вероятность ошибок. Информационная же мера Шеннона построена путем «свертывания» этих вероятностей в одно число — энтропию H . Она не содержит больше данных, чем составляющие ее вероятности.

Теорию информации пытались применить даже для измерения *смысла* в литературе и других гуманитарных областях. Лишь позднее всем стало ясно, что предложенная мера основана на статистике знаков, но никак не учитывает смысла. Конечно, если предположить, что «количество смысла» пропорционально числу знаков, то чем быстрее передавать, тем лучше. Но всегда ли это предположение имеет место?

Теория передачи сообщений при импульсных помехах. Напомним, что большинство ранее описанных результатов были получены в предположении флуктуационных помех. Только в этом случае удается построить логически стройную теорию синтеза и анализа, вычисляя правдоподобие сигналов.

Первые предложения по борьбе с импульсными помехами носили эвристический характер и часто исходили также от В. А. Котельникова.

Широко известны метод ШОУ (каскад из широкополосного усилителя, ограничителя и узкополосного усилителя), предложенный еще в 1946 г. [30], и компенсационный метод (путем вычитания с «образцом») [31], способ растяжения импульсов и «тривиального» прерывания на время импульса. Все они проанализированы в [32].

Позднее появились исследования, основанные на статистических моделях импульсных помех. Синтезирован оптимальный приемник при условии независимых выборок из импульсной помехи [33]. Он оказался теоретически бесконечномерным, содержащим нелинейные элементы и фильтры. Отметим, что при некоторых дополнительных предположениях из теории следовала обработка, близкая к методу ШОУ. В ряде работ получен алгоритм обработки суммы флуктуационных и импульсных помех при весьма простых их моделях [34]. Эти алгоритмы носят компенсационный характер. Интересен метод, основанный на представлении закона распределения импульсной помехи в виде суммы гауссовских распределений. Достаточно полный обзор работ дан в [35].

В целом следует отметить, что теории борьбы с импульсными помехами, эквивалентной по своей полноте теории оптимального приема при флуктуационных помехах, пока не существует. Здесь дело за новыми поколениями исследователей.

Трудно провести строгую численную оценку, однако представляется, что в радиоэлектронике нет более развитой области знаний, чем теория борьбы с помехами и, в частности, теории оптимального радиоприема. Число печатных работ здесь исчисляется сотнями, если не тысячами (полного обзора в библиографии на сегодня нет).

Однако однозначно можно назвать первоисточник этого потока — ТПП. Она не охватила весь круг вопросов: в ней нет случайных параметров, которые расширяют область исследований, и использована одна модель помехи. Но ТПП указала фундаментальный метод анализа. Она толкнула мысль последующих исследователей в правильном направлении, показав им возможность перехода от эвристики и изобретательства к строгим методам математического синтеза.

Эта теория не исследует возможности использования других, например, широкополосных сигналов, новых переносчиков или изоэтранных кодов. Однако указав на существенное расхождение потенциальной помехоустойчивости с реальной, она стимулировала поиски. Не удивительно поэтому, что, например, теория кодирования превратилась в самостоятельную область исследований, часто не доступную «не посвященным».

Литература

1. *Котельников В. А.* Теория потенциальной помехоустойчивости. — М.: Госэнергоиздат, 1956.; Kotelnikov V. A. The Theory of optimum noise immunity. McGraw Hill book co. Inc; New York, 1959.
2. *Rise S. O.* Techn. J., 1944, v. 23, pp. 282–332; 1945, v. 24, pp. 46–156.
3. *Бунимович В. И.* Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах. — М.: Сов. радио, 1951.
4. *Колмогоров А. И.* — Изв. АН СССР. Сер. Математика, 1941, т. 5, с. 5–14.
5. *Wiener N.* Extrapolation, interpolation and smothing of stationary time series. — NY, 1949.
6. *North D.* — RCA Techn. Rep., 1943, v. 66, № 6, 160 p.
7. *Сифоров В. И.* — Радиотехника, 1946, № 1, с. 60–65.
8. *Филиппов Л. И.* — Радиотехника, 1955, № 10, с. 60–65.
9. *Woodward Ph, Davies I.* — Proc. IRE, 1952, v. 99, pt. 3, № 58, pp. 37–40.
10. *Middleton D, Van Metier D.-S.* Soc. Appl Math., 1955, v. 3, № 12, pp. 192–253; 1956, v. 4, № 6, pp. 86–119.
11. *Sibert W.* — IRE Trans. Inf. Theory, 1954, v. 2, sept, pp. 204–215.
12. *Гуткин Л. С.* Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах. — М.: Наука, 1972.
13. *Филиппов Л. И.* В кн.: Современная радиоэлектроника. Гл. 2. — М.; Наука, 1993.
14. *Bella P.* — Trans. IEEE, 1963, v. 10, № 2, pp. 140–150.
15. *Kaillath T.* — MTT Techn Rep., 1959; IRE Trans. Inf. Theory, 1960, v. 2, № 5, pp. 155–168.
16. *Price R.* — IRE Trans. Inf. Theory, 1962, v. 2, № 5, pp. 44–58.
17. *Undsey W.* — IRE Trans. Inf. Theory, 1964, v. 10, № 4, pp. 258–270.
18. *Смолянинов В. М., Филиппов Л. И.* Синтез оптимальных приемников дискретных сигналов. — М.: Высш. шк., 1973.
19. *Fillprov L., Smolj'aninov V.* — Trans. Inf. Theory, 1966, № 12, pp. 140–145.
20. *Филиппов Л. И.* Основы теории приема дискретных сигналов. — М.: Наука, 1974.
21. *Ярлыков М. С.* Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. — М.: Сов. радио, 1980.
22. *Стратонович Р. Л.* Принципы адаптивного радиоприема. — М.: Сов. радио, 1973.
23. *Бакут П. А., Большаков И. А., Герасимов Б. М. и др.* Вопросы статистической теории сигналов. — М.: Сов. радио, 1963, т. 1; 1964, т. 2.
24. *Сосулин Ю. Г.* Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. — М.: Сов. радио, 1978.
25. *Стратонович Р. Л.* — Радиотехника и электроника, 1960, № 11, с. 1751–1753.
26. *Тихонов В. И., Кульман Н. К.* Нелинейная фильтрация и квазиоптимальный прием сигналов. — М.: Сов. радио, 1975.
27. *Вису Р. S.* — IEEE Trans. Automat Contr., 1965, v. 10, № 2, pp. 198–216.
28. *Тихонов В. И.* — Радиотехника, 1983, № 11, с. 11–26.
29. *Тихонов В. И.* — Радиотехника, 1995, № 4–5, с. 63–67.

30. *Щукин А. Н.* Изв. АН СССР. Сер. Физика, 1946, вып. 1, с. 46.
31. *Кизник В. А.* — Электросвязь, 1956, № 8, с. 52.
32. *Гольдберг А. П.* — Электросвязь, 1966, № 2, с. 68–75.
33. *Панкратов В. С., Антонов О. Б.* — Электросвязь, 1967, № 9, с. 75–82.
34. *Тихонов В. И.* Оптимальный прием сигналов. — М.: Сов. радио, 1983.
35. *Венскаускас К., Малахов Л. М.* — Зарубежная электроника, 1978, № 1, с. 68–78.

РОЛЬ В. А. КОТЕЛЬНИКОВА В СТАНОВЛЕНИИ РАДИОФИЗИКИ И РАДИОТЕХНИКИ

Н. А. Арманд

1. Введение

Писать о роли В. А. Котельникова в развитии радиофизики и радиотехники не так просто. Это связано как с многообразием направлений, к становлению и развитию которых он «приложил руку», так и с научными результатами, часть которых была получена более 70 лет тому назад и с современной точки зрения представляется «очевидной». Сложность связана также с тем, что Владимир Александрович не был «любителем» публиковаться. В частности, его знаменитая теорема не была толком опубликована вовсе, а классическая работа по потенциальной помехоустойчивости была издана лишь в 1956 г., спустя 10 лет после ее выполнения.

2. Теорема

В 1932–1933 гг. 25-летний инженер В. А. Котельников задался мыслью о том, можно ли без искажений передавать сигнал в полосе частот меньшей, чем это позволяет передача «на одной боковой полосе». В современном представлении это означает возможность прохождения сигналов без искажения через канал, спектральная пропускная способность которого меньше спектральной ширины сигнала. Нам это представляется абсурдным, но в то время (1933 г.), когда проблемы спектральной фильтрации были не до конца понятны инженерам, подобная постановка вопроса представлялась разумной. В связи с этим следует вспомнить споры того времени о том, что представляет собой амплитудно-модулированный сигнал: синусоидальное колебание с медленно изменяющейся амплитудой или набор спектральных компонент. Результаты исследований В. А. Котельникова были подготовлены в виде доклада «О пропускной способности «эфира» и проволоки в электро-связи» к I Всесоюзному съезду по вопросам технической реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности. Съезд не состоялся, но подготовленные к нему материалы были изданы [1], что и

явилось официальным подтверждением приоритета В. А. Котельникова в доказательстве знаменитой теоремы отсчетов.

На самом деле работа содержала семь теорем, но все они являлись в той или иной степени развитием основной теоремы, которая гласит, что любая функция $f(t)$ с ограниченным спектром ширины B представима в виде ряда

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n}{2B}\right) \operatorname{sinc}(2\pi Bt - n\pi), \quad \operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}.$$

По существу теорема утверждает, что любая функция полностью представима совокупностью своих отсчетов, выбираемых в дискретные моменты времени $t_n = n/2B$. Если излучить сверхкороткие импульсы с амплитудами, равными отсчетам функции в указанные дискретные моменты, то приемник, имеющий фильтр нижних частот со спектральной шириной B , сформирует колебания вида $\operatorname{sinc}(x)$, и сумма этих колебаний вновь даст неискаженную функцию $f(t)$. Указанная процедура передачи сигнала и его приема поясняется на рис. 1. Поскольку фильтр нижних частот приемника должен иметь ширину полосы, не меньшую спектральной ширины сигнала, то попытки уменьшения этой полосы при неискажаемой передаче сигнала подобны попыткам создания *regretium mobile*, о чем и предупреждал автор работы [1] при постановке задачи.

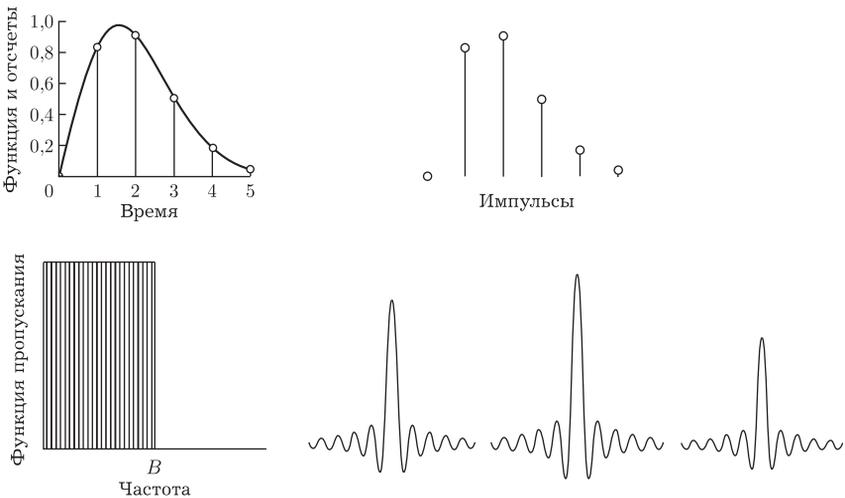


Рис. 1. К теореме отсчетов

Интересно отметить, что Владимир Александрович в 1936 г. пытался опубликовать свою теорему в журнале *Электричество*. Однако в публикации ему было отказано со ссылкой на перегруженность порт-

феля журнала и на узкий интерес его статьи. Знали бы инициаторы отказа, о чем они говорят! На самом деле теорема имеет более широкое значение по сравнению с задачей, приведшей к ее доказательству. По существу, она указала путь представления непрерывных функций в цифровом виде и тем самым стала одним из теоретических фундаментов цифровой техники, бурно развивающейся в последние десятилетия. При постановке вопроса о представлении непрерывной функции в цифровом виде в первую очередь возникает вопрос о том, как часто следует выбирать значения функции, чтобы достаточно точно отразить ее вид. Первый и наивный ответ гласит: чем чаще, тем лучше. Это означает, что для неискаженной передачи любого сообщения необходимо использовать достаточно частые выборки. Но в системах связи мы имеем дело с сигналами с ограниченной шириной спектра. Такие сигналы не могут изменяться во времени как угодно быстро. Поэтому выборки сигнала, взятые за слишком короткий интервал времени, могут оказаться мало отличающимися друг от друга, и использование их полной совокупности оказывается излишним. Функция с ограниченным спектром может существенно изменяться лишь за интервалы времени, не короче, чем обратная величина ширины полосы их спектра. Это понял Найквист, который, по-видимому, одним из первых выразил мысль, что выборки сигнала должны различаться интервалами времени, равными приблизительно обратной полосе его спектральной ширины [2]. Это часто дает основание, особенно западным ученым, употреблять термин «правило выборки Найквиста». Однако рассуждения Найквиста относились к проблеме неискаженной передачи телеграфного (цифрового) сигнала. Эта проблема отличается от проблемы неискаженной передачи аналогового сигнала, хотя между ними есть много общего, на что указывает профессор Люке в своей статье о происхождении теоремы выборки [3], отмечая, что «первым ученым, точно сформулировавшим теорему о выборках и приложившим ее к проблеме теории и техники связи, является, вероятно, В. А. Котельников». Это утверждение дало основание для награждения Владимира Александровича в 1999 г. премией фонда Эдуарда Рейна за фундаментальные исследования.

Похожая теорема была известна математикам. В частности, ее доказал в 1915 г. Уиттекер, исследуя проблему аппроксимации целых функций конечной степени [4]. В. А. Котельников не был знаком с этой работой. Однако в математике — это одна из многих ординарных теорем. В теории же связи и цифровой технике эта теорема является базовой, и ее доказательство несомненно является заслугой В. А. Котельникова. К сожалению, проблемы с публикацией его теоремы долгое время служили препятствием для широкого ознакомления с ней научной общественности. Теорема выборки стала широко известной лишь после того, как в 1948 г. Шеннон доказал ее вновь [5]. Сейчас нередко эта теорема называется как теорема выборки Уиттекера–Котельникова–Шеннона («Whittaker–Kotelnikov–Shannon sampling theorem» [6]).

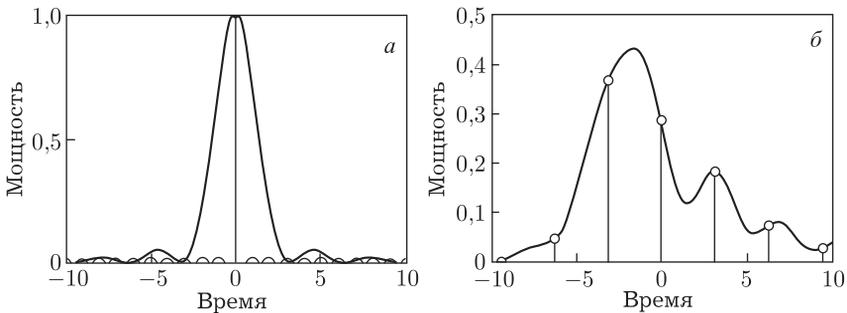


Рис. 2. Теорема отсчетов и дисперсия сигналов

Теорема Котельникова может быть распространена на любые функции, имеющие ограничения в каком-либо пространстве [7]. Имеется сопряженная теорема, относящаяся к функциям, лимитированным по времени [8]. В частности, возможно формирование коротких импульсов за счет генерации колебаний на дискретных частотах. Диаграмма направленности антенны представляет собой преобразование Фурье от токов, пространственное распределение которых ограничено апертурой антенны. На этом основании диаграмма направленности также может быть представлена дискретным рядом [9]. При обработке изображений возникает необходимость их представления в цифровом виде, и здесь теорема Котельникова служит одним из важнейших инструментов для осуществления указанной операции.

Одним из интересных примеров является несколько неожиданное применение теоремы для описания дисперсии сигналов [10]. Этот эффект, как известно, возникает при распространении волн в средах, где фазовая скорость является функцией частоты, и выражается в том, что форма сигналов искажается при их распространении. На рис. 2, а представлен неискаженный сигнал, получаемый линейной частотной модуляцией в полосе B . Он имеет форму $\text{sinc}(\xi)$ и поэтому отображается одной компонентой Котельникова. В процессе распространения в плазме форма сигнала искажается и приобретает вид, представленный на рис. 2, б. Этот искаженный сигнал имеет уже много компонент Котельникова, количество и амплитуды которых отображают степень искажения сигнала. По их параметрам возможно восстановление формы сигнала [10].

3. Теория потенциальной помехоустойчивости

В этом разделе мы остановимся на следующей классической работе В. А. Котельникова, посвященной предельной чувствительности приемных систем. В конце 1930-х годов возник кризис в повышении помехоустойчивости систем связи. Всякого рода технические ухищре-

ния наталкивались на некоторый предел, препятствующий дальнейшему повышению чувствительности приемников. Возникал естественный вопрос: является ли это результатом недостаточной изобретательности инженеров или существуют какие-то фундаментальные причины, ставящие предел помехоустойчивости рассматриваемых систем? Ответ на этот вопрос был дан в докторской диссертации В. А. Котельникова «Теория потенциальной помехоустойчивости», написанной в 1946 г. и успешно защищенной в 1947 г. Целью работы было «выявить, можно ли путем усовершенствования приемников при существующих видах сигналов понизить влияние помех? Что может дать в борьбе с помехами изменение формы сигналов? Какие формы сигналов для этого оптимальны?» [11].

В рассматриваемой работе было много принципиально нового и непривычного для инженеров того времени. Прежде всего, это введение ортонормированных функций времени $C_k(t)$, по которым может быть разложен сигнал. Сигнал $A_j(t)$ представлялся в виде суммы

$$A_j(t) = \sum a_{jk} C_k(t).$$

Различные сигналы различаются набором коэффициентов a_{jk} . В случае ограниченного числа базовых функций $C_k(t)$ такое разложение называли бы представлением сигнала в конечномерном евклидовом пространстве (гильбертовом пространстве) [12]. Сигналы могут рассматриваться в качестве векторов в этом пространстве. Пример такого геометрического представления приведен на рис. 3. Надо заметить, что хотя автор диссертации часто обращается к геометрическому представлению сигнала, однако иллюстраций, подобных рис. 3, в его работе нет. При практических расчетах В. А. Котельников пользуется рядами Фурье, что является естественной данью стандартному спектральному представлению сигнала.

Первой задачей, рассмотренной в работе, является задача распознавания. Ее суть в упрощенном виде представлена на рис. 3. На вход приемника поступает смесь сигнала и шума X . Каков должен быть ответ на выходе приемника — это сигнал A_1 или A_2 ? Ясно, что это будет A_1 , если для евклидовых расстояний справедливо неравенство $|D_1| < |D_2|$. Однако соблюдение или несоблюдение этого неравенства носит статистический характер, поскольку из-за случайного поведения шума имеется некоторая вероятность, что рассматриваемое неравенство не соблюдается. Поэтому можно говорить о вероятностной при-

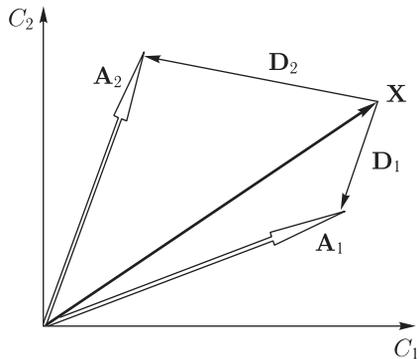


Рис. 3. Геометрическое представление сигналов

роде правильного выделения сигнала на фоне помех. Отсюда следует определение понятия идеального приемника как дающего минимальное число неправильно воспроизводимых сообщений при наложении помехи. Потенциальная помехоустойчивость характеризуется минимально возможными искажениями. Она равна вероятности неправильного воспроизведения и в случае гауссова шума с равномерным спектром определяется отношением удельной энергии к интенсивности помехи σ^2 :

$$\alpha = \frac{1}{2\sigma^2} \int_{-T/2}^{T/2} |\mathbf{A}_1(t) - \mathbf{A}_2(t)|^2 dt.$$

Здесь T — длительность сигнала. Совсем простой вид это отношение принимает в типичном для радиолокации случае, когда $\mathbf{A}_2(t) = 0$:

$$\alpha = \frac{Q}{2\sigma^2},$$

где Q — энергия сигнала. В этом случае «потенциальная помехоустойчивость будет определяться лишь энергией сигнала и совершенно не будет зависеть от его формы» [11]. Современные специалисты по радиолокации сказали бы, что параметр α является отношением сигнал/шум, которое определяет вероятность ложной тревоги. При большом значении отношения сигнал/шум вероятность правильного выделения сигнала близка к единице, а вероятность ложной тревоги стремится к нулю. Несколько позже (1948 г.) К. Шеннон получил соответствующие результаты для более широкого класса помех. Характерно, что решающую роль для потенциальной помехоустойчивости играет энергия, а не мощность сигнала. Это обстоятельство не всегда всеми понимается. Современные методы формирования сигнала часто рассчитаны на его небольшую мощность, а сам процесс его выделения опирается на сжатие (оптимальную фильтрацию) в приемном устройстве [8]. Окончательный ответ на заданный в начале диссертации вопрос сводится к утверждению, что для повышения помехозащищенности системы связи необходимо увеличивать отношение сигнал/шум, которое оказывается решающим параметром, определяющим вероятность верного выделения сигнала на фоне помех.

В последующих частях работы задача распознавания, о которой мы говорили выше, дополняется задачами оценки параметров и фильтрации. Тем самым охватываются основные проблемы статистической радиотехники. Это и является основой для утверждения о фундаментальном характере диссертации В. А. Котельникова.

Отметим, что ко времени написания работы В. А. Котельникова в теории вероятности и теории случайных процессов математиками был получен ряд важнейших результатов в теории фильтрации, теории оценки параметров, теории статистических решений и т.п. Здесь мы сталкиваемся с ситуацией, аналогичной ситуации с теоремой отсчетов.

Результаты математиков не доходили до своего потребителя, и нужны были усилия других специалистов, чтобы они приобрели практический смысл. В 1998 г. была опубликована статья Верду, посвященная пятидесятилетию теории Шеннона [13]. В ней, в частности, говорилось, что наибольший вклад во внедрение теории случайных процессов в инструментарий инженеров связи внесли Винер [14] и Райе [15]. Однако работа Винера, опубликованная в 1949 г., не могла быть известна В. А. Котельникову в 1946 г. Что касается работы Райса, то она была опубликована в 1944 г., и это единственная работа, на которую В. А. Котельников ссылается в своей диссертации. Других ссылок нет потому, что не было предшественников. В связи с этим Владимир Александрович с полным основанием может считаться одним из основоположников статистической радиофизики и радиотехники. Эта его выдающаяся роль почему-то не очень широко отражается в научной печати. То, что статистическое мышление не было распространено среди радиоинженеров в те годы достаточно широко, показывает и сам способ изложения работы В. А. Котельникова. Несмотря на то, что в ней все время речь идет о случайных процессах, там не встретишь термины: корреляция, спектральная плотность и др., хотя неявно они присутствуют. Сама процедура принятия решений строится на байесовской стратегии, но это не упоминается в тексте, а формула для априорной вероятности просто выводится исходя из «разумных» соображений.

Как уже отмечалось, *Теория потенциальной помехоустойчивости* была опубликована лишь в 1956 г., когда широкое признание получили работы многих других авторов. Поэтому эта работа хорошо известна лишь тем, «кто знает», и в последнее время иногда цитируется в основном российскими учеными. Это, в общем-то, естественно. Наука не стоит на месте.

4. Заключение

В столь кратком сообщении трудно описать все результаты деятельности человека, подобного В. А. Котельникову по масштабу и глубине мышления. Мы не коснулись, в частности, его фундаментальных работ в области криптографии, его роли в проектировании и создании в довоенное время системы радиосвязи Москва–Хабаровск, его вклада в теорию параметрических усилителей, его роли в создании систем связи с глубоко погруженными подводными лодками и многого другого. Следует указать, что В. А. Котельников не раз являлся инициатором новых направлений исследований, проводимых как в ИРЭ РАН, где он многие годы был директором, так и в других организациях. Особо следует отметить его роль в развитии космических исследований, которую он осуществлял будучи вице-президентом Академии наук СССР и председателем совета «Интеркосмос».

Подводя итог, можно сказать, что Владимир Александрович Котельников являлся выдающимся ученым и инженером XX в. — одним

из основоположников цифровой техники анализа сигналов, теории информации, статистической радиофизики и радиотехники, радиолокационной астрономии. Один только этот краткий перечень ясно указывает, что мы имеем дело с крупнейшей в истории страны и науки личностью, внесшей огромный вклад в развитие науки.

Список литературы

1. *Котельников В. А.* в сб. Всесоюз. энергетический комитет. Материалы к I Всесоюз. съезду по вопросам технической реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности (М.: Управление связи РККА, 1933) с. 1–19; переизд.: *О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи* (М.: Институт радиотехники и электроники МЭИ (ТУ), 2003). См. настоящий сборник. с. 90–109.
2. *Nyquist* *HAIEE Trans.* **47** 617(1928).
3. *Lüke D.* *IEEE Commun. Mag.* **37** (4) 106 (1999).
4. *Whittaker E. T.* *Proc. R. Soc, Edinburgh* **35** 181 (1915).
5. *Shannon C. E.* *Bell Sys. Tech. J.* **27** 379, 623 (1948).
6. *Petersen D. P., Middleton D.* *Inform. Control* **5** (4) 279 (1962).
7. *Хургин Я. И., Яковлев В. П.* Методы теории целых функций в радиофизике, теории связи и оптике (М.: Физматгиз, 1962).
8. *Вайнштейн Л. А., Зубаков В. Д.* Выделение сигналов на фоне случайных помех (М.: Советское радио, 1960).
9. *Минкович Б. М., Яковлев В. П.* Теория синтеза антенн (М.: Советское радио, 1969).
10. *Арманд Н. А.* Радиотехника и электроника **49** 1199 (2004).
11. *Котельников В. А.* Теория потенциальной помехоустойчивости (М.: Радио и связь, 1998).
12. *Левитан Б. М.* «Гильбертово пространство», в кн. Математическая энциклопедия. Т. 1 (М.: Советская энциклопедия, 1977) с. 978.
13. *Verdu S.* *IEEE Trans. Inform. Theory* **44** 2057 (1998).
14. *Wiener N.* *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series, with Engineering Applications* (New York: Wiley, 1949).
15. *Rise S.* *Bell Syst. Tech. J.* **23** 282 (1944); **24** 46 (1945).

НА ПЕРЕДОВЫХ РУБЕЖАХ НАУКИ

А. Н. Выставкин

Регенеративные полупроводниковые параметрические усилители СВЧ

Одной из центральных и постоянных проблем радиотехники и электроники, как известно, является создание приемников во всех диапазонах радиочастот, обладающих наибольшей чувствительностью, естественно, при требуемых других высоких характеристиках: полосе усиления и перестройки, динамическом диапазоне, амплитудной, частотной и фазовой стабильности и др. В диапазоне СВЧ предел чувствительности приемников, описываемый их шумовой температурой $T_{ш}$, определяется либо шумовой температурой антенны, либо квантовым пределом чувствительности. Шумовая температура антенны на сравнительно низких частотах СВЧ-диапазона в большинстве случаев составляет $T_a \approx 20 \dots 30$ К и в пределе $T_a \approx 3$ К, что соответствует шумам реликтового фона Космоса для охлаждаемой антенны. При ограничении чувствительности приемной системы шумами антенны шумовая температура приемника должна составлять $T_{ш} \leq 0,3T_a \approx 6 \dots 9$ К при усилении входного каскада, обеспечивающем подавление шумов последующего каскада приемного устройства. Квантовый предел температурной чувствительности, проявляющийся на частотах, соответствующих соотношению $h\nu \gg kT$, т.е. в миллиметровом и более коротковолновых диапазонах волн [1], составляет $h\nu/k$. Шумовая температура $T_{ш}$ идеального приемника в этом случае должна быть близкой к этой величине.

Существенный отрезок истории в развитии приемников СВЧ составили охлаждаемые усилители на полупроводниковых диодах и квантовые усилители, или мазеры, работающие принципиально при очень низких температурах, в качестве входных каскадов СВЧ приемных систем. Низкая шумовая температура приемных устройств в обоих случаях достигается за счет низкой шумовой температуры входного каскада.

В 1958 г. А. Улиром была опубликована работа [2], где сообщалось, что с помощью так называемых параметрических усилителей на полупроводниковых диодах с периодически изменяющейся емкостью возможно получение шумовой температуры входного каскада приемника, существенно более низкой, чем его физическая температура. Уже первые полупроводниковые параметрические усилители (ППУ)

в длинноволновой части сантиметрового диапазона имели собственную шумовую температуру меньше его физической температуры, равной комнатной, т. е. $T_{ш} < 300$ К. Этот факт оказался для многих совершенно неожиданным и положил начало эпохе параметрических усилителей.

Принцип регенеративного параметрического усиления электрических колебаний в колебательном контуре с периодически изменяющейся реактивностью (индуктивностью или емкостью) был предложен Л. И. Мандельштамом и Н. Д. Папалекси в 30-е годы прошлого столетия [3]. В 1954 г. Б. М. Вулом было предложено использовать полупроводниковый диод при отрицательном смещении в качестве конденсатора, перестраиваемого электрическим смещением [4, 5]. После работы А. Улира стало ясно, что регенеративные параметрические усилители, использующие периодически изменяющуюся емкость полупроводникового диода, открывают возможность резко поднять потенциал систем радиосвязи, радиолокационных станций, систем радиоуправления, систем теплового радиовидения, в том числе радиотелескопов, существенно улучшить характеристики различной радиоизмерительной аппаратуры и т. п.

При разработке ППУ и приемных устройств на их основе встал целый ряд вопросов:

- фундаментального плана: каков механизм шума и предельные возможности по уровню шума, как зависит шум от материала диода и его физической температуры; каковы частотные свойства (диапазоны усиления и механической и электронной перестройки по частоте), способы расширения полосы усиления и предельные возможности этого расширения, амплитудная, частотная и фазовая стабильности, способы обеспечения высокой стабильности, динамический диапазон ППУ и способы его увеличения и др.;

- конструкторско-технологического плана: какова наилучшая технология изготовления полупроводниковых диодов для ППУ; как наилучшим образом включить полупроводниковый диод в СВЧ-структуру ППУ; как сконструировать приемный блок, включая генератор накачки, развязывающие устройства, связь с последующими каскадами и т. п.;

- о наилучшей методике измерения чувствительности и других характеристик ППУ;

- применения в различных радиотехнических системах и комплексах с учетом особенностей радиосигналов, имеющих в них место.

Для скорейшего решения перечисленных вопросов, учитывая важные области применения ППУ, Комиссия Совета Министров СССР по военно-промышленным вопросам издала в 1959 г. постановление, где была определена соответствующая целевая комплексная программа. Руководителем этой программы был назначен академик Владимир Александрович Котельников, а головной организацией был определен Институт радиотехники и электроники АН СССР. Участника-

ми программы были также определены Проблемная радиофизическая лаборатория (ПРФЛ) Московского государственного педагогического института (в настоящее время — Московский педагогический государственный университет), несколько научно-исследовательских институтов радиотехнической и электронной промышленности и ряда других ведомств. Для всех участников программы в ИРЭ был организован постоянный научный семинар, которым руководил В. А. Котельников. Научный семинар по проблемам ППУ с более широким составом участников действовал также и в ПРФЛ, им руководил профессор В. С. Эткин. По теме «ППУ-1», выполнявшейся по названной выше программе в ИРЭ в течение трех лет под руководством В. А. Котельникова, был выпущен отчет более чем в десяти томах. В нем содержались ответы практически на все перечисленные выше вопросы. По существу, этот отчет представлял собой основы теории и инженерных методов расчета ППУ СВЧ. Аналогичный отчет был выпущен также и ПРФЛ, оба отчета были хорошим взаимным дополнением. Оперативный выпуск и рассылка отчетов основным участникам работ по проблеме ППУ способствовали быстрому развитию работ по этой проблеме в нашей стране. Буквально в первые год-два были созданы и опробованы первые ППУ СВЧ в наземных станциях спутникового телевидения, тропосферной и спутниковой связи, в станциях обнаружения и наведения, в радиотелескопах. Одна из разработок требует особого упоминания. Одной из организаций-участниц программы на основе лабораторного макета ППУ, рассчитанного и изготовленного в ИРЭ по договору с этой организацией в рамках Программы, был рассчитан и изготовлен экспериментальный макет ППУ для станции обнаружения и наведения под городом Свердловском. Это повысило радиолокационный потенциал станции примерно вдвое и дало возможность сбить первого мая 1960 г. известный американский самолет-шпион У-2, ведомый Пауэрсом, что не удавалось сделать раньше. Это положило конец подобным полетам над нашей страной.

Теория параметрических усилителей в схемах с циркуляторами

Так называется первый том упомянутого выше отчета по теме «ППУ-1», написанный лично В. А. Котельниковым. Материал отчета не был широко опубликован. Впервые он полностью публикуется в настоящем сборнике.

В основу теоретических построений были положены схемы замещения реальных СВЧ конструкций и методы теории цепей с сосредоточенными постоянными. Хотя эти методы к анализу СВЧ конструкций с размерами, много большими длины волны, как, например, в случае ППУ на основе СВЧ резонатора с включенным в него полупроводниковым диодом, в полной мере не применимы, и таким способом удается

решить не все вопросы, но, как оказалось, они позволяют ответить на большое число принципиальных вопросов.

Основные соотношения. Для достаточно малой области, охватывающей запирающий слой полупроводникового диода, справедливы законы квазистационарного поля, и электрическое поле в ней можно считать потенциальным. Для этой области соотношение между током через диод i и напряжением на диоде u (рис. 1.1) ¹⁾ будет

$$u = R_S i + u_s, \quad (1)$$

где $R_S i$ — падение напряжения на полупроводниковой базе диода, R_S — сопротивление базы диода, включенное последовательно с емкостью его запирающего слоя и являющееся постоянной величиной,

$$u_s = f(q) \quad (2)$$

— падение напряжения на запирающем слое,

$$q = \int_{-\infty}^t i dt$$

— заряд на запирающем слое. Зависимость (2) — нелинейная. Чтобы получить периодически изменяющуюся емкость запирающего слоя, к диоду подводят колебания накачки от специального генератора (генератора накачки).

Рассмотрим случай, когда в усилителе присутствуют только эти колебания. Напряжение накачки на запирающем слое в общем виде будет связано с зарядом соотношением $u_{нз} = f(q_3)$, где q_3 — соответствующий заряд на запирающем слое (без учета заряда, соответствующего постоянному отрицательному напряжению смещения). Пусть далее в усилителе возникают дополнительные малые колебания от подаваемого сигнала. Тогда

$$u_n = u_{нз} + u_d = f(q_3 + q_c) = f(q_3) + \frac{\partial f(q_3)}{\partial q_3} q_c \quad (3)$$

где u_d и q_c — добавочные напряжение и заряд от сигнала. Отсюда

$$u_d = \frac{1}{C} q_c, \quad (4)$$

где

$$\frac{1}{C} = \frac{\partial f(q_3)}{\partial q_3}. \quad (5)$$

¹⁾ Номера рисунков даются по отчету, см. настоящий сборник. С. 181.

Соотношение между током через диод и напряжением малых добавочных колебаний на нем, вызванных сигналом (далее индекс «с» будем опускать), будет

$$u_n = R_S i + \frac{1}{C} q, \quad (6)$$

где

$$q = \int_{-\infty}^t i dt, \quad (7)$$

Для описания процессов в усилителе необходимо также знать соотношение между током i и напряжением u для внешней области, охватывающей диод [6], для любого линейного двухполюсника, а внешняя область по отношению к диоду может рассматриваться как такой двухполюсник, соотношение между током и напряжением будет таким же, как и для схемы замещения, изображенной на рис. 1.2, а. В этой схеме $e(t)$ — напряжение при холостом ходе, т. е. напряжение при отсоединенном диоде, когда $i = 0$. Величина $z(\omega)$ — некоторое комплексное сопротивление, зависящее от частоты соответствующего тока. Таким образом, полная схема, описывающая колебания, вызванные в усилителе сигналом, примет в соответствии с рисунком 1.2, а и соотношением (6) вид, изображенный на рис. 1.3, независимо от того, содержит ли усилитель сосредоточенные емкости и индуктивности или распределенные в виде волноводов, объемных резонаторов и т. п.

Для дальнейшего анализа процессов в усилителе примем, что под действием колебаний накачки емкость запорного слоя диода изменяется по закону

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} [1 + 2M \cos(\omega_n t + \varphi_n)], \quad (8)$$

где $2M$ — коэффициент модуляции емкости диода, $1/C_0$ — постоянная составляющая обратной величины емкости запорного слоя диода при его смещении постоянным напряжением, φ_n — начальное значение фазы.

Изложенное выше является обоснованием применения методов теории цепей с сосредоточенными постоянными, включая их ограничения, к анализу полупроводниковых параметрических усилителей СВЧ. Многие авторы проводили подобный анализ, просто строя схемы ППУ из колебательных контуров с сосредоточенными параметрами. При этом часть результатов была тем не менее правильной: максимальный коэффициент усиления, частотная характеристика в случае простейших резонаторов, шумовая температура, предельно допустимая глубина модуляции емкости диода и др. Помимо обоснования подобных расчетов, основные соотношения, приведенные выше, указывают на параметр — это $z(\omega)$, который должен быть получен из электродинамического расчета.

Некоторые параметры ППУ. Отсылая читателя в отношении выкладки к первоисточнику, приведем некоторые результаты, полученные В. А. Котельниковым.

Прежде всего, это шумовая температура ППУ. На рис. 3.2 изображена зависимость шумовой температуры двухчастотного (двухконтурного) усилителя $T_{ш}$ от частоты сигнала ω_1 , второй (холостой) частоты ω_2 и критической частоты ω_k полупроводникового диода

$$\omega_k = \frac{M}{R_S C_0} \quad (9)$$

при температуре усилителя, точнее, при температуре диода, равной комнатной, т. е. 300 К. Видно, что при определенных параметрах шумовая температура усилителя действительно может быть ниже его физической температуры. Связано это с регенеративным механизмом усиления за счет периодического изменения реактивного параметра (в данном случае емкости). Минимальное значение шумовой температуры

$$T_{ш \min} = 2 \frac{\omega_1}{\omega_k} \left(\frac{\omega_1}{\omega_k} + \sqrt{\frac{\omega_1^2}{\omega_k^2} + 1} \right) T_S \quad (10)$$

стремится к нулю при стремлении к нулю R_S , правда, при этом стремится к нулю и полоса усиления усилителя. Видно также, что $T_{ш \min}$ пропорциональна физической температуре диода, откуда ясно, что при снижении температуры диода снижается и шумовая температура усилителя.

Анализ также показал, что при использовании простейшего резонатора в случае вырожденного двухчастотного ППУ (холостая частота примерно равна частоте сигнала) произведение полосы усилителя $\Delta\omega$ (по половине уровня усиленного сигнала) на коэффициент усиления в центре полосы K_M составляет

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} K_M = M \left(1 - \frac{\omega}{\omega_k} \right) \quad (11)$$

или при $\omega_k \rightarrow \infty$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} K_M = M. \quad (12)$$

В. А. Котельников в отчете предложил способ расширения полосы усилителя за счет применения так называемой схемы компенсации, которая представлена на рис. 7.1. Последовательно с диодом, эквивалентная схема которого приведена на рис. 1.3, подключена реактивность $jX_{ш}$; $R_{\mathcal{E}}$, $\mathcal{E}_{\mathcal{E}}$ — эквивалентное сопротивление и ЭДС источника сигнала. При надлежащем выборе X_{II} и X_{III} в случае вырожденного ППУ соотношение для $\Delta\omega$ и K_M получается таким:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \sqrt{K_M} \approx M \left(1 - \frac{\omega}{\omega_k} \right), \quad (13)$$

или при $\omega_K \rightarrow \infty$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \sqrt{K_M} = M. \quad (14)$$

Видно, что при прочих равных условиях при применении простейшей схемы компенсации можно расширить полосу усилителя примерно в $\sqrt{K_M}$ раз.

Развитие теории ППУ. Идеи, заложенные в отчете по теме «ППУ-1», нашли развитие в работах лаборатории В. А. Котельникова, которая была создана в начале 1960 года в Институте радиотехники и электроники АН СССР в качестве головной для выполнения упомянутой выше программы по ППУ.

Соответствующие результаты исследований [6–8] следующие:

- развиты методы расширения полсы усиления ППУ, предложены методы перестройки ППУ;
- рассмотрены вопросы стабильной работы ППУ, включая методы их стабилизации;
- изучены вопросы построения волноводно-коаксиальных конструкций ППУ с максимально высокими характеристиками;
- теоретически и экспериментально изучены вопросы построения ППУ миллиметрового диапазона волн.

Существенным вопросом для понимания механизма работы ППУ в коротковолновой части сантиметрового и миллиметрового диапазонов волн и получения их высоких характеристик является вопрос включения полупроводникового диода в объемный СВЧ резонатор усилителя. В реальном усилителе СВЧ из-за его объемной природы электрическая энергия запасается не только в полупроводниковом диоде, но и в объеме резонатора. Это обстоятельство учитывается коэффициентом включения в резонатор [8]:

$$k = \int_{\Delta V} E_r^2 dV \Big/ \int_V E_r^2 dV, \quad (15)$$

где E_r — электрическая составляющая электромагнитного поля в резонаторе, включая диод; ΔV — объем запорного слоя, в котором присутствует электрическая составляющая поля; V — объем резонатора, включая объем запорного слоя.

Коэффициент включения k (15) есть не что иное, как отношение электрической энергии поля в запорном слое диода к электрической энергии во всем резонаторе, включая запорный слой диода. Коэффициент включения (15) существенным образом влияет на характеристики усилителя: чем он меньше, тем меньше полоса усиления, полоса электронной перестройки, усиление и др. Идеальным является случай, когда $k = 1$.

Развитый электродинамический подход позволяет рассматривать и исследовать ППУ как резонатор, включенный в волноводный или коаксиальный тракт с применением всех известных электродинами-

ческих методов исследований таких СВЧ-структур. Развитый подход дает также возможность рассматривать коэффициент включения диода в конкретный резонатор и с его учетом — характеристики усилителя [8]. Такой подход дает возможность понять влияние геометрии СВЧ-камеры усилителя на коэффициент включения диода и, далее, на характеристики усилителя. Путь увеличения коэффициента включения диода — это минимизация объема СВЧ-камеры усилителя с целью снижения объемов, где запасается электрическая энергия поля помимо запорного слоя диода. Развитые представления и методы расчета позволили сконструировать параметрические диоды и СВЧ-камеры усилителей с максимально возможными коэффициентами включения, что дало, в свою очередь, возможность получить максимально широкие полосы усиления и другие высокие характеристики усилителей. Они были реализованы на изготовленных экспериментальных макетах усилителей.

Дальнейшее развитие работ по полупроводниковым параметрическим усилителям СВЧ в стране. Среди важнейших результатов, полученных в последующие годы после завершения создания теоретических основ ППУ СВЧ, следует отметить освоение электронной промышленностью технологических методов получения эпитаксиальных структур из арсенида галлия и изготовление на их основе параметрических диодов с барьером Шоттки. Важным было также создание в ПРФЛ МГПУ и ряде институтов радио- и электронной промышленности интегральных конструкций приемных камер и волноводных структур усилителей, включая вторые каскады приемников, на основе охлаждаемых транзисторных усилителей с температурой шума до 50 К и ниже, создание экономичных и малогабаритных охлаждающих устройств до температур азотного и водородного уровней и всех остальных необходимых электронных блоков сверхвысокой, промежуточной и низкой частот.

На описываемом этапе определяющую роль сыграла также программа, принятая в 1963 году по инициативе министра электронной промышленности СССР А. И. Шокина, в соответствии с которой в Киеве был создан научно-исследовательский институт «Сатурн» во главе В. Н. Алфеевым с экспериментальным и серийным заводами, а также цеха в производственных подразделениях НИИ «Сапфир» в Москве и НИИ «Салют» в Горьком (ныне — Нижний Новгород), в которых было развернуто производство названной выше элементной базы полупроводниковых параметрических усилителей СВЧ. Важной также была организация прикладных лабораторий и производственных участков для изготовления приемных систем СВЧ с ППУ на входе в Московском НИИ приборостроения, НИИ радио, Институте космических исследований АН СССР, Главной астрономической обсерватории АН СССР (впоследствии перешедшей в состав Специальной астрономической обсерватории АН СССР).

Вследствие всего сказанного созданные на основе ППУ приемники СВЧ, включая приемники миллиметрового диапазона, начиная с 1962–1963 гг., обеспечили и долгое время (25–30 лет) продолжали обеспечивать высокий потенциал важнейших радиотехнических комплексов страны в таких областях, как спутниковое телевидение (включая телевизионное вещание за рубежом), спутниковые и тропосферные системы связи Министерства обороны и Министерства связи, а также наземных, самолетных и спутниковых радиолокационных станций, систем космической разведки и целеуказания, радиотелескопов и самолетных радиометрических лабораторий.

Как это часто бывает в технике, к настоящему времени ведущее положение у полупроводниковых параметрических усилителей СВЧ постепенно отобрали усилители на неохлаждаемых и охлаждаемых полевых транзисторах.

Литература

1. *А. Н. Выставкин, В. В. Мигулин.* Приемники миллиметровых и субмиллиметровых волн. Радиотехника и электроника, 1967, т. 12, № 11.
2. *А. Улир.* Потенциальные возможности полупроводниковых диодов в ВЧ-связи. Ргос. IRE (пер. с англ.), 1958, т. 46, № 6.
3. *Л. И. Мандельштам, Н. Д. Папалекси.* К вопросу о параметрической регенерации. Изв. электропромышленности слабого тока, 1935, № 3.
4. *Б. М. Вул.* О емкости переходных слоев в полупроводниках. ДАН СССР, 1954, т. 96, № 2.
5. *Б. М. Вул.* Авторское свидетельство № 110441, 1954.
6. *А. Н. Выставкин.* К электродинамике полупроводниковых параметрических усилителей СВЧ, Отчет по теме «ППУ-1» (руководитель В. А. Котельников), ИРЭ АН СССР, 1960, т. 10.
7. *А. Н. Выставкин.* Включение полупроводникового диода с периодически изменяющейся емкостью в СВЧ-резонаторов. Вопросы Радиоэлектроники. Сер. Полупроводниковые приборы, 1962, № 3.
8. *А. Н. Выставкин, С. М. Клич.* К расчеты характеристик полупроводникового параметрического усилителя 8-мм диапазона. Вопросы специальной радиоэлектроники. Сер. Общетехническая, 1967, No 27.